

### Ηλεκτρικό πεδίο 11 (Κίνηση φορτίου σε ανομοιογενές ηλεκτρ. πεδίο)

Σημειακό ηλεκτρικό φορτίο  $Q = 1\mu\text{C}$  βρίσκεται ακίνητο σε οριζόντιο δάπεδο. Στην κατακόρυφο που περνά από το  $Q$  και σε απόσταση  $x$  από αυτό ισορροπεί σημειακό φορτίο  $q = 1\mu\text{C}$  και μάζας  $m = 90\text{g}$ .

α) Να υπολογίσετε την απόσταση  $x$

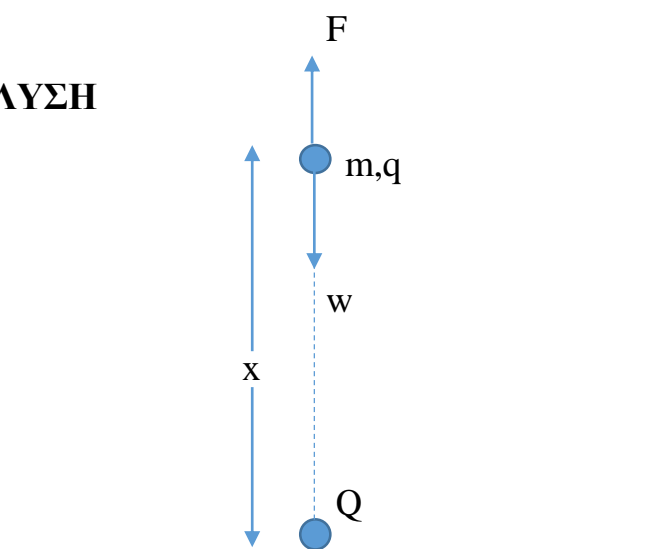
β) Κατεβάζουμε το φορτίο  $q$  σε απόσταση  $x/2$  από το φορτίο  $Q$  και το αφήνουμε ελεύθερο. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας και το ρυθμό μεταβολής της ορμής τη στιγμή που αφήνεται ελεύθερο.

γ) Να βρείτε σε ποια θέση θα αποκτήσει το φορτίο  $q$  τη μέγιστη ταχύτητα και να υπολογίσετε το μέτρο της.

δ) Να επαληθεύσετε ότι το μέγιστο ύψος από το δάπεδο στο οποίο θα φτάσει το φορτίο  $q$  είναι  $h = 0,2\text{m}$ .

Δίνονται  $k = 9 \cdot 10^9 \text{Nm}^2/\text{C}^2$  και  $g = 10\text{m/s}^2$ . Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

**ΛΥΣΗ**

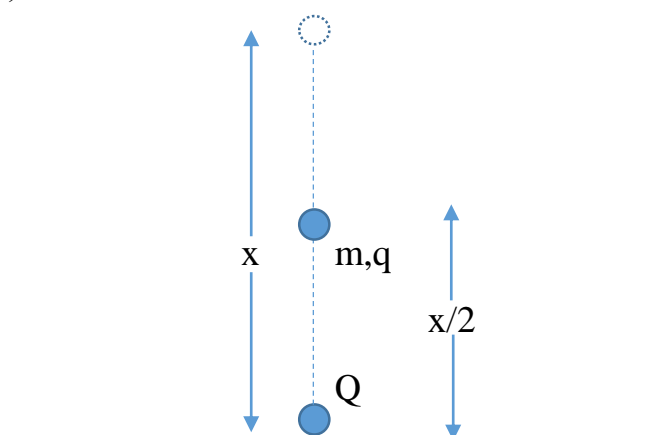


α) Το σημειακό φορτίο  $q$  ισορροπεί σε απόσταση  $x$  από το  $Q$  επειδή δέχεται το βάρος του  $w$  και τη δύναμη Coulomb που του ασκεί το  $Q$ . Άρα θα ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F = w \Rightarrow k \frac{|q \cdot Q|}{x^2} = m \cdot g \Rightarrow x = \sqrt{\frac{kqQ}{mg}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{\frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-6}}{9 \cdot 10^{-2} \cdot 10}} \text{ m} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{9 \cdot 10^{-3}}{9 \cdot 10^{-1}}} \text{ m} \Rightarrow x = 0,1 \text{ m}$$

β)



Κατεβάζουμε το φορτίο  $q$  σε απόσταση  $x/2$  από το  $Q$  και το αφήνουμε ελεύθερο. Εκείνη τη στιγμή δέχεται το βάρος του  $w$  και τη δύναμη Coulomb από το  $Q$ .

Για το ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας ισχύει:

$$\frac{du}{dt} = a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{F - w}{m} = \frac{k \frac{|qQ|}{\left(\frac{x}{2}\right)^2}}{m} - g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{du}{dt} = \left( \frac{\frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-6}}{\frac{0,1^2}{4}}}{9 \cdot 10^{-2}} - 10 \right) \frac{m}{s^2} = \left( \frac{9 \cdot 4 \cdot 10^{-3}}{9 \cdot 10^{-4}} - 10 \right) \frac{m}{s^2} =$$

$$= (40 - 10) \frac{m}{s^2} \Rightarrow \frac{du}{dt} = 30 \frac{m}{s^2}$$

Για το ρυθμό μεταβολής της ορμής ισχύει:

$$\frac{dP}{dt} = \Sigma F = m \cdot a = m \cdot \frac{du}{dt} \Rightarrow \frac{dP}{dt} = 9 \cdot 10^{-2} \cdot 30 \frac{Kg \cdot m}{s^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{dP}{dt} = 2,7 \frac{Kg \cdot m}{s^2}$$

γ) Το φορτίο  $q$  θα αρχίσει να επιταχύνεται προς τα πάνω και θα αποκτήσει μέγιστη ταχύτητα στη θέση όπου  $\Sigma F = 0$  δηλαδή στη θέση

όπου αρχικά ισορροπούσε. Άρα η ταχύτητα θα μεγιστοποιηθεί σε ύψος  $x = 0,1\text{m}$  από το έδαφος.

Για να υπολογίσουμε τη μέγιστη ταχύτητα θα εφαρμόσουμε ΑΔΜΕ για το σύστημα των δύο φορτίων από τη θέση όπου η απόστασή τους είναι  $x/2$  μέχρι τη θέση όπου η απόστασή τους είναι  $x$ . (Η ΑΔΜΕ ισχύει εφόσον δεν ασκείται μη συντηρητική δύναμη στο σύστημα σωμάτων που να παράγει έργο). Λαμβάνοντας ως επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας το δάπεδο έχουμε:

$$E_{αρχ} = E_{τελ} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow K_{αρχ} + U_{αρχ(βαρ)} + U_{αρχ(ηλ)} = K_{τελ} + U_{τελ(βαρ)} + U_{τελ(ηλ)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0 + mg \frac{x}{2} + k \frac{qQ}{\frac{x}{2}} = \frac{1}{2} mu_{max}^2 + mgx + k \frac{qQ}{x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} mu_{max}^2 = 2k \frac{qQ}{x} - k \frac{qQ}{x} + mg \frac{x}{2} - mgx \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} mu_{max}^2 = k \frac{qQ}{x} - mg \frac{x}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow u_{max}^2 = 2k \frac{qQ}{mx} - gx \Rightarrow$$

$$\Rightarrow u_{max} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-6}}{9 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-1}} - 10 \cdot 10^{-1}} \frac{m}{s} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow u_{max} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-3}}{10^{-3}} - 1} \frac{m}{s} \Rightarrow u_{max} = 1 \frac{m}{s}$$

δ) Για να επαληθεύσουμε ότι το φορτίο  $q$  φτάνει σε μέγιστο ύψος  $h = 0,2\text{m}$  από το έδαφος, θα εφαρμόσουμε ΑΔΜΕ για το σύστημα των δύο φορτίων από τη θέση όπου το  $q$  ήταν σε ύψος  $x/2$  μέχρι τη θέση όπου το  $q$  είναι σε ύψος  $h$ . Έτσι έχουμε:

$$E_{αρχ} = E_{τελ} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow K_{αρχ} + U_{αρχ(βαρ)} + U_{αρχ(ηλ)} = K_{τελ} + U_{τελ(βαρ)} + U_{τελ(ηλ)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0 + mg \frac{x}{2} + k \frac{qQ}{\frac{x}{2}} = 0 + mgh + k \frac{qQ}{h} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned}
&\Rightarrow 9 \cdot 10^{-2} \cdot 10 \cdot \frac{0,1}{2} + \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-6}}{10^{-1}} = \\
&= 9 \cdot 10^{-2} \cdot 10 \cdot 0,2 + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-6}}{0,2} \Rightarrow \\
&\Rightarrow 4,5 \cdot 10^{-2} + 18 \cdot 10^{-2} = 18 \cdot 10^{-2} + 4,5 \cdot 10^{-2} \Rightarrow \\
&\Rightarrow 22,5 \cdot 10^{-2} = 22,5 \cdot 10^{-2} \text{ που } \mathbf{\textit{ισχύει}}
\end{aligned}$$

Ψαρουδάκης Μανώλης, Φυσικός