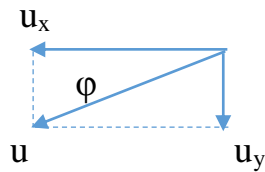


ΛΥΣΗ

α) Το σώμα μάζας m_1 κάνει οριζόντια βολή οπότε η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας είναι $u_x = u_0 = 10 \text{ m/s}$ ενώ η κατακόρυφη συνιστώσα είναι $u_y = g \cdot t$ (1)

Τη στιγμή της σύγκρουσης η γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα u με την οριζόντια διεύθυνση είναι $\varphi = 60^\circ$. Στο σχήμα φαίνεται ότι:



$$u_x = u \cdot \sin \varphi \Rightarrow 10 = u \cdot (\frac{1}{2}) \Rightarrow u = 20 \text{ m/s}$$

$$u_y = u \cdot \eta \mu \varphi \Rightarrow u_y = 20 \cdot (\frac{\sqrt{3}}{2}) \Rightarrow u_y = 10\sqrt{3} \text{ m/s} \text{ οπότε λόγω της σχέσης (1) θα έχουμε:}$$

$$10 \cdot t = 10\sqrt{3} \Rightarrow t = \sqrt{3} \text{ s}$$

Επομένως για το ύψος εκτόξευσης h και την οριζόντια απόσταση d θα ισχύουν:

$$h = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2} 10 (\sqrt{3})^2 \text{ m} \Rightarrow h = 15 \text{ m}$$

$$d = u_0 \cdot t \Rightarrow d = 10\sqrt{3} \text{ m}$$

β) Για το ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας του σώματος m_1 λίγο πριν την κρούση ισχύει:

$$\begin{aligned} \frac{dU}{dt} &= -\frac{d(m_1 g y)}{dt} = -m_1 g \frac{dy}{dt} = -m_1 g u_y \Rightarrow \frac{dU}{dt} = -2 \cdot 10 \cdot 10 \cdot \sqrt{3} \text{ J/s} \\ &\Rightarrow \frac{dU}{dt} = -200\sqrt{3} \text{ J/s} \end{aligned}$$

γ) Το σύστημα σωμάτων m_1, m_2 είναι μονωμένο στον οριζόντιο άξονα x οπότε εφαρμόζοντας ΑΔΟ έχουμε:

$$P_{αρχ(x)} = P_{τελ(x)} \Rightarrow m_1 \cdot u_o = (m_1 + m_2) \cdot V \Rightarrow V = 4 \text{ m/s}$$

Η παραπάνω ταχύτητα είναι η μέγιστη της αατ (αφού η κρούση γίνεται στη ΘΙ). Επίσης ισχύει ότι $k = (m_1 + m_2)\omega^2 \Rightarrow \omega = 5 \text{ rad/s}$

$$V = \omega \cdot A \Rightarrow A = 0,8 \text{ m}$$

Για $t = 0$ που ξεκινά η αατ είναι $x = 0$ (ΘΙ) και $V < 0$ (αφού ως θετική φορά έχουμε την προς τα δεξιά). Άρα υπάρχει αρχική φάση ϕ_o την οποία θα υπολογίσουμε.

$$x = A \cdot \eta\mu(\omega t + \phi_o) \Rightarrow 0 = A \cdot \eta\mu(\omega \cdot 0 + \phi_o) \Rightarrow \eta\mu\phi_o = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \phi_o = \kappa \cdot \pi \text{ και αφού } 0 \leq \phi_o < 2\pi \text{ θα έχουμε ότι } \phi_o = \pi \text{ rad}$$

Τελικά λοιπόν η εξίσωση απομάκρυνσης – χρόνου της αατ που θα εκτελέσει το συσσωμάτωμα είναι:

$$x = A \cdot \eta\mu(\omega t + \phi_o) \Rightarrow x = 0,8 \cdot \eta\mu(5t + \pi) \text{ (S.I.)}$$

δ) Η μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων λίγο πριν την κρούση είναι:

$$E_{αρχ} = K_{αρχ} = \frac{1}{2} m_1 \cdot u^2 \Rightarrow E_{αρχ} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 20^2 \text{ J} \Rightarrow E_{αρχ} = 400 \text{ J}$$

Η μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων αμέσως μετά την κρούση είναι:

$$E_{τελ} = K_{τελ} = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \cdot V^2 \Rightarrow E_{τελ} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4^2 \text{ J} \Rightarrow E_{τελ} = 40 \text{ J}$$

Άρα η απώλεια της μηχανικής ενέργειας κατά την πλαστική κρούση είναι: $\Delta E = 400 \text{ J} - 40 \text{ J} \Rightarrow \Delta E = 360 \text{ J}$

Ψαρουδάκης Μανώλης, Φυσικός