Στατικός ηλεκτρισμός 10 (Φορτία σε ορθογώνιο τρίγωνο)

Δύο ακλόνητα σημειακά ηλεκτρικά φορτία $Q_1 = +9\mu C$ και $Q_2 = -16\mu C$ βρίσκονται στις κορυφές Β και Γ αντίστοιχα ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ με Α = 90°. Για τις πλευρές του τριγώνου ισχύουν (ΑΒ) = 3cm και (ΑΓ) = 4cm. Αν $k = 9.10^9\ Nm^2/C^2$ να υπολογίσετε:

α) το μέτρο της δύναμης μεταξύ των δύο φορτίων

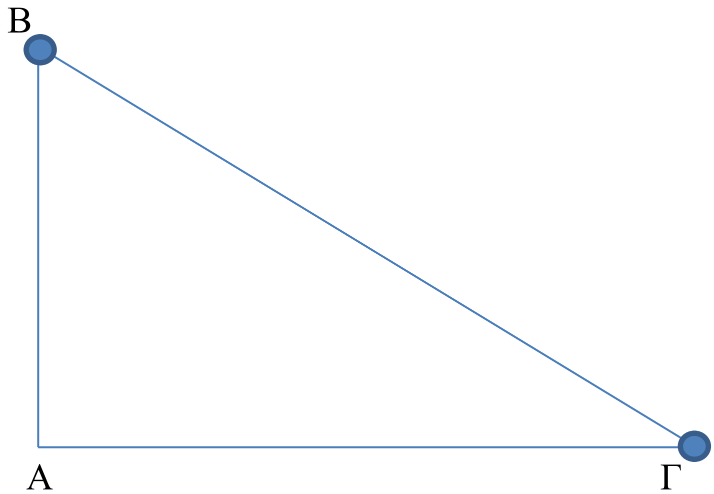
β) την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο Α

γ) το δυναμικό του ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο Α

δ) το έργο της πεδιακής δύναμης για τη μεταφορά φορτίου q = -2nC από το άπειρο στο σημείο Α

ε) τη δύναμη που θα δεχθεί το φορτίο q όταν τοποθετηθεί στο σημείο Α.

Λύση



α) Θα υπολογίσουμε πρώτα το μήκος της πλευράς ΒΓ με Πυθαγόρειο Θεώρημα:

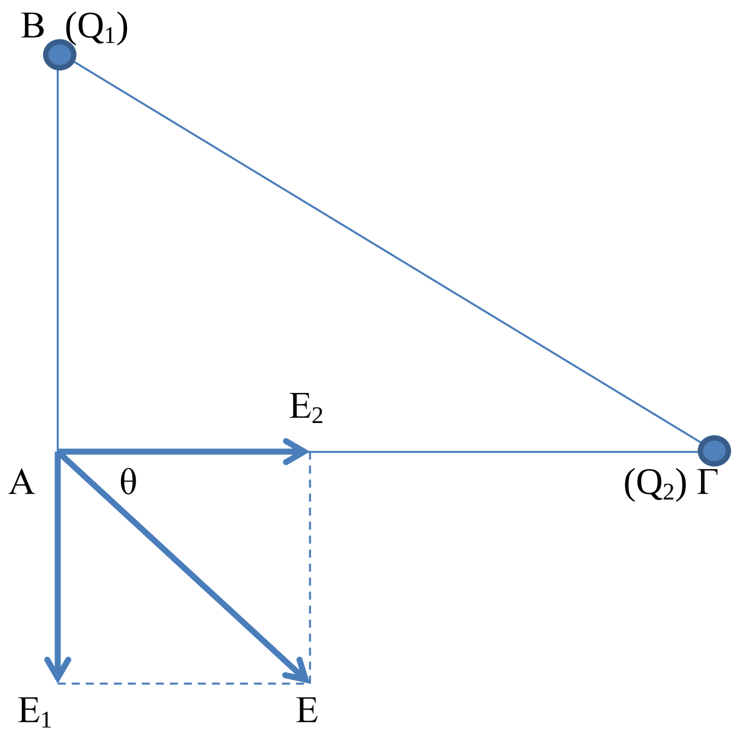
$$(\mathrm{B\Gamma}) = \sqrt{(\mathrm{AB})^2 + (\mathrm{A\Gamma})^2} \Rightarrow (\mathrm{B\Gamma}) = \sqrt{3^2 + 4^2}\,cm \Rightarrow (\mathrm{B\Gamma}) = 5cm$$

Το μέτρο της δύναμης μεταξύ των δύο φορτίων θα δίνεται από το νόμο του Coulomb:

$$F = k\frac{|Q_1.Q_2|}{r^2} \Rightarrow F = 9.10^9\frac{|9.10^{-6}.(-16.10^{-6})|}{(5.10^{-2})^2}N \Rightarrow F = 9.10^9\frac{9.16.10^{-12}}{25.10^{-4}}N \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F = \frac{81.16.10^{-3}}{25.10^{-4}}N \Rightarrow F = 518,4N$$

β)



Οι εντάσεις E_1 και E_2 των φορτίων Q_1 και Q_2 αντίστοιχα στο σημείο Α φαίνονται στο παραπάνω σχήμα. Ισχύουν:

$$E_1 = k\frac{|Q_1|}{r_1^2} \Rightarrow E_1 = 9.10^9\frac{9.10^{-6}}{(3.10^{-2})^2}\frac{N}{C} \Rightarrow E_1 = \frac{9.9.10^3}{9.10^{-4}}\frac{N}{C} \Rightarrow E_1 = 9.10^7\frac{N}{C}$$

$$E_2 = k\frac{|Q_2|}{r_2^2} \Rightarrow E_2 = 9.10^9\frac{16.10^{-6}}{(4.10^{-2})^2}\frac{N}{C} \Rightarrow E_2 = \frac{9.16.10^3}{16.10^{-4}}\frac{N}{C} \Rightarrow E_2 = 9.10^7\frac{N}{C}$$

Αφού οι εντάσεις E_1 και E_2 είναι κάθετες μεταξύ τους, θα εφαρμόσουμε Πυθαγόρειο Θεώρημα για να υπολογίσουμε το μέτρο της συνολικής έντασης Ε στο σημείο Α:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} \Rightarrow E = \sqrt{2E_1^2} \Rightarrow E = E_1\sqrt{2} \Rightarrow E = 9\sqrt{2}.10^7\frac{N}{C}$$

Η κατεύθυνση της Ε σχηματίζει με την πλευρά ΑΓ γωνία θ για την οποία ισχύει:

$$\varepsilon\phi\theta = \frac{E_1}{E_2} => \varepsilon\phi\theta = 1 => \theta = 45^o$$

γ) Για το δυναμικό V_1 και V_2 των φορτίων Q_1 και Q_2 αντίστοιχα στο σημείο Α ισχύουν:

$$V_1 = k\frac{Q_1}{r_1} => V_1 = 9.10^9 \frac{9.10^{-6}}{3.10^{-2}}V => V_1 = 27.10^5 V$$

$$V_2 = k\frac{Q_2}{r_2} => V_2 = 9.10^9 \frac{-16.10^{-6}}{4.10^{-2}}V => V_2 = -36.10^5 V$$

Άρα το δυναμικό V του πεδίου στο σημείο Α θα είναι:

$$V = V_1 + V_2 => V = 27.10^5 V + (-36.10^5)V => V = -9.10^5 V$$

δ) Θέλουμε να υπολογίσουμε το έργο της πεδιακής δύναμης για τη μεταφορά του φορτίου q = -2nC = -2.10^{-9}C από το άπειρο μέχρι το σημείο Α. Από τον ορισμό του δυναμικού έχουμε:

$$V_A = \frac{W_{A\to\infty}}{q} => W_{A\to\infty} = qV => W_{\infty\to A} = -qV => W_{\infty\to A} = -(-2.10^{-9})(-9.10^5)J =>$$
$$=> W_{\infty\to A} = -18.10^{-4} J$$

ε) Καταρχάς η κατεύθυνση της δύναμης F_1 που θα δεχθεί το φορτίο q όταν τοποθετηθεί στο σημείο Α θα είναι αντίθετη της έντασης Ε αφού το φορτίο q είναι αρνητικό. Για να υπολογίσουμε το μέτρο της F_1 δεν υπολογίζουμε ξανά τις δυνάμεις από τα δύο αρχικά φορτία πάνω στο q αλλά αφού έχουμε την ένταση Ε θα ισχύει:

$$E = \frac{F_1}{|q|} => F_1 = E|q| => F_1 = 9\sqrt{2}.10^7.2.10^{-9} N => F_1 = 18\sqrt{2}.10^{-2} N$$

Ψαρουδάκης Μανώλης, Φυσικός