

## ΦΘΙΝΟΥΣΑ ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ

### ΛΥΣΗ

α) Ισχύουν:  $A_0 = 4\text{m}$  και  $\Lambda = \ln 16 \text{ s}^{-1} = \ln 2^4 \text{ s}^{-1} = 4 \ln 2 \text{ s}^{-1} = 4.0,7 \text{ s}^{-1} = 2,8 \text{ s}^{-1}$

Αφού ο χρόνος υποδιπλασιασμού του πλάτους είναι  $4T$  θα ισχύει ότι για  $t = 4T$  θα είναι  $A = A_0/2$ , άρα:

$$\frac{A_0}{2} = A_0 \cdot e^{-(\ln 16) \cdot 4T} \Rightarrow e^{-16T \ln 2} = \frac{1}{2} \Rightarrow -16T \ln 2 = -\ln 2 \Rightarrow T = \frac{1}{16} \text{ s}$$

β) Για την ενέργεια του ταλαντωτή στη φθίνουσα μηχανική ταλάντωση μπορεί εύκολα να δειχθεί ότι ισχύει:

$$E = E_0 \cdot e^{-2\Lambda t}$$

Για να υπολογίσουμε το χρόνο υποδιπλασιασμού της ενέργειας, θα βρούμε τη χρονική στιγμή για την οποία ισχύει  $E = E_0/2$

$$E = \frac{E_0}{2} \Rightarrow E_0 \cdot e^{-2(\ln 16)t} = \frac{E_0}{2} \Rightarrow e^{-8(\ln 2)t} = \frac{1}{2} \Rightarrow -8(\ln 2)t = -\ln 2 \Rightarrow t = \frac{1}{8} \text{ s}$$

γ) Το πλάτος ταλάντωσης για  $t = T$  είναι:

$$A_1 = A_0 \cdot e^{-(\ln 16)T} = A_0 \cdot e^{-(\ln 2)/4} = A_0 \cdot 2^{-1/4} = \frac{A_0}{\sqrt[4]{2}} \Rightarrow A_1 = \frac{4}{\sqrt[4]{2}} \text{ m} \cong 3,36 \text{ m}$$

δ) Η ενέργεια του ταλαντωτή για  $t = 4T$  είναι:

$$E_4 = E_0 \cdot e^{-2(\ln 16)4T} = E_0 \cdot e^{-2(\ln 2)} = E_0 \cdot 2^{-2} = \frac{E_0}{4}$$

Άρα το ποσοστό μείωσης της ενέργειας του ταλαντωτή εκείνη τη στιγμή είναι:

$$\frac{E_0 - E_4}{E_0} 100\% = \frac{E_0 - \frac{E_0}{4}}{E_0} 100\% = \frac{3}{4} 100\% = 75\%$$

ε) Θα δείξουμε ότι το ποσοστό μείωσης του πλάτους είναι το ίδιο για τη διάρκεια οποιασδήποτε περιόδου.

$$\frac{A_n - A_{n+1}}{A_n} 100\% = \frac{A_o \cdot e^{-\Lambda n T} - A_o \cdot e^{-\Lambda(n+1)T}}{A_o \cdot e^{-\Lambda n T}} 100\% = \frac{A_o e^{-\Lambda n T} (1 - e^{-\Lambda T})}{A_o e^{-\Lambda n T}} 100\% =$$

$$= (1 - e^{-\Lambda T}) 100\% = \text{σταθ.}$$

Θα δείξουμε ότι το ποσοστό μείωσης της ενέργειας του ταλαντωτή είναι το ίδιο για τη διάρκεια οποιασδήποτε περιόδου.

$$\frac{E_n - E_{n+1}}{E_n} 100\% = \frac{E_o \cdot e^{-2\Lambda n T} - E_o \cdot e^{-2\Lambda(n+1)T}}{E_o \cdot e^{-2\Lambda n T}} 100\% = \frac{E_o e^{-2\Lambda n T} (1 - e^{-2\Lambda T})}{E_o e^{-2\Lambda n T}} 100\% =$$

$$= (1 - e^{-2\Lambda T}) 100\% = \text{σταθ.}$$

Ψαρουδάκης Μανώλης, Φυσικός