ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

4ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ – ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

1. β

2. β

3. α

4. γ

5. α.Σ β.Σ γ.Λ δ.Σ ε.Λ

ΘΕΜΑ Β

1.

Σωστή είναι η απάντηση γ.

Έχουμε ελαστική κρούση δύο σωμάτων από τα οποία το ένα αρχικά είναι ακίνητο, οπότε οι ταχύτητές τους μετά την κρούση δίνονται από τις σχέσεις:

$$\upsilon'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1$$

$$\upsilon'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1$$

Τα σώματα μετά την κρούση θα κινηθούν στην ίδια διεύθυνση, αλλά με αντίθετες φορές. Όπως προκύπτει από τις πιο πάνω σχέσεις το σώμα $Σ_2$ θα έχει ίδια φορά με αυτή που είχε πριν την κρούση το $Σ_1$. Συνεπώς για τα μέτρα των ταχυτήτων θα ισχύει:

$$-\upsilon'_1 = \upsilon'_2 \Rightarrow -\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1$$

Από όπου προκύπτει: $-m_1 + m_2 = 2m_1 \Rightarrow m_2 = 3m_1 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}$

2.

Σωστή είναι η απάντηση α.

Αφού το συσσωμάτωμα μένει ακίνητο, το σώμα τριπλάσιας μάζας κινείται σε αντίθετη κατεύθυνση.

Επίσης, επειδή το συσσωμάτωμα μένει ακίνητο, όλη η κινητική ενέργεια που είχαν τα σώματα πριν την κρούση μετατρέπεται σε θερμότητα.

$$Q = K_A + K_B \qquad (1)$$

Από τη διατήρηση της ορμής προκύπτει:

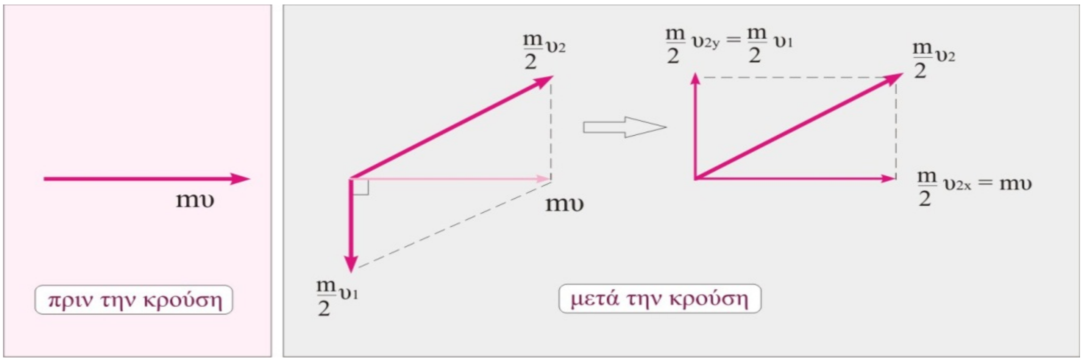
$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow m\vec{\upsilon}_1 + m\vec{\upsilon}_2 = 0 \;\Rightarrow\; m\upsilon_1 - 3m\upsilon_2 = 0 \;\Rightarrow\; \upsilon_2 = \frac{\upsilon_1}{3}$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (1)παίρνουμε:

$$Q = K_A + K_B = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 \Rightarrow Q = \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}3m(\frac{\upsilon_1}{3})^2 = \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 \cdot \frac{1}{3} \Rightarrow$$

$$Q = K + \frac{K}{3} \;\Rightarrow Q = \frac{4}{3}K$$

3.
Σωστή απάντηση είναι η β.



Στη διάρκεια της έκρηξης η ορμή διατηρείται, $\vec{p}_{o\lambda(\pi\rho\iota\nu)} = \vec{p}_{o\lambda(\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha})}$

Η $\vec{p}_{o\lambda(\pi\rho\iota\nu)}$ έχει μέτρο mυ και κατεύθυνση οριζόντια. Για να είναι η $\vec{p}_{o\lambda(\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha})}$ οριζόντια θα πρέπει η ταχύτητα του δεύτερου κομματιού να αναλύεται σε δύο κάθετες συνιστώσες ως εξής:

-Μια συνιστώσα υ_{2y} κάθετη στην αρχική διεύθυνση η οποία θα έχει τέτοιο μέτρο ώστε να αναιρεί την ορμή του πρώτου κομματιού.

-Μια συνιστώσα υ_{2x} παράλληλη στην αρχική διεύθυνση η οποία θα έχει τέτοιο μέτρο ώστε να δίνει ορμή ίση με την αρχική (mυ).

Τα δύο κομμάτια έχουν ίδια μάζα. Το πρώτο κομμάτι έχει ορμή $\frac{m}{2}\upsilon$, άρα για να αναιρείται η ορμή του πρέπει η συνιστώσα υ_{2y} του δεύτερου κομματιού να έχει ίδιο μέτρο ταχύτητας με το πρώτο κομμάτι, $\upsilon_{2y}=\upsilon$.

Για να είναι η $\vec{p}_{ολ(μετά)} = m\upsilon$, πρέπει η συνιστώσα υ_{2x} του δεύτερου κομματιού να έχει μέτρο 2υ, έτσι $\frac{m}{2}\cdot 2\upsilon = m\upsilon$. Άρα $\upsilon_{2x}=2\upsilon$.

4.

Σωστή είναι η απάντηση β

Η πηγή προς τον παρατηρητή Α εκπέμπει ήχο με μήκος κύματος

$$\lambda_A = \lambda - \upsilon_s T_s = \lambda - \frac{\upsilon_{ηχ}}{40}\frac{1}{f_s} \Rightarrow \lambda_A = \lambda - \frac{\lambda}{40} \Rightarrow \lambda_A = \frac{39}{40}\lambda$$

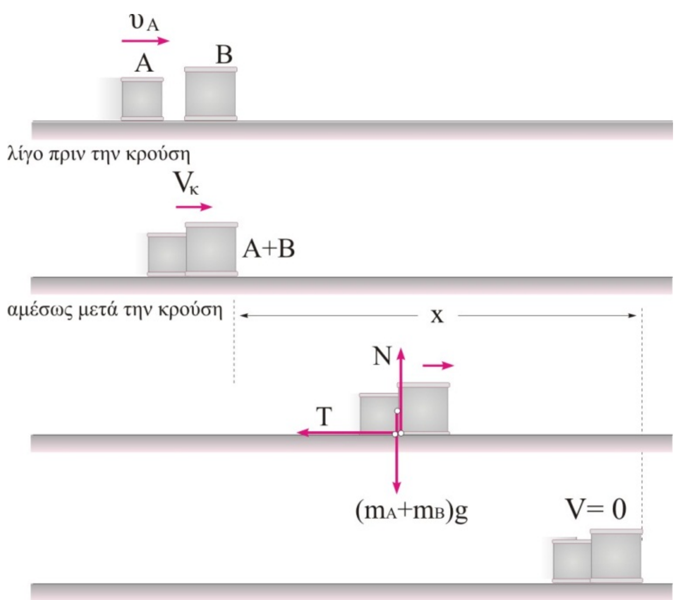
Η πηγή προς τον παρατηρητή Β εκπέμπει ήχο με μήκος κύματος

$$\lambda_B = \lambda + \upsilon_s T_s = \lambda + \frac{\upsilon_{ηχ}}{40}\frac{1}{f_s} \Rightarrow \lambda_B = \lambda + \frac{\lambda}{40} \Rightarrow \lambda_B = \frac{41}{40}\lambda$$

Με διαίρεση κατά μέλη των δύο σχέσεων προκύπτει:

$$\frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{\frac{39}{40}\lambda}{\frac{41}{40}\lambda} \Rightarrow \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{39}{41}$$

ΘΕΜΑ Γ



α) Για την κρούση ισχύει η αρχή διατήρηση της ορμής

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m_A \upsilon_A = (m_A + m_B)V_\kappa \Rightarrow V_\kappa = \frac{m_A \upsilon_A}{m_A + m_B} = \frac{1kg \cdot 10\, m/s}{1kg + 4kg} \Rightarrow V_\kappa = 2\frac{m}{s}$$

β) Το έργο της δύναμης που άσκησε το σώμα Β στο σώμα Α στη διάρκεια της κρούσης, είναι ίσο με τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος Α. Έτσι, εφαρμόζουμε για το σώμα Α το θεώρημα έργου-ενέργειας για τις θέσεις λίγο πριν και λίγο μετά την κρούση.

$$W_F = \Delta K = K_{A(\tau\varepsilon\lambda)} - K_{A(\alpha\rho\chi)} \Rightarrow W_F = \frac{1}{2}m_A V_\kappa^2 - \frac{1}{2}m_A \upsilon_A^2 \Rightarrow$$

$$W_F = \frac{1}{2}1kg \cdot (2m/s)^2 - \frac{1}{2}1kg \cdot (10m/s)^2 \Rightarrow W_F = -48J$$

γ)

$$\Delta E_{\mu\eta\chi} = E_{\mu\eta\chi(\tau\varepsilon\lambda)} - E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = \frac{1}{2}(m_A + m_B)V_\kappa^2 - \frac{1}{2}m_A \upsilon_A^2 \Rightarrow$$

$$\Delta E_{\mu\eta\chi} = \frac{1}{2}(1kg + 4kg)\cdot(2m/s)^2 - \frac{1}{2}1kg \cdot (10m/s)^2 \Rightarrow \Delta E_{\mu\eta\chi} = -40J$$

Το αρνητικό πρόσημο σημαίνει ότι η μηχανική ενέργεια ελαττώθηκε.

δ) Εφαρμόζουμε το θεώρημα έργου-ενέργειας για το συσσωμάτωμα μεταξύ των θέσεων αμέσως μετά την κρούση και της τελικής, όταν αυτό σταματάει.

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{\Sigma F} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}(m_A + m_B)V_\kappa^2 = -T\,x \Rightarrow \frac{1}{2}(m_A + m_B)V_\kappa^2 = \mu(m_A + m_B)gx \Rightarrow$$

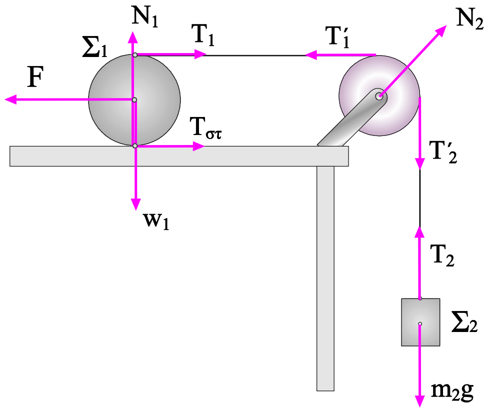
$$x = \frac{V_\kappa^2}{2\mu g} = \frac{(2m/s)^2}{2\cdot 0,5 \cdot 10\, m/s^2} \Rightarrow x = 0,4m$$

ε) Η συνολική θερμότητα είναι ίση με το άθροισμα της θερμότητας που αναπτύχθηκε λόγω κρούσης και της θερμότητας που αναπτύχθηκε λόγω της τριβής ολίσθησης μετά την κρούση. Αφού το σύστημα των δύο σωμάτων τελικά σταματά, η συνολική θερμότητα που μεταφέρθηκε στο περιβάλλον είναι ίση και με την αρχική κινητική ενέργεια του συστήματος, δηλαδή ίση με την κινητική ενέργεια του σώματος Α.

$$Q_{o\lambda} = \frac{1}{2}m_A \upsilon_A^2 = \frac{1}{2}1kg \cdot (10m/s)^2 \Rightarrow Q_{o\lambda} = 50J$$

ΘΕΜΑ Δ

α) Από την ισορροπία του σώματος Σ_2 προκύπτει:



$\Sigma F = 0 \Rightarrow T_2 - m_2 g = 0 \;\Rightarrow T_2 = 3N$

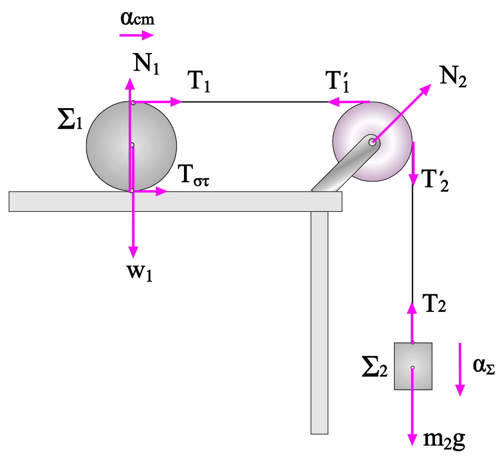
Από τη στροφική ισορροπία του κυλίνδρου προκύπτει:

$\Sigma \tau = 0 \Rightarrow T_1 R - T_{\sigma\tau} R = 0 \;\Rightarrow T_1 = T_{\sigma\tau}$. Επειδή το σύστημα είναι ακίνητο η τάση του νήματος T_1 έχει ίδιο μέτρο με την τάση του νήματος T_2. Άρα, $T_1 = T_{\sigma\tau} = 3N$

Από τη μεταφορική ισορροπία του κυλίνδρου στον άξονα x προκύπτει:

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_1 + T_{\sigma\tau} - F = 0 \;\Rightarrow F = 2T_1 \;\Rightarrow F = 6N$

β)



Γράφουμε το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής για την μεταφορική κίνηση του κυλίνδρου.

$$\Sigma F = m_1 a_{cm} \Rightarrow T_1 + T_{\sigma\tau\alpha\tau} = m_1 a_{cm} \qquad (1)$$

Γράφουμε το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής για την στροφική κίνηση του κυλίνδρου.

$$\Sigma\tau = I a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_1 R - T_{\sigma\tau\alpha\tau} R = \frac{1}{2} m_1 R^2 a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_1 - T_{\sigma\tau\alpha\tau} = \frac{1}{2} m_1 R \ a_{\gamma\omega\nu} \qquad (2)$$

Η μεταφορική και η γωνιακή επιτάχυνση του κυλίνδρου συνδέονται με τη σχέση

$$a_{cm} = a_{\gamma\omega\nu} R \qquad (3)$$

Γράφουμε το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής για την μεταφορική κίνηση του σώματος Σ_2.

$$\Sigma F = m_2 a_\Sigma \Rightarrow \ m_2 g - T_2 = m_2 a_\Sigma \qquad (4)$$

Το μέτρο της T_2 είναι ίσο με το μέτρο της T'_2 και το μέτρο της T_1 είναι ίσο με το μέτρο της T'_1.

Ο θεμελιώδης νόμος της μηχανικής για την τροχαλία γράφεται:

$$\Sigma\tau = I' a'_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_1' R' - T_2' R' = I' a'_{\gamma\omega\nu}$$

Επειδή η τροχαλία θεωρείται χωρίς μάζα Ι΄=0, προκύπτει

$T_1' = T_2'$ με συνέπεια και $T_1 = T_2$. Έτσι η σχέση (4) γράφεται:

$$\Sigma F = m_2 a_\Sigma \Rightarrow \ m_2 g - T_1 = m_2 a_\Sigma \qquad (5)$$

Για να βρούμε τη σχέση που συνδέει την επιτάχυνση a_Σ με την επιτάχυνση a_{cm} σκεπτόμαστε ως εξής: Η μετατόπιση κατά Δh του σώματος Σ_2 προέρχεται από το

άθροισμα της μετατόπισης κατά Δx_{cm} του κέντρου μάζας του κυλίνδρου και του μήκους του σχοινιού Δs που ξετυλίχτηκε.

$$\Delta h = \Delta x_{cm} + \Delta s \Rightarrow \ \Delta h = \Delta x_{cm} + R\Delta\vartheta \qquad (6)$$

Παίρνοντας δύο φορές χρονικούς ρυθμούς μεταβολής στην τελευταία σχέση καταλήγουμε στην

$$a_\Sigma = \alpha_{cm} + R\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow a_\Sigma = 2\alpha_{cm} \qquad (7)$$

Προσθέτοντας κατά μέλη τις (1), (2) και λαμβάνοντας υπόψη την (3) παίρνουμε:

$$2T_1 = \frac{3}{2} m_1 a_{cm} \Rightarrow T_1 = \frac{3}{4} m_1 a_{cm} \qquad (8)$$

Αντικαθιστώντας στην (5) το T_1 από την τελευταία σχέση και λαμβάνοντας υπόψη την (7) παίρνουμε:

$$m_2 g - \frac{3}{4} m_1 a_{cm} = 2 m_2 a_{cm} \Rightarrow a_{cm} = \frac{g}{2 + \dfrac{3m_1}{4m_2}} = \frac{10\dfrac{m}{s^2}}{2 + \dfrac{3\cdot 3,2kg}{4\cdot 0,3kg}} \Rightarrow a_{cm} = 1m/s^2$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (7) παίρνουμε $a_{\Sigma} = 2m/s^2$

γ) Η κίνηση του σώματος Σ$_2$ είναι ομαλά μεταβαλλόμενη και η μετατόπισή του περιγράφεται από τη σχέση:

$h = \frac{1}{2}a_{\Sigma}t^2$ από την οποία λύνοντας ως προς το χρόνο και αντικαθιστώντας παίρνουμε: $t = \sqrt{\frac{2h}{a_{\Sigma}}} = \sqrt{\frac{2\cdot 4m}{2m/s^2}} \Rightarrow t = 2s$

Η μεταφορική κίνηση του κυλίνδρου είναι ομαλά μεταβαλλόμενη και η ταχύτητα του κέντρου μάζας περιγράφεται από την εξίσωση $\upsilon_{cm} = a_{cm}t$

Με αντικατάσταση παίρνουμε: $\upsilon_{cm} = 1\frac{m}{s^2}\cdot 2s \Rightarrow \upsilon_{cm} = 2m/s$

Σύμφωνα με τη σχέση (6) το μήκος Δs του σχοινιού που ξετυλίχτηκε είναι ίσο με

$$\Delta x_{cm} + \Delta s = h \Rightarrow \Delta s = h - \Delta x_{cm} \qquad (9)$$

Όμως, $\Delta x_{cm} = \frac{1}{2}a_{cm}t^2 = \frac{1}{2}\cdot 1\frac{m}{s^2}\cdot(2s)^2 \Rightarrow \Delta x_{cm} = 2m$

Οπότε με αντικατάσταση στην (9) προκύπτει $\Delta s = 4m - 2m \Rightarrow \Delta s = 2m$

δ.

$$\frac{dK_{\sigma\tau\rho}}{dt} = \frac{dW_{\tau}}{dt} = \frac{\Sigma\tau\cdot d\vartheta}{dt} \Rightarrow \frac{dK_{\sigma\tau\rho}}{dt} = \Sigma\tau\cdot\omega \Rightarrow \frac{dK_{\sigma\tau\rho}}{dt} = (T_1R - T_{\sigma\tau}R)\cdot\omega = (T_1 - T_{\sigma\tau})R\cdot\frac{\upsilon_{cm}}{R} \Rightarrow$$

$$\frac{dK_{\sigma\tau\rho}}{dt} = (T_1 - T_{\sigma\tau})\upsilon_{cm} \qquad (10)$$

Το μέτρο της T_1 βρίσκεται με αντικατάσταση του a_{cm} στη σχέση (8)

$$T_1 = \frac{3}{4}m_1a_{cm} = \frac{3}{4}\cdot 3,2kg\cdot 1\frac{m}{s^2} \Rightarrow T_1 = 2,4N$$

Το μέτρο της $T_{\sigma\tau}$ βρίσκεται με αντικατάσταση στη σχέση (1)

$$T_{\sigma\tau\alpha\tau} = m_1a_{cm} - T_1 = 3,2kg\cdot 1\frac{m}{s^2} - 2,4N \Rightarrow T_{\sigma\tau\alpha\tau} = 0,8N$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (10) παίρνουμε:

$$\frac{dK_{\sigma\tau\rho}}{dt} = (T_1 - T_{\sigma\tau})\upsilon_{cm} = (2,4N - 0,8N)\cdot\frac{2m}{s} \Rightarrow \frac{dK_{\sigma\tau\rho}}{dt} = 3,2\frac{J}{s}$$