

ΠΕΜΠΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΚΥΜΑΤΑ

Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

Οδηγία: Για να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής αρκεί να γράψετε στο φύλλο απαντήσεων τον αριθμό της ερώτησης και δεξιά από αυτόν το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

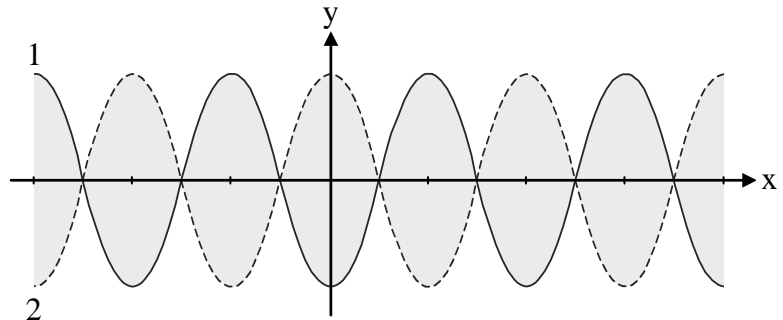
Παρατήρηση: Χρησιμοποιούμε τα σύμβολα v για την ταχύτητα του κύματος και V για την ταχύτητα ταλάντωσης των μορίων του ελαστικού μέσου.

- Κατά τη διάδοση ενός κύματος σ' ένα ελαστικό μέσον
 - μεταφέρεται ύλη.
 - μεταφέρεται ενέργεια και ύλη.
 - όλα τα σημεία του ελαστικού μέσου έχουν την ίδια φάση την ίδια χρονική στιγμή.
 - μεταφέρεται ενέργεια και ορμή με ορισμένη ταχύτητα.
- Όταν ένα περιοδικό κύμα αλλάζει μέσον διάδοσης
 - η ταχύτητά του μένει σταθερή.
 - η συχνότητά του μένει σταθερή.
 - το μήκος κύματος δε μεταβάλλεται.
 - μεταβάλλονται το μήκος κύματος και η συχνότητά του.
- Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα χωρίς απώλειες ενέργειας.
 - Τα μόρια του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται κατά τη διεύθυνση διάδοσης του κύματος.
 - Σχηματίζονται "όρη" και "κοιλιάδες".
 - Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των μορίων του ελαστικού μέσου καθορίζεται από τη σχέση $V = \lambda v$.
 - Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος καθορίζεται από την εξίσωση $v = \omega y_0$.
- Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου διαδίδονται διαμήκη αρμονικά κύματα χωρίς απώλειες ενέργειας.
 - Τα μόρια του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης της διαταραχής.
 - Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των μορίων του ελαστικού μέσου καθορίζεται από την εξίσωση $V = \frac{\lambda}{T}$.
 - Σχηματίζονται "πυκνώματα" και "αραιώματα".
 - Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος καθορίζεται από την εξίσωση $v = \omega y_0$.

5. Το μήκος κύματος ενός αρμονικού κύματος το οποίο διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου
- είναι η απόσταση μεταξύ δύο σημείων του ελαστικού μέσου τα οποία έχουν διαφορά φάσης π (rad).
 - είναι ίσο με τον αριθμό των ταλαντώσεων που εκτελεί ένα μόριο του ελαστικού μέσου σε χρόνο 1 s.
 - είναι η απόσταση που διανύει το κύμα σε χρόνο $\frac{T}{2}$, όπου T η περίοδος του κύματος.
 - είναι η απόσταση που διανύει το κύμα σε χρόνο μιας περιόδου.
6. Σημείο O γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, το οποίο εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του άξονα $x'x$, εκτελεί αμείωτη αρμονική ταλάντωση με εξίσωση $y = y_0 \eta \mu \omega t$. Η εξίσωση του αρμονικού κύματος που διαδίδεται κατά τη θετική κατεύθυνση του άξονα, με αρχή το σημείο O, είναι
- $y = y_0 \eta \mu \pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$
 - $y = y_0 \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right)$
 - $y = y_0 \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$
 - $y = y_0 \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{v} \right)$
7. Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, το οποίο εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του άξονα $x'x$, διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα. Το στιγμιότυπο του κύματος παριστάνει
- την απομάκρυνση y των διαφόρων σημείων του μέσου, ως συνάρτηση της θέσης τους x , για $t = \text{σταθερό}$.
 - την απομάκρυνση y ενός σημείου του ελαστικού μέσου ως συνάρτηση του χρόνου.
 - την ταχύτητα της ταλάντωσης ενός σημείου του ελαστικού μέσου ως συνάρτηση του χρόνου.
 - την ταχύτητα της ταλάντωσης των διαφόρων σημείων του ελαστικού μέσου ως συνάρτηση της θέσης τους x , την ίδια χρονική στιγμή.
8. Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα
- μεταφέρουν ενέργεια μόνον του ηλεκτρικού πεδίου.
 - μεταφέρουν ενέργεια μόνον του μαγνητικού πεδίου.
 - μεταφέρουν ενέργεια ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου.
 - δε διαδίδονται στο κενό.

9. Το κύμα που δημιουργείται κατά το κτύπημα του κουδουνιού είναι
- γραμμικό.
 - επιφανειακό.
 - ηλεκτρομαγνητικό.
 - χώρου.
10. Η ταχύτητα v διάδοσης του κύματος, η περίοδός του T και το μήκος κύματος λ , συνδέονται με τη σχέση
- $\lambda = \frac{T}{v}$
 - $T = \frac{v}{\lambda}$
 - $v = \sqrt{\lambda T}$
 - $v = \frac{\lambda}{T}$
11. Ορίζουμε ως ένταση ενός κύματος την ποσότητα
- $I = P\Delta S$
 - $I = \frac{P}{\Delta S}$
 - $I = \frac{W}{\Delta S}$
 - $I = P \cdot \frac{\Delta S}{\Delta t}$
12. Θεωρούμε σημειακή πηγή, σταθερής ισχύος, η οποία παράγει κύματα χώρου τα οποία διαδίδονται, χωρίς απώλειες, σε μέσον ομογενές και ισότροπο. Η ένταση του κύματος, όσο απομακρυνόμαστε από την πηγή,
- μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα με την απόσταση από την πηγή.
 - μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα με τον κύβο της απόστασης από την πηγή.
 - μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα με το τετράγωνο της απόστασης από την πηγή.
 - μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα με την τετραγωνική ρίζα της απόστασης από την πηγή.
13. Η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών σ' ένα στάσιμο κύμα είναι
- $\frac{\lambda}{4}$
 - $\frac{\lambda}{2}$
 - λ
 - 2λ
- όπου λ το μήκος των κυμάτων που δημιουργούν το στάσιμο κύμα.
14. Η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών κοιλιών σ' ένα στάσιμο κύμα είναι
- $\frac{\lambda}{2}$
 - $\frac{\lambda}{4}$
 - 2λ
 - $\frac{\lambda}{8}$
- όπου λ το μήκος κύματος των κυμάτων που δημιουργούν το στάσιμο κύμα.

15. Όλα τα σημεία του ελαστικού μέσου που περιλαμβάνονται μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών ενός στάσιμου κύματος έχουν
- διαφορετική συχνότητα ταλάντωσης.
 - ίδιο πλάτος ταλάντωσης.
 - διαφορετική φάση.
 - ίδια φάση.
16. Δύο σημεία ενός γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, στο οποίο έχει δημιουργηθεί στάσιμο εγκάρσιο κύμα, βρίσκονται το ένα αριστερά και το άλλο δεξιά ενός δεσμού Δ και απέχουν μεταξύ τους $\frac{\lambda}{3}$. Τα σημεία αυτά έχουν
- διαφορετική συχνότητα ταλάντωσης.
 - διαφορά φάσης π .
 - ίδια φάση.
 - διαφορά φάσης $\frac{\pi}{2}$.
17. Στο σχήμα φαίνονται δύο στιγμιότυπα στάσιμου εγκάρσιου κύματος, το οποίο δημιουργείται σε γραμμικό ομογενές ελαστικό μέσον. Αν το στιγμιότυπο (1) αντιστοιχεί στη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{T}{4}$ (T η περίοδος των κυμάτων που δημιούργησαν το στάσιμο κύμα), τότε το στιγμιότυπο (2) αντιστοιχεί στη χρονική στιγμή
- $\frac{3T}{4}$
 - $\frac{T}{2}$
 - T
 - $\frac{T}{3}$



Ερωτήσεις του τύπου Σωστό /Λάθος

Οδηγία: Για να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις αρκεί να γράψετε στο φύλλο απαντήσεων τον αριθμό της ερώτησης και δεξιά από αυτόν το γράμμα Σ αν την κρίνετε σωστή ή το γράμμα Λ αν την κρίνετε λανθασμένη.

1. Κύμα ονομάζεται κάθε διαταραχή κατά την οποία μεταφέρεται ενέργεια και ορμή με ορισμένη ταχύτητα.
2. Τα μηχανικά κύματα διαδίδονται σε υλικά μέσα.
3. Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα δε διαδίδονται στο κενό.
4. Όταν διαδίδεται εγκάρσιο κύμα σ' ένα ελαστικό μέσον, τα μόρια του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος.
5. Όταν διαδίδονται διαμήκη κύματα σ' ένα ελαστικό μέσον, σχηματίζονται “όρη” και “κοιλιάδες”.
6. Όταν διαδίδονται διαμήκη κύματα σ' ένα ελαστικό μέσον, τα μόρια του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται παράλληλα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος.
7. Η συχνότητα ενός κύματος δεν εξαρτάται από το μέσον στο οποίο διαδίδεται το κύμα.
8. Αν ένα κύμα αλλάζει μέσον διάδοσης, το μήκος κύματος δε μεταβάλλεται.
9. Το κύμα που δημιουργείται από το κτύπημα του κουδουνιού είναι επιφανειακό.
10. Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου διαδίδεται αρμονικό κύμα, μήκους κύματος λ . Η διαφορά φάσης μεταξύ δύο σημείων του ελαστικού μέσου, την ίδια χρονική στιγμή, είναι $\varphi = 2\pi \frac{d}{\lambda}$, όπου d η απόσταση μεταξύ των σημείων.
11. Η εξίσωση $y = y_0 \eta \mu \frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)$ περιγράφει αρμονικό κύμα το οποίο διαδίδεται κατά τη θετική κατεύθυνση του άξονα $x'x$.

12. Η εξίσωση $y = y_0 \eta\mu(\omega t + kx)$, όπου $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, περιγράφει αρμονικό κύμα το οποίο διαδίδεται κατά την αρνητική κατεύθυνση του άξονα $x'x$.
13. Το στιγμιότυπο αρμονικού κύματος παριστάνει την απομάκρυνση ενός υλικού σημείου του ελαστικού μέσου, στο οποίο διαδίδεται το κύμα, σε συνάρτηση με το χρόνο.
14. Το στιγμιότυπο γραμμικού αρμονικού κύματος παριστάνει την απομάκρυνση y από τη θέση ισορροπίας των διαφόρων σημείων του ελαστικού μέσου, ως συνάρτηση της θέσης x .
15. Το ηλεκτρομαγνητικό κύμα μεταφέρει ενέργεια μόνον του ηλεκτρικού πεδίου.
16. Το ηλεκτρομαγνητικό κύμα μεταφέρει ενέργεια μόνον του μαγνητικού πεδίου.
17. Το ηλεκτρομαγνητικό κύμα μεταφέρει ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου και ενέργεια του μαγνητικού πεδίου.
18. Η εξίσωση $E = E_0 \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$ περιγράφει αρμονικό ηλεκτρικό κύμα, το οποίο διαδίδεται κατά τη θετική κατεύθυνση του άξονα $x'x$.
19. Η εξίσωση $B = B_0 \eta\mu \frac{2\pi}{\lambda} (ct - x)$ περιγράφει αρμονικό μαγνητικό κύμα, το οποίο διαδίδεται κατά την αρνητική κατεύθυνση του άξονα $x'x$.
20. Ένταση του κύματος ορίζουμε την ποσότητα $I = \frac{W}{\Delta S}$
21. Η ένταση σφαιρικού κύματος το οποίο παράγεται από σημειακή πηγή, σταθερής ισχύος, μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα με την απόσταση από την πηγή.
22. Η μονάδα έντασης του κύματος στο SI είναι $\frac{\text{Watt}}{\text{s}}$.
23. Το στάσιμο κύμα είναι το αποτέλεσμα της συμβολής δύο κυμάτων ίδιου πλάτους, ίδιας συχνότητας, που έχουν ίδια ταχύτητα και διαδίδονται προς την ίδια κατεύθυνση.

24. Η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών στάσιμου κύματος είναι $\frac{\lambda}{2}$, όπου λ το μήκος κύματος των κυμάτων που δημιουργούν το στάσιμο κύμα.
25. Η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών κοιλιών στάσιμου κύματος είναι $\frac{\lambda}{2}$, όπου λ το μήκος κύματος των κυμάτων που δημιουργούν το στάσιμο κύμα.
26. Στο στάσιμο κύμα, η απόσταση ενός δεσμού από την πλησιέστερή του κοιλία είναι $\frac{\lambda}{4}$, όπου λ το μήκος κύματος των κυμάτων που δημιουργούν το στάσιμο κύμα.
27. Όλα τα σημεία γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, στο οποίο δημιουργείται στάσιμο κύμα, ταλαντώνονται με το ίδιο πλάτος.
28. Σε στάσιμο κύμα, όλα τα σημεία του ελαστικού μέσου τα οποία περιλαμβάνονται μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών έχουν την ίδια φάση.
29. Σε στάσιμο κύμα, η διαφορά φάσης μεταξύ δύο σημείων του ελαστικού μέσου τα οποία βρίσκονται το ένα αριστερά και το άλλο δεξιά ενός δεσμού, σε απόσταση $\frac{\lambda}{3}$ μεταξύ τους, είναι π (rad).

Ερωτήσεις αντιστοίχισης

Οδηγία: Για να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις αρκεί να γράψετε στο φύλλο απαντήσεων τον αριθμό της ερώτησης και τα κατάλληλα ζεύγη γραμμμάτων - αριθμών.

1. Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της αριστερής στήλης με τα στοιχεία της δεξιάς στήλης.

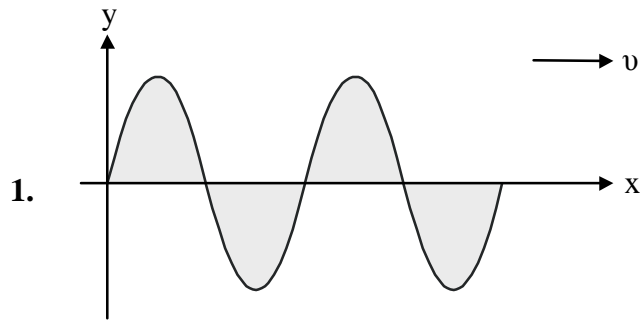
- | | |
|----------------------------|--|
| Α. Μηχανικά κύματα | 1. Μεταφέρουν ενέργεια ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου. |
| Β. Ηλεκτρομαγνητικά κύματα | 2. Η απόσταση που διανύει το κύμα σε χρόνο μιας περιόδου. |
| Γ. Μήκος κύματος | 3. Μεταφέρουν μηχανική ενέργεια. |
| Δ. Στιγμιότυπο κύματος | 4. Είναι η γραφική παράσταση της εξίσωσης του κύματος για $x = \text{σταθερό}$. |
| | 5. Είναι η γραφική παράσταση της εξίσωσης του κύματος για $t = \text{σταθερό}$. |

2. Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της αριστερής στήλης με τα στοιχεία της δεξιάς στήλης.

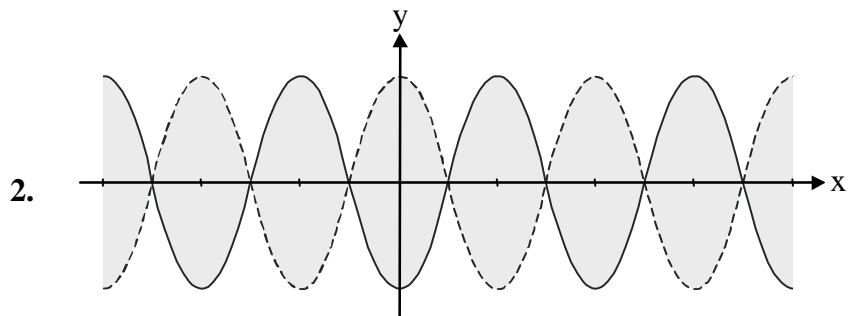
- | | |
|---|--|
| Α. $y = y_0 \eta \mu(\omega t - kx)$ | 1. Εξίσωση έντασης μαγνητικού πεδίου ηλεκτρομαγνητικού κύματος το οποίο διαδίδεται προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα $x'x$. |
| Β. $y = y_0 \eta \mu \frac{2\pi}{\lambda}(vt + x)$ | 2. Εξίσωση μηχανικού κύματος το οποίο διαδίδεται προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα $x'x$. |
| Γ. $\Delta\phi = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda}$ | 3. Εξίσωση έντασης ηλεκτρικού πεδίου ηλεκτρομαγνητικού κύματος το οποίο διαδίδεται προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα $x'x$. |
| Δ. $E = E_0 \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$ | 4. Διαφορά φάσης μεταξύ των ταλαντώσεων δύο σημείων του ελαστικού μέσου στο οποίο διαδίδεται αρμονικό κύμα, την ίδια χρονική στιγμή. |
| Ε. $B = B_0 \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right)$ | 5. Εξίσωση μηχανικού κύματος το οποίο διαδίδεται προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα $x'x$. |
| | 6. Εξίσωση στάσιμου κύματος. |

3. Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της αριστερής στήλης με τα διαγράμματα της δεξιάς στήλης.

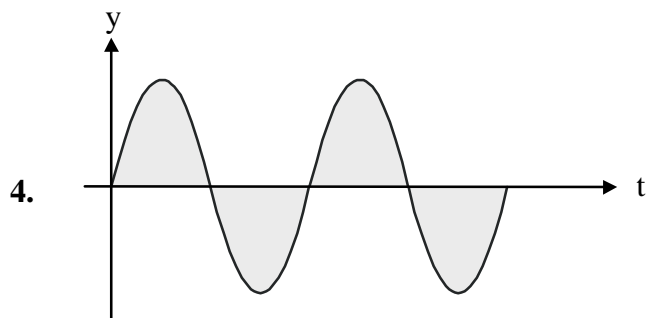
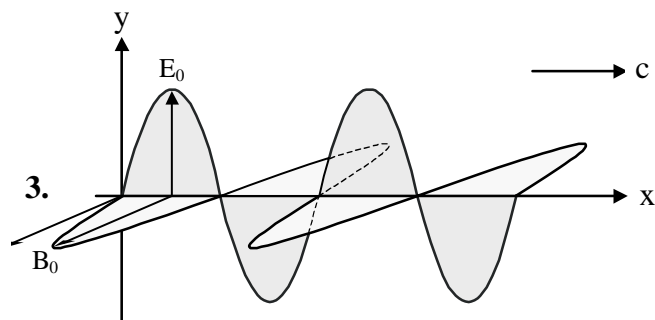
Α. Στιγμιότυπο ηλεκτρομαγνητικού αρμονικού κύματος



Β. Στιγμιότυπο αρμονικού μηχανικού κύματος

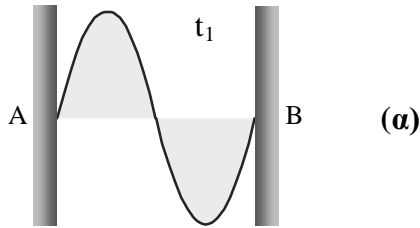


Γ. Στιγμιότυπο στάσιμου κύματος

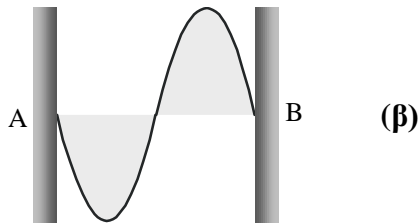


4. Τη χρονική στιγμή t_1 , το στιγμιότυπο στάσιμου κύματος το οποίο σχηματίζεται σε χορδή της οποίας τα άκρα A και B είναι στερεωμένα είναι το (α).

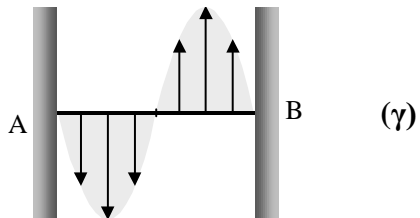
Να αντιστοιχίσετε τα στιγμιότυπα (β), (γ), (δ) με τις χρονικές στιγμές της δεξιάς στήλης. (Τα βέλη παριστάνουν τις ταχύτητες των σημείων της χορδής).



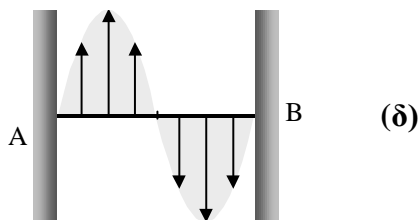
1. $t_1 + \frac{T}{4}$



2. $t_1 + \frac{3T}{4}$



3. $t_1 + \frac{T}{2}$



4. $t_1 + \frac{T}{8}$

5. Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της αριστερής στήλης με τα στοιχεία της δεξιάς στήλης.

A. Ένταση κύματος.

B. Φάση ταλάντωσης ενός μορίου γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου στο οποίο διαδίδεται αρμονικό κύμα προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα x'

Γ. Φάση ταλάντωσης ενός μορίου γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου στο οποίο διαδίδεται αρμονικό κύμα προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα x'

Δ. Πλάτος στάσιμου κύματος το οποίο δημιουργείται σε γραμμικό ομογενές ελαστικό μέσον από τη συμβολή δύο αρμονικών κυμάτων ίδιου πλάτους y_0 , ίδιας συχνότητας ν και ίδιου μήκους κύματος λ .

1. $I = \frac{W}{\Delta S}$

2. $A = 2y_0 \left| \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \right|$

3. $I = \frac{P}{\Delta S}$

4. $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(\nu t + x)$

5. $\varphi = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$

Ερωτήσεις ανοικτού τύπου

1. Τι ονομάζουμε κύμα;
2. Ποιο κύμα ονομάζεται αρμονικό;
3. Ποια κύματα ονομάζονται
 - α. μηχανικά.
 - β. ηλεκτρομαγνητικά.
4. Ποια είναι η φύση της διαταραχής για τα υδατικά, ηχητικά, σεισμικά και ηλεκτρομαγνητικά κύματα; Να αναφέρετε ένα πιθανό αποτέλεσμα τους.
5. Από τι εξαρτάται η συχνότητα ενός περιοδικού κύματος;
6. Τι μεταβάλλεται όταν ένα περιοδικό κύμα αλλάζει μέσον διάδοσης;
7. Ποια κύματα ονομάζονται:
 - α. εγκάρσια β. διαμήκη γ. γραμμικά δ. επιφανειακά ε. χώρου.Να αναφέρετε από ένα παράδειγμα.
8. Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου το οποίο εκτείνεται στη διεύθυνση του άξονα $x'x$ διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα. Θεωρούμε αρχή του άξονα ένα σημείο O του ελαστικού μέσου το οποίο αρχίζει να εκτελεί αμείωτη ταλάντωση τη χρονική στιγμή $t = 0$ με εξίσωση $y = y_0 \eta \mu \omega t$. Να γράψετε την εξίσωση που περιγράφει το αρμονικό κύμα, όταν αυτό διαδίδεται
 - α. προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα.
 - β. προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα.
9.
 - α. Τι ονομάζουμε στιγμιότυπο κύματος;
 - β. Να αποδώσετε γραφικά το στιγμιότυπο αρμονικού κύματος.
10.
 - α. Να γράψετε τις εξισώσεις του ηλεκτρικού και του μαγνητικού αρμονικού κύματος.
 - β. Ποιες τυπικές αναλογίες προκύπτουν αν τα παραπάνω κύματα συγκριθούν με το μηχανικό αρμονικό κύμα;
 - γ. Να αποδώσετε γραφικά ένα στιγμιότυπο ηλεκτρομαγνητικού κύματος.

- 11. α.** Τι ονομάζουμε ένταση κύματος;
β. Σ' ένα σημείο Π ομογενούς και ισότροπου μέσου βρίσκεται πηγή, σταθερής ισχύος P, η οποία παράγει αρμονικά κύματα χώρου. Να δείξετε ότι η ένταση του κύματος μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα με το τετράγωνο της απόστασης από την πηγή που παράγει το κύμα.
- 12.** Τι ονομάζουμε στάσιμο κύμα; Ποια σημεία του ελαστικού μέσου ονομάζονται δεσμοί και ποια κοιλίες;
- 13.** Σε γραμμικό ομογενές ελαστικό μέσον δημιουργείται στάσιμο κύμα. Πόση είναι η απόσταση μεταξύ
α. δύο διαδοχικών δεσμών;
β. δύο διαδοχικών κοιλιών;
γ. ενός δεσμού από την πλησιέστερή του κοιλία;
- 14.** Κατά μήκος γραμμικού ελαστικού μέσου διαδίδονται δύο εγκάρσια αρμονικά κύματα που περιγράφονται από τις εξισώσεις

$$y_1 = y_0 \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \text{ και } y_2 = y_0 \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right).$$
α. Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος που δημιουργείται από τη συμβολή των δύο αυτών κυμάτων.
β. Να προσδιορίσετε τις θέσεις των δεσμών και των κοιλιών.
 Αρχή του άξονα x'x θεωρείται το σημείο O για το οποίο τη στιγμή t = 0 είναι y = 0 και V > 0.
- 15.** Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, το οποίο εκτείνεται στη διεύθυνση x'x, διαδίδεται με ταχύτητα μέτρου v εγκάρσιο αρμονικό κύμα. Θεωρούμε αρχή του άξονα ένα σημείο O του ελαστικού μέσου το οποίο αρχίζει να εκτελεί αμείωτη ταλάντωση τη χρονική στιγμή t = 0, με εξίσωση y = y₀ημωt.
 Με ποιο ή ποια από τα παρακάτω συμφωνείτε και γιατί;
α. Η εξίσωση που περιγράφει το αρμονικό κύμα όταν αυτό διαδίδεται προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα είναι $y = y_0 \eta \mu \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x)$.
β. Η εξίσωση που περιγράφει το αρμονικό κύμα όταν αυτό διαδίδεται προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα είναι $y = y_0 \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right)$.
γ. Δύο σημεία του ελαστικού μέσου τα οποία ταλαντώνονται σε συμφωνία φάσης απέχουν μεταξύ τους απόσταση ίση με ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος.
δ. Στο ελαστικό μέσον δημιουργούνται “πυκνώματα” και “αραιώματα”.

- 16.** Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου το οποίο εκτείνεται στη διεύθυνση του άξονα $x'x$ διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα, μήκους κύματος λ , κατά τη θετική κατεύθυνση. Θεωρούμε αρχή του άξονα το σημείο O του ελαστικού μέσου το οποίο τη χρονική στιγμή $t = 0$ αρχίζει να εκτελεί αμείωτη ταλάντωση με εξίσωση $y = y_0 \eta \mu \omega t$.

Οι φάσεις της ταλάντωσης δύο σημείων M και N του ελαστικού μέσου, την ίδια χρονική στιγμή, είναι $\varphi_M = \frac{20\pi}{3}$ και $\varphi_N = \frac{2\pi}{3}$, αντίστοιχα.

Με ποιο ή ποια από τα παρακάτω συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;

α. Η εξίσωση που περιγράφει το κύμα είναι $y = y_0 \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right)$.

β. Το κύμα διαδίδεται με κατεύθυνση από το σημείο M προς το σημείο N .

γ. Τα σημεία M , N απέχουν μεταξύ τους απόσταση η οποία είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος λ .

δ. Το στιγμιότυπο του κύματος δείχνει τη χωρική περιοδικότητα που παρουσιάζει το ελαστικό μέσον.

- 17.** Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα, μήκους κύματος λ , κατά την αρνητική κατεύθυνση. Θεωρούμε αρχή του άξονα ένα σημείο O του ελαστικού μέσου, το οποίο τη χρονική στιγμή $t = 0$ αρχίζει να εκτελεί αμείωτη ταλάντωση με εξίσωση $y = y_0 \eta \mu \omega t$.

Οι φάσεις της ταλάντωσης δύο σημείων A , B του ελαστικού μέσου, την ίδια χρονική στιγμή, είναι $\varphi_A = \frac{15\pi}{2}$ και $\varphi_B = \frac{5\pi}{2}$, αντίστοιχα.

Με ποιο ή ποια από τα παρακάτω συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;

α. Η εξίσωση που περιγράφει το κύμα είναι $y = y_0 \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right)$.

β. Το κύμα διαδίδεται με κατεύθυνση από το σημείο B προς το σημείο A .

γ. Τα σημεία A και B απέχουν μεταξύ τους απόσταση η οποία είναι περιττό πολλαπλάσιο του $\frac{\lambda}{2}$.

δ. Στη γραφική παράσταση της εξίσωσης του κύματος $y = y_0 \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} + \Lambda \right)$, όπου

$\Lambda = \frac{x}{\lambda}$ σταθ., διαπιστώνουμε τη χρονική περιοδικότητα που παρουσιάζει η κίνηση ενός σημείου του ελαστικού μέσου.

18. Στα παραπλεύρως σχήματα δίνονται τρία διαδοχικά στιγμιότυπα ενός εγκάρσιου αρμονικού κύματος, περιόδου T και μήκους κύματος λ , το οποίο διαδίδεται σε γραμμικό ομογενές ελαστικό μέσον προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα $x'x$.

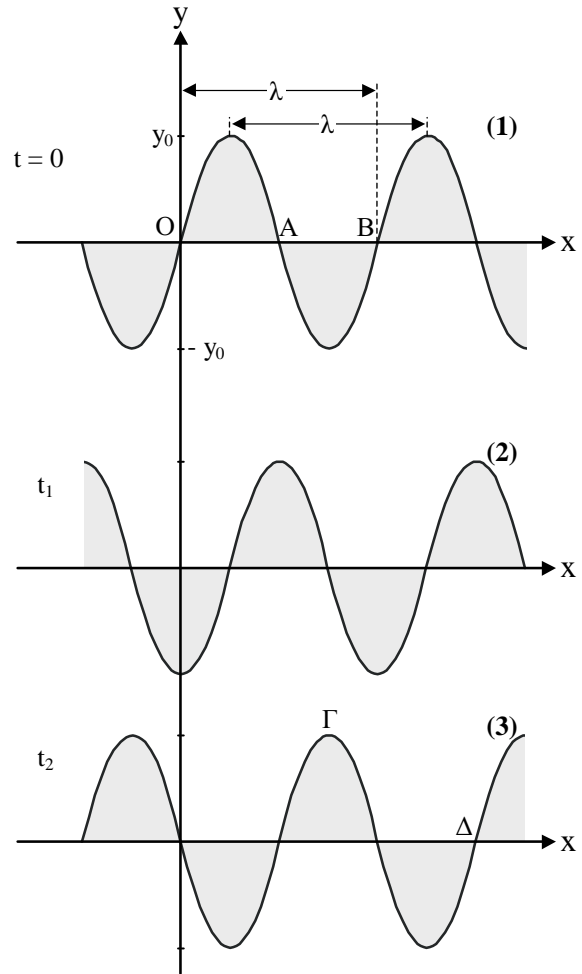
Με ποιο ή ποια από τα παρακάτω συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;

α. Το στιγμιότυπο (2) αντιστοιχεί στη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{T}{4}$.

β. Το στιγμιότυπο (3) αντιστοιχεί στη χρονική στιγμή $t_2 = T$.

γ. Στο στιγμιότυπο (1) οι ταχύτητες της ταλάντωσης των σημείων A και B είναι αντίστοιχα $V_1 = \omega y_0$ και $V_2 = -\omega y_0$.

δ. Στο στιγμιότυπο (3) οι επιταχύνσεις των σημείων Γ και Δ είναι αντίστοιχα $a_1 = -\omega^2 y_0$ και $a_2 = 0$.



19. Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, το οποίο εκτείνεται στη διεύθυνση του άξονα $x'x$, διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα το οποίο περιγράφεται από την εξίσωση $y = 4\eta\mu\pi\left(10t - \frac{x}{10}\right)$ (x, y σε cm, t σε s).

Με ποιο ή ποια από τα παρακάτω συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;

α. Το κύμα διαδίδεται προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα $x'x$.

β. Το πλάτος του κύματος είναι 4 cm και η περιόδός του 0,2 s.

γ. Το μήκος κύματος είναι 20 cm και η ταχύτητα διάδοσης $1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

δ. Η ταχύτητα της ταλάντωσης του σημείου του ελαστικού μέσου με συντεταγμένη $x = 20$ cm, τη χρονική στιγμή $t = 2,5$ s, είναι $V = 40\pi \frac{\text{cm}}{\text{s}}$.

20. Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, το οποίο έχει τη διεύθυνση του άξονα $x'x$, διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα, μήκους κύματος $\lambda = 20$ cm, προς τη αρνητική κατεύθυνση του άξονα. Η απομάκρυνση ενός σημείου O, το οποίο θεωρούμε ως αρχή του άξονα, δίνεται από την εξίσωση $y = 2\eta\mu 20\pi t$ (y σε cm, x σε s).

Με ποιο ή ποια από τα παρακάτω συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;

α. Η εξίσωση του κύματος είναι $y = 2\eta\mu 2\pi\left(10t + \frac{x}{20}\right)$ (x, y σε cm, t σε s).

β. Η διαφορά φάσης $\varphi_A - \varphi_B$ μεταξύ των ταλαντώσεων δύο σημείων A (40 cm) και B (-40 cm), την ίδια χρονική στιγμή, είναι 8π .

γ. Η ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου Β τη χρονική στιγμή $t = 3 \text{ s}$ είναι $V = -40\pi \frac{\text{cm}}{\text{s}}$.

δ. Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι $v = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

21. Μια σημειακή πηγή Π σταθερής ισχύος $20\pi \text{ W}$ παράγει αρμονικά κύματα χώρου τα οποία διαδίδονται σε ομογενές και ισότροπο μέσον, χωρίς απώλεια ενέργειας.

Με ποιο από τα παρακάτω συμφωνείτε και γιατί;

α. Η ένταση του κύματος σε απόσταση 5 m από την πηγή είναι $0,2 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$.

β. Οι εντάσεις I_1, I_2 του κύματος σε δύο σημεία τα οποία απέχουν από την πηγή αποστάσεις r_1, r_2 αντίστοιχα, συνδέονται με τη σχέση $\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$.

*γ. Τα πλάτη ταλάντωσης δύο σημείων του ελαστικού μέσου, τα οποία απέχουν από την πηγή αποστάσεις r_1, r_2 αντίστοιχα, συνδέονται μεταξύ τους με τη σχέση $\frac{y_{0,2}}{y_{0,1}} = \frac{r_1}{r_2}$.

*δ. Το πλάτος ταλάντωσης των σημείων του ελαστικού μέσου είναι ανεξάρτητο από την απόστασή τους από την πηγή παραγωγής των κυμάτων.

22. Δύο αρμονικά κύματα διαδίδονται κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου στη διεύθυνση του άξονα $x'x$ με αντίθετες κατευθύνσεις και περιγράφονται από τις εξισώσεις $y_1 = y_0 \eta\mu(kx - \omega t)$ και $y_2 = y_0 \eta\mu(kx + \omega t)$ όπου $k = \frac{2\pi}{\lambda}$.

Με ποιο ή ποια από τα παρακάτω συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;

α. Η εξίσωση του στάσιμου κύματος που δημιουργεί η συμβολή των δυο κυμάτων είναι $y = 2y_0 \eta\mu kx \cdot \text{συν}\omega t$.

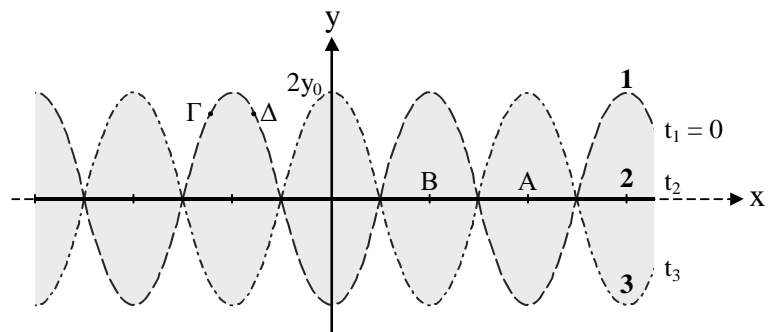
β. Οι θέσεις των κοιλιών είναι $x_K = (2n + 1) \frac{\lambda}{4}$, $n \in \mathbb{Z}$.

γ. Οι θέσεις των δεσμών είναι $x_\Delta = (2n + 1) \frac{\lambda}{2}$, $n \in \mathbb{Z}$.

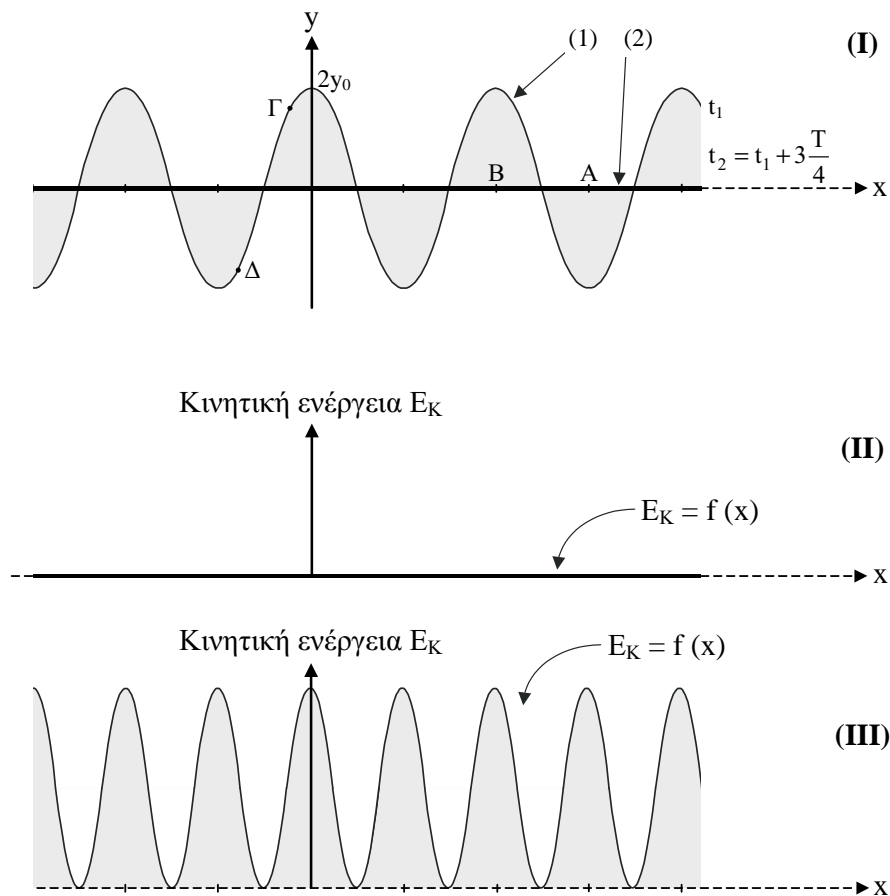
*δ. Η ταχύτητα ταλάντωσης των κοιλιών στις θέσεις $x_K = (4n + 1) \frac{\lambda}{4}$, $n \in \mathbb{Z}$ δίνεται από την εξίσωση $V = -2\omega y_0 \eta\mu\omega t$

23. Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου σχηματίζεται στάσιμο κύμα, του οποίου τρία διαδοχικά στιγμιότυπα φαίνονται στο σχήμα.

Με ποιο ή ποια από τα παρακάτω συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;



- α. Το στιγμιότυπο (2) αντιστοιχεί στη χρονική στιγμή $t_2 = \frac{T}{4}$, ενώ το στιγμιότυπο (3) αντιστοιχεί στη χρονική στιγμή $t_3 = \frac{T}{2}$.
- β. Τη χρονική στιγμή t_2 το σημείο Α του ελαστικού μέσου κινείται προς τη θετική κατεύθυνση ενώ το σημείο Β κινείται προς την αρνητική κατεύθυνση.
- γ. Η διαφορά φάσης μεταξύ των ταλαντώσεων που εκτελούν τα σημεία Γ και Δ είναι ίση με μηδέν.
- δ. Το σημείο Α του ελαστικού μέσου, τη χρονική στιγμή $t_2 + \Delta t$ όπου $\Delta t < \frac{T}{4}$ (Τ η περίοδος της ταλάντωσης που εκτελούν τα σημεία του ελαστικού μέσου) έχει, λόγω της ταλάντωσής του, μόνο δυναμική ενέργεια.
24. Στο σχήμα (I) δίνονται δύο στιγμιότυπα (1) και (2) στάσιμου εγκάρσιου κύματος το οποίο δημιουργείται σε γραμμικό ομογενές ελαστικό μέσον και περιγράφεται από την εξίσωση $y = 2y_0 \sin 2\pi \frac{x}{\lambda} \eta \mu 2\pi \frac{t}{T}$.



Με ποιο ή ποια από τα παρακάτω συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;

α. Στο στιγμιότυπο (1) αντιστοιχεί το διάγραμμα $E_K = f(x)$ του σχήματος (II).

***β.** Στο στιγμιότυπο (2) αντιστοιχεί το διάγραμμα $E_K = f(x)$ του σχήματος (III).

γ. Τα μόρια A, B τη χρονική στιγμή t_2 έχουν ταχύτητες $V_A = -\frac{4\pi}{T}y_0$ και $V_B = \frac{4\pi}{T}y_0$, αντίστοιχα.

δ. Η διαφορά φάσης μεταξύ των ταλαντώσεων που εκτελούν τα μόρια Γ, Δ του ελαστικού μέσου είναι ίση με μηδέν.

25. Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου διαδίδεται, κατά τη θετική κατεύθυνση, ημιτονοειδές κύμα συχνότητας $\nu = 500$ Hz, με ταχύτητα $v = 1000 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ και πλάτος $y_0 = 5$ cm.

α. Να υπολογίσετε

i) το μήκος κύματος.

ii) την περίοδο και την κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης ενός μορίου του ελαστικού μέσου.

β. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος.

Η πηγή του κύματος βρίσκεται στην αρχή O του άξονα $x'x$ και τη χρονική στιγμή $t = 0$ για την πηγή δίνεται ότι $y = 0$, $V > 0$.

$$[\text{Απ. (α) i) } 2 \text{ m ii) } 2 \cdot 10^{-3} \text{ s, } 1000\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (\beta) y = 0,05\eta\mu 2\pi(500t - 0,5x) \text{ (SI)}]$$

26. Μια πηγή O που βρίσκεται στη θέση $x = 0$ του άξονα $x'x$ αρχίζει, τη στιγμή $t = 0$, να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση $y = 0,04\eta\mu 4\pi t$ (SI). Το παραγόμενο κύμα διαδίδεται κατά τη θετική κατεύθυνση του άξονα με ταχύτητα $v = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

α. Να υπολογίσετε το μήκος κύματος του αρμονικού κύματος.

β. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος.

γ. Ποια χρονική στιγμή θα αρχίσει να κινείται ένα σημείο M του άξονα $x'x$ που βρίσκεται στη θέση $x = 500$ m;

δ. Τη χρονική στιγμή $t = 20$ s να βρείτε για το σημείο M

i) την απομάκρυνσή του y από τη θέση ισορροπίας του.

ii) την ταχύτητά του.

iii) την επιτάχυνσή του.

$$[\text{Απ. (α) } 25 \text{ m } \quad (\beta) y = 0,04\eta\mu 2\pi\left(2t - \frac{x}{25}\right) \text{ (SI)} \quad (\gamma) 10 \text{ s} \quad (\delta) \text{ i) } 0 \quad \text{ii) } 0,16\pi \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{iii) } 0]$$

27. Η εξίσωση γραμμικού αρμονικού κύματος είναι $y = 0,1\eta\mu 2\pi(2t - 0,1x)$ (SI). Να βρείτε

α. την ταχύτητα του κύματος.

β. την απόσταση δύο σημείων τα οποία κάποια χρονική στιγμή έχουν μεταξύ τους διαφορά φάσης $\frac{3\pi}{2}$.

γ. Τη διαφορά φάσης ενός σημείου μεταξύ των χρονικών στιγμών $t_1 = 20$ s και $t_2 = 25$ s.

$$[\text{Απ. (α) } 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (\beta) 7,5 \text{ m} \quad (\gamma) 20 \pi \text{ rad}]$$

28. Μια πηγή O αρχίζει να εκτελεί, τη στιγμή $t = 0$, απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση $y = 0,08\eta\mu\pi$ (SI). Το παραγόμενο κύμα διαδίδεται κατά τη θετική κατεύθυνση του άξονα $x'x$ με ταχύτητα $v = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

α. Να βρείτε την περίοδο, τη συχνότητα και το μήκος κύματος.

β. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος.

γ. Να γράψετε τις εξισώσεις που δίνουν την ταχύτητα ταλάντωσης και την επιτάχυνση σε συνάρτηση με το χρόνο για ένα σημείο M που βρίσκεται στη θέση $x = 2 \text{ m}$.

δ. Να παραστήσετε γραφικά τη φάση φ της ταλάντωσης για τα διάφορα σημεία του ημιάξονα Ox , σε συνάρτηση με τη συντεταγμένη x , τη χρονική στιγμή $t = 5 \text{ s}$.

$$[\text{Απ. (α)} 2 \text{ s}, 0,5 \text{ Hz}, 4 \text{ m} \quad (\beta) y = 0,08\eta\mu 2\pi(0,5t - 0,25x) \text{ (SI)}$$

$$(\gamma) V = 0,08\pi\sigma\upsilon\nu 2\pi(0,5t - 0,5) \text{ (SI),} \quad \alpha = -0,08\pi^2\eta\mu 2\pi(0,5t - 0,5) \text{ (SI)}$$

$$(\delta) \varphi = 5\pi - 0,5\pi x \text{ (SI)]}$$

29. Ημιτονοειδές κύμα διαδίδεται κατά τη θετική κατεύθυνση του άξονα $x'x$ σε γραμμικό ομογενές ελαστικό μέσον και έχει μήκος κύματος $\lambda = 24 \text{ m}$. Η εξίσωση δονήσεως της πηγής η οποία βρίσκεται στην αρχή O του άξονα είναι $y = y_0\eta\mu \frac{2\pi}{T}t$. Κάποια χρονική στιγμή t δύο υλικά σημεία M, N τα οποία βρίσκονται πάνω στον άξονα έχουν αντίστοιχα φάσεις $\varphi_1 = \frac{5\pi}{6}$ και $\varphi_2 = \frac{20\pi}{3}$.

α. Να αποδείξετε ότι το κύμα διαδίδεται με κατεύθυνση από το σημείο N προς το σημείο M .

β. Να υπολογίσετε την απόσταση MN .

$$[\text{Απ. (β)} 70 \text{ m}]$$

30. Ένα ημιτονοειδές κύμα διαδίδεται προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα $x'x$ και έχει τα εξής χαρακτηριστικά: $y_0 = 0,05 \text{ m}$, $\lambda = 0,8 \text{ m}$, $v = 4 \text{ Hz}$. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος σε κάθε μια από τις παρακάτω περιπτώσεις:

α. Στη θέση $x = 0$, για $t = 0$ είναι $y = 0$ και $V > 0$.

β. Στη θέση $x = 0,1 \text{ m}$ για $t = 0$ είναι $y = 0$ και $V > 0$.

$$[\text{Απ. (α)} y = 0,05\eta\mu 2\pi(4t + 1,25x) \text{ (SI)} \quad (\beta) y = 0,05\eta\mu 2\pi\left(4t + 1,25x + \frac{7}{8}\right) \text{ (SI)]}$$

31. Δίνεται το αρμονικό κύμα με εξίσωση $y = 0,08\eta\mu(30t - 0,24x + \pi)$ (SI).

α. Να υπολογίσετε

i) την ταχύτητα του κύματος.

ii) τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης ενός σημείου του ελαστικού μέσου.

β. Να βρείτε την ταχύτητα της ταλάντωσης, τη στιγμή $t = 0$, ενός σημείου του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στη θέση $x = 25\pi/3 \text{ m}$.

γ. Να βρείτε την ταχύτητα της ταλάντωσης, τη στιγμή $t = 0,1\pi \text{ s}$, ενός σημείου του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στη θέση $x = 50\pi \text{ m}$.

$$[\text{Απ. (α)} i) 125 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad ii) V_0 = 2,4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (\beta) V = -2,4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (\gamma) V = 2,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}]$$

32. Ένα ημιτονοειδές κύμα διαδίδεται προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα $x'x$ και έχει πλάτος $y_0 = 0,1$ m, μήκος κύματος $\lambda = 0,4$ m και συχνότητα $\nu = 4$ Hz. Η πηγή του κύματος βρίσκεται στην αρχή O του άξονα. Για $t = 0$, στη θέση $x = 0$ η απομάκρυνση είναι $y = 0,1$ m.

α. Να βρείτε

- i) τον κυματικό αριθμό $k = \frac{2\pi}{\lambda}$.
- ii) την περίοδο και την κυκλική συχνότητα του κύματος.
- iii) την ταχύτητα διάδοσης του κύματος.

β. Να προσδιορίσετε την αρχική φάση του κύματος και να γράψετε την εξίσωση του κύματος.

$$[\text{Απ. (α) i) } 5\pi \text{ m}^{-1} \text{ ii) } \frac{1}{4} \text{ s}, 8\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \text{ iii) } 1,6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ (\beta) \frac{\pi}{2}, y = 0,1\eta\mu 2\pi\left(4t - 2,5x + \frac{1}{4}\right) \text{ (SI)}]$$

33. Πηγή παραγωγής ημιτονοειδών κυμάτων βρίσκεται στην αρχή O ομογενούς χορδής μεγάλου μήκους. Η εξίσωση δονήσεως του σημείου O είναι $y = 4 \cdot 10^{-2} \eta\mu 10\pi t$ (SI) και το παραγόμενο κύμα διαδίδεται κατά τη θετική κατεύθυνση. Το μήκος κύματος είναι $\lambda = 0,8$ m.

α. Πόση είναι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος;

β. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος.

γ. Πόση είναι η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του, τη χρονική στιγμή $t = 1,25$ s ενός σημείου της χορδής το οποίο απέχει από την πηγή O απόσταση $x = 4$ m.

$$[\text{Απ. (α) } 4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ (β) } y = 4 \cdot 10^{-2} \eta\mu 2\pi(5t - 1,25x) \text{ (SI) (γ) } 4 \cdot 10^{-2} \text{ m}]$$

34. Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου διαδίδεται προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα $x'x$ εγκάρσιο ημιτονοειδές κύμα με πλάτος $y_0 = 4$ cm, μήκος κύματος

$\lambda = 20$ cm και ταχύτητα $\nu = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το κύμα φθάνει στο σημείο O ,

αρχή του άξονα $x'x$. Για το σημείο O δίνεται ότι τη χρονική στιγμή $t = 0$ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του κινούμενο κατά την αρνητική φορά.

α. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου O σε συνάρτηση με το χρόνο.

β. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης ενός σημείο A του ελαστικού μέσου το οποίο έχει συντεταγμένη $x = 15$ cm, σε συνάρτηση με το χρόνο.

γ. Να σχεδιάσετε τη μορφή του ελαστικού μέσου, δεξιά του σημείου O , τις χρονικές στιγμές: $0, \frac{T}{2}, T, \frac{3T}{2}, 2T, \frac{5T}{2}$.

$$[\text{Απ. (α) } y = 4\eta\mu(20\pi t + \pi) \text{ (β) } y = 4\eta\mu\left(20\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ (} y \text{ σε cm, } t \text{ σε s)}]$$

35. Το άκρο Ο γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου αρχίζει, τη στιγμή $t = 0$, να εκτελεί αμείωτη αρμονική ταλάντωση με εξίσωση $y = 10\eta\mu 20\pi t$ (t σε s, y σε cm), οπότε διαδίδεται, κατά μήκος του ημιάξονα Οx, κύμα με ταχύτητα $v = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

α. Πόσο είναι το μήκος κύματος;

β. Πότε αρχίζει να ταλαντώνεται ένα σημείο Μ του ελαστικού μέσου το οποίο απέχει από την πηγή Ο απόσταση $x = 2$ m;

γ. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου Μ και να υπολογίσετε την τιμή της τη χρονική στιγμή $t_1 = 5,625$ s.

Ποια είναι η τιμή της φάσης του σημείου Μ την παραπάνω χρονική στιγμή;

δ. Πόσο απέχει από το σημείο Μ, ένα σημείο Ν το οποίο την ίδια χρονική στιγμή ($t_1 = 5,625$ s) έχει φάση $\varphi_N = 72\pi + \frac{2\pi}{3}$; Κατά ποια φορά διαδίδεται το κύμα;

ε. Να παραστήσετε γραφικά τη μεταβολή της φάσης του σημείου Μ σε συνάρτηση με το χρόνο.

[Απ. (α) 0,1 m (β) 2 s (γ) $y_M = 10\eta\mu 2\pi(10t - 20)$ (t σε s, y σε cm), 10 cm, $\varphi_M = 72\pi + \frac{\pi}{2}$

(δ) $\frac{1}{120}$ m από το Ν προς το Μ]

36. Θεωρούμε σημειακή πηγή παραγωγής κυμάτων της οποίας η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας δίνεται από την εξίσωση $y = 2\eta\mu(2\pi t + \varphi_0)$ (t σε s, y σε cm).

Τη χρονική στιγμή $t = 0$ η πηγή βρίσκεται στη μέγιστη θετική απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας της. Όταν η πηγή περνάει από τη θέση ισορροπίας της για τρίτη φορά, το κύμα που παράγεται από αυτήν έχει διαδοθεί σε απόσταση $d = 25$ cm.

α. Να βρείτε τη γωνία φ_0 .

β. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος που διαδίδεται κατά μήκος του άξονα $x'x$ του ελαστικού μέσου, με αρχή Ο τη θέση της πηγής και προς τη θετική φορά.

γ. Να γράψετε τις εξισώσεις που δίνουν την ταχύτητα της ταλάντωσης και την επιτάχυνση σε συνάρτηση με το χρόνο, για ένα μόριο του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στη θέση $x = 10$ cm.

δ. Να παραστήσετε γραφικά τη φάση φ της ταλάντωσης για τα διάφορα σημεία του ημιάξονα Οx, σε συνάρτηση με την απόστασή τους x από την πηγή Ο τη χρονική στιγμή $t = 5$ s.

ε. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t = 4,5$ s.

[Απ. (α) $\frac{\pi}{2}$ (β) $y = 2\eta\mu 2\pi\left(t + \frac{1}{4} - \frac{x}{20}\right)$ (t σε s, x, y σε cm)

(γ) $V = 4\pi\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(t - \frac{1}{4}\right)$ (t σε s, V σε $\frac{\text{cm}}{\text{s}}$), $a = -8\pi^2\eta\mu 2\pi\left(t - \frac{1}{4}\right)$ (t σε s, a σε $\frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$)]

37. Στα σχήματα φαίνονται δύο γραφικές παραστάσεις για εγκάρσιο ημιτονοειδές κύμα το οποίο διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα x' .

Θεωρούμε ως αρχή $x = 0$ τη μια άκρη του γραμμικού ελαστικού μέσου. Με βάση τις πληροφορίες που παρέχουν οι γραφικές παραστάσεις (I) και (II), να βρείτε

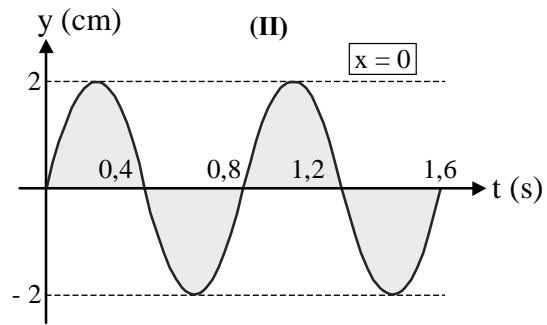
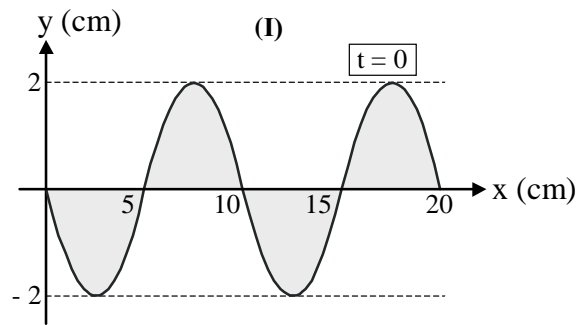
α. το μήκος κύματος και την περίοδο του κύματος.

β. την ταχύτητα διάδοσης του κύματος.

γ. την εξίσωση του κύματος.

δ. την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας, την ταχύτητα ταλάντωσης και την επιτάχυνση ενός μορίου του ελαστικού μέσου το οποίο βρίσκεται στη θέση $x = 10$ cm τη χρονική στιγμή $t = 0,8$ s.

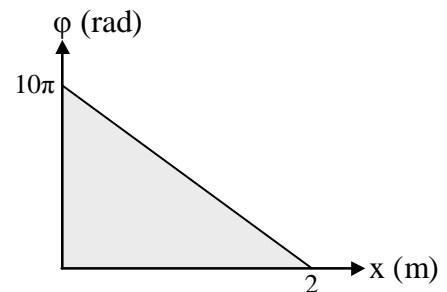
ε. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος κατά τη χρονική στιγμή $t = 0,4$ s.



[Απ. (α) 10 cm, 0,8 s (β) $12,5 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ (γ) $y = 2\eta\mu 2\pi\left(1,25t - \frac{x}{10}\right)$ (t σε s, y και x σε cm)

(δ) $0, 5\pi \frac{\text{cm}}{\text{s}}, 0]$

38. Ημιτονοειδές εγκάρσιο κύμα πλάτους $y_0 = 0,1$ m διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου κατά τη θετική κατεύθυνση του άξονα x' . Η εξίσωση δονήσεως της πηγής O, που βρίσκεται στην αρχή του άξονα x' , είναι $y = y_0\eta\mu\omega t$. Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της φάσης του κύματος σε συνάρτηση με την απόσταση x από την πηγή τη χρονική στιγμή $t = 2$ s.



α. Να βρείτε την περίοδο του κύματος και το μήκος κύματος.

β. Πόση είναι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος;

γ. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος.

δ. Να βρείτε για τη χρονική στιγμή $t = 4$ s και για το σημείο A του ελαστικού μέσου το οποίο απέχει από την πηγή O απόσταση $x = 1$ m,

i) την απομάκρυνσή του από τη θέση ισορροπίας του.

ii) την ταχύτητά του.

iii) την επιτάχυνσή του.

ε. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t = 2$ s.

[Απ. (α) 0,4 s 0,4 m (β) $1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (γ) $y = 0,1\eta\mu 2\pi(2,5t - 2,5x)$ (SI)

(δ) i) 0 ii) $-0,5\pi \frac{\text{m}}{\text{s}}$ iii) 0]

39. Κατά μήκος γραμμικού ελαστικού μέσου διαδίδεται κύμα η εξίσωση του οποίου είναι $y = 0,2\eta\mu 2\pi(t - x)$ (SI).

α. Να βρείτε την περίοδο του κύματος και το μήκος κύματος.

β. Πόση είναι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος;

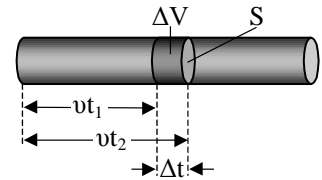
* γ. Αν η πυκνότητα του μέσου είναι $\rho = 10^{-5} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, να βρείτε την ένταση του κύματος. Κα-

τά τη διάδοση του κύματος δεν παρατηρείται απώλεια ενέργειας ($\pi^2 = 10$).

Υπόδειξη

Είναι $I = \frac{W}{S \cdot \Delta t}$ όπου $W = \sum \frac{1}{2} m_i V_0^2 = \frac{1}{2} V_0^2 \rho \Delta V$ και $\Delta V = S \cdot v \cdot \Delta t$.

$$[\text{Απ. (α)} 1 \text{ s}, 1 \text{ m} \quad (\beta) 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (\gamma) I = 2\pi^2 v^2 \rho u y_0^2 = 8 \cdot 10^{-6} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}]$$



40. Μια σημειακή πηγή κυμάτων παράγει σφαιρικά κύματα με σταθερή ισχύ $P = 8\pi W$.

Να βρείτε:

α. Την ένταση του κύματος σε απόσταση 2 m από την πηγή.

β. Την ενέργεια που θα περάσει σε χρονικό διάστημα 10 s από επίπεδη επιφάνεια εμβαδού 20 cm^2 , που βρίσκεται σε σημείο A το οποίο απέχει από την πηγή απόσταση 10 m και είναι κάθετη στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος.

γ. Σε πόση απόσταση από την πηγή η ένταση του κύματος είναι ίση με $8 \cdot 10^{-2} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$;

$$[\text{Απ. (α)} 0,5 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \quad (\beta) 4 \cdot 10^{-4} \text{ J} \quad (\gamma) 5 \text{ m}]$$

41. Μια σημειακή πηγή σταθερής ισχύος P εκπέμπει σφαιρικά κύματα.

α. Αν η ένταση του κύματος σε απόσταση $r_1 = 3 \text{ m}$ από την πηγή είναι I_1 , να βρείτε σε πόση απόσταση r_2 από την πηγή η ένταση του κύματος είναι $I_2 = \frac{I_1}{4}$.

* β. Δίνεται ότι η ένταση του κύματος σ' ένα σημείο του ελαστικού μέσου είναι ανάλογη του τετραγώνου του πλάτους ταλάντωσης των μορίων του ελαστικού μέσου σ' αυτό το σημείο. Δηλαδή ισχύει $I_x = k y_{0,x}^2$ όπου k σταθερά.

i) Αν σε απόσταση $r_1 = 3 \text{ m}$ από την πηγή το πλάτος ταλάντωσης των μορίων του ελαστικού μέσου είναι $y_{0,1} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ m}$, να βρείτε το πλάτος της ταλάντωσης των μορίων του ελαστικού μέσου στην απόσταση r_2 του ερωτήματος (α).

ii) Πόσο τοις % πρέπει να μεταβληθεί η ισχύς της πηγής, ώστε το πλάτος της ταλάντωσης των μορίων του ελαστικού μέσου στην απόσταση r_1 να διπλασιαστεί.

$$[\text{Απ. (α)} 6 \text{ m} \quad (\beta) \text{ i) } 10^{-5} \text{ m} \quad \text{ii) } 300\%]$$

42. Σε ένα σημείο O, στην ελεύθερη εκτεταμένη επιφάνεια νερού που ηρεμεί, πέφτουν με σταθερό ρυθμό 120 σταγόνες το λεπτό. Δημιουργείται έτσι ένα επιφανειακό αρμονικό κύμα το οποίο θεωρούμε εγκάρσιο. Το πλάτος ταλάντωσης της πηγής O είναι σταθερό, ίσο με y_0 . Παρατηρούμε ότι κατά μήκος μιας ακτίνας διάδοσης O x του κύματος σχηματίζον-

ται 6 διαδοχικά “όρη” τα οποία καλύπτουν απόσταση $d = 2,5 \text{ m}$.

α. Να βρείτε την περίοδο του κύματος και το μήκος κύματος.

β. Πόση είναι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος;

***γ.** Θεωρούμε ότι η επιφάνεια του νερού είναι ισότροπο μέσον και ότι κατά τη διάδοση του κύματος δεν έχουμε απώλεια ενέργειας.

i) Να δικαιολογήσετε γιατί το πλάτος ταλάντωσης των μορίων του νερού ελαττώνεται καθώς απομακρυνόμαστε από την πηγή.

ii) Αν οι αποστάσεις δύο μορίων της επιφάνειας του νερού από την πηγή παραγωγής των επιφανειακών κυμάτων είναι αντίστοιχα r_1, r_2 , να δείξετε ότι για τα πλάτη ταλάν-

τωσης των μορίων αυτών θα ισχύει η σχέση $\frac{y_{0,2}}{y_{0,1}} = \sqrt{\frac{r_1}{r_2}}$.

Υπόδειξη για το ερώτημα γ (ii):

Η εκπεμπόμενη ενέργεια από την πηγή είναι ίδια για όλους τους κύκλους. Η ενέργεια ταλάντωσης είναι ανάλογη του τετραγώνου του πλάτους ταλάντωσης. Για δύο κύκλους με ακτίνες r_1, r_2 θα ισχύει $E = k \cdot y_{0,1}^2 \cdot r_1 = k \cdot y_{0,2}^2 \cdot r_2$, όπου k σταθερά.

[Απ. (α) 0,5 s, 0,5 m (β) $1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (γ) i) Η ενέργεια που εκπέμπει η πηγή κατανέμεται σε

κύκλους των οποίων τα μήκη είναι ανάλογα των ακτίνων τους. Η μηχανική ενέργεια που παρέχει η πηγή στο κύμα κατανέμεται σε μεγαλύτερη μάζα νερού, με αποτέλεσμα τη βαθμιαία ελάττωση του πλάτους της ταλάντωσης καθώς απομακρυνόμαστε από την πηγή.]

43. Δύο αρμονικά κύματα ίδιου πλάτους και ίδιας συχνότητας διαδίδονται στο ίδιο ελαστικό μέσον, στην ίδια διεύθυνση με αντίθετη φορά και ίδιο μέτρο ταχύτητας. Η κοινή διεύθυνση διάδοσης των κυμάτων είναι ο άξονας $x'x$.

Θεωρούμε αρχή του άξονα το σημείο O , στο οποίο οι απομακρύνσεις που προκαλούνται από τα κύματα που φθάνουν σ' αυτό έχουν την ίδια εξίσωση $y = y_0 \eta \mu \omega t$. Δηλαδή για $t = 0$ είναι $y = 0$ και $V > 0$ για καθένα από τα κύματα στη θέση O της αρχής του άξονα.

α. Να βρείτε την εξίσωση του στάσιμου κύματος που προκύπτει από τη συμβολή των δύο αυτών κυμάτων.

β. Να προσδιορίσετε τις θέσεις των δεσμών και τις θέσεις των κοιλιών.

γ. Να βρείτε την απόσταση μεταξύ

i) δύο διαδοχικών δεσμών.

ii) δύο διαδοχικών κοιλιών.

iii) ενός δεσμού και της γειτονικής του κοιλίας.

δ. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος τις χρονικές στιγμές $t_1 = \frac{T}{4}$ και

$t_2 = \frac{3T}{4}$.

[Απ. (α) $y = 2y_0 \sigma \nu \frac{2\pi x}{\lambda} \eta \mu \frac{2\pi}{T} t$ (β) θέσεις δεσμών: $x_{\Delta} = (2k + 1) \frac{\lambda}{4}$, $k \in Z$

θέσεις κοιλιών: $x_{\kappa} = k \frac{\lambda}{2}$, $k \in Z$ (γ) i) $\frac{\lambda}{2}$ ii) $\frac{\lambda}{2}$ iii) $\frac{\lambda}{4}$]

44. Α. Για κοιλία και δεσμό στάσιμου κύματος να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις

α. πλάτους σε συνάρτηση με το χρόνο.

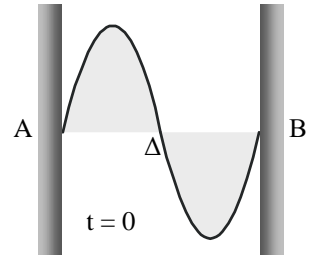
β. απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με το χρόνο.

- Β. Στο διπλανό σχήμα δίνεται το στιγμιότυπο στάσιμου κύματος σε τεντωμένο νήμα τη χρονική στιγμή $t = 0$.

α. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος τις χρονικές

στιγμές: $\frac{T}{4}$, $\frac{T}{2}$, $\frac{3T}{4}$, T .

β. Με ποιες μορφές εμφανίζεται η ενέργεια ταλάντωσης των μορίων του νήματος τις παραπάνω χρονικές στιγμές;



45. Σ' ένα στάσιμο κύμα δύο μόρια του ελαστικού μέσου απέχουν από τον ίδιο δεσμό Δ αποστάσεις $\frac{\lambda}{6}$ και $\frac{\lambda}{3}$, αντίστοιχα.

α. Ποια είναι η μεταξύ τους διαφορά φάσης;

*β. Ποιο είναι το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελούν, αν το πλάτος καθενός από τα κύματα που δημιουργούν το στάσιμο κύμα είναι y_0 ;

[Απ. (α) 0 ή π (rad) (β) $y_0\sqrt{3}$]

46. Η εξίσωση αρμονικού κύματος το οποίο διαδίδεται κατά τη θετική κατεύθυνση του άξονα x' μπορεί να γραφεί με τη μορφή $y = y_0 \eta\mu(kx - \omega t)$. Για κύμα που διαδίδεται κατά την αρνητική

κατεύθυνση του άξονα x' , η εξίσωση έχει τη μορφή $y = y_0 \eta\mu(kx + \omega t)$, όπου $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

Δύο κύματα τα οποία συμβάλλουν και δημιουργούν στάσιμο κύμα σε χορδή μεγάλου μήκους, έχουν εξισώσεις $y_1 = y_0 \eta\mu(kx - \omega t)$ και $y_2 = y_0 \eta\mu(kx + \omega t)$.

α. Να δείξετε ότι η εξίσωση του στάσιμου κύματος έχει τη μορφή $y = 2y_0 \eta\mu kx \sigma\upsilon\nu\omega t$.

β. Να βρείτε τις θέσεις των δεσμών και των κοιλιών.

γ. Να υπολογίσετε την απόσταση μεταξύ:

- δύο διαδοχικών δεσμών.
- δύο διαδοχικών κοιλιών.
- ενός δεσμού και της γειτονικής του κοιλίας.

[Απ. (β) $x_\Delta = n \frac{\lambda}{2}$ $x_K = (2n+1) \frac{\lambda}{4}$, $n \in Z$ (γ) i) $\frac{\lambda}{2}$ ii) $\frac{\lambda}{2}$ iii) $\frac{\lambda}{4}$]

47. Γραμμικό ομογενές ελαστικό μέσον εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του άξονα x' . Δύο σημεία του Α, Β απέχουν μεταξύ τους απόσταση 20 cm και αρχίζουν να ταλαντώνονται κατακόρυφα με την ίδια συχνότητα $\nu = 5$ Hz και πλάτος $y_0 = 4$ cm.

Κατά μήκος του ελαστικού μέσου διαδίδονται τα δύο ημιτονοειδή εγκάρσια κύματα που παράγονται λόγω της ταλάντωσης των σημείων Α και Β. Το μήκος κύματος είναι $\lambda = 4$ cm.

Θεωρούμε αρχή του άξονα x' το μέσο Ο της απόστασης ΑΒ, με το Α αριστερά και το Β δεξιά. Επίσης θεωρούμε αρχή του χρόνου, τη χρονική στιγμή κατά την οποία τα κύματα συναντώνται στο Ο και είναι, για το σημείο Ο, $y = 0$ και $V > 0$.

α. Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος που προκύπτει από τη συμβολή των δύο κυμάτων.

***β.** Να βρείτε τις θέσεις και τον αριθμό των δεσμών και κοιλιών που σχηματίζονται. (Στάσιμο κύμα κατά μήκος του ελαστικού μέσου σχηματίζεται μόνο μεταξύ των σημείων Α, Β. Αριστερά του Α και δεξιά του Β τα κύματα διαδίδονται κατά την ίδια κατεύθυνση).

γ. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης y σε συνάρτηση με το χρόνο για τη δεύτερη προς τα δεξιά κοιλία μετά το σημείο Ο.

$$[\text{Απ. (α)} \ y = 8\sigma\upsilon\nu\frac{\pi x}{2}\eta\mu 10\pi t \ (x, y \text{ σε cm, } t \text{ σε s})$$

$$(\beta) \ x_{\Delta} = (2k + 1) \text{ cm, } -5 \leq k \leq 4 \quad 10 \text{ δεσμοί, } x_K = 2k \text{ cm, } -5 \leq k \leq 5 \quad 11 \text{ κοιλίες}$$

$$(\gamma) \ y = 8\eta\mu 10\pi t \quad y \text{ σε cm, } t \text{ σε s}]$$

48. Μια χορδή εκτελεί ταλάντωση με εξίσωση $y = 8\sigma\upsilon\nu\frac{\pi x}{6}\eta\mu 10\pi t \ (x, y \text{ σε cm, } t \text{ σε s})$.

α. Πόσο είναι το μέγιστο πλάτος της ταλάντωσης;

β. Να βρείτε την περίοδο, το μήκος κύματος και την ταχύτητα διάδοσης του τρέχοντος κύματος.

***γ.** Να γράψετε τις εξισώσεις των τρεχόντων κυμάτων από τη συμβολή των οποίων προέκυψε το στάσιμο κύμα.

Θεωρούμε αρχή του άξονα το σημείο Ο για το οποίο τη στιγμή $t = 0$ είναι $y = 0$ και $V > 0$.

$$[\text{Απ. (α)} \ 8 \text{ cm} \quad (\beta) \ 0,2 \text{ s, } 12 \text{ cm, } 0,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$(\gamma) \ y_1 = 4\eta\mu 2\pi\left(5t - \frac{x}{12}\right), \quad y_2 = 4\eta\mu 2\pi\left(5t + \frac{x}{12}\right) \ (x, y_1, y_2 \text{ σε cm, } t \text{ σε s})]$$

49. Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου διαδίδονται δύο εγκάρσια ημιτονοειδή κύματα τα οποία περιγράφονται από τις εξισώσεις:

$$y_1 = 2,5\eta\mu 2\pi\left(20t - \frac{x}{6} + \frac{1}{2}\right) \text{ και } y_2 = 2,5\eta\mu 2\pi\left(20t + \frac{x}{6}\right),$$

όπου τα x, y_1, y_2 μετρώνται σε cm και ο χρόνος t σε s.

α. Να βρείτε την περίοδο, το μήκος κύματος και την ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων.

β. Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος που προκύπτει από τη συμβολή των δύο αυτών κυμάτων.

γ. Ποια είναι η ταχύτητα ενός σημείου του ελαστικού μέσου με συντεταγμένη $x = 1,5 \text{ cm}$ τη χρονική στιγμή $t = \frac{9}{8} \text{ s}$;

$$[\text{Απ. (α)} \ \frac{1}{20} \text{ s, } 6 \text{ cm, } 1,2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (\beta) \ y = 5\eta\mu\frac{\pi x}{3}\sigma\upsilon\nu 40\pi t \ (x, y \text{ σε cm, } t \text{ σε s}) \quad (\gamma) \ V = 0]$$

50. Γραμμικό ομογενές ελαστικό μέσον εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του άξονα $x'x$. Αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά μήκος του ελαστικού μέσου κατά τη θετική κατεύθυνση και περιγράφεται από την εξίσωση $y_1 = 4\eta\mu\pi\left(t - \frac{x}{10}\right)$, όπου τα x, y_1 μετρώνται σε cm και το t σε s.

α. Να γράψετε την εξίσωση του ημιτονοειδούς κύματος, ίδιου πλάτους, το οποίο όταν συμβάλλει με το προηγούμενο δημιουργεί κατά μήκος του ελαστικού μέσου στάσιμο κύμα. Να θεωρήσετε ότι στη θέση $x = 0$ τη στιγμή $t = 0$ είναι $y = 0$ και $V > 0$.

β. Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος που δημιουργεί η συμβολή των δύο προηγούμενων κυμάτων.

γ. Να γράψετε τις εξισώσεις, σε συνάρτηση με το χρόνο, για την ταχύτητα και την επιτάχυνση ενός σημείου του ελαστικού μέσου, το οποίο βρίσκεται στη θέση με συντεταγμένη $x = 2,5$ cm.

$$[\text{Απ. (α)} \ y_2 = 4\eta\mu\pi\left(t + \frac{x}{10}\right) \ (x, y_2 \text{ σε cm, } t \text{ σε s}) \quad (\beta) \ y = 8\sigma\upsilon\nu\frac{\pi x}{10}\eta\mu\pi t \ (x, y \text{ σε cm, } t \text{ σε s})$$

$$(\gamma) \ V = 4\pi\sqrt{2}\sigma\upsilon\nu\pi t \ (V \text{ σε } \frac{\text{cm}}{\text{s}}, \ t \text{ σε s}), \quad a = -4\pi^2\sqrt{2}\eta\mu\pi t \ (a \text{ σε } \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}, \ t \text{ σε s})]$$

51. Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς μέσου το οποίο εκτείνεται κατά τη διεύθυνση $x'x$, δημιουργείται στάσιμο εγκάρσιο κύμα το οποίο περιγράφεται από την εξίσωση

$$y = 6\sigma\upsilon\nu\frac{\pi x}{10}\eta\mu 10\pi t \ (x, y \text{ σε cm, } t \text{ σε s}).$$

α. Να βρείτε το πλάτος, την περίοδο, το μήκος κύματος και την ταχύτητα διάδοσης των δύο τρεχόντων κυμάτων των οποίων η συμβολή δημιούργησε το στάσιμο κύμα.

***β.** Να γράψετε τις εξισώσεις των τρεχόντων κυμάτων τα οποία με τη συμβολή τους δημιουργούν το στάσιμο κύμα.

γ. Πόσο είναι το πλάτος ταλάντωσης δύο σημείων A, B του ελαστικού μέσου τα οποία βρίσκονται στις θέσεις $x_1 = -25$ cm και $x_2 = +25$ cm αντίστοιχα;

δ. Να βρείτε τον αριθμό n των κοιλιών του στάσιμου κύματος που σχηματίζονται μεταξύ των σημείων A και B.

***ε.** Μεταβάλλουμε κατάλληλα τη συχνότητα των συμβαλλόντων κυμάτων οπότε δημιουργείται κατά μήκος του ελαστικού μέσου ένα νέο στάσιμο κύμα. Διαπιστώνουμε ότι μεταξύ των σημείων A και B του ελαστικού μέσου σχηματίζονται $n - 2$ κοιλίες. Δεδομένου ότι η κινητική κατάσταση των σημείων A και B δε μεταβλήθηκε,

i) να βρείτε ποιο είναι το νέο μήκος κύματος και η νέα περίοδος των κυμάτων που δημιουργούν το στάσιμο κύμα.

ii) να γράψετε την εξίσωση του νέου στάσιμου κύματος.

$$[\text{Απ. (α)} \ 3 \text{ cm, } 0,2 \text{ s, } 20 \text{ cm, } 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$(\beta) \ y_1 = 3\eta\mu 2\pi\left(5t - \frac{x}{20}\right), \ y_2 = 3\eta\mu 2\pi\left(5t + \frac{x}{20}\right) \ (x, y_1, y_2 \text{ σε cm, } t \text{ σε s}) \quad (\gamma) \ 0$$

$$(\delta) \ 5 \text{ κοιλίες} \quad (\epsilon) \ i) \ \frac{100}{3} \text{ cm, } \frac{1}{3} \text{ s} \quad ii) \ y = 6\sigma\upsilon\nu\frac{3\pi x}{50}\eta\mu 6\pi t \ (x, y \text{ σε cm, } t \text{ σε s})]$$

52. Σε γραμμικό ομογενές ελαστικό μέσον, μεγάλου μήκους, διαδίδονται δύο αρμονικά κύματα τα οποία δημιουργούν στάσιμο κύμα και περιγράφονται από τις εξισώσεις

$$y_1 = y_0\eta\mu(\omega t - kx + \phi_0) \ \text{και} \ y_2 = y_0\eta\mu(\omega t + kx), \ \text{όπου} \ k = \frac{2\pi}{\lambda} \ \text{ο κυματικός αριθμός.}$$

Να δείξετε ότι

α. η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων είναι $v = \frac{\omega}{k}$.

***β.** η αυθαίρετη αρχική φάση φ_0 αλλάζει τις θέσεις των δεσμών και των κοιλιών, ενώ δεν αλλάζει την απόσταση μεταξύ διαδοχικών δεσμών ή διαδοχικών κοιλιών.

$$[\text{Απ. (β) θέσεις δεσμών: } x_{\Delta} = \frac{\varphi_0}{4\pi} \lambda + (2n+1) \frac{\lambda}{4}, n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{θέσεις κοιλιών: } x_{\kappa} = \frac{\varphi_0}{4\pi} \lambda + n \frac{\lambda}{2}, n \in \mathbb{Z}]$$

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑΣ

Τριγωνομετρικές εξισώσεις

$$\eta\mu x = \eta\mu\theta \Leftrightarrow x = \theta + 2k\pi \quad \text{ή} \quad x = \pi - \theta + 2k\pi$$

$$\sigma\upsilon\nu x = \sigma\upsilon\nu\theta \Leftrightarrow x = \pm\theta + 2k\pi$$

$$\eta\mu x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$$

$$\sigma\upsilon\nu x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$\eta\mu x = \pm 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$\sigma\upsilon\nu x = \pm 1 \Leftrightarrow x = k\pi$$

Τριγωνομετρικοί αριθμοί αθροίσματος και διαφοράς

$$\sigma\upsilon\nu(\alpha - \beta) = \sigma\upsilon\nu\alpha\sigma\upsilon\nu\beta + \eta\mu\alpha\eta\mu\beta$$

$$\sigma\upsilon\nu(\alpha + \beta) = \sigma\upsilon\nu\alpha\sigma\upsilon\nu\beta - \eta\mu\alpha\eta\mu\beta$$

Μετασχηματισμοί αθροισμάτων σε γινόμενα

$$\eta\mu\alpha + \eta\mu\beta = 2\eta\mu\frac{\alpha + \beta}{2} \sigma\upsilon\nu\frac{\alpha - \beta}{2}$$

Μετασχηματισμοί γινομένων σε αθροίσματα

$$2\eta\mu\alpha\sigma\upsilon\nu\beta = \eta\mu(\alpha + \beta) + \eta\mu(\alpha - \beta)$$

