Ο Αλγόριθμος εύρεσης της ημέρας μιας οποιασδήποτε ημερομηνίας και ο αλγόριθμος του Πάσχα

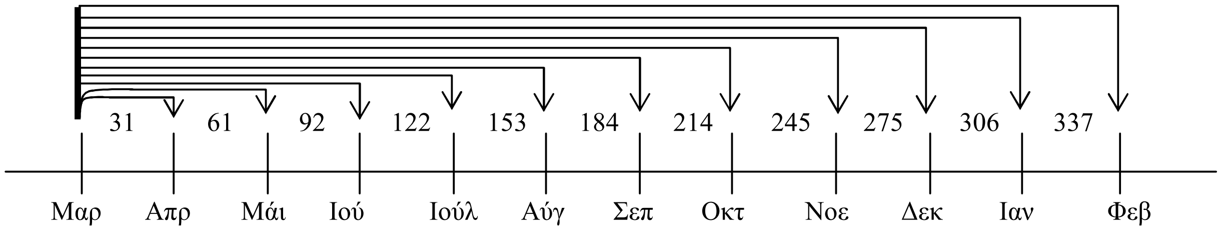
Όταν κάποτε κάποιος φίλος μου ζήτησε να του βρω τι ημέρα γεννήθηκε, ανέτρεξα σε ένα βιβλίο προγραμματισμού ενός συμφοιτητή μου του Γ.Βουτυρά, στο οποίο όπως θυμόμουνα υπήρχε γραμμένος ο συγκεκριμένος αλγόριθμος. Υλοποίησα τον αλγόριθμο σε γλώσσα basic και έδωσα την απάντηση στον φίλο μου. Πρέπει όμως να ομολογήσω ότι δεν κατάλαβα την εξαγωγή του αλγορίθμου. Έτσι σκέφτηκα να αναπαράγω με τον δικό μου τρόπο τον αλγόριθμο.

Τι όμως είναι ο αλγόριθμος;. Πως μπορούμε να δημιουργήσουμε έναν αλγόριθμο;. Πως μπορούμε να εισάγουμε αυτόν τον αλγόριθμο σε έναν Η/Υ;. Αλγόριθμος μπορούμε να πούμε ότι είναι η πλήρης συνταγή για τη λύση ενός προβλήματος. Εδώ πρέπει να τονίσουμε ότι συνήθως για τη λύση ενός προβλήματος δεν υπάρχει μόνο μία συνταγή αλλά περισσότερες. Είναι σημαντικό να αναφέρουμε ότι όλες οι συνταγές που λύνουν ένα πρόβλημα δεν είναι μεταξύ τους ισοδύναμες, αφού σε πολλές από αυτές τα βήματα που απαιτούνται είναι πολύ λιγότερα και έτσι απαιτείται λιγότερος χρόνος από τον Η/Υ για να φθάσει στη λύση.
Τα βασικά χαρακτηριστικά ενός αλγορίθμου είναι τα εξής:

1. Ένας αλγόριθμος έχει συνήθως μια είσοδο. Πχ στον αλγόριθμο που εμείς ψάχνουμε να βρούμε η είσοδος είναι η εισαγωγή της συγκεκριμένης ημερομηνίας. Υπάρχουν βέβαια και ορισμένες περιπτώσεις στις οποίες ο αλγόριθμος δεν έχει είσοδο όπως στην περίπτωση αλγορίθμου δημιουργίας ψευδοτυχαίων αριθμών.
2. Ένας αλγόριθμος έχει συνήθως μια έξοδο. Στην δική μας περίπτωση η έξοδος θα είναι η ημέρα της εβδομάδας που ψάχνουμε.
3. Σε έναν αλγόριθμο η κάθε εντολή θα πρέπει να είναι σαφώς καθορισμένη. Πχ σε μια συνταγή μαγειρικής η εντολή «ψήνουμε το φαγητό» δεν είναι καθορισμένη αφού δεν αναφέρει ούτε σε τι βαθμούς το ψήνουμε ούτε για πόση ώρα.
4. Για την ολοκλήρωση του αλγορίθμου θα πρέπει να απαιτούνται πεπερασμένα βήματα. Δεν θα πρέπει δηλαδή να υπάρχουν κλειστοί αρτέμονες βρόχοι.
5. Κάθε εντολή θα πρέπει να είναι πραγματοποιήσιμη. Πχ δεν θα πρέπει να υπάρχει διαίρεση με το μηδέν αφού μια τέτοια διαίρεση δεν είναι δυνατό να πραγματοποιηθεί.

Οι αλγόριθμοι μαζί με τις δομές δεδομένων αποτελούν τα προγράμματα δηλαδή αυτό που λέμε στους Η/Υ Software. Είναι αυτό ακριβώς που κάνει τους Η/Υ να φαίνονται έξυπνοι. Οι Η/Υ όμως αυτό που κάνουν είναι να εκτελούν έναν αλγόριθμο που τους βάζουμε εμείς. Δεν μπορούν (προς το παρόν τουλάχιστον) να παράγουν κάποιο αλγόριθμο. Αν αυτό κάποτε πραγματοποιηθεί (και δεν γνωρίζουμε κάποιο φυσικό νόμο που να αποκλείει τη δυνατότητα πραγματοποίησης αλγορίθμων από μηχανές) τότε οι Η/Υ θα έχουν πράγματι αποκτήσει ευφυΐα.

Για να γυρίσουμε στο πρόβλημά μας αρκεί να βάλουμε μια ημερομηνία ως αρχή πχ την 1- Μαρτίου 1900 και να βρούμε έναν αλγόριθμο που να υπολογίζει πόσες μέρες έχουν περάσει από τότε μέχρι μια συγκεκριμένη ημερομηνία που μας δίνεται. Αν αυτό γίνει κατορθωτό τότε μπορούμε να βρούμε και την ημέρα της συγκεκριμένης ημερομηνίας, αφού θα είναι το υπόλοιπο της διαίρεσης του αριθμού που βρήκαμε με το 7 (επτά ημέρες της εβδομάδας) αρκεί να γνωρίζουμε τι μέρα ήταν στις 1 Μαρτίου του 1900. Αλλά και να μην το γνωρίζουμε αυτό, μπορούμε να κάνουμε την κατάλληλη προσαρμογή αρκεί να γνωρίζουμε την ημέρα μίας συγκεκριμένης ημερομηνίας.
Σαν αρχή πήραμε τον Μάρτιο αφού ιστορικά ο μήνας αυτός ήταν η αρχή του έτους. Γι αυτό εξάλλου ο Σεπτέμβριος ο Οκτώβριος, ο Νοέμβριος και ο Δεκέμβριος έχουν τα συγκεκριμένα ονόματα που φανερώνουν αρίθμηση.
<u>Για να βρούμε τις ημέρες που αντιστοιχούν στα έτη</u> που απέχουμε από το 1900, αρκεί σε κάθε έτος από το 1900 έως τη δοθείσα ημερομηνία να ελέγχουμε αν το έτος διαιρείται με το 4 οπότε προσθέτουμε 366 ημέρες. Ενώ αν δεν διαιρείται προσθέτουμε το 365.
Πιο απλά μπορούμε να πολλαπλασιάσουμε το σύνολο των ετών με τον αριθμό 365,25 και να πάρουμε το ακέραιο μέρος του αριθμού που προκύπτει. Με αυτόν τον τρόπο προσθέτουμε τις 365 ημέρες κατ' έτος αν το έτος δεν είναι δίσεκτο ενώ προσθέτουμε το 366 ημέρες αν το έτος είναι δίσεκτο. Έτσι **Ημέρες_ετους=int(e*365,25)**
<u>Για τον υπολογισμό των ημερών που αντιστοιχούν στους μήνες</u> από τις 1 – Μαρτίου –1900 έως τη δοθείσα ημερομηνία, θα μας βοηθήσει πολύ το παρακάτω διάγραμμα.



Έτσι για τον υπολογισμό των ημερών που αντιστοιχούν στους μήνες μελετώντας το διάγραμμα έχουμε τον εξής πίνακα:
Έστω m ο μήνας της ημερομηνίας που μας δίνεται.

Αν m=3 τότε προσθέτουμε 0 ημέρες αφού ξεκινήσαμε από τον Μάρτιο.
Αν m=4 τότε προσθέτουμε 31 ημέρες που αντιστοιχούν στις ημέρες του Μαρτίου
Αν m=5 τότε προσθέτουμε 61 ημέρες που αντιστοιχούν στις ημέρες Μαρτίου Απριλίου.
Αν m=6 τότε προσθέτουμε 92 ημέρες Μαρτίου, Απριλίου, Μαΐου
Αν m=7 τότε προσθέτουμε 122 ημέρες
Αν m=8 τότε προσθέτουμε 153 ημέρες
Αν m=9 τότε προσθέτουμε 184 ημέρες
Αν m=10 τότε προσθέτουμε 214 ημέρες
Αν m=11 τότε προσθέτουμε 245 ημέρες
Αν m=12 τότε προσθέτουμε 275 ημέρες
Αν m=1 τότε προσθέτουμε 306 ημέρες αφού αφαιρέσουμε ένα έτος
Αν m=2 τότε προσθέτουμε 337 ημέρες αφού αφαιρέσουμε ένα έτος

Παρατηρούμε ότι ο αριθμός των ημερών που γράψαμε μπορεί να προκύψει πολύ πιο σύντομα από τη σχέση
Int(m1*30,6)-122 :

3^{ος} μήνας	Int(4·30,6)-122=0
4^{ος} μήνας	Int(5·30,6)-122=31
5^{ος} μήνας	Int(6·30,6)-122=61
6^{ος} μήνας	Int(7·30,6)-122=92
7^{ος} μήνας	Int(8·30,6)-122=122
8^{ος} μήνας	Int(9·30,6)-122=153
9^{ος} μήνας	Int(10·30,6)-122=184
10^{ος} μήνας	Int(11·30,6)-122=214
11^{ος} μήνας	Int(12·30,6)-122=245
12^{ος} μήνας	Int(13·30,6)-122=275
1^{ος} μήνας	Int(14·30,6)-122=306
2^{ος} μήνας	Int(15·30,6)-122=337

Όπου αν m ο μήνας της ημερομηνίας που ψάχνουμε τότε m1 θα δίνεται από τη σχέση:
Αν m > 2 τότε m1=m +1
Αν m <=2 τότε m1=m +13

Τέλος <u>Σύνολο ημερών = ημέρες-ετών+ημέρες-μηνών+ημέρες</u>.

Στη συνέχεια βρίσκουμε το υπόλοιπο της διαίρεσης «Σύνολο ημερών /7». Ρυθμίζουμε το υπόλοιπο αυτό να αντιστοιχεί όπως είπαμε σε μια γνωστή ημέρα. Έτσι αν το υπόλοιπο για τις 11-5-2002 είναι πχ 4 και γνωρίζοντας ότι στις 11-5-2002 ήταν Κυριακή τοποθετούμε:

Υπόλοιπο 4 → Κυριακή
Υπόλοιπο 5 → Δευτέρα
Υπόλοιπο 6 → Τρίτη
Υπόλοιπο 0 → Τετάρτη
Υπόλοιπο 1 → Πέμπτη
Υπόλοιπο 2 → Παρασκευή
Υπόλοιπο 3 → Σάββατο

Επειδή αρχίσαμε να μετράμε από το μήνα Μάρτιο αν ο μήνας που μας δίνεται είναι Ιανουάριος ή Φεβρουάριος τότε πρέπει να αφαιρέσουμε ένα έτος, αφού για παράδειγμα τον Φεβρουάριο του 1901 δεν θα έχει περάσει ένα έτος και ένας μήνας αλλά 337 ημέρες αφού ξεκινήσαμε να μετράμε τις ημέρες από τον Μάρτιο του 1900.

Αυτόν ακριβώς τον αλγόριθμο είχα διαβάσει και δεν είχα καταλάβει.

Τον αλγόριθμο αυτό μπορούμε να τον εκτελέσουμε και στο EXCEL

Στο κελί	A1 → Τοποθετούμε την ημέρα της ημερομηνίας
Στο κελί	B1 → Τοποθετούμε τον μήνα της ημερομηνίας
Στο κελί	C1 → Τοποθετούμε το έτος της ημερομηνίας
Στο κελί	B2 → =IF(B1>2;B1+1;B1+13)

Στο κελί C2 → =IF(B1<3;C1-1;C1)
Στο κελί A3 → =A1
Στο κελί B3 → =INT(B2*30,6)-122
Στο κελί C3 → =INT((C2-1900)*365,25)
Στο κελί A4 → =A3+B3+C3
Στο κελί B4 → =MOD(A4;7)
Στο κελί C4→
=IF(B4=3;"ΤΕΤΑΡΤΗ";IF(B4=4;"ΠΕΜΠΤΗ";IF(B4=5;"ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ";IF(B4=6;"ΣΑΒΒΑΤΟ";IF(B4=0;"ΚΥΡΙΑΚΗ";IF(B4=1;"ΔΕΥΤΕΡΑ";IF(B4=2;"ΤΡΙΤΗ")))))))

που δίνει και τη ζητούμενη μέρα.

Εύρεση αλγορίθμου ημερομηνίας εορτασμού του Ορθόδοξου Πάσχα

Ο εορτασμός του Πάσχα έχει καθοριστεί με τον παρακάτω κανόνα που διατυπώθηκε το 325μχ από την Α' οικουμενική σύνοδο της Νίκαιας της Βιθυνίας. Ο κανόνας λέει ότι:
Το Πάσχα θα εορτάζεται την πρώτη Κυριακή μετά την πρώτη Πανσέληνο της εαρινής ισημερίας, δηλαδή μετά την 21 Μαρτίου. Αν η Πανσέληνος πέφτει Κυριακή τότε εορτάζεται την δεύτερη Κυριακή.

Άρα κανονικά θα πρέπει να εορτάζεται από τις 22 Μαρτίου και μετά. Μετά τη διόρθωση όμως που έγινε το 1921 στην Ελλάδα και αλλού, από το παλιό στο νέο ημερολόγιο, πήγαμε 13 μέρες μπροστά. Έτσι το Πάσχα θα εορτάζεται από τις 3 Απριλίου και μετά. Ο αλγόριθμος εορτασμού του Πάσχα, δόθηκε από τον μεγάλο μαθηματικό Euler ο οποίος για την εργασία του αυτή πήρε 100 λίρες από τον τσάρο της Ρωσίας. Ο αλγόριθμος αυτός μπορεί να διασπαστεί σε δύο άλλους αλγόριθμους.

1. Σε έναν αλγόριθμο ο οποίος υπολογίζει την ημέρα μιας συγκεκριμένης ημερομηνίας. Πχ αν δώσουμε την ημερομηνία 26/7/2002 ο αλγόριθμος επιστρέφει την ημέρα Παρασκευή. Έτσι βρίσκουμε τον αριθμό A που αν η μέρα είναι Κυριακή τότε A=0, αν η ημέρα είναι Δευτέρα τότε A=1 κτλ. Τον αλγόριθμο αυτό ήδη τον βρήκαμε παραπάνω.
2. Σε έναν αλγόριθμο ο οποίος υπολογίζει την ημερομηνία που έχουμε Πανσέληνο μέσα στον Απρίλιο ή Μάιο ενός συγκεκριμένου έτους. Δηλαδή αυτός ο αλγόριθμος θα δέχεται ως είσοδο ένα έτος πχ 2002 και τον μήνα Απρίλιο και θα επιστρέφει μια ημερομηνία του Απριλίου πχ B=13 στην οποία θα έχουμε Πανσέληνο.

Για να βρούμε την ημερομηνία του Πάσχα του 2002 αρκεί να τρέξουμε αρχικά τον δεύτερο αλγόριθμο για τον μήνα Απρίλιο. Έστω ότι ο αλγόριθμος αυτός επιστρέφει τον αριθμό B=13. Στη συνέχεια βάζουμε στον πρώτο αλγόριθμο την ημερομηνία 13/4/2002 και βρίσκουμε την ημέρα. Πχ έστω ότι η ημέρα που επεστράφη είναι Τετάρτη, οπότε ο πρώτος αλγόριθμος θα επιστρέψει τον αριθμό A=3. Έτσι το Πάσχα θα πέφτει την ημερομηνία B+(7-A)=13+7-3=17Απριλίου. Εδώ πρέπει να σημειώσουμε ότι αν προκύψει ότι το Πάσχα γιορτάζεται σε ημερομηνία Απριλίου < 4 τότε πρέπει να βάλουμε τον μήνα Μάιο στον δεύτερο αλγόριθμο, αφού όπως προαναφέραμε το Πάσχα δεν είναι δυνατό να πέσει νωρίτερα από τις 4 Απριλίου.

Σκοπός μας τώρα είναι να βρούμε τον δεύτερο αλγόριθμο, τουλάχιστον όπως διατυπώθηκε από τον Euler. Την εποχή εκείνη θεωρούσαν ότι ο σεληνιακός μήνας διαρκεί 29,5 ημέρες. Σήμερα βέβαια γνωρίζουμε ότι αυτό δεν ισχύει. Έτσι στους δώδεκα μήνες του σεληνιακού έτους θα έχουν περάσει 29,5x12=354=365-11 ημέρες. **Άρα το σεληνιακό έτος είναι κατά 11 ημέρες μικρότερο από το πραγματικό**, για τα έτη που δεν είναι δίσεκτα. Άρα αν φέτος έχουμε Πανσέληνο στις 29 Απριλίου, του χρόνου θα έχουμε Πανσέληνο στις 18 Απριλίου και του παραχρόνου στις 7 Απριλίου.
Εδώ πρέπει να παρατηρήσουμε ότι : 365x19 ≈ 29,5x235 άρα μετά από **19 γήινα χρόνια** θα έχουν περάσει 235 σεληνιακοί μήνες, οπότε θα έχουμε Πανσέληνο την ίδια ακριβώς ημερομηνία. Η παρατήρηση αυτή έγινε πρώτη φορά από τον Μέτωνα, γι' αυτό λέγεται κύκλος του Μέτωνα. Βέβαια πρέπει να επισημάνουμε ότι και αυτός ο κύκλος λειτουργεί προσεγγιστικά, αφού αφ' ενός μεν ο σεληνιακός μήνας δεν είναι ακριβώς 29,5 ημέρες αλλά ούτε και το γήινο έτος είναι 365 ημέρες, αλλά 365,2525… Γι αυτό μετά από κάποια χρόνια ο αλγόριθμος αυτός θα πάψει να λειτουργεί, αφού η ημερομηνία που θα υπολογίζουμε ότι θα έχουμε Πανσέληνο, μόνο Πανσέληνο δεν θα έχουμε. Τέλος πάντων ας συνεχίσουμε στη σύνταξη του αλγορίθμου.
Για να λάβουμε υπόψη τον κύκλο του Μέτωνα δημιουργούμε τον αριθμό κ=υπόλοιπο(έτος/19) οπότε ο αριθμός κ θα παίρνει τις τιμές 0,1,2,3,…,18 ανάλογα με το έτος που βάζουμε. Αυτό μας εξασφαλίζει ότι κάθε 19 χρόνια θα προκύπτει ο ίδιος αριθμός κ.

Έστω λοιπόν ότι μια ημερομηνία ενός έτους του μήνα Απριλίου έστω δ Απριλίου, έχουμε Πανσέληνο. Την επόμενη χρονιά θα έχουμε Πανσέληνο στις δ-11 την επόμενη στις δ-2·11 την επόμενη στις δ-3·11 και γενικά Πανσέληνος θα πέφτει στις δ-κ·11 όπου κ=υπόλοιπο(έτος/19). Βέβαια θα πρέπει να ισχύει δ-κ·11 >0 αλλιώς θα πρέπει να προσθέτουμε πολλαπλάσια του 30 αφού ο Απρίλιος έχει 30 ημέρες. Η ημερομηνία που θα έχουμε Πανσέληνο θα δίνεται από τη σχέση

30>B= 30λ+δ-κ·11 > 0 Οπότε B=30(κ-μ)+δ-11κ → B=19κ+δ-30μ → 19κ+δ=30μ+B

Έτσι ο αλγόριθμος που ψάχνουμε θα είναι B= υπόλοιπο {(19κ+δ)/30}

Ο αριθμός δ βρίσκεται κάνοντας το λεγόμενο καλιμπράρισμα στον αλγόριθμο, δηλαδή γνωρίζοντας την ημερομηνία του Απριλίου ενός έτους κατά την οποία έχουμε Πανσέληνο. Η σταθερά αυτή έχει βρεθεί από εμάς **δ=19** αφού τρέξαμε τον τελικό αλγόριθμο και τον διορθώσαμε με την ημερομηνία ενός γνωστού Πάσχα. Για να τελειώσουμε πρέπει να επαναλάβουμε ότι αν βρεθεί ημερομηνία για το Πάσχα <4 Απριλίου πρέπει να ξανατρέξουμε τον πρώτο αλγόριθμο βάζοντας στην ημερομηνία τον 5^o μήνα τον Μάιο.

Οι αλγόριθμοι υλοποιημένοι στο Excel

<u>ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΕΥΡΕΣΗΣ ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑΣ</u>

A1→ =ΗΜΕΡΑ
B1→ =ΜΗΝΑΣ
C1→ =ΕΤΟΣ

D1→= MOD(A1+INT(IF(B1>2;B1+1;B1+13)*30,6)+INT((IF(B1<3;C1-1;C1)-1900)*365,25);7)
E1→=IF(D1=3;"ΤΕΤΑΡΤΗ";IF(D1=4;"ΠΕΜΠΤΗ";IF(D1=5;"ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ";IF(D1=6;"ΣΑΒΒΑΤΟ";IF(D1=0;"ΚΥΡΙΑΚΗ";IF(D1=1; "ΔΕΥΤΕΡΑ";IF(D1=2;"ΤΡΙΤΗ")))))))

<u>ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΟΥ ΠΑΣΧΑ</u>

A2→ = ΕΤΟΣ
B2→ = (MOD((19*(MOD(A2;19))+19);30))+7-MOD(((MOD((19*(MOD(A2;19))+19);30))+INT((**4**+1)*30,6)+INT((A2-1900)*365,25));7)

Όπου B2 ημέρα Απριλίου. Αν B2>30 τότε πάμε στον Μάιο αφαιρώντας τον αριθμό 30. Έτσι αν βάλουμε το έτος 2024 το B2 βγαίνει 35, άρα το Πάσχα εορτάζεται 5 Μαΐου.

Πόσο διαφέρουν οι ημερομηνίες εορτασμού του Ορθόδοξου και του Καθολικού Πάσχα;

1. Όπως προαναφέραμε παραπάνω αν η πανσέληνος πέφτει πριν τις 30 Μαρτίου τότε το Ορθόδοξο Πάσχα πέφτει 5 εβδομάδες μετά το Καθολικό. Πιθανότητα περίπου 9/30 =31%
2. Αν η πανσέληνος πέφτει μετά τις 30 Μαρτίου και η ημέρα που συμβαίνει αυτό είναι Δευτέρα ή Τρίτη τότε προσθέτοντας όπως είπαμε τις 4 ημέρες θα είμαστε πριν από την Κυριακή οπότε τα δύο Πάσχα θα ταυτίζονται. Πιθανότητα (2/7)*(2/3) ≈ 4/21 ≈ 19%
1. Αν η ημέρα που πέφτει η πανσέληνος είναι μετά την Τρίτη τότε το Ορθόδοξο Πάσχα θα εορτάζεται μια εβδομάδα μετά το Καθολικό. Πιθανότητα (5/7)*(2/3) ≈ 50%

Το φαινόμενο της διαφοράς εορτασμού του Ορθόδοξου με το Καθολικό Πάσχα δεν παρουσιάζει κάποια περιοδικότητα.