

Ο ΡΟΛΟΣ ΤΟΥ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ – ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ ΣΤΙΣ ΦΥΣΙΚΕΣ ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ

Οι φυσικές επιστήμες διαφέρουν από άλλες ανθρώπινες ενασχολήσεις, όχι τόσο στο γνωστικό τους αντικείμενο, αλλά στη μεθοδολογία. Και ειδικότερα στη μεθοδολογία της διαδικασίας της μέτρησης. Η μέτρηση και η μοντελοποίηση είναι οι βασικές συνιστώσες που συνθέτουν αυτό που λέμε θετικές επιστήμες. Κάθε μέτρηση συνοδεύεται από ένα σφάλμα- αβεβαιότητα, που ο προσδιορισμός του είναι εξίσου σημαντικός με την ίδια τη μέτρηση, γιατί είναι καθοριστικός για την απόφαση αν το μοντέλο συνάδει με το πείραμα ή όχι.

Αυτές τις βασικές αρχές των φυσικών επιστημών θα προσπαθήσουμε να αναδείξουμε μέσα από την προσπάθεια πειραματικής επαλήθευσης του πυθαγορείου θεωρήματος. Του σπουδαιότερου ίσως θεωρήματος στα μαθηματικά αλλά και στη [φυσική!](#)

Σχεδιάζουμε σε ένα χαρτί Α4 ένα τυχαίο ορθογώνιο τρίγωνο και μετράμε με έναν κοινό χάρακα τις δύο κάθετες πλευρές του και την υποτείνουσα. Μετρήσαμε:

$$\alpha=8,1\text{cm} \quad \beta=5,2\text{cm} \quad \gamma=6,3\text{cm}$$

Κάνοντας με ένα κομπιουτεράκι τις πράξεις διαπιστώνουμε έκπληκτοι ότι το Πυθαγόρειο θεώρημα $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 \rightarrow 65,61\text{cm}^2 \neq (27,04+39,69)=66,73 \text{ cm}^2$ **δεν ισχύει**

Μήπως αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι δεν γράψαμε σωστά τα πειραματικά μας αποτελέσματα; Δηλαδή μήπως δεν λάβαμε υπόψη τους κανόνες για τα σημαντικά ψηφία;

Τα σημαντικά ψηφία ενός αριθμού είναι ο αριθμός των ψηφίων του χωρίς όμως να υπολογίσουμε τα μηδενικά που υπάρχουν αριστερά από το πρώτο μη μηδενικό ψηφίο. Αντιθέτως στον υπολογισμό των σημαντικών ψηφίων λαμβάνουμε υπόψη τα μηδενικά που βρίσκονται στο τέλος του αριθμού. Πχ

3,14 3 σημαντικά ψηφία

0,02 1 σημαντικό ψηφίο

2,10 3 σημαντικά ψηφία

❖ **1^{ος} κανόνας.** Αν προσθέτουμε πειραματικά δεδομένα τότε στο τελικό αποτέλεσμα δεν παίζουν ρόλο τα σημαντικά ψηφία αλλά τα δεκαδικά. Θα πρέπει το αποτέλεσμα να το γράψουμε με τόσα δεκαδικά όσα τα λιγότερα δεκαδικά από τους αριθμούς που προσθέσαμε.

$$\text{πχ } 2,3+1,421=3,7$$

❖ **2^{ος} κανόνας** Αν πολλαπλασιάσουμε ή διαιρέσουμε δύο πειραματικά δεδομένα τότε το αποτέλεσμα θα πρέπει να το γράψουμε με τόσα σημαντικά ψηφία όσα τα λιγότερα σημαντικά από τους αριθμούς που πολλαπλασιάσαμε ή διαιρέσαμε.

$$\text{π.χ } 4,41/2,3=1,9$$

Γράφοντας πλέον σωστά τα πειραματικά μας δεδομένα

$$\alpha^2=66\text{cm}^2 \quad \beta^2=27\text{cm}^2 \quad \text{και} \quad \gamma^2=40 \text{ cm}^2$$

Διαπιστώνουμε έκπληκτοι ότι και πάλι δεν ισχύει πειραματικά το Πυθαγόρειο θεώρημα αφού $66 \neq 67$!!!

Μήπως όμως δεν είναι έτσι τα πράγματα; Μήπως δηλαδή ισχύει μέσα στα όρια της αβεβαιότητας της πειραματικής μας διαδικασίας; Ας ξεκινήσουμε λοιπόν να προσδιορίσουμε την αβεβαιότητα των πειραματικών μας δεδομένων.

Ο χάρακας που χρησιμοποιήσαμε ήταν βαθμολογημένος κατά $1\text{mm}=0,1\text{cm}$. Αυτή λοιπόν είναι και η αβεβαιότητα της κάθε μας μέτρησης. Η αβεβαιότητα αυτή είναι ίδια για όλες τις μετρήσεις. Η % αβεβαιότητα όμως θα είναι πιο μεγάλη στο πιο μικρό μέγεθος που μετρήσαμε δηλαδή στο μήκος $\beta=5,2\text{cm}$. Η % αβεβαιότητα στη μέτρηση του β με την απλή μέθοδο των τριών προκύπτει $100 \cdot 0,1/5,2=1,9\%$

Κανόνες για το % σφάλμα.

- ❖ Αν προσθέτουμε πειραματικά δεδομένα τότε το % σφάλμα του αθροίσματος είναι το μεγαλύτερο από τα % σφάλματα των προσθετέων.
- ❖ Αν πολλαπλασιάζουμε ή διαιρούμε πειραματικά δεδομένα, τότε το % σφάλμα του γινομένου ή του πηλίκου βρίσκεται προσθέτοντας τα επί μέρους % σφάλματα.

Έτσι το % σφάλμα στο β^2 θα είναι $1,9+1,9=3,8\%$.

Αυτό προφανώς θα είναι και το σφάλμα του $\beta^2+\gamma^2$ αφού το σφάλμα του γ^2 είναι μικρότερο.

Οπότε η πειραματική αβεβαιότητα στο συγκεκριμένο πείραμα είναι **3,8%**

Πόση είναι η απόκλιση των πειραματικών δεδομένων από το θεωρητικό μας μοντέλο;. Η θεωρία μας προβλέπει ότι $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2$. Έτσι η % πειραματική απόκλιση από την ισότητα είναι ίση με $(66,73-65,61)/65,61 \cdot 100=1,7\%$

Πότε θ' αποφανθούμε αν τα πειραματικά μας δεδομένα συνάδουν ή όχι με το Πυθαγόρειο θεώρημα;

Αυτό θα συμβαίνει όταν η % απόκλιση του πειράματος από τη θεωρία είναι μικρότερη από την αβεβαιότητα της πειραματικής μας διαδικασίας.

Εν προκειμένω $1,7 < 3,8$

Άρα το πείραμά μας επαληθεύει το Πυθαγόρειο θεώρημα με αβεβαιότητα 3,8%

Αντιθέτως αν η παραπάνω ανισότητα ίσχυε αντίστροφα, τότε το συμπέρασμα θα ήταν ότι το μαθηματικό μας μοντέλο δεν επαληθεύεται από το πείραμα. Σε αυτή την περίπτωση θα έπρεπε να εξετάσουμε τους λόγους της μη επαλήθευσης του μοντέλου. Πχ μπορεί να μην είχαμε ζωγραφίσει καλά το ορθογώνιο τρίγωνο ή να μετρήσαμε λάθος κάποια πλευρά. Αν εξασφαλίσουμε την μη ύπαρξη κάποιων συστηματικών λαθών, τότε θα πρέπει να αλλάξουμε το θεωρητικό μας μοντέλο.

Σημ:

1. Αν θέλαμε να μειώσουμε την αβεβαιότητα του πειράματος θα έπρεπε ή να μετρήσουμε τα μήκη με μεγαλύτερη ακρίβεια (πράγμα δύσκολο) ή να ζωγραφίσουμε μεγαλύτερο τρίγωνο (πράγμα εύκολο).
2. Στο άρθρο επίτηδες χρησιμοποιήσαμε και τους δύο όρους σφάλμα και αβεβαιότητα, αφού αφενός ο όρος σφάλμα έχει καθιερωθεί, αφετέρου θεωρούμε ότι ο όρος αβεβαιότητα είναι πιο δόκιμος όταν αναφερόμαστε στα τυχαία σφάλματα και όχι στα συστηματικά που εκεί ο πιο δόκιμος όρος θεωρούμε ότι είναι το σφάλμα-λάθος.