ΑΔΡΑΝΕΙΑΚΕΣ Ή ΠΙΟ ΣΩΣΤΑ ΜΗ ΑΔΡΑΝΕΙΑΚΕΣ ΔΥΝΑΜΕΙΣ

Είναι γνωστό ότι απόλυτη ακινησία ή κίνηση δεν εννοείται. Ένα σώμα λέμε ότι κινείται, όταν αλλάζει θέση σε σχέση με ένα σύστημα συντεταγμένων το οποίο εμείς θεωρούμε ακίνητο. Ένα τέτοιο σύστημα, ονομάζεται σύστημα αναφοράς. Εάν πάρουμε ένα σώμα που δεν επιδρά με κανένα άλλο σώμα, τότε υπάρχει κάποιο σύστημα αναφοράς, ως προς το οποίο το σώμα αυτό είτε είναι ακίνητο είτε κινείται ευθύγραμμα ομαλά. Το σύστημα αυτό το ονομάζουμε **αδρανειακό σύστημα αναφοράς**. Ένα τέτοιο αδρανειακό σύστημα είναι για παράδειγμα το σύστημα των μακρινών αστέρων, αφού η αλληλεπίδραση ενός σώματος με αυτά θεωρείται αμελητέα.

Η ανωτέρω υπογραμμισμένη πρόταση είναι μια πρόταση που δεν μπορεί να αποδειχθεί θεωρητικά και αποτελεί το πρώτο αξίωμα του Νεύτωνα. Με άλλα λόγια το πρώτο αξίωμα του Νεύτωνα μας εξασφαλίζει την ύπαρξη ενός τουλάχιστον αδρανειακού συστήματος.

ΘΕΩΡΗΜΑ: Κάθε άλλο σύστημα το οποίο κινείται ευθύγραμμα ομαλά σε σχέση με ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς, είναι και αυτό αδρανειακό σύστημα αναφοράς. Άρα η ύπαρξη ενός και μόνο αδρανειακού συστήματος αναφοράς οδηγεί στην ύπαρξη και απείρων άλλων.

Αν τώρα εξετάσουμε ένα σώμα σταθερής μάζας το οποίο όμως επιδρά και με άλλα σώματα σε ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς, θα διαπιστώσουμε πειραματικά, ότι γι' αυτό το σώμα θα ισχύει η σχέση: $\vec{F}_{ολ} = m \cdot \vec{a}$

όπου $\vec{F}_{ολ}$ είναι η συνισταμένη όλων των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα και οι οποίες προέρχονται από την αλληλεπίδραση του σώματος αυτού με ισάριθμα άλλα σώματα.

Η παραπάνω σχέση έχει μόνο πειραματική ισχύ και όχι θεωρητική και γι' αυτό αποτελεί το δεύτερο αξίωμα του Νεύτωνα. Άρα το δεύτερο αξίωμα του Νεύτωνα ισχύει μόνο σε αδρανειακά συστήματα αναφοράς.

Αν ένα σύστημα αναφοράς επιταχύνεται ευθύγραμμα ή περιστρέφεται με σταθερή ή και μη σταθερή γωνιακή ταχύτητα σε σχέση με ένα αδρανειακό σύστημα, είναι ένα μη αδρανειακό σύστημα. Σε ένα μη αδρανειακό σύστημα αν ένα σώμα δεν επιδρά με άλλα σώματα και είναι αρχικά ακίνητο δεν παραμένει ακίνητο ή αν το σώμα είχε κάποια ταχύτητα, δεν θα συνεχίσει να κινείται ευθύγραμμα ομαλά μ' αυτή την ταχύτητα. Άρα σε ένα μη αδρανειακό σύστημα αναφοράς θα εμφανίζονται κάποιες δυνάμεις οι οποίες δεν εμφανίζονται σ' ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς. Οι δυνάμεις αυτές λέγονται **αδρανειακές.** Θεωρούμε ότι πιο σωστά θα έπρεπε να τις ονομάζουμε **μη αδρανειακές δυνάμεις**, αφού αυτές εμφανίζονται σε μη αδρανειακά συστήματα αναφοράς. Οι μη αδρανειακές δυνάμεις αναφέρονται στο παρακάτω πίνακα.

Α/Α	ΜΗ ΑΔΡΑΝΕΙΑΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ	ΔΥΝΑΜΗ	ΤΥΠΟΣ
1	Μη αδρανειακό σύστημα το οποίο επιταχύνεται ευθύγραμμα με επιτάχυνση $\vec{a}$ σε σχέση με ένα αδρανειακό.	Δύναμη d' Alembert	$\vec{F} = -m\vec{a}$
2	Μη αδρανειακό σύστημα το οποίο περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα $\vec{u}$ σε σχέση με ένα αδρανειακό	1. Φυγόκεντρη δύναμη 2. Coriolis δύναμη αν το εξεταζόμενο σώμα κινείται	1. $\vec{F} = m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$ 2. $\vec{F} = 2m\vec{\omega} \times \vec{v}$
3	Μη αδρανειακό σύστημα το οποίο περιστρέφεται με επιτάχυνση $\vec{a}_{γων}$ σε σχέση με ένα αδρανειακό	Δύναμη Euler	$\vec{F} = m\vec{r} \times \vec{a}_{γων}$

Εδώ πρέπει να τονίσουμε ότι το αδρανειακό σύστημα αναφοράς, έχει να κάνει με την ομοιογένεια του χώρου. Έτσι αν ένα σώμα είναι ακίνητο, θα πρέπει να παραμένει ακίνητο, αφού αν κινηθεί ως προς κάποια κατεύθυνση, η κατεύθυνση αυτή θα υπερτερούσε σε σχέση με τις άλλες κατευθύνσεις του χώρου. Έτσι η ομοιομορφία του χώρου θα έσπαγε. Ακόμη και αν το σώμα κινείται ως προς κάποια κατεύθυνση αρχικά, θα πρέπει να συνεχίζει να κινείται προς την ίδια κατεύθυνση, χωρίς να δείξει προτίμηση στροφής προς κάποια κατεύθυνση του χώρου, αφού ο χώρος είναι ομογενής. Θα πρέπει ακόμη να κινείται και με σταθερό μέτρο ταχύτητας, αφού μια ενδεχόμενη επιτάχυνση του σώματος θα έπρεπε να είναι ίδια προς όλες τις κατευθύνσεις του χώρου. Άρα το πρώτο αξίωμα του Νεύτωνα ουσιαστικά θέτει αξιωματικά την ιδιότητα του χώρου να είναι ομογενής.

Στη περίπτωση όμως ενός μη αδρανειακού συστήματος, η ομοιογένεια του χώρου έχει σπάσει, αφού υπάρχει πλέον μια συγκεκριμένη κατεύθυνση πάνω στην οποία βρίσκεται το διάνυσμα της επιτάχυνσης $\vec{a}$ ή το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας $\vec{\omega}$ αν το σύστημα είναι περιστρεφόμενο.

Το βασικό συμπέρασμα μέχρι τώρα, είναι ότι ο αριθμός των δυνάμεων που ασκούνται σε ένα σώμα, εξαρτάται και από το σύστημα αναφοράς από το οποίο μελετάμε το σώμα. Το ερώτημα βέβαια που τίθεται είναι ότι αφού οι λιγότερες δυνάμεις εμφανίζονται στα αδρανειακά συστήματα, ποιος ο λόγος να μελετήσουμε ένα σώμα ως προς κάποιο μη αδρανειακό σύστημα; Η απάντηση είναι διπλή. Κατ’ αρχήν η μελέτη κίνησης σε ένα μη αδρανειακό σύστημα μπορεί σπανίως να είναι πιο απλή από τη μελέτη κίνησης σε ένα αδρανειακό. Αν για παράδειγμα υπάρχει μη αδρανειακό σύστημα ως προς το οποίο το σώμα είναι ακίνητο, τότε θα προτιμούσαμε να μελετήσουμε το σώμα σε αυτό το σύστημα, αφού η στατική μελέτη είναι προφανώς πιο εύκολη από τη μελέτη κίνησης. Από την άλλη ένα μη αδρανειακό σύστημα μπορεί να είναι πιο **φυσικό** σε σχέση με ένα αδρανειακό. Αν για παράδειγμα βρισκόμαστε πάνω σε ένα μη αδρανειακό σύστημα, είναι πιο φυσικό να προσπαθήσουμε να μελετήσουμε τις κινήσεις των σωμάτων σε σχέση με εμάς που είμαστε ακίνητοι, παρά να φανταστούμε πως θα κινιόντουσαν τα σώματα αν τα εξετάζαμε από ένα άλλο σύστημα αναφοράς ως προς το οποίο θα κινιόμασταν και εμείς. Γι’ αυτό ακριβώς το λόγο είχε επικρατήσει για τόσα χρόνια στην ανθρωπότητα το γεωκεντρικό σύστημα. Το ηλιοκεντρικό σύστημα του Αρίσταρχου και του Κοπέρνικου δεν είναι πιο σωστό από το γεωκεντρικό σύστημα του Πτολεμαίου, αλλά η μελέτη της κίνησης των ουρανίων σωμάτων απλοποιείται αρκετά αφού τότε εμφανίζονται λιγότερες δυνάμεις.

Για να γίνουμε πιο κατανοητοί αν προσπαθήσουμε μελετήσουμε τη κίνηση του ήλιου γύρω από τη γη θεωρώντας τη γη ακίνητη, (γεωκεντρικό σύστημα) θα έπρεπε να εφαρμόσουμε στον ήλιο 7 (επτά) δυνάμεις.

1. Τη βαρυτική έλξη της γης
2. Την φυγόκεντρη λόγω περιστροφής της γης γύρω από τον εαυτό της.
3. Την Coriolis λόγω της περιστροφής της γης γύρω από τον εαυτό της.
4. Την φυγόκεντρη λόγω της περιστροφής της γης γύρω από τον ήλιο
5. Την Coriolis λόγω της περιστροφής της γης γύρω από τον ήλιο.
6. Την D’Alamber λόγω της ακτινικής επιτάχυνσης της γης
7. Άλλη μια δύναμη τέλος λόγω της περιστροφικής επιτάχυνσης της γης γύρω από τον ήλιο.

Λόγω αυτών των δυνάμεων ο ήλιος κάνει αυτή τη κίνηση που παρατηρούμε κοιτώντας τον από τη γη. Τις ίδιες δυνάμεις καθώς και την έλξη του ηλίου, σύνολο (8) δηλαδή δυνάμεις θα χρειαστεί να εισάγουμε για να μελετήσουμε τη κίνηση των πλανητών όπως αυτές παρατηρούνται από τη γη. Αν όμως μελετήσουμε τη κίνηση των πλανητών θεωρώντας τον ήλιο ακίνητο, (ηλιοκεντρικό σύστημα) τότε για τη μελέτη των πλανητών θα χρειαστούμε μία μόνο δύναμη τη παγκόσμια έλξη από τον ήλιο, αφού οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ των πλανητών μπορούν να αγνοηθούν. Έτσι πλέον η δυναμική μελέτη της κίνησης των πλανητών γίνεται αρκετά πιο απλή.

Στην ερώτηση πολλαπλής επιλογής

Σημειώστε τη σωστή απάντηση

1. *Ο ήλιος περιφέρεται γύρω από τη γη*
2. *Η γη περιφέρεται γύρω από τον ήλιο*
3. *Και οι δύο παραπάνω προτάσεις είναι σωστές ανάλογα με το σύστημα αναφοράς*

Θεωρώ ότι οι περισσότεροι μαθητές θα σημείωναν ως σωστή την απάντηση 2 αντί της 3

Απόδειξη των παραπάνω σχέσεων

1. Απόδειξη της δύναμης D' Alembert

Έστω ότι ένα σώμα Α είναι ακίνητο ως προς ένα επιταχυνόμενο σύστημα αναφοράς. Τότε αν θέλουμε ο νόμος του Νεύτωνα να ισχύει και σε αυτό το σύστημα θα έπρεπε να γράψουμε

$\vec{F}'_{ολ} = 0$ (1)

αφού το σώμα ισορροπεί. Ως προς το ακίνητο σύστημα αναφοράς θα γράφαμε για το ίδιο σώμα ότι

$\vec{F}_{ολ} = m\vec{a}$ (2)

αφού ως προς το ακίνητο σύστημα αναφοράς το σώμα επιταχύνεται. Για να ισχύουν και οι δύο παραπάνω σχέσεις συμπεραίνουμε ότι εκτός από τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα αν το εξετάσουμε στο ακίνητο σύστημα αναφοράς, στο επιταχυνόμενο θα εμφανίζεται και μια νέα δύναμη έστω $\vec{F}$ έτσι ώστε να ισχύει η πρώτη σχέση. Επομένως την πρώτη σχέση μπορούμε να την γράψουμε:

$$\vec{F}'_{ολ} = 0 \rightarrow \vec{F}_{ολ} + \vec{F} = 0 \xrightarrow{(2)} m\vec{a} + \vec{F} = 0 \rightarrow \vec{F} = -m\vec{a}$$

2. Απόδειξη της Φυγόκεντρης και της Coriolis.

έστω ένα σύστημα αναφοράς που περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω. Τότε ένα διάνυσμα $\vec{G}_1$ σταθερό ως προς ένα άλλο ακίνητο σύστημα αναφοράς, θα αλλάξει και θα γίνει $\vec{G}_2$ ακριβώς λόγω της περιστροφής του συστήματος. Το διάνυσμα αυτό βέβαια μπορεί να αλλάζει και με τη πάροδο του χρόνου. Έτσι για να βρούμε την συνολική αλλαγή του διανύσματος θα πρέπει να λάβουμε υπόψη τόσο την αλλαγή του σε σχέση με το χρόνο όσο και την αλλαγή του λόγω της περιστροφής του συστήματος αναφοράς. Ας βρούμε πρώτα την αλλαγή του λόγω της περιστροφής του συστήματος.

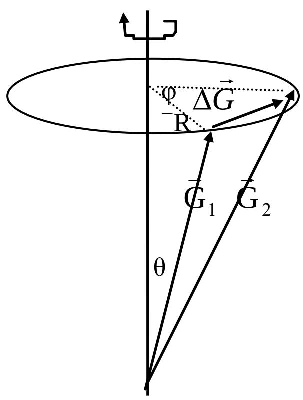
$$\Delta G = R \cdot \Delta\varphi = \Delta\varphi \cdot G \cdot ημθ = \omega \cdot \Delta t \cdot G \cdot ημθ$$

Από αυτή τη σχέση συμπεραίνουμε ότι

$$\left(\frac{d\vec{G}}{dt}\right)_{λόγω\ περιστροφής} = \vec{\omega} \times \vec{G}$$

άρα για την συνολική μεταβολή του διανύσματος $\vec{G}$ όπως αυτή παρατηρείται από ένα ακίνητο σύστημα αναφοράς θα έχουμε.

$$\left(\frac{d\vec{G}}{dt}\right)_{ακίνητο} = \left(\frac{d\vec{G}}{dt}\right)_{περισ} + \vec{\omega} \times \vec{G}$$



Εφαρμόζουμε την παραπάνω σχέση που ισχύει για οποιοδήποτε διάνυσμα, αρχικά για το διάνυσμα θέσης και μετά για το διάνυσμα της ταχύτητας και έχουμε.

Για το διάνυσμα θέσης $\vec{r}$: $\vec{u}_{ακ} = \vec{u}_{περ} + \vec{\omega} \times \vec{r}$ (1)

Για το διάνυσμα της ταχύτητας $\vec{u}_{ακ}$: $\left(\frac{d\vec{u}_{ακ}}{dt}\right)_{ακ} = \left(\frac{d\vec{u}_{ακ}}{dt}\right)_{περ} + \vec{\omega} \times \vec{u}_{ακ}$ (2)

Αντικαθιστώντας την (1) στην (2) έχουμε:

$$\vec{a}_{\alpha\kappa} = \frac{d}{dt}(\vec{u}_{\pi\varepsilon\rho} + \vec{\omega}\times\vec{r}) + \vec{\omega}\times(\vec{u}_{\pi\varepsilon\rho} + \vec{\omega}\times\vec{r}) \rightarrow$$
$$\rightarrow \vec{a}_{\alpha\kappa} = \vec{a}_{\pi\varepsilon\rho} + \vec{\omega}\times\vec{u}_{\pi\varepsilon\rho} + \vec{\omega}\times\vec{u}_{\pi\varepsilon\rho} + \vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r})$$

Από την τελευταία σχέση προκύπτει ότι:

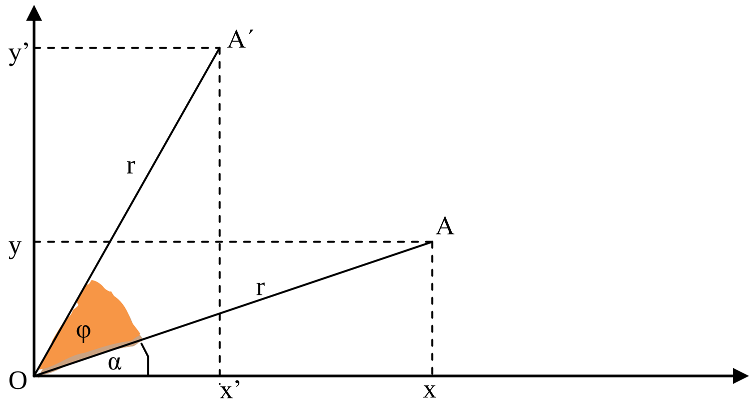
$$\vec{F}_{\pi\varepsilon\rho} = \vec{F}_{\alpha\kappa} - 2m(\vec{\omega}\times\vec{u}_{\pi\varepsilon\rho}) - m\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r})$$

Ο δεύτερος όρος εκφράζει την Coriolis δύναμη, ενώ ο τρίτος την φυγόκεντρη.

2^{o} τρόπος απόδειξης

Απόδειξη των σχέσεων που δίνουν την φυγόκεντρο και την Coriolis δύναμη.

Έστω σημείο Α με συντεταγμένες (x,y). Αν βρεθούμε σε ένα περιστρεφόμενο σύστημα αναφοράς και περιστραφούμε κατά γωνία φ, τότε οι συντεταγμένες του σημείου Α θα αλλάξουν και θα γίνουν (x', y'). Από το παρακάτω σχήμα έχουμε:



$x = r\cdot\cos\alpha \qquad y = r\cdot\sin\alpha$

$x' = r\cdot\cos(\alpha+\phi) \rightarrow x' = r\cdot\cos(\alpha-\phi) \rightarrow x' = r\cdot(\cos\alpha\cdot\cos\phi-\sin\alpha\cdot\sin\phi) \rightarrow x' = x\cdot\cos\phi-y\cdot\sin\phi$ (1)

$y' = r\cdot\sin(\alpha+\phi) \rightarrow y' = r\cdot\sin(\alpha+\phi) \rightarrow y' = r\cdot(\sin\alpha\cdot\cos\phi+\cos\alpha\cdot\sin\phi) \rightarrow y' = x\cdot\sin\phi+y\cdot\cos\phi$ (2)

υπό μορφή πινάκων οι παραπάνω σχέσεις λαμβάνοντας υπόψη τη σχέση φ=ωt γράφονται

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\omega t & -\sin\omega t \\ \sin\omega t & \cos\omega t \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \qquad (3)$$

παραγωγίζουμε δύο φορές τις σχέσεις (1) και (2) ως προς t, ώστε να καταλήξουμε στο μέγεθος της επιτάχυνσης και έχουμε:

$$\begin{aligned} \frac{dx'}{dt} &= \frac{dx}{dt}\cos\omega t - x\omega\sin\omega t - \frac{dy}{dt}\sin\omega t - y\omega\cos\omega t \\ \frac{dy'}{dt} &= \frac{dx}{dt}\sin\omega t + x\omega\cos\omega t + \frac{dy}{dt}\cos\omega t - y\omega\sin\omega t \end{aligned} \qquad (4)$$

κάνουμε μια δεύτερη παραγώγιση για να πάρουμε την επιτάχυνση και έχουμε:

$$\frac{d^2x'}{dt^2}=\frac{d^2x}{dt^2}\cos\omega t-\frac{d^2y}{dt^2}\sin\omega t-x\omega^2\cos\omega t+y\omega^2\sin\omega t-2u_y\omega\cos\omega t-2u_x\omega\sin\omega t$$
$$\frac{d^2y'}{dt^2}=\frac{d^2x}{dt^2}\sin\omega t-\frac{d^2y}{dt^2}\cos\omega t-x\omega^2\sin\omega t-y\omega^2\cos\omega t-2u_y\omega\sin\omega t+2u_x\omega\cos\omega t \quad (5)$$

οι παραπάνω σχέσεις μπορούν να γραφούν υπό μορφή πινάκων ως εξής:

$$\begin{pmatrix}\frac{d^2x'}{dt^2}\\ \frac{d^2y'}{dt^2}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos\omega t & -\sin\omega t\\ \sin\omega t & \cos\omega t\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\frac{d^2x}{dt^2}-x\omega^2-2u_y\omega\\ \frac{d^2y}{dt^2}-y\omega^2-2u_x\omega\end{pmatrix} \quad (6)$$

εάν πολλαπλασιάσουμε την παραπάνω σχέση με τη μάζα του σώματος πάμε στις δυνάμεις.

$$\begin{pmatrix}F_x'\\ F_y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos\omega t & -\sin\omega t\\ \sin\omega t & \cos\omega t\end{pmatrix}\begin{pmatrix}F_x-m\cdot x\omega^2-2m\cdot u_y\omega\\ F_y-m\cdot y\omega^2-2m\cdot u_x\omega\end{pmatrix} \quad (7)$$

Παρατηρούμε ότι στο περιστρεφόμενο σύστημα αναφοράς εμφανίζονται δύο επιπλέον δυνάμεις, η φυγόκεντρη και η κοριόλης.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΜΕ ΤΗ ΔΥΝΑΜΗ D' ALEMBERT

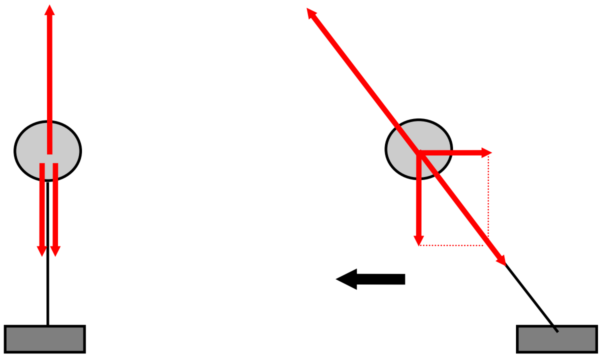
Για να εμβαθύνουμε περισσότερο στις αδρανειακές δυνάμεις θα αναφερθούμε σε ορισμένα παραδείγματα, απομονώνοντας τη κάθε μια και εξετάζοντας περιπτώσεις που η μελέτη γίνεται πιο απλή ως προς ένα μη αδρανειακό σύστημα παρά ως προς κάποιο αδρανειακό.

ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΜΕ ΤΟ ΜΠΑΛΟΝΙ

Σ' ένα λεωφορείο, ένα παιδάκι που στέκεται όρθιο, κρατάει ένα μικρό μπαλόνι γεμάτο με ήλιο, από αυτά που αν τα αφήσουμε ελεύθερα ανεβαίνουν προς τα πάνω. Το λεωφορείο πατάει ξαφνικά φρένο. Το παιδάκι όπως και όλοι οι επιβάτες, λόγω της αδράνειας, εκτινάσσονται προς τα μπρος. Μόνο το μπαλόνι, σαν να αψήφησε το νόμο της αδράνειας κινήθηκε προς τα πίσω. Γιατί άραγε;.

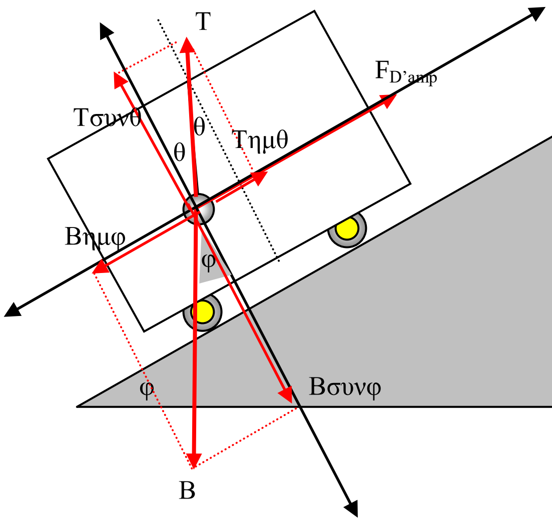
Όταν τέθηκε σε κάποιο σεμινάριο από τον ομιλητή αυτό το πρόβλημα, πολλοί συνάδελφοι αμφισβήτησαν το αποτέλεσμα. Η πραγματοποίηση βέβαια του πειράματος εκείνη τη στιγμή ήταν αδύνατη. Που να βρεις μπαλόνι από ήλιο. Ευτυχώς ως από μηχανής Θεός την κατάλληλη στιγμή ήλθε η έμπνευση. Βρήκαμε ένα απλό πείραμα που αναπαράγει το παραπάνω. Γεμίσαμε ένα μπουκάλι διαφανές από σαμπουάν με νερό. Στη συνέχεια με μια βελόνα τρυπήσαμε το καπάκι, περάσαμε μια κλώστη που στην άκρη της συνδέσαμε ένα μικρό φελλό. Μετά βιδώσαμε το καπάκι και γυρίσαμε ανάποδα το μπουκάλι. Είχαμε φτιάξει ένα μπαλόνι από ήλιο, αφού ο φελλός λόγω της άνωσης πάει προς τα πάνω και κρατιέται από τη κλωστή. Κινήσαμε με το χέρι μας το μπουκάλι και το σταματήσαμε απότομα. Ο φελλός κινήθηκε προς τα πίσω σε σχέση με το μπουκάλι. Αν επιταχύνουμε απότομα το μπουκάλι, θα παρατηρήσουμε το φελλό να κινείται προς τα μπρος!
Η ερμηνεία του φαινομένου είναι αρκετά εύκολη αν πάρουμε σύστημα αναφοράς το λεωφορείο. Ας ψάξουμε τη νέα θέση ισορροπίας. Στο μπαλόνι ασκούνται τέσσερις δυνάμεις. Το βάρος, η άνωση, η τάση του νήματος και η δύναμη D' Alembert. Οι τέσσερις αυτές δυνάμεις πρέπει να έχουν συνισταμένη μηδέν, αφού το μπαλόνι τελικά θα ισορροπήσει ως προς το λεωφορείο. Αφού ως

γνωστό η δύναμη D’ Alembert είναι προς τα δεξιά, η συνισταμένη της δύναμης αυτής και του βάρους είναι προς τα δεξιά. Έτσι η νέα βαρυτική επιτάχυνση θα είναι προς τα δεξιά. Άρα η άνωση, η οποία έχει πάντα φορά αντίθετη της βαρυτικής επιτάχυνσης, θα πρέπει να είναι προς τ’ αριστερά. έτσι προς τ’ αριστερά θα πρέπει να ισορροπήσει και το μπαλόνι.

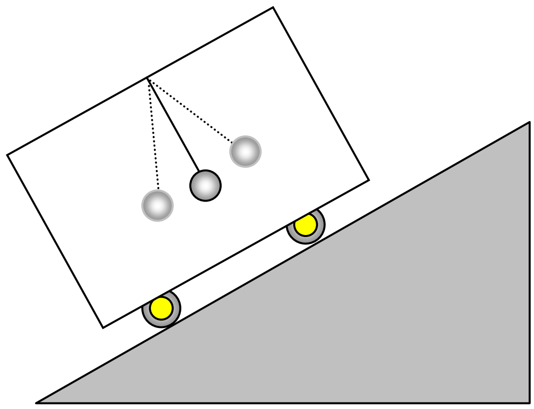


ΕΚΚΡΕΜΕΣ ΣΕ ΚΕΚΛΙΜΕΝΟ

Ένα όχημα κατεβαίνει χωρίς τριβές κεκλιμένο επίπεδο κλίσης φ. από την οροφή του οχήματος κρέμεται από νήμα σώμα μάζας m. Να βρεθεί η θέση ισορροπίας του νήματος. Εκτρέπουμε κατά μια μικρή γωνία το σώμα από τη θέση ισορροπίας του, να βρεθεί η περίοδος ταλάντωσης του σώματος.



ΣΧΗΜΑ 1



ΣΧΗΜΑ 2

Μπορούμε το πρόβλημα να το λύσουμε στο σύστημα αναφοράς του οχήματος. Σε αυτό το σύστημα επειδή επιταχύνεται με επιτάχυνση gημφ θα ασκείται στο σώμα εκτός των γνωστών δυνάμεων βάρος και τάση του νήματος και η δύναμη D’ Alembert F=mgημφ αντίθετη της κατεύθυνσης κίνησης. Κάτω από την επίδραση των τριών αυτών δυνάμεων το σώμα θα ισορροπεί στο σύστημα του οχήματος. Αναλύοντας τις δυνάμεις στους δύο άξονες θα έχουμε:
Από τον άξονα χ του κεκλιμένου

$$T\eta\mu\theta + mg\eta\mu\phi = mg\eta\mu\phi$$

Από την παραπάνω σχέση προκύπτει ότι ημθ=0 άρα θ=0. Οπότε το εκκρεμές θα ισορροπεί σε θέση κάθετη στο κεκλιμένο όπως φαίνεται στο σχήμα 2. Στη θέση ισορροπίας η τάση του νήματος θα εξουδετερώνεται από τη συνιστώσα του βάρους mgσυνφ. Έτσι το εκκρεμές είναι σαν να βρίσκεται μέσα σε ομογενές βαρυτικό πεδίο έντασης gσυνφ. Οπότε η περίοδος του εκκρεμούς θα δίνεται από τη σχέση:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g\sigma\upsilon\nu\phi}}$$

ΜΗΔΕΝΙΖΟΝΤΑΣ ΤΗΝ ΦΥΓΟΚΕΝΤΡΗ ΔΥΝΑΜΗ

Η φυγόκεντρη δύναμη όπως προαναφέραμε έχει πάντα ακτινική κατεύθυνση και φορά προς τα έξω. Το μέτρο της δίνεται από τη σχέση:

$\vec{F} = m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$ άρα $\quad F = m\omega^2 r$

Έστω λοιπόν ένα σώμα στο οποίο ασκούμε συνεχώς μια δύναμη της μορφής F=k•r όπου r η απόσταση από κάποιο δεδομένο σημείο και με φορά πάντα προς το σημείο αυτό και με φορά προς το κέντρο. Ζητάμε το είδος της κίνησης του σώματος.

Αν πάρουμε ένα περιστρεφόμενο σύστημα αναφοράς με γωνιακή ταχύτητα $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ τότε στο σώμα αυτό θα ασκείται μόνο η δύναμη Coriolis αφού η φυγόκεντρη δύναμη $F=m\omega^2 r$ η οποία έχει φορά προς τα έξω, εξουδετερώνεται από την εξωτερική δύναμη. Η Coriolis είναι πάντα κάθετη στην ταχύτητα, άρα στο περιστρεφόμενο σύστημα αναφοράς η κίνηση του σώματος θα είναι ομαλή και αυτό γιατί η επιτρόχια δύναμη είναι μηδέν όπότε U=const. Από το τύπο της Coriolis έχουμε:

$2mu\omega=mu^2/r$ άρα $r=u/2\omega=const$ οπότε η κίνηση είναι κυκλική. Τελικά λοιπόν στο περιστρεφόμενο σύστημα αναφοράς, η κίνηση θα είναι ομαλή κυκλική. Στο ακίνητο σύστημα αναφοράς η κίνηση θα είναι ελλειπτική.

Αξίζει το κόπο να αναφέρουμε ότι ευσταθής κλειστή τροχιά κυκλική ή ελλειπτική, εκτελεί ένα σώμα αν η δύναμη που ασκείται σ’ αυτό είναι είτε ανάλογη της ακτίνας r, είτε αντιστρόφως ανάλογη του τετραγώνου της ακτίνας r. Καμία άλλη μορφή δύναμης της μορφής $F = const \cdot r^a$ για οποιαδήποτε τιμή του α εκτός από τις τιμές 1 και –2 δεν δημιουργεί κλειστές περιοδικές κυκλικές ή ελλειπτικές τροχιές για μία περιοχή τιμών της αρχικής ταχύτητας.

Αναφορά:
[Newtonian Mechanics (uoa.gr)]