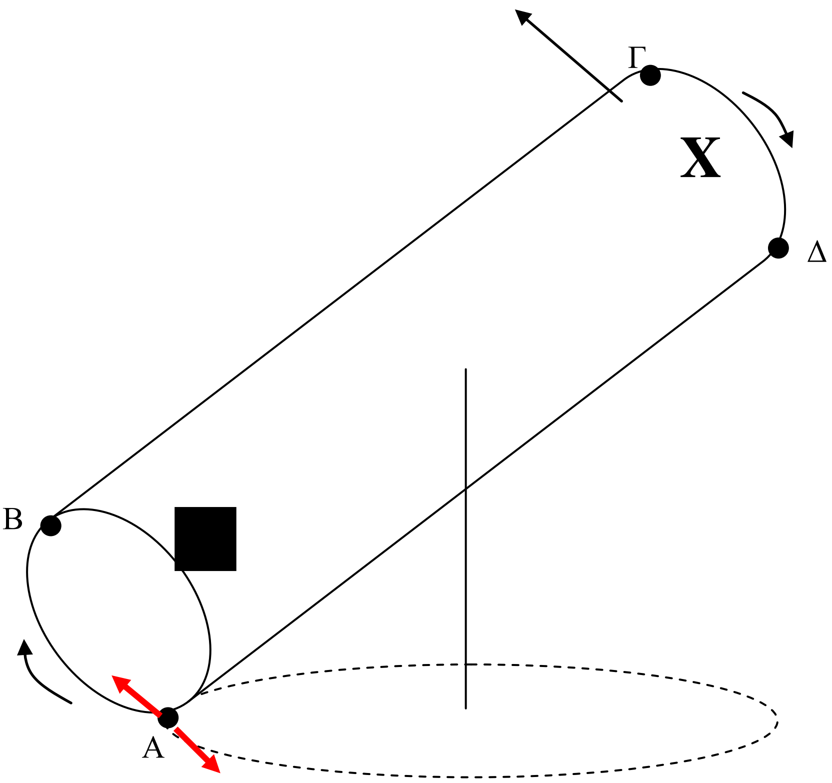
ΤΟ ΠΑΡΑΔΟΞΟ ΤΟΥ ΠΕΡΙΣΤΡΕΦΟΜΕΝΟΥ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ

Ένα πολύ ωραίο παράδοξο παιχνίδι είναι το εξής. Παίρνουμε έναν πλαστικό σωλήνα από αυτούς που πουλάνε τα ηλεκτρολογικά μαγαζιά, διαμέτρου 2,5cm και τον κόβουμε σε μήκος 7,5cm. Στη μία του άκρη ζωγραφίζουμε ένα **x** και στην άλλη ένα ■. Τοποθετούμε το σωλήνα μας σε μία γυάλινη ή άλλη λεία όμως επιφάνεια και τον πατάμε με δύναμη στο ένα του άκρο. Τότε θα διαπιστώσουμε **έκπληκτοι** ότι ο σωλήνας θα στριφογυρίζει γύρω από το κέντρο του και εμείς θα βλέπουμε κάθε φορά το σύμβολο που πατήσαμε και μάλιστα σε τριπλούν.

Τα ερωτήματα που βάζουμε και θα προσπαθήσουμε να εξηγήσουμε είναι τα εξής:

1. τι κίνηση κάνει ο κύλινδρος;
2. γιατί εμφανίζεται κάθε φορά το σύμβολο το οποίο πατάμε;
3. γιατί εμφανίζεται σε τρεις θέσεις δημιουργώντας ένα ισόπλευρο τρίγωνο;
4. ποιο σύμβολο θα εμφανίζεται αν κοιτάγαμε από την κάτω μεριά του τζαμιού;



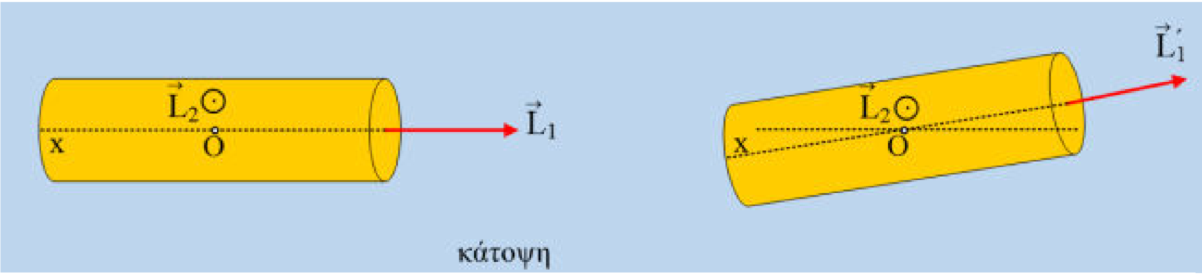
1. Την ερμηνεία που θα επιχειρήσω να δώσω την χωρίζω σε βήματα.

a) Πιέζω το σωλήνα στο σημείο Γ. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να δώσω μία γωνιακή ταχύτητα ω στο σημείο Γ αλλά και σε όλο τον κύλινδρο, αφού δεν μπορούν διαφορετικά σημεία του κυλίνδρου να κινούνται με διαφορετικό ω. Ταυτόχρονα δίνω και μία γραμμική ταχύτητα v στο σημείο Γ. Την ίδια ταχύτητα θα έχει και το Δ αφού ισαπέχουν από το c.m.

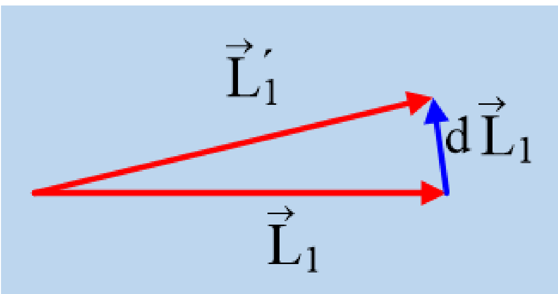
b) ***Όταν πιέσουμε τον κύλινδρο στο ένα του άκρο, θα χάσει την επαφή του σε αυτό το άκρο και θα αρχίσει να περιστρέφεται γύρω από το άλλο. Αυτό είναι και το πιο***

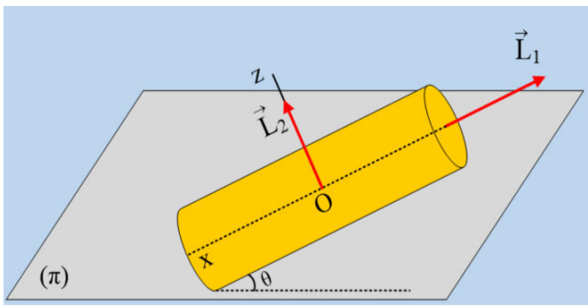
δύσκολο σημείο της ερμηνείας της κίνησης του κυλίνδρου. Γιατί δηλαδή χάνει την επαφή του με το έδαφος το άκρο που πατήσαμε.

Για να μπορέσουμε να εξηγήσουμε γιατί χάνεται η επαφή, κάνουμε μία αφαίρεση. Αφαιρούμε το τζάμι και το πεδίο βαρύτητας.

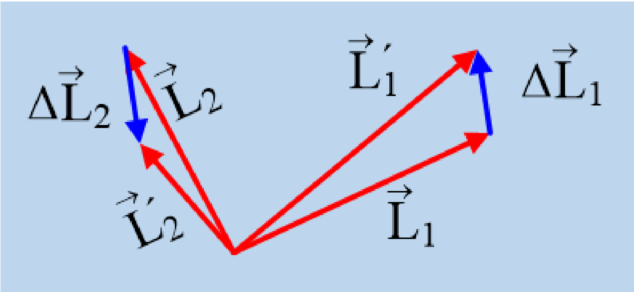


Έξω λοιπόν από το πεδίο βαρύτητας έχουμε έναν ομογενή κύλινδρο στον οποίο:
Δίνουμε μία αρχική γωνιακή ταχύτητα ω, γύρω από τον άξονά του x, ο οποίος συνδέει τα κέντρα των δύο βάσεών του καθώς και μια δεύτερη περιστροφή, γύρω από τον άξονα z κάθετο στον x, ο οποίος περνά από το κέντρο μάζας του O.
Το ερώτημα:
Θα συνεχίσει ο κύλινδρος να έχει αυτές τις γωνιακές ταχύτητες ή θα αλλάξει κάτι;
Προφανώς δεν ασκείται στον κύλινδρο καμιά δύναμη ή ροπή από το περιβάλλον του.
Στο σχήμα, βλέπετε δύο θέσεις που απέχουν κατά dt με την προϋπόθεση ότι ο άξονας z, συνεχίζει να διατηρεί τον προσανατολισμό του.
Αλλά στον κύλινδρο δεν ασκήθηκαν εξωτερικές ροπές, οπότε η στροφορμή πρέπει να παραμένει σταθερή. Και για να συμβεί αυτό θα πρέπει να μεταβληθεί και η «άλλη στροφορμή» λόγω της γωνιακής ταχύτητας Ω, πράγμα που σημαίνει ότι ο άξονας z, **δεν μπορεί να μείνει σταθερός**. Αυτό, διότι όταν μιλάμε για μεταβολή της στροφορμής $L_z=I_z \cdot \Omega$, αναφερόμαστε σε μεταβολή που οφείλεται σε αλλαγή της διεύθυνσης και όχι σε αλλαγή του μέτρου για δυο λόγους.
α) Αν άλλαζε το μέτρο, η μεταβολή της στροφορμής θα ήταν dL_z και θα ήταν κάθετη στην dL_1 οπότε θα άλλαζε και η ολική στροφορμή.
β) Αν άλλαζε το μέτρο θα είχαμε μεταβολή στην κινητική ενέργεια του κυλίνδρου.
Συνεπώς οδηγούμαστε στο συμπέρασμα ότι θα αλλάξει διεύθυνση ο άξονας z του κυλίνδρου, όπου ο κύλινδρος θα έρθει στη θέση που δείχνει το παρακάτω σχήμα, σχηματίζοντας κάποια γωνία θ με το αρχικό επίπεδο xy, με αποτέλεσμα να μεταβληθεί βεβαίως και η αρχική στροφορμή L_2:





Αν μελετήσουμε τώρα τι θα συμβεί στη συνέχεια σε χρόνο Δt, θα δούμε να αλλάζει η στροφορμή για την περιστροφή γύρω από τον (νέο) άξονα x κατά ΔL1, ενώ ταυτόχρονα αλλάζει και η στροφορμή για την περιφορά γύρω από τον (νέο) άξονα z κατά ΔL2,



Ενώ για τα δύο διανύσματα θα ισχύει:

$$\Delta\vec{L}_1 = -\Delta\vec{L}_2$$

πράγμα που σημαίνει ότι η στροφορμή διατηρείται.
Πρέπει να τονίσουμε ότι στη διάρκεια της μετάβασης από την αρχική θέση στην θέση με κλίση θ, δεν ασκήθηκε στον κύλινδρο καμιά εξωτερική δύναμη και καμιά εξωτερική ροπή. Δηλαδή το περιβάλλον δεν επέδρασε με τον α ή β τρόπο με τον κύλινδρό μας.

————

Και τώρα ας έρθουμε στο αρχικό πρόβλημα με το σωλήνα.
Δεν μας χρειάζονται οι τριβές στη μελέτη μας, αφού αυτές δεν παίζουν ιδιαίτερο ρόλο στην εξέλιξη του φαινόμενου (προφανώς αν εμφανιστούν τριβές αυτές θα κάνουν αυτό που … ξέρουν, αφαιρώντας μηχανική ενέργεια).
Το μόνο που μένει επιπλέον να εξηγηθεί, είναι η ανύψωση του κέντρου μάζας, από την αρχική θέση, μέχρι το ύψος που εξασφαλίζεται η κατάλληλη γωνία κλίσεως για να μπορούμε να έχουμε τις αντίθετες μεταβολές στη στροφορμή.

Όταν σηκωθεί ο κύλινδρος, το σημείο Α θα σπινιάρει αφού έχει μόνο περιστροφική ταχύτητα λόγω του ω. Έτσι η τριβή ολίσθησης θα είναι αντίθετη του ω. Έτσι η τριβή θα το επιταχύνει μεταφορικά ενώ θα το επιβραδύνει περιστροφικά. Έτσι πολύ γρήγορα η μεταφορική ταχύτητα στο Α θα γίνει ίση με την περιστροφική και το Α πλέον θα αρχίσει να κυλίεται. Από τότε και μετά η τριβή κατά μήκος των ταχυτήτων θα μηδενιστεί.

Το c.m του σωλήνα θα παραμένει σχεδόν ακίνητο αφού στον κύλινδρο ασκείται μόνο ροπή η οποία προκαλεί την αλλαγή της κατεύθυνσης της στροφορμής. Η συνολική δύναμη στον κύλινδρο είναι μηδέν. Το Α τελικά κυλίεται στην περιφέρεια ενός κύκλου που έχει διάμετρο όση περίπου και το μήκος του σωλήνα και κέντρο το ίχνος της κατακόρυφης που περνάει από το c.m του κυλίνδρου.

2. Το σημείο Γ δηλαδή το σημείο που είναι αντιδιαμετρικό του Α και ίπταται, έχει μικρή ταχύτητα αφού η μεταφορική ταχύτητα του Γ είναι αντίρροπη της περιστροφικής. Έτσι το σύμβολο του Γ περνάει αργά μπροστά από τα μάτια μας και αυτά μπορούν να εστιάσουν σε αυτό. Αντίθετα το σύμβολο που είναι αντιδιαμετρικά στο Β περνάει πολύ γρήγορα από τα μάτια μας, αφού η ταχύτητά του είναι το άθροισμα της μεταφορικής και της περιστροφικής κίνησης. Έτσι το μάτι μας δεν προλαβαίνει να εστιάσει και δεν το βλέπουμε.

3. Όπως είπαμε το σημείο Α κυλίεται γύρω από τον νοητό κύκλο του κυλίνδρου. Η ανύψωση του κυλίνδρου είναι μικρή. Έτσι ο νοητός κύκλος έχει διάμετρο όση περίπου και η διάμετρος του κυλίνδρου. Έτσι θα ισχύει $N2\pi r=2\pi R$. Άρα $N=R/r=7{,}5/2{,}5=3$ Άρα το σύμβολο εμφανίζεται στην πάνω μεριά τρεις φορές σε κάθε περιστροφή. Αν ο σωλήνας κοβόταν στα 10cm τότε θα εμφανιζόταν 4 φορές, πράγμα που διαπιστώθηκε και πειραματικά. Αν το μήκος του σωλήνα ήταν μεταξύ 7,5 και 10 τότε το σύμβολο δεν θα εμφανιζόταν σε σταθερή θέση, αλλά θα εμφανιζόταν θολό σε 3 – 4 θέσεις.

4. το σημείο Α όπως εξηγήσαμε κυλίεται. Το Β που βρίσκεται από πάνω του έχει ταχύτητα 2v. Αντίθετα το Δ έχει ταχύτητα σχεδόν μηδέν. Άρα κοιτώντας το τζάμι από κάτω θα βλέπουμε το αντίθετο σύμβολο από αυτό που βλέπουμε από πάνω

Σημ: Θερμές ευχαριστίες στους παρακάτω συναδέλφους που χωρίς τη συνδρομή τους δεν θα είχε γραφτεί αυτό το άρθρο. Πιο συγκεκριμένα:
-Στον Παναγιώτη Λάζο Υπεύθυνο Ε.Κ.Φ.Ε Ηλιούπολης που μου έδειξε για πρώτη φορά το παραπάνω παράδοξο στην εκδήλωση «Η Φυσική Μαγεύει 2018»
-Στον Βαγγέλη Βάρθη συνεργάτη του Ε.Κ.Φ.Ε Κέρκυρας που οι εύστοχες ερωτήσεις του ήταν η αφορμή να ασχοληθώ ενδελεχώς με το φαινόμενο.
-Στον Διονύση Μάργαρη που είχε την ιδέα αφαίρεσης του βαρυτικού πεδίου και του εδάφους ώστε να γίνει δυνατή η ερμηνεία ανύψωσης του κυλίνδρου.

Ιντερνετικές αναφορές.

https://www.youtube.com/watch?v=7rAiZR_zasg
https://www.youtube.com/watch?v=E9WUaBGH7_I
https://www.youtube.com/watch?v=wQTVcaA3PQw
https://www.youtube.com/watch?v=opWlFVvTKRw