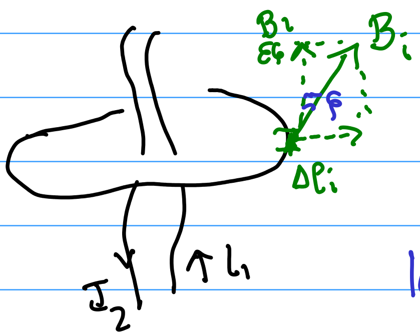
Ο νόμος του Ampere ως συνέπεια του νόμου των Biot-Savart

- Νόμος Ampere

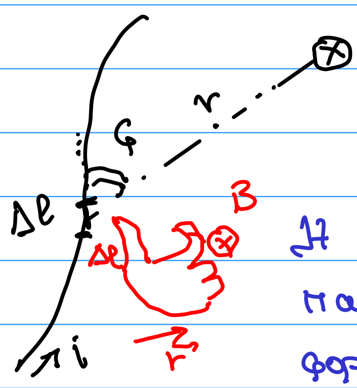


K_μ = Μαγνητική κυκλοφορία $\Sigma \vec{B}\Delta\vec{l} = \Sigma B_{i\,\varepsilon\varphi}\Delta l_i$

$$K_\mu = \Sigma B_{i\,\varepsilon\varphi}\Delta l_i = \mu_0 I_{\varepsilon\gamma} \Rightarrow$$

$$K_\mu = \Sigma B_i \Delta l_i \sigma\upsilon\nu\varphi_i = \mu_0 (i_1 - i_2)$$

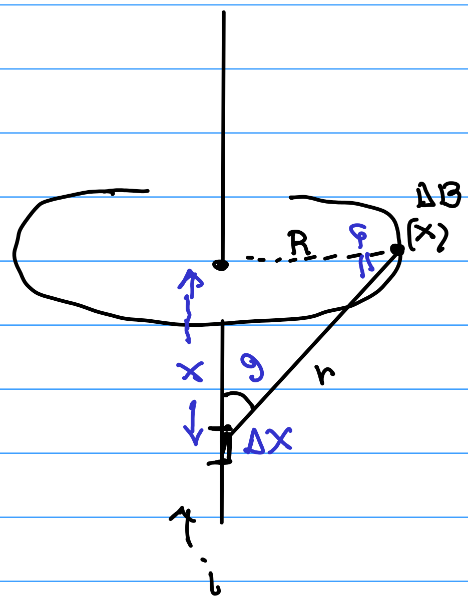
- Νόμος των Biot-Savart



$$\Delta B = \frac{\mu_0 i \Delta l}{4\pi r^2}\,\eta\mu\varphi$$

Η διεύθυνση του ΔΒ είναι ⊥ στο επίπεδο που ορίζουν το $\vec{r}$ με το $\Delta\vec{l}$ και η φορά αυτή του δεξιόστροφου κοχλία $\Delta\vec{l}\times\vec{r}$

1° Θα αποδείξουμε πρώτα τον νόμο του Ampere για ευθύγραμμο αγωγό κ' για μια καμπύλη που είναι κύκλος κάθετος στο επίπεδο του αγωγού κ' με κέντρο πάνω στον αγωγό



$$r^2 = x^2 + R^2 \Rightarrow r^2 = R^2(1+\varepsilon\varphi^2\varphi)$$

$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{x}{R} \rightarrow x = R\,\varepsilon\varphi\varphi \rightarrow dx = \frac{R}{\sigma\upsilon\nu^2\varphi}d\varphi$$

$$\hat{\theta} + \hat{\varphi} = 90^\circ \Rightarrow \eta\mu\theta = \sigma\upsilon\nu\varphi$$

$$dB = K_\mu \cdot \frac{i\,dx}{r^2}\eta\mu\theta \Rightarrow dB = K_\mu \cdot i\,\frac{R}{\sigma\upsilon\nu^2\varphi}\cdot\frac{\sigma\upsilon\nu\varphi\,d\varphi}{R^2(1+\varepsilon\varphi^2\varphi)} \Rightarrow$$

$$dB = K_\mu \cdot i\,\frac{1}{R}\sigma\upsilon\nu\varphi \cdot d\varphi$$ αφού $1+\varepsilon\varphi^2\varphi = \dfrac{1}{\sigma\upsilon\nu^2\varphi}$

Κυκλοφορία από το τμήμα του αγωγού dx :

$$\Delta K = \sum_i \vec{B}_i d\vec{\ell}_i = B_i \sum_i d\ell_i = B_i\,2\pi R = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot i\,\frac{1}{R}\cdot 2\pi R\,\sigma\upsilon\nu\varphi\,d\varphi = \frac{\mu_0}{2\pi}\,i\,\sigma\upsilon\nu\varphi\,d\varphi$$

αφού όλα τα B_i κατά μήκος του κύκλου έχουν το ίδιο μέτρο κ' είναι κ' εφαπτομενικά των $\Delta\ell_i$.

Για όλο τον αγωγό θα έχουμε $\displaystyle\int dK = \int_{-\pi}^{\pi}\frac{\mu_0}{2\pi}\,i\,\sigma\upsilon\nu\varphi\,d\varphi$

$$\Rightarrow K = \int dK = \frac{\mu_0}{2\pi}\,i\,\eta\mu\varphi\Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} = \mu_0 i$$

Και από εδώ αρχίζουν τα δύσκολα.

Το νόμο του Αμπέρ τον αποδείξαμε:

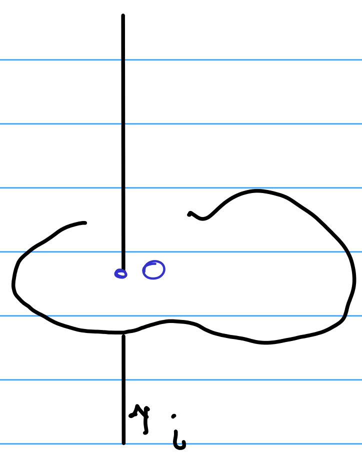
1.) Για κύκλο

2) Για κύκλο που έχει επίπεδο ⊥ στον αγωγό

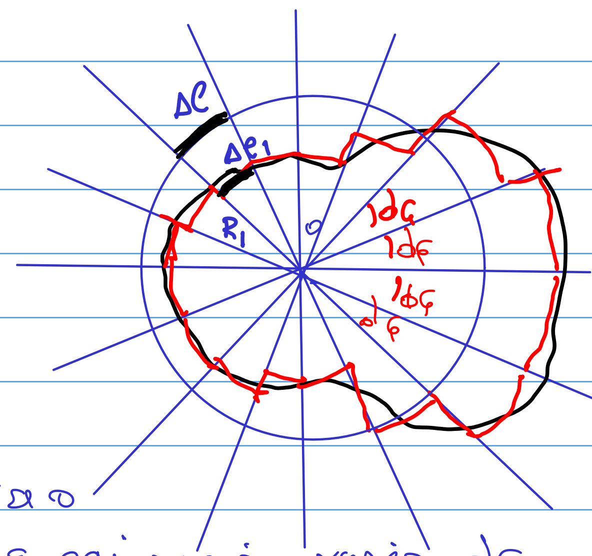
3) Για ευθύγραμμο αγωγό.

Γνωρίζουμε όμως ότι ο νόμος ισχύει για οποιαδήποτε καμπύλη που περιβάλλει (περικλύει) οποιουδήποτε σχήματος αγωγό (ή αγωγούς). Πως θα προχωρήσουμε στις γενικεύσεις; Οι γενικεύσεις θα γίνουν σε στάδια:

α) Ο νόμος ισχύει για ευθύγραμμο αγωγό που περιβάλλεται από επίπεδη καμπύλη ⊥ στον αγωγό ανεξαρτήτως σχήματος



κοιτώντας τη καμπύλη από πάνω

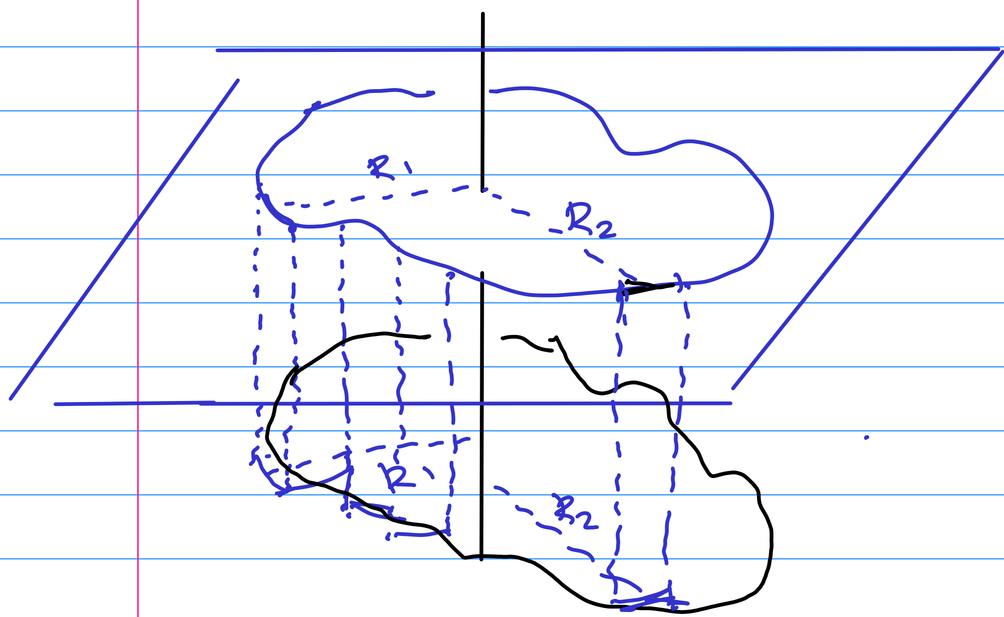


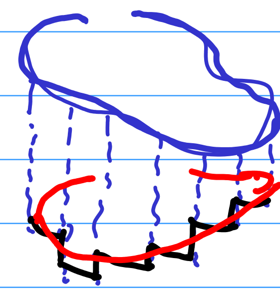
Παίρνουμε κέντρο το Ο από όπου περνάει ο αγωγός κ' σχηματίζουμε ένα αστέρι με πολύ μικρές γωνίες dφ. Η καμπύλη μπορεί να προσεγγιστεί με πολύ μικρά κυκλικά τμήματα (τόξα) με κέντρο το Ο. Για το κάθε τέτοιο στοιχειώδες τόξο η κυκλοφορία θα είναι:

$$\Delta K_1 = \Delta B_1 \cdot \Delta \ell_1 = \frac{\mu_o}{2\pi}\frac{i}{R_1}\cdot \Delta\ell_1 = \frac{\mu_o}{2\pi}\frac{i}{\cancel{R_1}}\cdot\cancel{R_1}\, d\varphi = \frac{\mu_o}{2\pi} d\varphi\, i$$

άρα η ολική κυκλοφορία θα είναι $K_g = \Sigma \Delta K = \frac{\mu_o}{\cancel{2\pi}} \cdot i\, \cancel{2\pi} = \mu_o i$

β) Ο νόμος ισχύει ακόμη και αν η καμπύλη δεν βρίσκεται σε επίπεδο το οποίο είναι κάθετο στον αγωγό ή ακόμη γενικότερα σε επίπεδο.

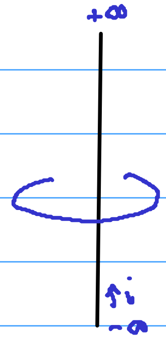




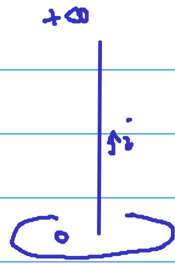
Σπάμε την επίπεδη καμπύλη σε στοιχειώδη dl_i. Το κάθε τέτοιο στοιχειώδες τμήμα dl_i μπορούμε να το μετατοπίσουμε παράλληλα στον ευθ. αγωγό μας χωρίς ν' αλλάξει η στοιχειώδης κυκλοφορία σ' αυτό. Ενώνουμε τα στοιχειώδη τμήματα dl_i με παράλληλα τμήματα dk_i προς τον αγωγό. μεταξύ Γι' αυτά η κυκλοφορία είναι μηδέν αφού $\vec{B}\cdot\vec{dk}=0$ Άρα η κυκλοφορία στη νέα καμπύλη που θα προκύψει θα είναι ίδια με την κυκλοφορία στην παλιά

γ) Ο νόμος του Άμπερ δεν ισχύει μόνο για ευθύγραμμους αγωγούς αλλά κ' για αγωγούς οποιουδήποτε σχήματος

Αυτή είναι η δυνατότερη γενίκευση:



$K = \mu_0 i$

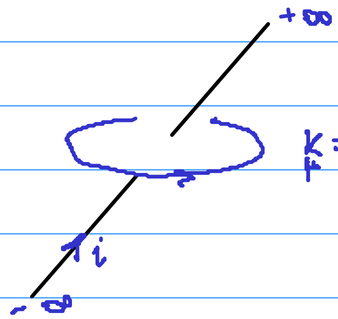


$K = \frac{\mu_0 i}{2}$

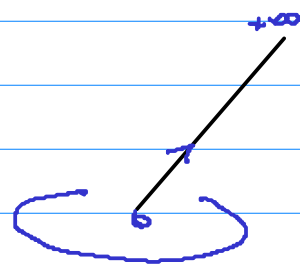
Για λόγους συμμετρίας η κυκλοφορία που δημιουργεί η κάθε ημιευθεία θα είναι $\frac{\mu_0 i}{2}$ αφού για όλη την ευθεία δείξαμε ότι $K_\mu = \mu_0 i$

Από τις προηγούμενες περιπτώσεις γνωρίζουμε ότι η μαγνητική κυκλοφορία είναι η ίδια ακόμη κ' αν η καμπύλη πάνω στην οποία την υπολογίζουμε δεν είναι κύκλος ή κ' όταν δεν βρίσκεται σε επίπεδο ⊥ στο ρευματοφόρο αγωγό ή ακόμη και αν δεν βρίσκεται στο ίδιο επίπεδο

Λόγω αυτών θα έχουμε:

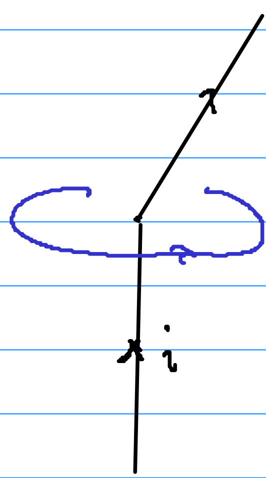


$K_\mu = \mu_0 i \Rightarrow$



$K_\mu = \frac{\mu_0 i}{2}$

$\Rightarrow$



$K_\mu = \mu_0 i$

Άρα παρατηρούμε ότι η κυκλοφορία είναι η ίδια ακόμη κ' αν σπάσει η συμμετρία της ευθείας.

Επομένως $K_\mu = \mu_0 i_g$ ανεξαρτήτως σχήματος ρευματοφόρων αγωγών σχήματος καμπύλης που τους περιβάλλει κτλ