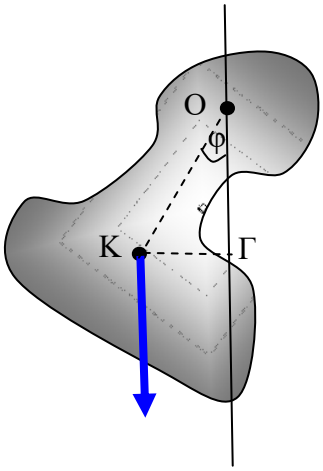
Ακρωτηριάζοντας ένα δακτυλίδι

Αν αναρτήσουμε ένα οποιοδήποτε στερεό σώμα από ένα σημείο έστω Ο και το εκτρέψουμε από τη θέση ισορροπίας του, το σώμα θα εκτελέσει μια ταλάντωση. Για μικρές γωνίες η ταλάντωση είναι αρμονική. Για την εύρεση της περιόδου της ταλάντωσης μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις αναλογίες μεταξύ των μεταφορικών και περιστροφικών κινήσεων όπως φαίνονται από τον παρακάτω πίνακα:

ΜΕΤΑΦΟΡΙΚΕΣ ΚΙΝΗΣΕΙΣ		**ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΙΚΕΣ ΚΙΝΗΣΕΙΣ**	
Μετατόπιση	χ	Γωνία	φ
Μάζα	m	Ροπή αδράνειας	I
Σταθερά επαναφοράς	D	Σταθερά επαναφοράς	D*
Δύναμη	F	Ροπή	τ
Σχέση Δύναμης σταθεράς επαναφοράς	F=D⋅x	Σχέση ροπής Σταθεράς επαναφοράς	τ=D*φ
Περίοδος	$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$	Περίοδος	$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{D^*}}$



Για να υπολογίσουμε τη σταθερά επαναφοράς D* παίρνουμε τις ροπές ως προς το σημείο στήριξης Ο και έχουμε:

$\tau_{\text{B}}^{(o)} = mg(\text{KΓ}) = \text{mg(OK)}\eta\mu\varphi \approx \text{mg(OK)} \cdot \varphi$

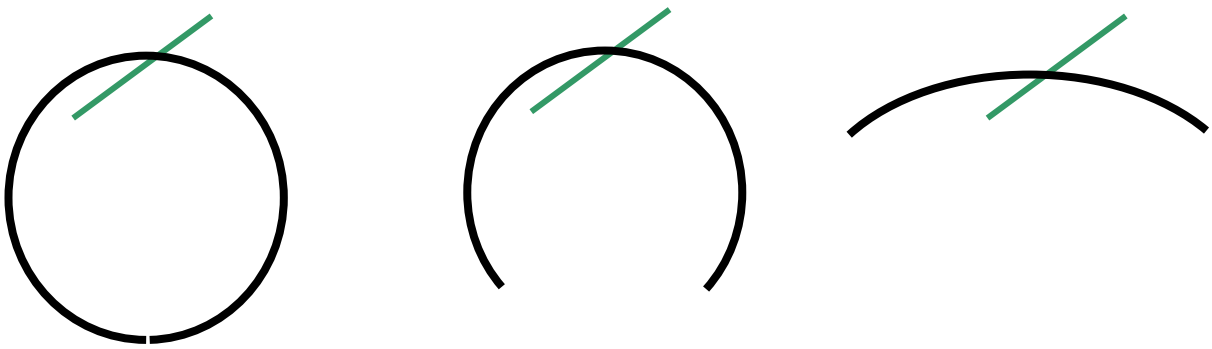
Συγκρίνοντας αυτή τη σχέση με την τ=D*φ συμπεραίνουμε ότι:
D*=mg(OK) οπότε :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\text{I}}{mg(\text{OK})}} \qquad (1)$$

Εφαρμόζοντας την παραπάνω σχέση για έναν δακτύλιο που ταλαντώνεται γύρω από ένα σημείο της περιφέρειάς του, θα έχουμε:

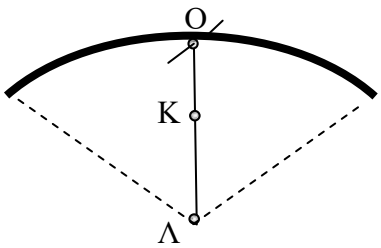
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2\text{mR}^2}{\text{mgR}}} = 2\pi\sqrt{\frac{2\text{R}}{\text{g}}} \qquad (2)$$

ΕΡΏΤΗΣΗ



Διαθέτουμε έναν δακτύλιο. Στη συνέχεια του αφαιρούμε ένα τμήμα του συμμετρικά ως προς την κατακόρυφο που περνάει από το σημείο εξάρτησης. Στη συνέχεια αφαιρούμε ένα μεγαλύτερο τμήμα του. Ποια σχέση συνδέει τις περιόδους των τριών παραπάνω ταλαντωτών;

Α) $T_1>T_2>T_3$
Β) $T_1<T_2<T_3$
Γ) $T_1=T_2=T_3$



Έστω ένας δακτύλιος από τον οποίο έχουμε αφαιρέσει ένα μεγάλο τμήμα του συμμετρικά από την κατακόρυφη που περνάει από το σημείο εξάρτησης. Έστω αυτό το τμήμα έχει μάζα m και το κέντρο μάζας είναι το σημείο Κ.

Η ροπή αδράνειας του τμήματος αυτού ως προς το κέντρο του κύκλου Δ θα είναι προφανώς $I_\Delta=mR^2$
Εφαρμόζουμε δύο φορές το θεώρημα Steiner και έχουμε;

$$I_\Delta = I_K + m(K\Delta)^2 \rightarrow I_K = mR^2 - m(K\Delta)^2 \qquad (3)$$

$$I_O = I_K + m(KO)^2 \qquad (4)$$

Σύμφωνα με τη σχέση (1) η περίοδος θα δίνεται από τη σχέση:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_O}{mg(OK)}} = 2\pi\sqrt{\frac{m\left[R^2-(R-OK)^2+(OK)^2\right]}{mg(OK)}} = 2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}}$$

Άρα ισχύει η γ) απάντηση. $T_1=T_2=T_3$