

# Η Αρχή της Ελαχίστης Ενέργειας

Σε πολλά σχολικά βιβλία και άλλα αναφέρονται πολλά πράγματα για την ενέργεια, για τις διάφορες μορφές της, για την αρχή διατήρησης της ενέργειας κτλ αλλά λίγα γενικά πράγματα αναφέρονται στην αρχή της ελάχιστης ενέργειας. Η αρχή αυτή είναι μια παραμελημένη αρχή, με την έννοια ότι είναι πάρα πολύ χρήσιμη στο να καταλάβουμε πάρα πολλά φαινόμενα που συμβαίνουν γύρω μας. Έτσι μπορούμε να δούμε τη φύση λίγο πιο απλή από ότι αρχικά μας φαίνεται. Αυτός είναι άλλωστε και ο σκοπός της φυσική επιστήμης. Το γιατί αυτή η αρχή δεν παίζει καθοριστικό ρόλο στα σχολικά βιβλία και όχι μόνο, είναι άγνωστο τουλάχιστον για το συγγραφέα.

Την αρχή αυτή θα την εξετάσουμε στους διάφορους τομείς της φυσικής αρχίζοντας από τη μηχανική.

## Η Α.Ε.Ε ΣΤΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ:

Γνωρίζουμε ότι η μηχανική ενέργεια είναι το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής. Όταν υπάρχουν τριβές, τότε η μηχανική ενέργεια δεν παραμένει σταθερή, αλλά μέσω του έργου των τριβών, μετατρέπεται σιγά- σιγά σε θερμική και ίσως και σε κάποιες άλλες μορφές. (ηχητική, παραμόρφωσης κτλ). Στη θέση ισορροπίας ενός σώματος θα έχουμε κινητική ενέργεια ίση με μηδέν, αφού αν στη θέση ισορροπίας του είχε ταχύτητα, τότε λόγω των τριβών, θα ελαπωνόταν συνεχώς μέχρι να μηδενιστεί. Λόγω όμως της ΑΕΕ στη θέση ισορροπίας θα έχει και την ελάχιστη δυναμική ενέργεια. Έτσι μπορούμε να δούμε τη κίνηση των σωμάτων (πχ ενός ταλαντωτή) σαν τη προσπάθεια των σωμάτων να φθάσουν στη θέση ισορροπίας τους, όπου θα ελαχιστοποιήσουν την δυναμική τους ενέργεια και έτσι θα ησυχάσουν. Ίσως τώρα να καταλαβαίνετε καλύτερα γιατί όταν επιστρέφετε σπίτι σας κουρασμένοι, κάθεστε σε καρέκλα, ή ακόμη καλύτερα ξαπλώνετε στο κρεβάτι σας, αφού έτσι ελαχιστοποιείτε την μηχανική σας ενέργεια.

Η αρχή των συγκοινωνούντων δοχείων είναι και αυτή ένα πόρισμα της ΑΕΕ. Αν σε δύο συγκοινωνούντα δοχεία η στάθμη του νερού δεν ήταν ίδια και από τα δύο μέρη, τότε η συνολική ποσότητα του νερού θα είχε μεγαλύτερη δυναμική ενέργεια από ότι εάν η στάθμη του νερού ήταν ίδια και στα δύο δοχεία. Έτσι το νερό κινείται από το ένα δοχείο στο άλλο, με σκοπό να αποκτήσει τελικά μικρότερη ενέργεια. Το γεγονός ότι όταν ανοίγουμε τη βρύση μας τρέχει άφθονο νεράκι, οφείλεται στην ΑΕΕ. Το νερό της βρύσης μας θέλει να φθάσει τη στάθμη του υδραγωγείου, ενώ αντίθετα το νερό του υδραγωγείου θέλει να κατέβει στη στάθμη της βρύσης μας, γιατί έτσι θα αποκτήσει όλη η ποσότητα του νερού μικρότερη ενέργεια.

Γενικό συμπέρασμα λοιπόν είναι ότι η θέση ισορροπίας των σωμάτων είναι και θέση ελάχιστης ενέργειας και ότι στη φύση τα σώματα τείνουν να καταλάβουν τη θέση ισορροπίας τους, άρα τείνουν να αποκτήσουν την ελάχιστη μηχανική ενέργεια. Ακόμη την ισορροπία ενός πλοίου μπορούμε να την εξηγήσουμε με την ΑΕΕ. Όταν γίνεται η καθέλκυση του πλοίου, η δυναμική ενέργεια του πλοίου όσο αυτό βυθίζεται, ελαπώνεται. Αντίθετα η δυναμική ενέργεια του νερού αυξάνεται, αφού η στάθμη των νερών ανεβαίνει, έστω και ελάχιστα. Τελικά το πλοίο θα ισορροπήσει στη θέση εκείνη, που η δυναμική ενέργεια του συστήματος πλοίο- νερό έχει την ελάχιστη ενέργεια. Η δύναμη της άνωσης μπορεί λοιπόν να προκύψει από την ΑΕΕ!

## Η ΑΕΕ ΣΤΟΝ ΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟ

όπως και στη μηχανική έτσι και στον ηλεκτρισμό τα φορτία κινούνται με σκοπό να αποκτήσουν τελικά την ελάχιστη δυναμική ενέργεια. Το αντίστοιχο μέγεθος με το υψόμετρο της μηχανικής το ονομάζουμε «δυναμικό» και την υψομετρική διαφορά, την ονομάζουμε διαφορά δυναμικού, ή «τάση». Τάση προς κίνηση των φορτίων βέβαια.

Η μόνη διαφορά με την μηχανική είναι, ότι στον ηλεκτρισμό, έχουμε δύο ειδών φορτία, τα θετικά και τ' αρνητικά, ενώ στη μηχανική η μάζα είναι πάντοτε θετική. Έτσι τα θετικά φορτία κινούνται όπως και οι μάζες, από τα υψηλά δυναμικά στα χαμηλά, ενώ τ' αρνητικά φορτία κινούνται ανάποδα. Από τα χαμηλά δυναμικά προς τα υψηλά. Η κίνηση των αρνητικών φορτίων, μοιάζει με τη κίνηση των σολομών στα ποτάμια, που κινούνται ανάποδα με τη ροή του ποταμού. Για φανταστείτε αλήθεια πόσο παράξενα θα συμπεριφερόταν μια αρνητική μάζα; αν την αφήναμε, μολονότι θα ήταν πολύ βαριά, θα πήγαινε προς τα πάνω και όχι προς τα κάτω. Τα ποτάμια από αρνητική μάζα, θα ξεκινούσαν από τη θάλασσα και θα ταξίδευαν προς τις κορυφές των βουνών! Κτλ.

Όταν κλείνουμε το διακόπτη για ν' ανάψει το φως ή ο θερμοσίφωνας, αυτό που τελικά γίνεται είναι ότι τα φορτία κινούνται λόγω της διαφοράς δυναμικού που επικρατεί στα δύο άκρα της πρίζας μας, με σκοπό πάντα να αποκτήσουν τη χαμηλότερη δυναμική ενέργεια. Η κίνηση όμως αυτή των φορτίων δεν είναι τόσο εύκολη κατά μήκος όλου του αγωγού. Στη λάμπα, επειδή το σύρμα είναι αρκετά λεπτό, η κίνηση των φορτίων γίνεται αρκετά δύσκολα και έτσι αναπτύσσεται θερμότητα, η οποία είναι και το αίτιο φωτοβολίας της λάμπας. Το ίδιο συμβαίνει και στο θερμοσίφωνα.

Η λειτουργία λοιπόν των περισσότερων ηλεκτρικών συσκευών στο σπίτι μας, οφείλεται στην Α.Ε.Ε.

Ας πάμε λίγο παρακάτω. Έστω ότι έχουμε 5 ομώνυμα και ίσα φορτία τα οποία τα αφήνουμε να κινηθούν ελεύθερα στο εσωτερικό κύκλου φτιαγμένου από μονωτικό υλικό. Τα φορτία, λόγω της μεταξύ τους άπωσης, θ' αρχίσουν να κινούνται και τελικά θα ισοροπήσουν στη περιφέρεια του κύκλου, αφού θέλουν να βρεθούν το ένα όσο δυνατόν πιο μακριά από το άλλο, και το εκπληκτικότερο είναι ότι για να συμβεί αυτό, όπως μπορεί να αποδειχθεί μαθηματικά, όχι και τόσο εύκολα προειδοποιώ τους αναγνώστες, θα πρέπει τα φορτία να ισοροπήσουν στις κορυφές κανονικού πενταγώνου. Έτσι θα σχηματιστεί μια συμμετρική διάταξη. Καταλήξαμε λοιπόν στο συμπέρασμα, ότι η συμμετρία που εμφανίζεται στη φύση, είναι αποτέλεσμα της ΑΕΕ. Έτσι το συμμετρικό σχήμα των λουλουδιών, των ζώων, της κυψέλης των μελισσών κτλ είναι αποτέλεσμα της οικονομίας της φύσης. Έτσι η ομορφιά που συναντάμε στη φύση, ( η ομορφιά έχει άμεση σχέση με τη συμμετρία ή με το μερικό σπάσιμο αυτής) είναι αποτέλεσμα της οικονομίας, δηλαδή της ΑΕΕ. Αποδεικνύεται για παράδειγμα, ότι οπιδήποτε άλλο σχήμα αν είχαν οι κυψέλες των μελισσών, οι μέλισσες θα αναγκαζόντουσαν να χρησιμοποιήσουν μεγαλύτερη ποσότητα κεριού, για να φτιάξουν τα ίδια κελιά.

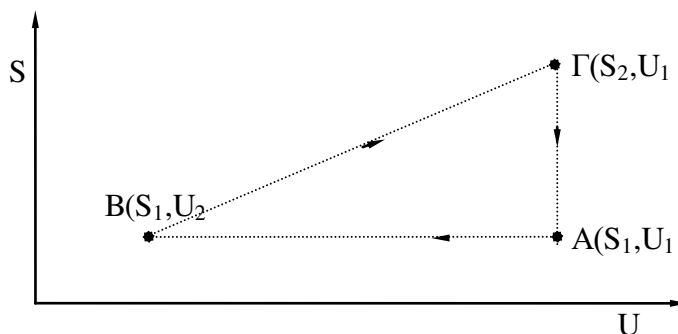
## **Η ΑΕΕ ΣΤΗ ΟΠΤΙΚΗ**

Ας υποθέσουμε ότι κινούμαστε μ' ένα πλοίο, με σταθερή κατά μέτρο ταχύτητα  $u$ . τότε για να πάμε από τον έναν τόπο σ' έναν άλλον πιο οικονομικά, δηλαδή με όσο το δυνατό λιγότερα καύσιμα, άρα και λιγότερη ενέργεια, θα πρέπει προφανώς, ν' ακολουθήσουμε το συντομότερο δρόμο. Αυτό ακριβώς κάνει και το φως αλλά και οποιοδήποτε άλλο κύμα, όπως ο ήχος κτλ. Αυτό για το φως λέγεται αρχή του Fermat. Με την αρχή αυτή μπορούμε να εξηγήσουμε τα φαινόμενα της ευθύγραμμης διάδοσης του φωτός, της ανάκλασης και της διάθλασης. ( δεν μπορούμε να εξηγήσουμε πολλά άλλα φαινόμενα )

## **Η ΑΕΕ ΣΤΗ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑ.**

Θα αποδείξουμε ότι αν ένα σύστημα έχει σε κάποια κατάσταση μέγιστη εντροπία, τότε σ' αυτή τη κατάσταση θα έχει ελάχιστη εσωτερική ενέργεια. Έτσι, επειδή όπως γνωρίζουμε σύμφωνα με το δεύτερο θερμοδυναμικό αξίωμα, κάθε μονωμένο

σύστημα στη φύση οδεύει προς τη κατάσταση της θερμοδυναμικής ισορροπίας, δηλαδή προς μεγιστοποίηση της εντροπίας του, από την άλλη μεριά θα οδεύει προς τη κατάσταση της ελαχιστοποίησης της εσωτερικής του ενέργειας. Η απόδειξη βασίζεται στην άτοπο απαγωγή.



Έστω ότι το σύστημα βρίσκεται σε θερμοδυναμική ισορροπία στη κατάσταση A και έχει εντροπία  $S_1$  που είναι μέγιστη και εσωτερική ενέργεια  $U_1$  η οποία έστω ότι δεν είναι ελάχιστη. Τότε θα υπάρχει μια άλλη κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας, έστω B, που θα έχει την ίδια εντροπία (αφού υποθέσαμε ότι η  $S_1$  είναι μέγιστη) και μεγαλύτερη εσωτερική ενέργεια, έστω  $U_2$ . Το σύστημα θα μπορεί να πάει από τη κατάσταση A στη κατάσταση B, αφαιρώντας ισηντροπικά ενέργεια. Από τη κατάσταση τώρα B, αν προσθέσουμε ίσο ποσό θερμότητας με την ενέργεια που αφαιρέσαμε από τη κατάσταση A, το σύστημα θα μεταβεί σε μια κατάσταση Γ, που θα έχει το ίδιο ποσό ενέργειας που είχε στη κατάσταση A, αλλά μεγαλύτερο ποσό εντροπίας, αφού όπως γνωρίζουμε, αν προσθέσουμε θερμότητα σ' ένα σύστημα, η εντροπία του αυξάνεται. Έτσι η κατάσταση Γ, θα έχει ίδια ενέργεια με τη κατάσταση A, αλλά μεγαλύτερη εντροπία. Πράγμα άτοπο, αφού υποθέσαμε ότι το σύστημα στη κατάσταση A έχει τη μεγαλύτερη δυνατή εντροπία. Στο άτοπο καταλήξαμε γιατί υποθέσαμε ότι στη κατάσταση A η ενέργεια δεν είναι ελάχιστη.

*Άρα μια κατάσταση θερμοδυναμική ισορροπίας που θα χαρακτηρίζεται από μέγιστη εντροπία, θα χαρακτηρίζεται συγχρόνως και από ελάχιστη εσωτερική ενέργεια.*

Όπως είδαμε στον ηλεκτρισμό, η ΑΕΕ οδηγεί στη συμμετρία και κατά συνέπεια στη τάξη και την ομορφιά. Στη θερμοδυναμική όμως, διαπιστώσαμε ότι η αρχή αυτή οδηγεί ή είναι ισοδύναμη με την μεγιστοποίηση της εντροπίας, που ως γνωστό σημαίνει αύξηση της αταξίας. Τελικά τι γίνεται; Η φύση οδηγείται σε τάξη ή σε αταξία; Το ερώτημα αυτό είναι θεμελιακό για τη φυσική και μόνο τα τελευταία χρόνια αρχίζει να διαφαίνεται μια πιθανή απάντησή του, με τη μελέτη συστημάτων μακριά από τη θερμοδυναμική ισορροπία, η οποία γίνεται με τη βοήθεια μη γραμμικών μαθηματικών, γνωστών και ως θεωρία του χάους. Έτσι μπορούμε να πούμε, ότι ένα σύστημα που βρίσκεται μακριά από τη κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας η εντροπία του αυξάνεται, δηλαδή το σύστημα οδηγείται στο χάος και την αταξία, μόλα ταύτα, μπορούν μερικά τμήματα του συστήματος, κάτω από ορισμένες συνθήκες, να αυτοοργανώνονται, και να παρουσιάζουν πολύ πολύπλοκες δομές, παραβιάζοντας τοπικά το δεύτερο θερμοδυναμικό νόμο. Αυτό δεν είναι χαρακτηριστικό μόνο του έμβιου κόσμου, αλλά μπορεί να παρατηρηθεί και σε ανόργανα συστήματα.

Άρα η φύση είναι εν' γενέει απλή και οικονομία. Που και που όμως κάνει τις σκανδαλιές της και ίσως μέσα από μια τέτοια σκανδαλιά, στα πλαίσια πάντα των νόμων που την διέπουν, ( οι ίδιοι οι νόμοι της αφήνουν περιθώρια για σκανδαλιές ) να γεννηθήκε η ζωή πάνω στο πλανήτη και στη συνέχεια ο άνθρωπος.

## Η ΑΕΕ ΣΤΗΝ ΑΤΟΜΙΚΗ - ΠΥΡΗΝΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ

Το πρώτο ατομικό μοντέλο, με αρκετή επιτυχία στην εξήγηση των πειραματικών δεδομένων της εποχής του, ήταν το μοντέλο του Rutherford. Σύμφωνα με αυτό το μοντέλο, το άτομο μοιάζει με ένα πολύ μικρό ηλιακό σύστημα, που στη θέση του ήλιου υπάρχει ο πυρήνας και γύρω από τον πυρήνα περιφέρονται τα ηλεκτρόνια. Η βασική διαφορά με το ηλιακό σύστημα, είναι ότι αντί για τη δύναμη της παγκόσμιας έλξης που συγκρατεί σε τροχιά τους πλανήτες γύρω από τον ήλιο, εδώ η δύναμη που συγκρατεί τα ηλεκτρόνια γύρω από το πυρήνα είναι η δύναμη Coulomb δισεκατομμύρια φορές μεγαλύτερη από την δύναμη του Newton.

Παρά το γεγονός ότι αυτό το μοντέλο εξηγούσε πολλά πειραματικά δεδομένα της εποχής του, δημιούργησε πολλά ερωτηματικά γύρω από τη σταθερότητα, το μέγεθος και το σχήμα των ατόμων. Μερικά από αυτά τα ερωτήματα ήταν:

Γιατί ενώ τα (e) ενώ μπορούν να κινηθούν σε οποιαδήποτε τροχιά γύρω από το πυρήνα, όπως και οι πλανήτες γύρω από τον ήλιο, κινούνται πάντα σε συγκεκριμένες τροχιές; ( αυτό είναι φανερό λόγω του σταθερού μεγέθους του κάθε ατόμου )

Εφ' όσον η πιο ευσταθής κατάσταση είναι αυτή που το (e) βρίσκεται ακίνητο πάνω στο πυρήνα, γιατί τα ηλεκτρόνια δεν πέφτουν πάνω στο πυρήνα όπως οι δορυφόροι που πέφτουν λόγω τριβής στη γη και προτιμούν να κινούνται γύρω από αυτόν; δηλαδή γιατί τα (e) δεν εκπέμπουν ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία κινούμενα γύρω από τον πυρήνα, όπως κάνει κάθε φορτίο όταν εκτελεί κυκλική κίνηση;

γιατί το άτομο δεν καταστρέφεται τόσο εύκολα όπως ένας δορυφόρος που μπορεί εύκολα να βγει από τη τροχιά του, ενώ αρκετά δύσκολα μπορεί να μπει σε τροχιά; ( το ακριβώς αντίθετο συμβαίνει με τα ηλεκτρόνια.)

γιατί το άτομο του  $H_2$  για παράδειγμα είναι σφαιρικό, ενώ σύμφωνα με το μοντέλο του Rutherford θα έπρεπε να είναι επίπεδο;. Για παράδειγμα η τροχιά ενός δορυφόρου είναι πάντα επίπεδη.

Μερικά από τα ερωτήματα απαντήθηκαν ( μπαλώθηκαν καλύτερα ) με τα δύο αξιώματα του Bohr. Μόνο που αυτά τα αξιώματα μπήκαν εντελώς αυθαίρετα ακριβώς για να καλύψουν λίγο τα κενά που δημιούργησε το μοντέλο του Rutherford. Ένα μοντέλο όμως που τα πειραματικά δεδομένα, δεν άφηναν κανένα περιθώριο για την πλήρη ανατροπή του. Όλα αυτά τα ερωτήματα και άλλα ακόμη που δεν έχουμε αναφέρει, λύθηκαν στα πλαίσια μιας εντελώς νέας και επαναστατικής θεωρίας, της θεωρίας των κβάντα, ή κβαντικής θεωρίας. Και στα πλαίσια αυτής της νέας θεωρίας, η ΑΕΕ κατέχει μια σημαντικότερη θέση. Μια νέα αρχή που εισάγει αυτή η θεωρία και η οποία είναι ίσως η σπουδαιότερη αρχή αυτής της θεωρίας, είναι η *αρχή της αβεβαιότητας*. Θα πούμε και παρακάτω γι' αυτή, αλλά προς το παρών μπορούμε να την διατυπώσουμε ως εξής:

*Εάν  $\Delta x$  η ακρίβεια με την οποία προσδιορίζουμε τη θέση ενός σωματιδίου ( ηλεκτρονίου εν προκειμένω ) και  $\Delta u$  η ακρίβεια με την οποία προσδιορίζουμε την ταχύτητά του, τότε ισχύει πάντα η ανισότητα:  $m \cdot \Delta x \cdot \Delta u \geq \hbar$  (1) όπου  $\hbar$  είναι μια σταθερά που ονομάζεται σταθερά του Plank.*

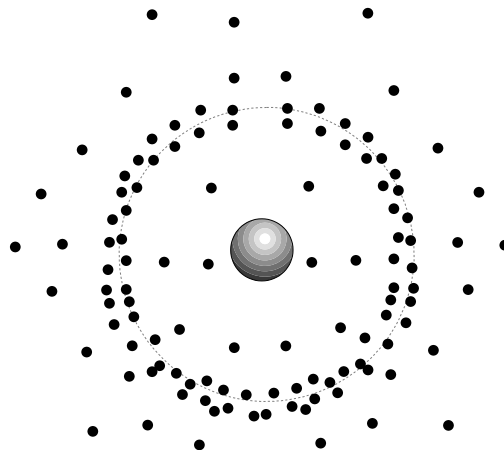
Με άλλα λόγια, όσο πιο καλά ξέρουμε τη θέση του (e), τόσο λιγότερο καλά μπορούμε να ξέρουμε τη ταχύτητά του και αντιστρόφως. Με αυτή την αρχή και με τη βοήθεια της ΑΕΕ, μπορούμε να δώσουμε μια χοντρική απάντηση στα παραπάνω ερωτήματα, στα πλαίσια της νέας θεωρίας της κβαντομηχανικής.

Έτσι αν  $\Delta x \approx x$  και  $\Delta u \approx u$  τότε  $m \cdot x \cdot u \geq \hbar$ . Άρα για την απάντηση του (β) ερωτήματος, λέμε ότι εάν το (e) βρισκόταν στον πυρήνα, τότε  $x \sim 0$  και για να ισχύει η ανισότητα (1) θα έπρεπε  $u \sim \infty$  πράγμα που έρχεται σε αντίθεση με την ΑΕΕ αφού τότε το ηλεκτρόνιο θα είχε άπειρη κινητική ενέργεια. Άρα το (e) δεν μπορεί να βρεθεί ακίνητο πάνω στον πυρήνα. Η αρχή της αβεβαιότητας σε συνδυασμό με την ΑΕΕ το υποχρεώνει σε παντοπνή κίνηση γύρω από τον πυρήνα. Τη μικρότερη συνολικά ενέργεια, την έχει όταν  $x = x_0 = \frac{\hbar^2 4\pi\epsilon_0}{me^2}$ .

Άρα η πιο σταθερή κατάσταση του «e» είναι αυτή που το «e» κινείται γύρω από το πυρήνα σε κυκλική τροχιά ακτίνας  $x_0$ . Αλλά και πάλι τα πράγματα δεν είναι έτσι, γιατί αν το ηλεκτρόνιο κινιόταν ακριβώς σε κυκλική τροχιά, τότε θα ξέραμε επ' ακριβώς την ακτίνα του, άρα θα είχαμε μια πολύ μεγάλη αβεβαιότητα στην ακτινική του ταχύτητα. ( από την αρχή της αβεβαιότητας, αν  $\Delta r=0$  τότε  $\Delta u \sim \infty$  οπότε το ηλεκτρόνιο θα είχε άπειρη κινητική ενέργεια. Συνεπώς είμαστε υποχρεωμένοι να πούμε ότι το «e» θα βρίσκεται γενικά γύρω από το πυρήνα, με μεγαλύτερη πιθανότητα να βρίσκεται σε απόσταση  $x_0$  από αυτόν, χωρίς όμως να αποκλείσουμε το ενδεχόμενο, να βρεθεί και σε κάποια άλλη διαφορετική απόσταση. Η τροχιά επίσης δεν μπορεί να είναι επίπεδη, αφού μια επίπεδη κίνηση του «e» θα σήμαινε  $u_z=0$  και  $z=0$  πράγμα άτοπο σύμφωνα με την αρχή της αβεβαιότητας.( αφού τότε θα γνωρίζαμε με απόλυτη ακρίβεια τη θέση και τη ταχύτητα του «e» στον άξονα z.)

ΑΡΑ Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΤΡΟΧΙΑΣ ΕΓΚΑΤΑΛΕΙΠΕΤΑΙ ΚΑΙ ΑΝΤΙΚΑΘΙΣΤΑΤΑΙ ΜΕ ΤΗΝ ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ Ή ΤΟΥ ΤΡΟΧΙΑΚΟΥ ΟΠΩΣ ΦΑΙΝΕΤΑΙ ΣΤΟ ΣΧΗΜΑ.

Το μοντέλο μας λοιπόν, σε σχέση με αυτό των δορυφόρων, έχει εντελώς αλλάξει, από το γεγονός μόνο της ισχύος της αρχής της αβεβαιότητας. Το ηλεκτρόνιο τελικά, βρίσκεται με μεγαλύτερη πιθανότητα σε απόσταση  $x_0$  από το πυρήνα, γιατί τότε γίνεται το ιδανικό πάντρεμα των δύο αρχών. Της αρχής της αβεβαιότητας και της αρχής της ελάχιστης ενέργειας.



*Το ατομικό μοντέλο του ατόμου του υδρογόνου*

