ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΠΑΡΑΛΛΑΓΕΣ ΤΑΥΤΟΤΗΤΩΝ

Πέμπτη, 3 Νοεμβρίου 2022 10:11 πμ

1) $(2x-3)^2-(-3x-4)^2$

$=(2x-3)^2-(3x+4)^2$

$=\left[(2x)^2-2\cdot 2x\cdot 3+3^2\right]-\left[(3x)^2+2\cdot 3x\cdot 4+4^2\right]$

$=\left(4x^2-12x+9\right)-\left(9x^2+24x+16\right)$

$=4x^2-12x+9-9x^2-24x-16$

$=-5x^2-36x-7$

2) $(-x+3)^2-x(-2x+5)^2-3x(-x-1)^2$

$=(x-3)^2-x\cdot(2x-5)^2-3x(x+1)^2$

$=\left(x^2-2\cdot x\cdot 3+3^2\right)-x\cdot\left[(2x)^2-2\cdot 2x\cdot 5+5^2\right]-3x\cdot\left(x^2+2x\cdot 1+1^2\right)$

$=\left(x^2-6x+9\right)-x\cdot\left(4x^2-20x+25\right)-3x\left(x^2+2x+1\right)$

$=x^2-6x+9-4x^3+20x^2-25x-3x^3-6x^2-3x$

$=-7x^3+15x^2-34x+9$

3) α) Ν.δ.ο $(\alpha+\beta)^2-(\alpha-\beta)^2=4\alpha\beta$ ✓

β) 1002^2-998^2

α) $(\alpha+\beta)^2-(\alpha-\beta)^2=(\alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2)-(\alpha^2-2\alpha\beta+\beta^2)$

$=\alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2-\alpha^2+2\alpha\beta-\beta^2$

$=4\alpha\beta$

β) 1002^2-998^2 •

$(\alpha+\beta)^2-(\alpha-\beta)^2=4\alpha\beta$

$1002^2-998^2=(\underset{\alpha}{1000}+\underset{\beta}{2})^2-(\underset{\alpha}{1000}-\underset{\beta}{2})^2$

$=4\cdot 1000\cdot 2$

$=8000$

$$(\alpha+\beta)^2-(\alpha-\beta)^2=4\alpha\beta$$

Το εχουμε αποδειξει

$4\cdot\alpha\cdot\beta$

$(568\ldots271)^2$ $(568\ldots271)^2$ 568 271

$$\left(\frac{568}{271}+\frac{271}{568}\right)^2-\left(\frac{568}{271}-\frac{271}{568}\right)^2=4\cdot\frac{568}{271}\cdot\frac{271}{568}$$

α β α β

$$=4\cdot 1$$

$$=4$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1/ Δίνεται το πολυώνυμο

$$P(x)=-(-x+2)^2-(-x+3)^2+2(x^2-1)$$

α) Να βρεθεί ο βαθμός του $P(x)$

$$P(x)=-(x-2)^2-(x-3)^2+2(x^2-1)$$

$$P(x)=-(x^2-4x+4)-(x^2-6x+9)+2x^2-2$$

$$P(x)=-x^2+4x-4-x^2+6x-9+2x^2-2$$

$$P(x)=10x-15$$

άρα ο βαθμός του $P(x)$ είναι 1ου

β) Να βρεθεί η αριθμητική τιμή $P(-2)$

$$P(-2)=10\cdot(-2)-15=-20-15=-35$$

γ) Να λυθεί η εξίσωση $(x+5)\cdot P(x)=0$

$$(x+5)\cdot P(x)=0$$

$$(x+5)\cdot(10x-15)=0$$ άρα: $x+5=0$ ή $10x-15=0$

$(x+5)\cdot(10x-15)=0$ άρα: $x+5=0$ ή $10x-15=0$

$\boxed{x=-5}$ ή $10x=15$

$\frac{10x}{10}=\frac{15}{10}$

$x=\frac{15}{10}^{:5}$

$\boxed{x=\frac{3}{2}}$

2/ α) Να αποδείξετε ότι: $(\alpha+\beta)^2-(\alpha-\beta)^2-2\alpha\beta=2\alpha\beta$

$(\alpha+\beta)^2-(\alpha-\beta)^2-2\alpha\beta=(\alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2)-(\alpha^2-2\alpha\beta+\beta^2)-2\alpha\beta$

$=\alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2-\alpha^2+2\alpha\beta-\beta^2-2\alpha\beta$

$=2\alpha\beta$

β) Να βρεθεί η τιμή της παράστασης

$\left(\frac{5}{4}+\frac{4}{5}\right)^2-\left(\frac{5}{4}-\frac{4}{5}\right)^2-2\cdot 1$

$=\left(\frac{5}{4}+\frac{4}{5}\right)^2-\left(\frac{5}{4}-\frac{4}{5}\right)^2-2\cdot\frac{5}{4}\cdot\frac{4}{5}=2\cdot\frac{5}{4}\cdot\frac{4}{5}=2\cdot 1=2$

3/ Αν $\boxed{\alpha+\beta=5}$ και $\boxed{\alpha\beta=-3}$ ★

Να βρεθούν οι τιμές των παραστάσεων

(i) $\alpha^2+\beta^2$

Αφού $\alpha+\beta=5$ τότε $(\alpha+\beta)^2=5^2$

$\alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2=25$

$\alpha^2+2\cdot(-3)+\beta^2=25$

$\alpha^2-6+\beta^2=25$

$$\alpha^2 + 2\cdot(-3) + \beta^2 = 25$$
$$\alpha^2 - 6 + \beta^2 = 25$$
$$\alpha^2 + \beta^2 = 25 + 6$$
$$\boxed{\alpha^2 + \beta^2 = 31} \quad **$$

(ii) $(\alpha-\beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$

$$\overset{**}{=} 31 - 2\cdot(-3)$$
$$= 31 + 6 = 37$$

άρα $(\alpha-\beta)^2 = 37$

(iii) $(-\alpha+\beta)^2 - \alpha^2 - \beta^2$

$$= (\alpha-\beta)^2 - (\alpha^2+\beta^2)$$
$$= 37 - 31$$
$$= 6$$

ή

$$-2\alpha+\beta-5$$
$$= -(2\alpha-\beta+5)$$

Γ Γινόμενο διαφοράς με άθροισμα

$$\underbrace{(\alpha-\beta)\cdot(\alpha+\beta)}_{\text{δυάδες}} = \alpha^2 - \beta^2$$

Απόδειξη (S.O.S)

$$(\alpha-\beta)\cdot(\alpha+\beta) = \alpha^2 + \alpha\beta - \beta\alpha - \beta^2 = \alpha^2 - \beta^2$$

Πχ $(x-3)\cdot(x+3) = x^2 - 3^2 = x^2 - 9$

$(3x-4)(3x+4) = (3x)^2 - 4^2$

$= 9x^2 - 16$

$(x-1)(x+1) = x^2 - 1^2 = x^2 - 1$

$(\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}+\sqrt{5}) = (\sqrt{7})^2 - (\sqrt{5})^2$

$= 7 - 5$

$= 2$

Ασκήσεις σελ 49

6 Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(x-1)(x+1)$ β) $(y-2)(y+2)$ γ) $(3-\omega)(3+\omega)$

δ) $(x+4)(4-x)$ ε) $(x-y)(-x-y)$ στ) $(-x+y)(-x-y)$

ζ) $(2x+7y)(2x-7y)$ η) $(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})$ θ) $(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y})$

11 β) $(x^2-1)^2-(x^2-3)(x^2+3)$

δ) $(3x-4)^2+(3x+4)^2-2(3x-4)(3x+4)$