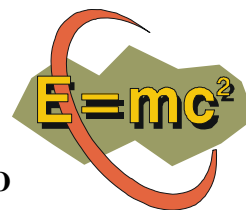


## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2<sup>ο</sup>

## ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ - ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ

## 2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ.

1.

Στην πρώτη στήλη του παρακάτω πίνακα δίνονται κάποιες προτάσεις στην φυσική τους γλώσσα. Να συμπληρώσετε την δεύτερη στήλη του πίνακα ώστε οι προτάσεις της πρώτης στήλης να εκφράζονται με μαθηματικό τρόπο, δηλαδή παραστάσεις με μεταβλητές, ή εξισώσεις.

Προτάσεις στην φυσική τους γλώσσα	Μαθηματικές παραστάσεις των προτάσεων
Το άθροισμα τριών διαδοχικών φυσικών αριθμών.	
Το αντίθετο του τριπλασίου ενός αριθμού αυξημένου κατά 5	
Το γινόμενο δύο αριθμών που διαφέρουν κατά 5 είναι ίσο με $-45$	
Το κόστος $\chi$ λίτρων βενζίνης αν το 1 λίτρο κοστίζει 0,85 ευρώ.	
Η ηλικία του Γιάννη μετά από 5 χρόνια θα είναι ίση με τα $\frac{3}{2}$ της σημερινής του ηλικίας.	
Το κόστος για $\chi$ δευτερόλεπτα συνομιλίας με ένα τηλέφωνο, αν το κόστος του ενός λεπτού είναι 0,25 ευρώ αυξημένου με 18% Φ.Π.Α. και 0,1 ευρώ πάγιο κόστος συνομιλίας.	

2.

Καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις μπορεί να είναι **σωστή**, μπορεί όμως να είναι **λάθος**.

Γράψτε δίπλα από κάθε πρόταση το  $\Sigma$  αν αυτή είναι σωστή και το  $\Lambda$  αν αυτή είναι λάθος.

- Αν  $\chi$  ένας ρητός αριθμός τότε ο αριθμός  $2\chi+1$  είναι ένας περιττός αριθμός.
- Αν  $n$  είναι ένας ακέραιος τότε το άθροισμα  $2n + 2n + 2 + 2n + 4$  παριστάνει το άθροισμα τριών διαδοχικών άρτιων αριθμών.
- Η εξίσωση  $2\chi + 6 - 3\chi = 25$  μπορεί να γραφεί πιο απλά :  $5\chi = 25$ .
- Το γινόμενο  $(\chi - 2)(\chi + 3)$  μπορεί να εκφράζει το γινόμενο δύο αριθμών που διαφέρουν κατά 5.
- Στην εξίσωση  $5 - 2\chi = 7\chi$  άγνωστοι όροι είναι το 5 και το  $-2\chi$  και γνωστός όρος το  $7\chi$ .

• Η περίμετρος ενός ορθογωνίου που οι διαστάσεις του διαφέρουν κατά 2 είναι:  $\Pi = 4\chi + 4$ , όπου  $\chi$  η μία διάστασή του.



3.

Ένας δρόμος έχει μήκος 500 m. Θέλουμε να τοποθετήσουμε στο δρόμο 6 κολώνες φωτισμού ως εξής: Η πρώτη κολώνα θα τοποθετηθεί στα 100 m από την μια άκρη του δρόμου και η τελευταία στα 50 m από την άλλη άκρη του. Μεταξύ τους η κολώνες θα απέχουν ίσες αποστάσεις έστω  $\chi$  m.

Να βρείτε την εξίσωση η οποία θα μας βοηθήσει να υπολογίσουμε τον άγνωστο  $\chi$ .

4.

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα.

Εξίσωση	Άγνωστος	Άγνωστοι όροι	Γνωστοί όροι
$-5\chi + 3 = 2\chi + 2$			
$9 + \psi - 5 = 2\psi$			
$t + 5t - 24 = 0$			
$92 = -3\phi + 45 + 3\phi$			

5.

Δύο αυτοκίνητα ξεκινούν ταυτόχρονα από δύο πόλεις Α και Β με προορισμούς τις πόλεις Β και Α αντίστοιχα. Η απόσταση των πόλεων είναι 200 Km. Η μέση ταχύτητα του αυτοκινήτου που ξεκινάει από την πόλη Α είναι μεγαλύτερη κατά 20 Km/h από αυτή του αυτοκινήτου που ξεκινάει από την πόλη Β. Σε  $t$  ώρες από τότε που ξεκίνησαν η μεταξύ τους απόσταση είναι 50 km. Να βρείτε την εξίσωση με την βοήθεια της οποίας θα υπολογίσουμε τον άγνωστο  $t$ .

6.

Δύο βρύσες γεμίζουν μια δεξαμενή χωρητικότητας  $2 \text{ m}^3$ . Η πρώτη με ταχύτητα  $\chi$  λίτρα την ώρα και η δεύτερη με ταχύτητα δύο λίτρων την ώρα λιγότερο από την πρώτη. Η δεξαμενή γεμίζει σε 6 ώρες. Να βρείτε την εξίσωση με την βοήθεια της οποίας θα υπολογίσουμε την ταχύτητα με την οποία οι δύο βρύσες γεμίζουν την δεξαμενή.

7.

Το 8-πλάσιο της δύναμης του 4 με εκθέτη τον αριθμό  $\chi$  είναι ίσο με το  $\frac{1}{4}$  της δύναμης του 2 με εκθέτη τον αριθμό  $\chi$ . Με την βοήθεια των ιδιοτήτων των δυνάμεων να δείξετε ότι η εξίσωση που θα μας βοηθήσει να υπολογίσουμε το  $\chi$  είναι η  $2\chi + 3 = \chi - 2$ .

8.



α) «Σκέψου έναν αριθμό. Από το διπλάσιό του αφάιρεσε το 2. Την διαφορά που βρήκες πολλαπλασίασε τη με το 3 και κατόπιν αφάιρεσε από το γινόμενο που βρήκες το εξαπλάσιο του αριθμού που σκέφτηκες». Μπορείτε να εξηγήσετε πως μπορούμε να καταλάβουμε το αποτέλεσμα που θα βρει κάποιος ο οποίος κάνει με το νου του της παραπάνω πράξεις; «.....Το αποτέλεσμα που βρήκες είναι ..... !»



β) «Σκέψου έναν αριθμό. Πρόσθεσε σ' αυτόν το 5 και το άθροισμα πολλαπλασίασε το με το 3. Κατόπιν αφάιρεσε το διπλάσιο του αριθμού που σκέφτηκες και πρόσθεσε το 10. Πες μου τον αριθμό που βρήκες για να σου πω τον αριθμό που σκέφτηκες». Μπορείτε να εξηγήσετε πως μπορούμε να καταλάβουμε τον αριθμό που σκέφτηκε κάποιος αν μας πει το αποτέλεσμα που θα βρει κάνοντας με το νου του τις παραπάνω πράξεις;

9.

Το  $\frac{1}{3}$  του αθροίσματος δύο διαδοχικών περιττών ακεραίων είναι ίσο με τα  $\frac{2}{3}$  άρτιου ακεραίου  $\chi$  που βρίσκεται μεταξύ τους. Να γράψετε την εξίσωση που περιγράφεται από την παραπάνω πρόταση.



4.

Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:

α)  $2\chi + 4 = 6$

β)  $-3\chi + 8 = -7$

γ)  $\chi - 2 = 4\chi + 1$

δ)  $0 = 7\chi - 8$

ε)  $3\chi - 4 = -4$

στ)  $\chi + 2 + 3\chi = 4\chi$

5.

Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:

α)  $-3\chi + 5 + \chi - 2 = 9\chi - 6$

β)  $\chi - 30 + 5\chi - 25 = -5\chi + 11$

γ)  $6 - 2\chi + 9 = \chi + 9$

δ)  $0,3 - 0,1\chi + 5 = 2,7 - 1,1\chi$

ε)  $-0,7\chi + 1,5 - 3\chi = 1,5\chi$

στ)  $9 - 21,5\chi + 4,5 = -1,5\chi + 7$

6.

Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:

α)  $\frac{1}{3} - x = \frac{x}{2} + 1$

β)  $-\frac{x}{5} + \frac{1}{2} - 3 = \frac{x}{2} - 4$

γ)  $3,5 - \frac{x}{4} + \frac{3}{2} = -2,25 + x$

δ)  $-\frac{1}{3}x + \frac{7}{2} - x = \frac{2}{3}$

7.



Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:

α)  $2(3 - \chi) + 1 = 6 - 4(\chi - 2)$

β)  $-1 - (2\chi + 5) = 2,5(4\chi - 8) + (-\chi + 6)$

γ)  $-5\chi + 3(2\chi - 1) = \chi - 3$

δ)  $-2(3 + 2\chi - 4) + 3(1 - 2\chi) = 5(7 - 2\chi + 3) - 8$

8.

Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:

α)  $\frac{1 - 3x}{7} = \frac{-2x + 1}{2}$

β)  $\frac{3 - 2(x + 3)}{4} = \frac{7 - 2x}{3}$

$$\gamma) \frac{3x-2}{5} = \frac{3(1-x)}{-5}$$

$$\delta) \frac{x+3}{2} = x-1$$

9.

Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:

$$\alpha) x - \frac{x+2}{3} + \frac{2}{5} = 2 - \frac{6-2x}{15}$$

$$\beta) 7-3x + \frac{x-3}{2} = -\frac{1-(x+3)}{3} + \frac{10-9x}{6}$$

$$\gamma) 0 = \frac{x}{3} - 5 + x - \frac{7-x}{9}$$

$$\delta) -8 + 5\left(-\frac{x}{2} + 4\right) - 2\left(1 - \frac{2-2x}{5}\right) + x = 1$$

10.

Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:

$$\alpha) \frac{35}{4} - 2\psi - \frac{1-2(2\psi-1)}{2} = 2,5 - \left(1,5 - \frac{7-6(2\psi-3)}{4} - 3\psi\right)$$

$$\beta) -\frac{1}{3}(3-1,5\omega) + \frac{5}{2}(\omega-1) = -\frac{3}{4}(1-4\omega) - 4$$

$$\gamma) t + \frac{-2t+3(8+t)}{9} = \frac{-6+5(-2t+15,6)}{27} + t$$

$$\delta) \frac{2}{3}\left(2 - \frac{4-3z}{2} + z\right) - \frac{5}{2}\left(-\frac{z-2}{5} + \frac{3z}{2}\right) = -\frac{7}{6}\left(3 - \frac{7-2z}{7}\right)$$



11.

Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:

$$\alpha) 1 - [3 - 3(2x-1) + 4x] = x + 6 - 2[-x + 3(2-x) + 1]$$

$$\beta) \frac{5-6\psi}{7} + \frac{2-5\psi}{-14} = 1 - \frac{8-3\psi}{-2}$$

$$\gamma) 2z - \frac{z-\frac{1}{3}}{2} + \frac{\frac{2z}{3}-1}{3} = 2 + \frac{3z-4(-2+z)}{-6}$$

$$\delta) \omega + \frac{\frac{\omega-5}{2} - \frac{\omega}{3}}{2} = \frac{\frac{1}{2}(-\omega + \frac{2\omega-3}{4})}{3} - 2\omega$$

**12.**

Αν το  $\chi$  είναι η λύση της εξίσωσης  $0,2\chi - 2,5 = 0,3 - 1,2\chi$  και το  $\psi$  λύση της εξίσωσης

$$2 - \frac{30\psi - 50}{10} - 6(1,5 - 0,5\psi) = \frac{-3 + 2(1 - 4\psi)}{5} - 1, \text{ να υπολογίσετε την τιμή της}$$

$$\text{παράστασης } \Pi = (-x \psi^2)^{-3} \chi^{2004} \psi^{2007}$$

**13.**

Αν το  $-1$  είναι η λύση της εξίσωσης  $\frac{2x-a}{3} + \frac{2a-x}{4} - a = ax - 2$ , όπου  $\chi$  είναι ο άγνωστος της εξίσωσης και  $a$  κάποιος ρητός αριθμός, να υπολογίσετε την τιμή του  $a$ .

**14.**

Δίνεται η εξίσωση:  $(2\mu - 4)\chi = \lambda - 3$ , όπου  $\lambda, \mu$  κάποιοι ρητοί αριθμοί και  $\chi$  ο άγνωστος της εξίσωσης.

**α)** Να βρείτε την λύση της εξίσωσης όταν  $\mu = 3$  και  $\lambda = 1$

**β)** Αν  $\mu = 2$  και  $\lambda = 3$  τότε η εξίσωση έχει:

A.: Μία μόνο λύση την  $\chi = 1$

B.: Μία μόνο λύση την  $\chi = 0$

Γ.: Έχει λύσεις όλους τους αριθμούς

Δ.: Δεν έχει λύση – είναι αδύνατη.

**Επιλέξτε την σωστή απάντηση.**

**γ)** Αν  $\mu = 2$  και  $\lambda = 4$  τότε η εξίσωση έχει:

A.: Μία μόνο λύση την  $\chi = 1$

B.: Μία μόνο λύση την  $\chi = 0$

Γ.: Έχει λύσεις όλους τους αριθμούς

Δ.: Δεν έχει λύση – είναι αδύνατη.

**Επιλέξτε την σωστή απάντηση**

**δ)** Αν  $\mu = 5$  και η λύση της εξίσωσης είναι ο αριθμός  $-0,5$  να βρείτε την τιμή του  $\lambda$ .

**ε)** Είναι σωστό ή λάθος ότι η εξίσωση έχει πάντα λύση;

**15.**

**α)** Η ισότητα  $\alpha\beta = 0$  ισχύει όταν:

A.:  $\alpha = 0$  ή  $\beta = 0$

B.:  $\alpha = 0$  και  $\beta = 0$

Γ.:  $\alpha, \beta$  αντίθετοι αριθμοί.

Δ.:  $\alpha, \beta$  αντίστροφοι αριθμοί.

**Επιλέξτε την σωστή απάντηση.**

**β)** Να λύσετε την εξίσωση:  $(2\chi-3)(6\chi-48) = 0$

**γ)** Να λύσετε την εξίσωση:  $\left(2 - \frac{\chi-5}{3} + \frac{\chi}{2}\right) \left(7 - 2\chi + \frac{3-4(1-2,5\chi)}{5}\right) = 0$

**16.**

α) Η ισότητα  $\alpha^2 + \beta^2 = 0$  ισχύει όταν:

Α.:  $\alpha = 0$  ή  $\beta = 0$

Β.:  $\alpha = 0$  και  $\beta = 0$

Γ.:  $\alpha = 0$  και  $\beta \neq 0$

Δ.:  $\alpha, \beta$  αντίθετοι αριθμοί

**Επιλέξτε την σωστή απάντηση**

β) Να λύσετε την εξίσωση:  $(3\chi + 6)^2 + (2 + \chi)^2 = 0$

γ) Να λύσετε την εξίσωση:  $\left(\frac{x-1}{2} + x - 2\right)^2 + \left(-\frac{x}{3} + \frac{2x-1}{2} + 5\right)^2 = 0$



**17.**

Δίνεται η εξίσωση  $\lambda(\chi - 2) + 4 = 2\chi - \lambda$ , όπου  $\chi$  είναι ο άγνωστος της εξίσωσης και  $\lambda$  κάποιος ρητός αριθμός.

α) Να λύσετε την εξίσωση όταν  $\lambda = -3$

β) Ποια πρέπει να είναι η τιμή του  $\lambda$  ώστε η εξίσωση να έχει λύση τον αριθμό 0.

γ) Ποια πρέπει να είναι η τιμή του  $\lambda$  ώστε η εξίσωση να είναι αδύνατη.

**18.**

Να λυθεί η εξίσωση:

$$(\chi+1)+(3\chi+1)+(5\chi+1)+\dots+(2001\chi+1)+(2003\chi+1)=(2\chi-1)+(4\chi-1)+(6\chi-1)+\dots+(2004\chi-1)$$

**19.**

Με τη βοήθεια της επιμεριστικής ιδιότητας να λύσετε τις εξισώσεις:

α)  $\chi^2 - 2\chi = 0$

β)  $\chi^2 + 3\chi + 6 + 2\chi = 0$

γ)  $\chi^2 - 5\chi + 15 - 3\chi = 0$

δ)  $\chi^2 + \chi - \chi - 1 = 0$

**20.**

Να υπολογίσετε την τιμή του αριθμού  $\lambda$  ώστε οι εξισώσεις

$$\frac{3-7x}{2} - \frac{1}{3} = x - \frac{x-16}{3} \text{ και } \frac{\lambda-2\chi}{4} - \chi + \frac{\lambda}{3} = \frac{5\lambda-3\chi}{12} + \lambda$$

να έχουν κοινή λύση.

**21.**

Δίνεται η εξίσωση  $\alpha + \alpha\{\alpha + \alpha[\alpha + \alpha(\alpha + \chi) + \chi] + \chi\} + \chi = 0$

α) Αν  $\alpha$  ρητός αριθμός διαφορετικός του -1 η εξίσωση έχει μόνο μια λύση.

Μπορείτε να βρείτε ποια θα είναι αυτή.

β) Αν  $\alpha = -1$  έχει λύσεις η εξίσωση;





## 2.3 ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΥΠΩΝ.

1.

Γνωρίζουμε ότι ο όγκος  $V$  ενός ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με εμβαδό βάσης  $E$  και ύψος  $υ$  είναι  $V = Eυ$   
 Να λύσετε τον τύπο ως προς  $E$  και ως προς  $υ$ .

2.

Οι τύποι  $υ = α + βt$  και  $h = at + 0,5βt^2$  δίνουν την ταχύτητα και το ύψος ενός σώματος που εκτοξεύεται από την επιφάνεια της γης σε χρόνο  $t$  από την στιγμή της εκτόξευσης. Το  $α$  είναι ένας θετικός αριθμός και το  $β$  ένας αρνητικός αριθμός.

α) Να λύσετε τον πρώτο τύπο ως προς  $t$ .

β) Όταν το σώμα εκτοξεύεται προς τα πάνω, κάποια στιγμή η ταχύτητά του θα είναι ίση με το 0, οπότε θα αρχίσει να πέφτει.

Να δείξετε ότι το μέγιστο ύψος στο οποίο φτάνει το σώμα δίνεται από τον

$$\text{τύπο: } h = -0,5 \frac{\alpha^2}{\beta}$$

(Υποθέτουμε ότι το σώμα εκτοξεύεται προς τα πάνω κατά τρόπο ώστε να μην ξεφύγει από το πεδίο βαρύτητας της γης).

3.

Να λύσετε ως προς  $χ$  τους παρακάτω τύπους:

α)  $α - χ = αχ + β$

β)  $\frac{1}{α} + \frac{1}{χ} = \frac{1}{β}$

γ)  $α = \frac{β}{α + \frac{β}{χ}}$

δ)  $χ = α(1 + \frac{χ}{β})$

4.

Δύο αυτοκίνητα κινούνται ,πλησιάζοντας το ένα στο άλλο, σε κάποιο δρόμο με ταχύτητες  $υ_1$  και  $υ_2$ . Κάποια χρονική στιγμή απέχουν μεταξύ τους απόσταση  $α$ . Σε χρόνο  $t$  από εκείνη τη στιγμή η μεταξύ τους απόσταση είναι  $s$ .

Να δείξετε ότι ο χρόνος  $t$  δίνεται από τον τύπο :  $t = \frac{s - a}{υ_1 + υ_2}$

5.

Ο τύπος  $l = l_0(1 + a\theta)$  μας δίνει το μήκος μιας ράβδου, η οποία έχει αρχικό μήκος  $l_0$ , όταν αυτή θερμανθεί. Το  $\theta$  εκφράζει την αύξηση της θερμοκρασίας σε βαθμούς Κελσίου, και το  $a$  είναι ένας αριθμός που εξαρτάται από το υλικό της ράβδου.

α) Να λύσετε τον τύπο ως προς  $\theta$ .

β) Αν  $a = 0,0005$  να υπολογίσετε την αύξηση της θερμοκρασίας ώστε να ισχύει

$$\frac{l}{l_0} = 1,001.$$

6.

Ο τύπος  $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$  μας δίνει την ολική αντίσταση  $R$  ενός ηλεκτρικού κυκλώματος

όταν σ' αυτό υπάρχουν, με κάποιο συγκεκριμένο τρόπο, συνδεδεμένες δύο αντιστάσεις  $R_1$  και  $R_2$ .

Να επιλύσετε τον τύπο ως προς  $R$ .



## 2.4 ΕΠΙΛΥΣΗ ΑΝΙΣΩΣΕΩΝ.

1.

Στην πρώτη στήλη του παρακάτω πίνακα δίνονται κάποιες προτάσεις στην φυσική τους γλώσσα. Να συμπληρώσετε την δεύτερη στήλη του πίνακα ώστε οι προτάσεις της πρώτης στήλης να εκφράζονται με ανισώσεις

Προτάσεις στην φυσική τους γλώσσα	Μαθηματικές παραστάσεις των προτάσεων
Το πενταπλάσιο ενός αριθμού αυξημένο κατά 3 είναι μικρότερο του 2	
Το άθροισμα δύο διαδοχικών άρτιων ακεραίων αριθμών δεν ξεπερνά το μισό του μεγαλύτερου.	
Η περίμετρος ενός ορθογωνίου με διαστάσεις $\chi$ cm και 3 cm ξεπερνάει την περίμετρο ενός τετραγώνου με πλευρά $\chi$ cm	
Το διπλάσιο της διαφοράς ενός αριθμού από το 5 είναι μικρότερο από αυτόν τον αριθμό.	
Η ηλικία του Γιάννη μετά από 15 χρόνια θα είναι μεγαλύτερη από το διπλάσιο της σημερινής του ηλικίας.	

2.

Επιλέξτε την σωστή απάντηση.

α) Η ανίσωση  $2\chi > 2$

Α. έχει λύση τον αριθμό 1    Β. έχει λύση τον αριθμό 0    Γ. έχει λύση μόνο τον αριθμό 2    Δ. έχει λύσεις όλους τους αριθμούς που είναι πάνω από 1.

β) Η ανίσωση  $-2\chi < 0$

Α. έχει λύσεις όλους τους αριθμούς που είναι πάνω από  $-2$

Β. έχει λύσεις όλους τους θετικούς αριθμούς

Γ. έχει λύσεις όλους τους αρνητικούς αριθμούς

Δ . δεν έχει λύση

γ) Η ανίσωση  $-2x \geq 4$

Α. έχει λύσεις όλους τους αριθμούς που είναι πάνω από  $-2$

Β. έχει λύσεις όλους τους θετικούς αριθμούς

Γ. έχει λύσεις όλους τους αρνητικούς αριθμούς

Δ . έχει λύση το  $-2$

δ) Η ανίσωση  $x + 1 \geq x$

Α. έχει λύσεις όλους τους αριθμούς

Β. έχει λύσεις όλους τους θετικούς αριθμούς

Γ. έχει λύσεις όλους τους αρνητικούς αριθμούς

Δ . είναι αδύνατη

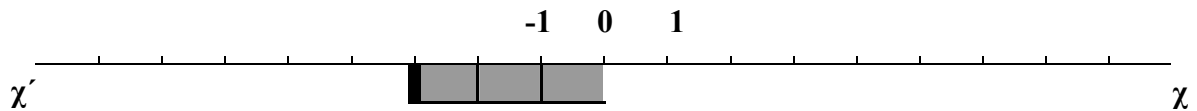
3 .

Καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις μπορεί να είναι **σωστή** , μπορεί όμως να είναι **λάθος**.

Γράψτε δίπλα από κάθε πρόταση το **Σ** αν αυτή είναι σωστή και το **Λ** αν αυτή είναι λάθος.

- Η ανίσωση  $0x > 0$  είναι αδύνατη.
- Η ανίσωση  $0x \leq 0$  είναι αδύνατη.
- Η ανίσωση  $3x - 3 > 0$  δεν έχει λύση τον αριθμό 1
- Ο μοναδικός αριθμός που επαληθεύει την ανίσωση  $1 < x < 3$  είναι το 2.
- Οι ακέραιοι αριθμοί που επαληθεύουν την ανίσωση  $1 \leq x \leq 3$  είναι το 1 , το 2 και το 3.
- Ο μοναδικός θετικός ακέραιος που επαληθεύει την ανίσωση  $2002x \leq 2002$  είναι το 1.

4 .

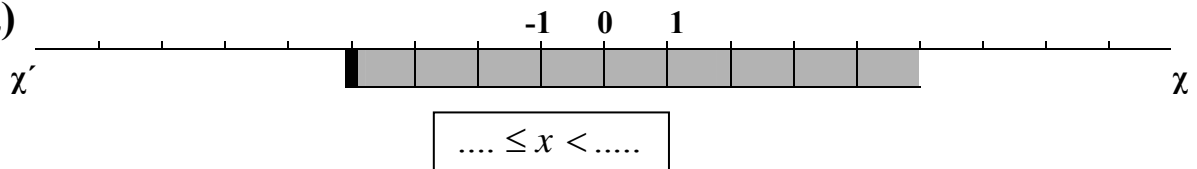


Στον παραπάνω άξονα έχουμε σημειώσει τους αριθμούς  $x$  για τους οποίους ισχύει :

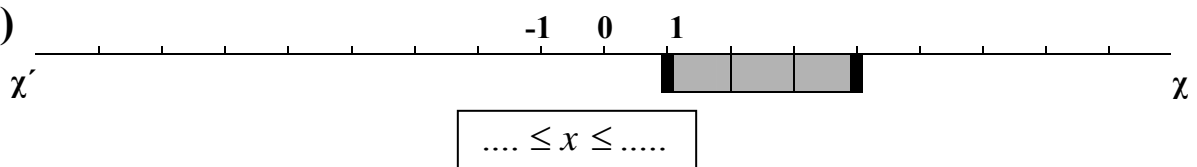
$$-3 \leq x < 0$$

Να βρείτε ποιους αριθμούς έχουμε σημειώσει στους επόμενους άξονες.

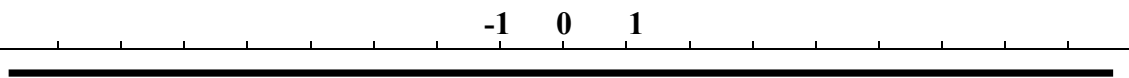
α)

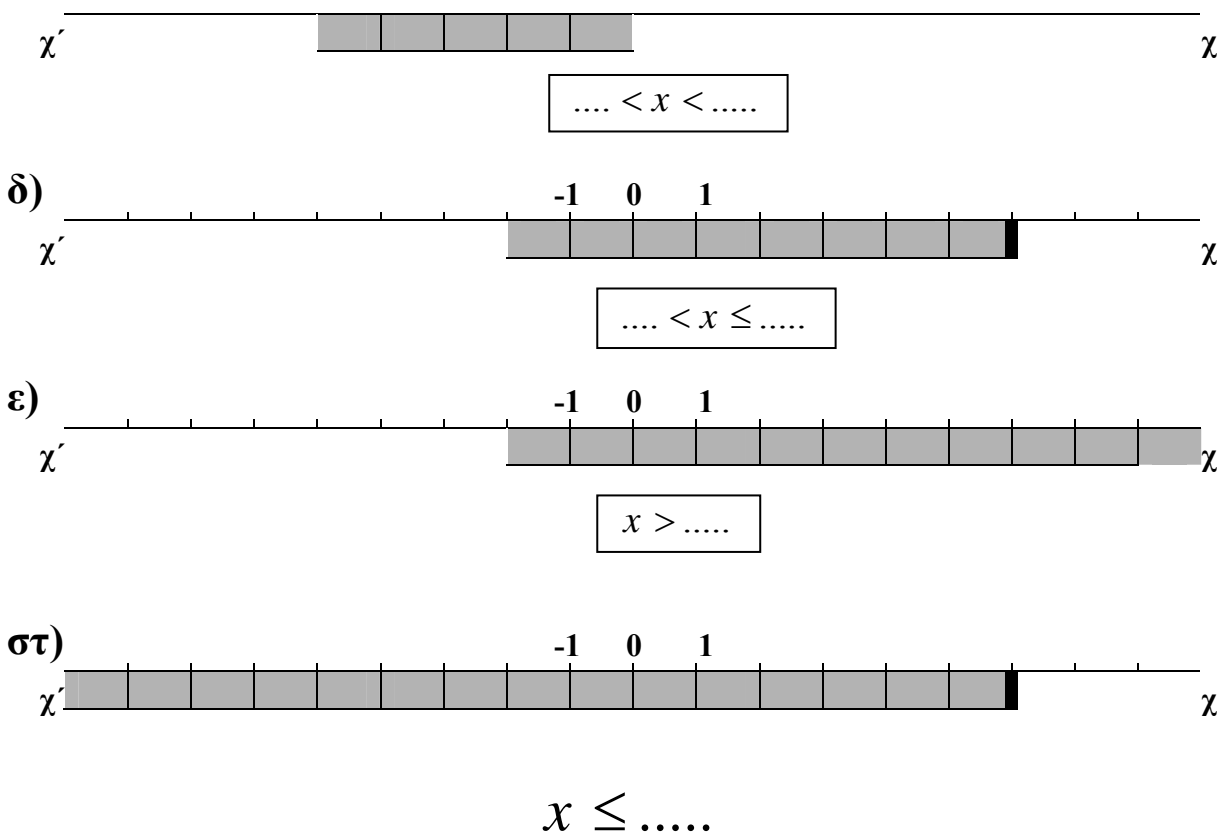


β)



γ)





5.

α) Να σημειώσετε πάνω σε άξονα τους αριθμούς  $x$  για τους οποίους ισχύει:

$$1,5 \leq x \leq 3$$

β) Να σημειώσετε πάνω σε άξονα τους αριθμούς  $x$  για τους οποίους ισχύει:

$$-5 < x \leq \frac{1}{3}$$

γ) Να σημειώσετε πάνω σε άξονα τους αριθμούς  $x$  για τους οποίους ισχύει:

$$0 \leq x < \frac{11}{2}$$

δ) Να σημειώσετε πάνω σε άξονα τους αριθμούς  $x$  για τους οποίους ισχύει:

$$-\frac{22}{8} < x < 1$$

ε) Να σημειώσετε πάνω σε άξονα τους αριθμούς  $x$  για τους οποίους ισχύει:

$$x \leq 3$$

ζ) Να σημειώσετε πάνω σε άξονα τους αριθμούς  $x$  για τους οποίους ισχύει:

$$x > -\frac{1}{5}$$

η) Να σημειώσετε πάνω σε άξονα τους αριθμούς  $x$  για τους οποίους ισχύει:

$$x > 1 \quad \text{ή} \quad x < -1$$

6.

Να λύσετε τις παρακάτω ανισώσεις και να σημειώσετε τις λύσεις τους πάνω σε άξονα.

- α)  $2\chi - 8 < 7\chi + 2$   
 β)  $-3\chi + 4 > 5\chi + 6$   
 γ)  $\chi - (2\chi + 3) \leq 8$   
 δ)  $9 - 5\chi \geq 4 - 8\chi$

7.

Να λύσετε τις παρακάτω ανισώσεις και να σημειώσετε τις λύσεις τους πάνω σε άξονα.

- α)  $10 - 3(4 - \chi) < 5(2\chi - 1) + 7 - 2\chi$   
 β)  $0 > 1 - 2(3 - \chi) + 3\chi$   
 γ)  $0,5(4 - 3\chi) - 1,5(5\chi - 2) \geq 0$   
 δ)  $-2 - 2[2 - 2(2 - 2\chi) - 2\chi] \leq -2\chi$

8.

Να λύσετε τις παρακάτω ανισώσεις και να σημειώσετε τις λύσεις τους πάνω σε άξονα.

- α)  $-x + \frac{3x - 2}{2} - \frac{2}{7} \leq 1 - \frac{5 - 2x}{14}$   
 β)  $x - 3 + \frac{x - 3}{5} \geq -\frac{1 - (-x + 4)}{3} + \frac{10 - 8x}{15}$   
 γ)  $8 \geq \frac{x}{2} - 1 + 2x - \frac{3 - 5x}{4}$   
 δ)  $-3 + 2\left(-\frac{3x}{2} + 1\right) - 5\left(1 - \frac{-2 + 2x}{5}\right) + 2x > 0$

9.

Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων και να τις σημειώσετε πάνω σε άξονα.:

- α)  $-5x + 7(x - 2) < 3(x - 5) + 1$  και  $\frac{1}{2}(x - 4) - x \geq 2(x - 1)$   
 β)  $x - 4(1,25 - 0,5x) \leq 0$  και  $2 - \frac{x}{2} + \frac{3 - x}{3} > -2$   
 γ)  $\frac{3 - 2x}{7} < \frac{x - 1}{-4}$  και  $\frac{\frac{4x}{3} - 1}{2} + 1 \geq \frac{\frac{2x - 1}{2} + 3}{3} - 2$   
 δ)  $0 < \frac{x}{2} - 1 + x - \frac{7 - x}{6}$  και  $1 < \frac{x}{-2} + \frac{1 - x}{3} - 5$

10.

- α) Αν  $a, \beta$  ρητοί αριθμοί με  $a < \beta$  και  $a\beta < 0$  τότε ισχύει:  
**A.:**  $a, \beta$  θετικοί αριθμοί. **B.:**  $a, \beta$  αρνητικοί αριθμοί. **Γ.:**  $a$  θετικός αριθμός και  $\beta$  αρνητικός αριθμός. **Δ.:**  $a$  αρνητικός αριθμός και  $\beta$  θετικός αριθμός.  
 Επιλέξτε την σωστή απάντηση.  
 β) Να βρείτε τις ακέραιες τιμές του  $\chi$  για τις οποίες ισχύει:  $(\chi + 5)(\chi - 1) < 0$ .

11.

- α) Αν  $a, \beta$  ρητοί αριθμοί με  $a\beta > 0$  τότε ισχύει:

**A.:**  $\alpha, \beta$  θετικοί αριθμοί. **B.:**  $\alpha, \beta$  αρνητικοί αριθμοί. **Γ.:**  $\alpha, \beta$  αρνητικοί αριθμοί ή αρνητικοί αριθμοί **Δ.:**  $\alpha$  αρνητικός αριθμός και  $\beta$  θετικός αριθμός  
Επιλέξτε την σωστή απάντηση.

**β)** Να βρείτε τον μικρότερο θετικό ακέραιο  $\chi$  και τον μεγαλύτερο αρνητικό ακέραιο  $\chi$  για τους οποίους ισχύει  $(2\chi+1)(3\chi-5)>0$ .

## 12.

Να λύσετε τις παρακάτω ανισώσεις:

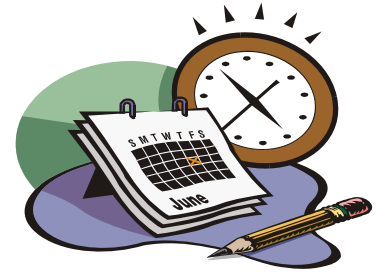
**α)**  $(\chi-2)(\chi+2)<0$

**β)**  $\chi^2-4\chi>0$

**γ)**  $\chi^3+\chi\leq 0$

## 2.5 ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΠΟΥ ΛΥΝΟΝΤΑΙ ΜΕ ΤΗΝ ΒΟΗΘΕΙΑ ΕΙΣΩΣΕΩΝ ΚΑΙ ΑΝΙΣΩΣΕΩΝ

### A. ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ



1. Δύο αριθμοί έχουν άθροισμα 17.  
 Η διαφορά του ενός από το πενταπλάσιο του άλλου είναι ίση με 25.  
 α) Αν  $\chi$  ο ένας αριθμός τότε ο άλλος θα είναι:  
 Α.: 17   Β.:  $17 - \chi$    Γ.:  $\chi - 17$    Δ.:  $17 + \chi$   
 Επιλέξτε την σωστή απάντηση.  
 β) Να βρείτε τους δύο αριθμούς.
2.  
 Δύο αριθμοί έχουν πηλίκο 7.  
 Το πενταπλάσιο του μικρότερου αριθμού είναι κατά 4 μονάδες μικρότερο από τον μεγαλύτερο αριθμό.  
 α) Αν  $\chi$  ο μικρότερος αριθμός τότε ο άλλος θα είναι:  
 Α.:  $7\chi$    Β.:  $\frac{7}{\chi}$    Γ.:  $\frac{\chi}{7}$    Δ.:  $7 + \chi$   
 Επιλέξτε την σωστή απάντηση.  
 β) Να βρείτε τους δύο αριθμούς.
3.  
 Το μισό της διαφοράς ενός αριθμού από το 3 αυξημένο κατά το  $\frac{1}{3}$  αυτού του αριθμού είναι ίσο με το  $\frac{1}{4}$  του αριθμού.  
 Υπολογίστε αυτόν τον αριθμό.
4.  
 Η διαφορά δύο φυσικών αριθμών είναι ίση με 30.  
 Η ευκλείδεια διαίρεση του μεγαλύτερου με τον μικρότερο αφήνει πηλίκο 4 και υπόλοιπο ίσο με τα  $\frac{3}{4}$  του διαιρέτη.  
 Αν  $\chi$  ο μικρότερος αριθμός τότε  
 α) ο άλλος θα είναι:  
 Α.:  $30\chi$    Β.:  $30 - \chi$    Γ.:  $30 + \chi$    Δ.:  $\chi - 30$   
 Επιλέξτε την σωστή απάντηση.  
 β) Το υπόλοιπο θα είναι:  
 Α.:  $\chi + \frac{3}{4}$    Β.:  $30 - \frac{3}{4}$    Γ.:  $\frac{3}{4}\chi$    Δ.:  $\chi - \frac{3}{4}$   
 Επιλέξτε την σωστή απάντηση.  
 γ) Να βρείτε τους δύο αριθμούς.
- 5.

Τρεις διαδοχικοί άρτιοι ακέραιοι έχουν άθροισμα ίσο με τα  $\frac{3}{2}$  του αθροίσματος των περιττών που περιέχουν.

Αν  $\chi$  ο μεσαίος άρτιος

**α)** Να εκφράσετε με την βοήθεια του  $\chi$  τον  $\alpha'$  και τον  $\gamma'$  άρτιο.

**β)** Να εκφράσετε με την βοήθεια του  $\chi$  τους περιττούς που περιέχουν οι άρτιοι.

**γ)** Να γράψετε την εξίσωση που προκύπτει από τα δεδομένα.

**δ)** Η εξίσωση έχει:

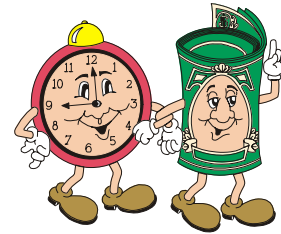
A.: μία μόνο λύση.

B.: έχει λύσεις όλους τους ρητούς αριθμούς.

Γ.: έχει λύσεις όλους τους ακέραιους αριθμούς

Δ.: είναι αδύνατη.

Επιλέξτε την σωστή απάντηση



**6.**

Τρεις διαδοχικοί περιττοί ακέραιοι έχουν άθροισμα ίσο με το τετραπλάσιο του  $\alpha'$  αυξημένο κατά 1.

Αν  $\chi$  ο μεσαίος περιττός τότε:

**α)** Να εκφράσετε με την βοήθεια του  $\chi$  τον  $\alpha'$  και τον  $\gamma'$  περιττό.

**β)** Να υπολογίσετε το  $\chi$ .

**γ)** Να βρείτε τους 3 περιττούς.

**7.**

**α)** «Τοποθετώντας» το 3 μπροστά από έναν διψήφιο αριθμό προκύπτει ένας τριψήφιος αριθμός.

Πόσο μεγαλύτερος είναι ο τριψήφιος αυτός από τον αρχικό διψήφιο;

**β)** Να υπολογίσετε τον διψήφιο αριθμό που είναι τέτοιος ώστε: αν «τοποθετήσουμε» το 3 μπροστά του προκύπτει ένας τριψήφιος πενταπλάσιός του.

**8.**

Αυξάνοντας τον αριθμητή του κλάσματος  $\frac{1}{3}$  κατά  $\chi$  και μειώνοντας, συγχρόνως, τον

παρονομαστή του κατά  $\chi$  προκύπτει ο αριθμός  $-2$ .

Να υπολογίσετε τον αριθμό  $\chi$ .

**9.**

Τρεις αριθμοί έχουν άθροισμα 30.

Ο πρώτος είναι κατά 3 μονάδες μικρότερος από τον δεύτερο, ο οποίος είναι κατά 3 μονάδες μικρότερος από τον τρίτο.

**α)** Αν  $\chi$  ο δεύτερος τότε ο  $\alpha'$  και ο  $\gamma'$  αντίστοιχα θα είναι :

A.:  $\chi - 3$  ,  $\chi + 3$     B.:  $\chi + 3$  ,  $\chi - 3$     Γ.:  $\chi - 3$  ,  $\chi - 6$     Δ.:  $\chi + 3$  ,  $\chi + 6$

Επιλέξτε την σωστή απάντηση.

**β)** Να βρείτε τους τρεις αριθμούς.

**10.**

Δύο διαφορετικοί διψήφιοι ακέραιοι έχουν τα ίδια ψηφία τα οποία διαφέρουν κατά 1.

Τα άθροισμά τους είναι ίσο με τον μεγαλύτερο διψήφιο αριθμό.

Να υπολογίσετε τους δύο αριθμούς.

**11.**



Να βρείτε τον ακέραιο αριθμό για τον οποίο ισχύουν:

- Το τριπλάσιό του αυξημένο κατά 1 είναι μεγαλύτερο από τον προηγούμενο ακέραιο.
- Το τριπλάσιό του αυξημένο κατά 1 είναι μικρότερο από το διπλάσιό του επόμενου ακεραίου.

**12.**

Να βρείτε τον μεγαλύτερο ακέραιο αριθμό για τον οποίο γνωρίζουμε ότι το άθροισμά του με το μισό του δεν ξεπερνά το άθροισμα του  $\frac{1}{3}$  αυτού του αριθμού με το 3,5.

**13.**

**α)** Υπάρχουν άπειροι θετικοί αριθμοί που το τετράγωνό τους είναι μικρότερο από τον εαυτό τους. Μπορείτε να βρείτε κάποιον.

**β)** Βρείτε όλους τους αριθμούς που ικανοποιούν τις προϋποθέσεις του α) και σημειώστε τους πάνω σε έναν άξονα.

**14.**

Να βρείτε τις ακέραιες τιμές που μπορεί να πάρει η μεταβλητή  $k$  ώστε ο περιττός αριθμός  $2k + 1$  να βρίσκεται μεταξύ του  $-4$  και του  $8$ .

**15.**

Η απόλυτη τιμή του αριθμού  $2\chi - 1$  δεν ξεπερνάει το 1.

**α)** Σημειώστε πάνω σε έναν άξονα την περιοχή που μπορεί να βρίσκεται ο αριθμός  $2\chi - 1$ .

**β)** Βρείτε τις τιμές που μπορεί να πάρει η μεταβλητή  $\chi$ .

## **B. ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ**

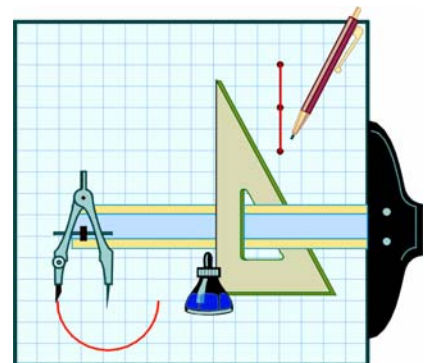
**1.**

Οι διαστάσεις ενός ορθογωνίου διαφέρουν κατά 3 cm , ενώ η περιμέτρος του είναι 10 cm. Να υπολογίσετε το εμβαδό του.

**2.**

Γνωρίζουμε ότι το άθροισμα των μέτρων των γωνιών ενός τριγώνου είναι ίσο με  $180^{\circ}$ .

Να υπολογίσετε τα μέτρα των γωνιών ενός τριγώνου , αν αυτά είναι διαδοχικά ακέραια πολλαπλάσια του 10.



**3.** Να υπολογίσετε τα μέτρα των γωνιών ενός τριγώνου , αν δύο από αυτά είναι ίσα, (το καθένα), με το  $\frac{1}{3}$  του μέτρου της τρίτης γωνίας του τριγώνου.

**4.** Κόβουμε ένα σύρμα μήκους 31 cm και φτιάχνουμε ένα τετράγωνο και ένα ισόπλευρο τρίγωνο.

Αν η πλευρά του ισοπλεύρου τριγώνου είναι κατά 1 cm μεγαλύτερη από την πλευρά του τετραγώνου να υπολογίσετε το εμβαδόν του τετραγώνου και την περίμετρο του τριγώνου.

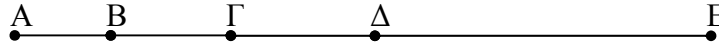
**5.**

Θέλουμε να κόψουμε μια ξύλινη δοκό μήκους 6 m σε 3 κομμάτια ώστε ο λόγος του α' προς το β' να είναι ίσος με το λόγο του γ' προς το μήκος της δοκού.

Αν το β' κομμάτι είναι 2 m και το α' κομμάτι  $x$  m τότε:

- Να γράψετε το μήκος του γ' κομματιού με τη βοήθεια της μεταβλητής  $x$ .
- Να υπολογίσετε το μήκος των κομματιών α' και γ'.

6.



Στο παραπάνω σχήμα ισχύουν τα παρακάτω:

- $ΑΓ = 3$  cm.
- $ΒΕ = 9$  cm.
- $ΔΕ = 5$  cm.
- $ΑΒ + ΓΔ = 2ΒΓ$ .

Αν το μήκος του ΒΓ είναι  $x$  cm

- Να εκφράσετε τα μήκη των ΑΒ και ΓΔ σε σχέση με το  $x$ .
- Να υπολογίσετε την τιμή του  $x$ .

7.

Να υπολογίσετε την περίμετρο ενός ορθογωνίου με διαστάσεις δύο διαδοχικούς ακεραίους αριθμούς, αν γνωρίζουμε ότι αυτή δεν ξεπερνάει τα 13 cm.

## Γ. ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΗΛΙΚΙΑΣ



1.

Η ηλικία που θα έχει ο Κώστας μετά από 5 χρόνια θα είναι διπλάσια της σημερινής ηλικίας του Δημήτρη που είναι μικρότερος από τον Κώστα κατά 4 χρόνια.  
Να υπολογίσετε την σημερινή ηλικία του Κώστα.

2.

Το έτος 2000 ρωτήθηκα από κάποιον μαθητή για το πόσων χρονών είμαι.  
Του απάντησα:

«Πριν από 4 χρόνια η ηλικία μου ήταν τετραπλάσια της ηλικίας που είχα πριν από 28 χρόνια».

Μπορείτε να βρείτε πόσων χρονών είμαι σήμερα;

3.

Η ηλικία της Μαρίας είναι 9 χρονών και του πατέρα της 35 χρονών.

Μετά από πόσα χρόνια η ηλικία του πατέρα της Μαρίας θα είναι τριπλάσια της Μαρίας;

4.

Τρία αδέρφια έχουν άθροισμα ηλικιών 31 χρόνια.

Ο μεγαλύτερος είναι διπλάσιος από τον μικρότερο, ο οποίος είναι τρία χρόνια μικρότερος από τον δεύτερο.

α) Αν  $x$  η ηλικία του δεύτερου να βρείτε σε σχέση με το  $x$  την ηλικία του πρώτου και του τρίτου.

β) Υπολογίστε τις ηλικίες των τριών παιδιών.

5.

Αν ο Μέγας Αλέξανδρος πέθαινε 9 χρόνια νωρίτερα, τότε ο χρόνος της βασιλείας του θα ήταν ίσος με το  $\frac{1}{8}$  του χρόνου της ζωής του. Αν όμως πέθαινε 9 χρόνια αργότερα και εξακολουθούσε να βασιλεύει, τότε ο χρόνος της βασιλείας του θα ήταν ίσος με το  $\frac{1}{2}$  του χρόνου της ζωής του.

Έστω  $\chi$  τα χρόνια που έζησε ο Μέγας Αλέξανδρος και  $\psi$  τα χρόνια που βασίλευσε.

**α)** Δύο από τις επόμενες εξισώσεις μας δίνουν τα χρόνια της βασιλείας του Μέγα Αλέξανδρου. Ποιες είναι αυτές;

$$A.: \psi = \frac{1}{8}\chi + 9 \quad B.: \psi = \frac{1}{8}(\chi - 9) + 9 \quad \Gamma.: \psi = \frac{1}{2}(\chi + 9) - 9 \quad \Delta.: \psi = \frac{1}{2}\chi - 9$$

**β)** Να βρεθεί πόσα χρόνια έζησε ο Μέγας Αλέξανδρος και πόσα βασίλευσε

**6.**

Το διπλάσιο της ηλικίας της Θάλειας μειωμένο κατά 3 χρόνια είναι μεγαλύτερο από την ηλικία που θα έχει σε 9 χρόνια και μικρότερο από την ηλικία της σε 11 χρόνια. Βρείτε την ηλικία της Θάλειας. (Ακέραιος αριθμός)

## Δ. ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

**1.**

Ένα αυτοκίνητο διανύει μια απόσταση  $\chi$  Km σε 3 h.

Αν αυξήσει την μέση ταχύτητά του κατά 20 Km/h θα διανύσει την ίδια απόσταση σε 2h και 24min.

Υπολογίστε την απόσταση που διανύει το αυτοκίνητο καθώς και την μέση ταχύτητα που έχει όταν χρειάζεται χρόνο 3h για να την διανύσει.



**2.**

Σε μια δεξαμενή χωρητικότητας  $\alpha \text{ m}^3$  υπάρχουν δύο βρύσες. Η μία γεμίζει την δεξαμενή σε 10 ώρες, όταν η δεύτερη βρύση είναι κλειστή και η δεξαμενή άδεια..

Η δεύτερη βρύση αδειάζει την δεξαμενή σε 12 ώρες, όταν η πρώτη βρύση είναι κλειστή και η δεξαμενή γεμάτη.

**α)** Με πόση ταχύτητα γεμίζει η πρώτη βρύση την δεξαμενή, όταν η δεύτερη βρύση είναι κλειστή;

**β)** Με πόση ταχύτητα αδειάζει η δεύτερη βρύση την δεξαμενή, όταν η πρώτη βρύση είναι κλειστή;

**γ)** Αν οι βρύσες είναι και οι δύο ανοιχτές και η δεξαμενή άδεια τότε:

**A.:** Η δεξαμενή θα γεμίσει **B.:** Η δεξαμενή δεν μπορεί να γεμίσει.

Επιλέξτε την σωστή απάντηση και αιτιολογήστε τη.

**δ)** Αν στο γ) ερώτημα επιλέξατε το **A** τότε να υπολογίσετε το χρόνο που θα χρειαστεί να γεμίσει η δεξαμενή, αν ισχύουν οι προϋποθέσεις του γ) ερωτήματος.

**3.**

Ο δρόμος που συνδέει δύο χωριά A και B έχει μόνο ανηφόρες και κατηφόρες.

Η διαδρομή από το χωριό Α προς το χωριό Β έχει 3 Km περισσότερη ανηφόρα από ότι κατηφόρα.

Αν  $a$  είναι τα χιλιόμετρα της ανηφόρας, στην διαδρομή Α προς Β, τότε:

α) Πόσα θα είναι τα χιλιόμετρα της κατηφόρας στην διαδρομή Α προς Β;

β) Πόσα θα είναι τα χιλιόμετρα της κατηφόρας και της ανηφόρας στην διαδρομή Β προς Α;

γ) Κάποιος βαδίζει με 3 Km/h στην κατηφόρα και με 2 Km/h στην ανηφόρα.

Σε ποια διαδρομή θα κάνει τον λιγότερο χρόνο;

Αν ο χρόνος, που θα κάνει στη διαδρομή Α προς Β είναι 5 h πόσο χρόνο θα κάνει στη διαδρομή Β προς Α;

4.

Δύο υλικά  $\alpha'$  και  $\beta'$  περιέχουν 30% και 50% αντίστοιχα ένα στοιχείο Α.

Θέλουμε να φτιάξουμε ένα μίγμα από τα δύο υλικά βάρους 30g, το οποίο να περιέχει 35% του στοιχείου Α.

Να υπολογίσετε πόσα g από το υλικό  $\alpha'$  πρέπει να χρησιμοποιήσουμε και πόσα g από το υλικό  $\beta$ .

5.

Ένας ποδηλάτης με ταχύτητα  $\pi$  Km/h και αυτοκίνητο και με ταχύτητα  $\alpha$  Km/h απόσταση  $AB = 20$  Km, με την ίδια από Α προς Β.

Ο ποδηλάτης ξεκίνησε μία ώρα νωρίτερα αυτοκίνητο, από το Α, και έφτασε μαζί αυτοκίνητο στο Β.

α) Την στιγμή που το αυτοκίνητο ξεκίνησε από το Α, πόση απόσταση έπρεπε να διανύσει ακόμα ο ποδηλάτης για να φτάσει στο Β;

**A.:  $\pi$  Km B.:  $\pi - 20$  Km. Γ.:  $20 - \pi$  Km. Δ.: 20 Km.**

(Επιλέξτε την σωστή απάντηση)

β) Να υπολογίσετε σε συνάρτηση με τις μεταβλητές  $\pi$  και  $\alpha$  το χρόνο που χρειάστηκε ο ποδηλάτης για να διανύσει την απόσταση καθώς και το χρόνο που χρειάστηκε το αυτοκίνητο.

γ) Να δείξετε ότι η σχέση που συνδέει την ταχύτητα του ποδηλάτη με την ταχύτητα του

αυτοκινήτου δίνεται από τον τύπο:  $\pi = \frac{20\alpha}{20 + \alpha}$

δ) Αν η ταχύτητα του αυτοκινήτου ήταν 60 Km/h πόσο ήταν η ταχύτητα του ποδηλάτη;

6. Ένα τραίνο κινείται με ταχύτητα 60 Km/h. Δίπλα στις σιδηροτροχιές και σε ίσα διαστήματα, μήκους  $\chi$  Km, υπάρχουν φωτεινοί σηματοδότες.

Κάποιος επιβάτης του τραίνου κινείται πάνω σ' αυτό με ταχύτητα 5 Km/h και μετράει τον χρόνο που χρειάζεται να περάσει μεταξύ δύο διαδοχικών σηματοδοτών.

Παρατηρεί ότι όταν κινείται προς την κατεύθυνση που κινείται και το τραίνο, ο χρόνος αυτός, είναι μικρότερος από το χρόνο που θα χρειαστεί κινούμενος αντίθετα, κατά 36 δευτερόλεπτα.

α) Πόσο μήκος έχει το διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών σηματοδοτών;

β) Να υπολογίσετε το μήκος του τραίνου αν γνωρίζετε ότι ο χρόνος που χρειάζεται από τη στιγμή που η αρχή του τραίνου συναντάει κάποιον φωτεινό σηματοδότη μέχρι τη στιγμή που το τέλος του τραίνου συναντάει τον επόμενο φωτεινό σηματοδότη είναι 0,05625 h.

7.

Γνωρίζουμε ότι η Γη κάνει μια περιστροφή γύρω από τον εαυτό της σε 24 ώρες.

Η Σελήνη περιστρέφεται γύρω από τη Γη σε 30 , περίπου, ημέρες , με κατεύθυνση περιστροφής την ίδια μ' αυτή της Γης.



Κάποιος παρατηρητής στις 10:00 μ.μ. , κάποια ημέρα, βλέπει την Σελήνη να ανατέλλει. Από το ίδιο σημείο που βρίσκεται ο παρατηρητής τι ώρα περίπου θα περιμένει την ανατολή της Σελήνης την επόμενη ημέρα;

## Ε. ΔΙΑΦΟΡΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1.

Δύο ποδηλάτες αναχωρούν ταυτόχρονα από το σημείο Α ενός δρόμου με την ίδια σταθερή ταχύτητα.

Ένα αυτοκίνητο που κινείται στο δρόμο με σταθερή ταχύτητα συναντάει τους δύο ποδηλάτες στα σημεία Β και Γ του δρόμου.

Αν η απόσταση του Β από το Γ είναι τριπλάσια της απόστασης του Α από το Β να βρείτε πόσες φορές πιο γρήγορα κινείται το αυτοκίνητο από τους ποδηλάτες.

2.

Ένα τεστ 30 ερωτήσεων πρέπει να απαντηθεί σε 30 λεπτά και βαθμολογείται με τον εξής τρόπο:

- Αν ο εξεταζόμενος παραδώσει το τεστ σε 30 λεπτά τότε, κάθε σωστή απάντηση πολλαπλασιάζεται με +4 και κάθε λάθος ή μη απαντημένη ερώτηση με -3. Στο άθροισμα αυτών των γινομένων προσθέτουμε το 120 και προκύπτει η βαθμολογία του.
- Αν ο εξεταζόμενος παραδώσει το τεστ σε 25 λεπτά τότε, κάθε σωστή απάντηση πολλαπλασιάζεται με +5 και κάθε λάθος ή μη απαντημένη ερώτηση με -4. Στο άθροισμα αυτών των γινομένων προσθέτουμε το 120 και προκύπτει η βαθμολογία του.

α) Δύο εξεταζόμενοι απάντησαν λάθος σε ίσο αριθμό ερωτήσεων και πήραν τον ίδιο βαθμό. Ο πρώτος όμως, παρέδωσε το τεστ στα 25 λεπτά και ο δεύτερος στα 30 λεπτά.

Πόσες ερωτήσεις απάντησαν λάθος οι δύο εξεταζόμενοι;

β) Να δικαιολογήσετε γιατί κάποιος που απαντάει λάθος σε λιγότερες από 15 ερωτήσεις και παραδίδει το τεστ στα 25 λεπτά θα πάρει μεγαλύτερο βαθμό από κάποιον που κάνει τα ίδια λάθη αλλά παραδίδει το τεστ στα 30 λεπτά.

3.

Ένας διαγωνισμός έγινε σε τρία μέρη α', β', και γ'.

Κάθε διαγωνιζόμενος που δεν αποκλείεται στο α' μέρος συμμετέχει στο β'.

Κάθε διαγωνιζόμενος που δεν αποκλείεται στο β' μέρος συμμετέχει στο γ'.

Κάθε διαγωνιζόμενος που δεν αποκλείεται στο γ' μέρος θεωρείτε ότι τελειώνει επιτυχώς τον διαγωνισμό.

Με κριτήριο την βαθμολογία που έλαβαν, από κάθε μέρος του διαγωνισμού αποκλείονται τα 2/3 αυτών που συμμετείχαν σ' αυτό το μέρος και 2 ακόμη άτομα.

Αυτοί που κατάφεραν να τελειώσουν επιτυχώς τον διαγωνισμό ήταν 6 άτομα.

α) Υπολογίστε πόσοι συμμετείχαν στο γ' μέρος του διαγωνισμού.

β) Υπολογίστε πόσοι συμμετείχαν στο α' μέρος του διαγωνισμού.



4.

(Από τον μαθητικό διαγωνισμό Θαλής της Ε.Μ.Ε. , για την Α' Λυκείου 2000-2001)

Σε μια τάξη διοργανώθηκε πρωτάθλημα σκακιού.

Την πρώτη ημέρα έγιναν μόνο κάποιοι αγώνες στους οποίους οι δύο αντίπαλοι ήταν ένα αγόρι και ένα κορίτσι.

Στους αγώνες αυτούς της πρώτης ημέρας πήραν μέρος τα  $\frac{3}{4}$  του αριθμού των αγοριών της τάξης και τα  $\frac{2}{3}$  του αριθμού των κοριτσιών της τάξης.

Αν η τάξη έχει συνολικά 34 παιδιά να βρείτε:

α) Πόσα αγόρια και πόσα κορίτσια έχει η τάξη.

β) Πόσα παιδιά δεν πήραν μέρος την πρώτη ημέρα στους αγώνες.

5.

(Από τον μαθητικό διαγωνισμό Θαλής της Ε.Μ.Ε. , για την Β' Γυμνασίου 1998 - 1999)

Ένα δοχείο, όταν είναι κατά 30% άδειο, περιέχει 20 λίτρα περισσότερο από την περίπτωση που θα ήταν κατά 30% γεμάτο. Πόσα λίτρα περιέχει το δοχείο όταν είναι πλήρες.

6.

(Από τον μαθητικό διαγωνισμό Θαλής της Ε.Μ.Ε. , για την Β' Γυμνασίου 2000-2001)

Ο θετικός ακέραιος  $\chi$  είναι άρτιος και όταν διαιρείται με το 7 δίνει υπόλοιπο 2.

Να βρεθεί ο αριθμός  $\chi$ , αν είναι μεταξύ των αριθμών 512 και 521.

7.

(Από τον μαθητικό διαγωνισμό Αρχιμήδης της Ε.Μ.Ε. , για τους Μικρούς 1999 - 2000)

Σε προηγούμενη Μαθηματική Ολυμπιάδα για ένα από τα προβλήματα που τέθηκαν , στο οποίο η μέγιστη βαθμολογία ήταν 5, είχαμε τα παρακάτω αποτελέσματα:

Ο μέσος όρος των βαθμών των αγοριών ήταν 4, ο μέσος όρος των βαθμών των κοριτσιών ήταν 3,25 και ο μέσος όρος του συνόλου των μαθητών ήταν 3,6.

Να βρείτε πόσα αγόρια και πόσα κορίτσια πήραν μέρος, αν ο αριθμός των μαθητών ήταν μεταξύ 30 και 50.

