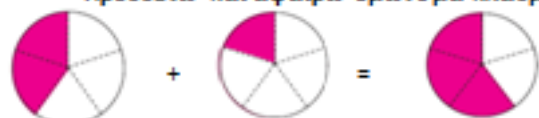


1.1. Πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων

- Προσθέτω και αφαιρώ ομώνυμα κλάσματα.



$$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$$

Προσθέτω ή αφαιρώ τους αριθμητές, αφήνοντας τον ίδιο παρονομαστή.



$$2\frac{2}{4} - 1\frac{3}{4} = \frac{10}{4} - \frac{7}{4} = \frac{3}{4}$$

Αν τα κλάσματα είναι μεικτά, πρώτα τα μετατρέπω σε απλά και στη συνέχεια κάνω την πράξη.

- Προσθέτω και αφαιρώ ετερόνυμα κλάσματα.

Κάνω τα κλάσματα ομώνυμα (βλ. 10) και στη συνέχεια κάνω την πράξη.

$$\frac{4}{5} + \frac{5}{4} = \frac{8}{20} + \frac{15}{20} = \frac{23}{20}$$

$$\frac{4}{5} - \frac{5}{4} = \frac{16}{20} - \frac{15}{20} = \frac{1}{20}$$

- Προσθέτω και αφαιρώ κλάσμα με/από ακέραιο

Μετατρέπω τον ακέραιο σε κλάσμα και κάνω κανονικά μια πρόσθεση ή αφαίρεση κλασμάτων.

$$4 - \frac{2}{5} = \frac{4}{1} - \frac{2}{5} = \frac{20}{5} - \frac{2}{5} = \frac{18}{5} = 3\frac{3}{5}$$

1. Κλασματική μονάδα

- Ένα ολόκληρο αντικείμενο ή ένα σύνολο αντικειμένων είναι μια **ακέραιη μονάδα**.

Π.χ. 1 πορτοκάλι, 1 τσάντα, 1 ομάδα 4 παιδιών.



- Ένα κομμάτι της ακέραιης μονάδας το εκφράζουμε με **κλασματικό αριθμό** ή αλλιώς **κλάσμα***

Π.χ. Κόβω το πορτοκάλι σε 4 κομμάτια. Το ένα από αυτά είναι το $\frac{1}{4}$.
Κάθε παιδί μιας ομάδας 4 ατόμων είναι το $\frac{1}{4}$.



αριθμητής →

Πόσα κομμάτια θα πάρω από αυτά που έχω.

(1 από τα 4 του πορτοκαλιού,
1 από τα 4 παιδιά)

1

παρονομαστής →

Σε πόσα ίσα μέρη έχω χωρίσει την ακέραιη μονάδα.

(4 κομμάτια το πορτοκάλι,
4 παιδιά η ομάδα)

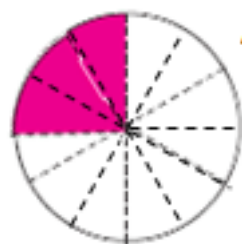
4

κλασματική γραμμή ←

*Κλάσμα: αρχαιοελληνική λέξη που σημαίνει κομμάτι.

2. Υπολογίζω την κλασματική μονάδα

Καθαρίζω ένα πορτοκάλι και βλέπω ότι έχει 12 φέτες. Θέλω όμως να το μοιραστώ με την οικογένειά μου. Μαζί με μένα είμαστε 4 άτομα. Πόσες φέτες θα φάει ο καθένας μας;



Αφού είμαστε 4, ο καθένας θα φάει το $\frac{1}{4}$ του πορτοκαλιού,

δηλαδή το $\frac{1}{4}$ των 12 φετών,

που είναι $12:4=3$ φέτες

π.χ. Το $\frac{1}{10}$ της ώρας, πόσα λεπτά είναι; Η μία ώρα έχει 60 λεπτά, άρα $60:10=6$

Το $\frac{1}{5}$ του χρόνου, πόσες μέρες είναι; Ο χρόνος έχει 365 μέρες, άρα $365:5=73$

3. Συγκρίνω κλασματικές μονάδες

Πότε θα φάμε μεγαλύτερο κομμάτι; Αν κόψουμε την πίτσα σε 3 ίσα κομμάτια (Α) ή σε 5 κομμάτια (Β);

$$\frac{1}{3}$$



A



B

$$\frac{1}{5}$$

Όπως φαίνεται μεγαλύτερο κομμάτι είναι το $\frac{1}{3}$. Σε όσο περισσότερα κομμάτια κόψω την πίτσα, τόσο μικρότερα θα είναι τα κομμάτια.

Ανάμεσα σε δύο ή περισσότερες κλασματικές μονάδες μεγαλύτερη είναι αυτή που έχει το μικρότερο παρανομαστή.

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \frac{1}{5} > \frac{1}{6} > \frac{1}{10} > \frac{1}{100} \text{ κλπ.}$$

10. Μετατρέπω τα ετερόνομα σε ομώνυμα κλάσματα

Έχω δύο ετερόνομα κλάσματα και θέλω να τα κάνω ομώνυμα.

1. Βρίσκω το **Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο** των παρανομαστών.
2. Διαιρώ το Ε.Κ.Π. με τους παρανομαστές και σημειώνω το αποτέλεσμα πάνω στο κλάσμα.
3. Πολλαπλασιάζω και τους δυο όρους τους κλάσματος με τον αριθμό που σημείωσα πάνω από κάθε κλάσμα.
4. Τα κλάσματα είναι πλέον ομώνυμα.

$$\frac{3}{5}$$

$$\frac{2}{8}$$

1. Ε.Κ.Π. (5,8)= 40

2. $40:5=8$ $40:8=5$

$$\frac{3}{5}$$

$$\frac{2}{8}$$

3. $\frac{3 \times 8}{5 \times 8}$ $\frac{2 \times 5}{8 \times 5}$

4. $\frac{24}{40}$ $\frac{10}{40}$

9. Συγκρίνω κλάσματα

- Συγκρίνω ομώνυμα κλάσματα



$$\frac{2}{4} < \frac{3}{4}$$

Εφόσον έχω κόψει την πίτα σε 4 κομμάτια, είναι προφανές ότι τα 3 από τα 4 κομμάτια είναι περισσότερα από τα 2 στα 4.

- Συγκρίνω ετερόνυμα κλάσματα με ίδιο αριθμητή



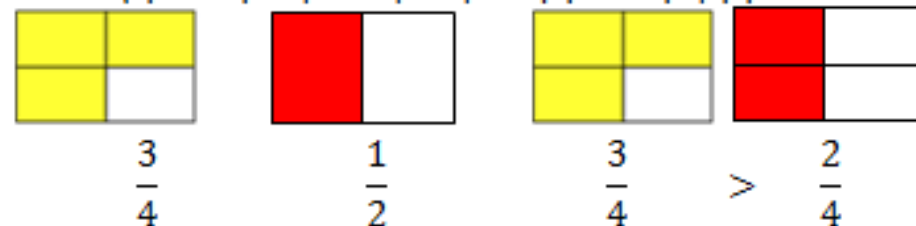
$$\frac{2}{8} < \frac{2}{4}$$

Ομώνυμα λέγονται τα κλάσματα που έχουν ίδιο παρονομαστή.

Ετερόνυμα λέγονται τα κλάσματα που έχουν διαφορετικό παρονομαστή.

Παρατηρώ ότι έχω 2 κομμάτια και στις δύο περιπτώσεις, με τη διαφορά ότι όταν κόβω την πίτα σε 8 κομμάτια, τα 2 είναι πολύ μικρότερα από ότι τα 2 στα 4.

- Συγκρίνω ετερόνυμα κλάσματα με διαφορετικό αριθμητή



$$\frac{3}{4} > \frac{1}{2} \quad \frac{3}{4} > \frac{2}{4}$$

Τα κλάσματα δε μπορώ να τα συγκρίνω, γιατί τα κομμάτια είναι ανόμοια και διαφορετικά σε πλήθος. Γι' αυτό, τα κάνω πρώτα ομώνυμα κι έπειτα μπορώ άνετα να τα συγκρίνω.

Μπορώ επίσης να μετατρέψω τα κλάσματα σε δεκαδικούς αριθμούς και να τους συγκρίνω. $\frac{3}{4} = 0,75$ $\frac{1}{2} = 0,5$ $0,75 > 0,5$

4. Κλασματικοί αριθμοί



Αν έχουμε 5 σοκολάτες και θέλουμε να τις μοιράσουμε σε 8 παιδιά, πόση σοκολάτα θα φάει κάθε παιδί;

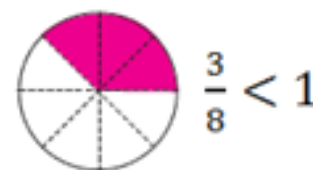
Μπορούμε να χωρίσουμε κάθε σοκολάτα σε 8 κομμάτια και να δώσουμε σε κάθε παιδί ένα κομμάτι από κάθε σοκολάτα.

Δηλαδή κάθε παιδί θα πάρει $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$

Αντί να κάνουμε τη διαίρεση 5:8 που είναι ατελής, εκφράζουμε το ποσό με ένα κλάσμα. Κάθε κλάσμα, επομένως δηλώνει μια διαίρεση.

5. Γνήσια και καταχρηστικά κλάσματα

- Τα κλάσματα που έχουν αριθμητή μικρότερο από τον παρονομαστή λέγονται **γνήσια κλάσματα**. Αυτά είναι μικρότερα από μια ακέραιη μονάδα.



$$\frac{3}{8} < 1$$



$$\frac{8}{8} = 1$$

- Τα κλάσματα που έχουν αριθμητή και παρονομαστή τον ίδιο αριθμό λέγονται **ισοδύναμα με την ακέραιη μονάδα**.

- Τα κλάσματα που έχουν αριθμητή μεγαλύτερο από τον παρονομαστή λέγονται **κατάχρηστικά κλάσματα**. Αυτά είναι μεγαλύτερα από μια ακέραιη μονάδα.



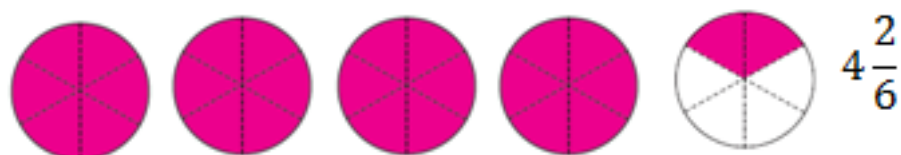
$$\frac{10}{8} > 1$$

6. Απλά και μεικτά κλάσματα

Απλό ονομάζεται το κλάσμα που αποτελείται μόνο από αριθμητή και παρονομαστή.
 $\frac{2}{6}, \frac{9}{3}, \frac{8}{8}$

Μεικτό ονομάζεται το κλάσμα που αποτελείται από έναν ακέραιο και ένα κλάσμα.
 $4\frac{2}{6}, 5\frac{1}{3}, 7\frac{6}{8}$

Το $4\frac{2}{6}$ δείχνει ότι παίρνουμε 4 ακέραιες μονάδες (πίτες) και τα $\frac{2}{6}$ μιας ακόμα.



7. Μετατρέπω μεικτά σε απλά κλάσματα και το αντίστροφο

1. Μεικτό κλάσμα → απλό κλάσμα

- Πολλαπλασιάζω τον ακέραιο με τον παρονομαστή: $4 \times 6 = 24$
- Προσθέτω στο γινόμενο τον αριθμητή: $24 + 2 = 26$
- Αυτό που βρήκαμε το βάζουμε στη θέση του αριθμητή και παρονομαστή αφήνουμε τον ίδιο

$$4\frac{2}{6} = \frac{2(4 \times 6) + 2}{6} = \frac{24 + 2}{6} = \frac{26}{6}$$

Μέτρα τα κομμάτια από τις πίτες παραπάνω. Είναι όντως 26!

2. Απλό κλάσμα → μεικτό κλάσμα

- Διαιρώ τον αριθμητή με τον παρονομαστή: $13 : 5 = 2$ και υπόλοιπο 3
- Το πηλίκο είναι ο ακέραιος, το υπόλοιπο ο αριθμητής και ο παρονομαστής μένει ο ίδιος.

$$\frac{13}{5} = 2\frac{3}{5}$$

3 υπόλοιπο
 2 πηλίκο
 ίδιος παρονομαστής

8. Ισοδύναμα κλάσματα

$$\frac{3}{4}$$



$$\frac{6}{8}$$



Ισοδύναμα είναι τα κλάσματα που έχουν την ίδια αξία.

Κατασκευάζω ισοδύναμα κλάσματα:

- Με πολλαπλασιασμό (του αρχικού κλάσματος)

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12} = \frac{3 \times 4}{4 \times 4} = \frac{12}{16}$$

- Με διαίρεση (του αρχικού κλάσματος)

$$\frac{24}{60} = \frac{24 : 2}{60 : 2} = \frac{12}{30} = \frac{12 : 3}{30 : 3} = \frac{4}{10} = \frac{4 : 2}{10 : 2} = \frac{2}{5}$$

Όταν φτιάχνω ισοδύναμα κλάσματα με διαίρεση, τότε **απλοποιώ** το αρχικό κλάσμα.

$$\frac{24}{60} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \text{ ανάγωγο κλάσμα}$$

Όταν οι όροι του κλάσματος δεν διαιρούνται πλέον, το κλάσμα ονομάζεται **ανάγωγο**.



Το μικρό βιβλίο των κλάσμάτων

τ.....



12. Πολλαπλασιασμός κλασμάτων

Πολλαπλασιάζω αριθμητή με αριθμητή και παρονομαστή με παρονομαστή.

ΔΕ ΧΡΕΙΑΖΕΤΑΙ ΝΑ ΚΑΝΩ ΤΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ ΟΜΩΝΥΜΑ.

$$\frac{4}{5} \times \frac{3}{8} = \frac{12}{40}$$

$$\frac{2}{5} \times 4 = \frac{2}{5} \times \frac{4}{1} = \frac{8}{5}$$

Αν τα κλάσματα είναι μεικτά τα μετατρέπω σε απλά και κάνω την πράξη.

- Χρησιμοποιώ τον πολλαπλασιασμό για να βρω ένα μέρος μιας ποσότητας:

Τα $\frac{5}{12}$ της ώρας, πόσα λεπτά είναι; (1 ώρα=60 λεπτά)

Τα $\frac{5}{12}$ των 60 λεπτών είναι: $\frac{5}{12} \times 60 = \frac{300}{12} = 25$

13. Διάρθρωση κλασμάτων

-Κρατάω το πρώτο κλάσμα ίδιο.

-Αντιστρέφω το δεύτερο.

-Πολλαπλασιάζω αριθμητή με αριθμητή και παρονομαστή με παρονομαστή.

ΔΕ ΧΡΕΙΑΖΕΤΑΙ ΝΑ ΚΑΝΩ ΤΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ ΟΜΩΝΥΜΑ.

$$\frac{4}{5} \div \frac{3}{8} = \frac{4}{5} \times \frac{8}{3} = \frac{32}{15}$$

$$\frac{2}{3} \div 4 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{12}$$

Αν τα κλάσματα είναι μεικτά τα μετατρέπω σε απλά και κάνω την πράξη.