**Αυτοσχέδιο συντριβάνι !**

Στο σχήμα απεικονίζεται δοχείο που περιέχει νερό μέχρις ύψους h που κλείνεται αεροστεγώς με έμβολο Ε ,μάζας M και εμβαδού Α,

**Ο**

**Ζ**

**Η**

**Θ**

**Γ**

**Δ**

**m**

**h**

**h2**

**h1**

**νερό**

**Λ**

**Ε**

**m1**

**m2**

**k**

**Σ**

δύο ράβδοι ΖΗ και ΘΗ σε ορθή γωνία, μηκών (ZH)=l1 και (ΗΘ)=l2 και μαζών m1 και m2 αντίστοιχα, που συνδέονται με άρθρωση στο Η, σταθερός οριζόντιος άξονας χωρίς τριβές στο Ο ,( η ράβδος ΗΘ είναι συγκολλημένη με το έμβολο στο κέντρο του Θ και παραμένει διαρκώς κατακόρυφη),

ιδανικό ελατήριο σταθεράς k προσαρτημένο στο άκρο Ζ, στο άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σώμα μάζας m που ταλαντώνεται κατακόρυφα με πλάτος d.

Στον πυθμένα του δοχείου υπάρχει ισοδιαμετρικός σωλήνας εμβαδού διατομής Α1 , που κάμπτεται και καταλήγει στο Γ , όπου κλείνεται με τάπα αμελητέας μάζας.

Δίνονται: $ρ=10^{3}\frac{kg}{m^{3}}, h=1m , A=0,4m^{2}, A\_{1}=1cm^{2}, m\_{1}=10kg, m\_{2}=4kg , $

$M=4kg, l\_{1}=1,6m , l\_{2}=1m , \left(ZO\right)=1,2m, P\_{atm.}=10^{5}\frac{N}{m^{2}}, g=10\frac{m}{s^{2}}, k=400\frac{N}{m}, m=16kg, h\_{1}=0.2m$ *, d=0,2m .*

1. Υπολογίστε Τη δύναμη που δέχεται η τάπα σε συνάρτηση του χρόνου.Θεωρείστε ως χρονική στιγμή t=0, τη στιγμή που το σώμα Σ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας με θετική ταχύτητα (θετική φορά προς τα πάνω).

Ανοίγουμε την τάπα . Θεωρείστε ιδανικό το νερό και στρωτή τη ροή του.

1. Υπολογίστε το μέγιστο και το ελάχιστο ύψος h2,min και το μέγιστο ύψος h2,max του συντριβανιού.
2. Όταν η στάθμη του νερού κατέβει κατά h4=0,2m , υπολογίστε τη μέγιστη και ελάχιστη ταχύτητα εκροής του νερού από το ακροφύσιο Γ.
3. Αποσυνδέουμε το ελατήριο με το σώμα Σ, γεμίζουμε το δοχείο με νερό μέχρι το αρχικό ύψος h=1m , και ασκούμε κατακόρυφη δύναμη F’ στο άκρο Ζ, έτσι ώστε να μην εκρέει νερό από το ακροφύσιο Γ. Πόση είναι δύναμη αυτή;

**Απαντήσεις**

Το σύστημα των ράβδων ΖΗ και ΗΘ ισορροπεί, άρα $\sum\_{\left(Ο\right)}^{}τ=0⟹$

**Ο**

**Ζ**

**Η**

**Θ**

**Γ**

**Δ**

**m**

**h**

**h2**

**h1**

**νερό**

**Λ**

**Ε**

**m1**

**m2**

**Θ.Ι.**

**x**

**mg**

**Fελ.**

**Fελ.**

**B1**

**B2**

**FΘ**

**F’Θ**

**Μg**

**Fατμ.**

**Fυγρ..**

**u**

**Φ.Μ.**

**Δl**

**k**

**Σ**

$-F\_{ελ.}∙\left(ΖΟ\right)-Β\_{1}∙\left(ΖΟ-\frac{ΖΗ}{2}\right)+Β\_{2}∙\left(ΟΗ\right)+F\_{Θ}∙\left(ΟΗ\right)=0$

$-k∙(Δl-x)-Β\_{1}∙\left(ΖΟ-\frac{ΖΗ}{2}\right)+Β\_{2}∙\left(ΟΗ\right)+F\_{Θ}∙\left(ΟΗ\right)=0$

$-k∙(\frac{mg}{k}-x)-Β\_{1}∙\left(ΖΟ-\frac{ΖΗ}{2}\right)+Β\_{2}∙\left(ΟΗ\right)+F\_{Θ}∙\left(ΟΗ\right)=0$

$-400∙(\frac{160}{400}-x)-100∙\left(1.2-0.8\right)+40∙0.4+F\_{Θ}∙0.4=0$

 $-160+400x-40+16+F\_{Θ}∙0.4=0⟹F\_{Θ}=460-1000x$(1)

$Ταλάντωση του Σ: ω=\sqrt{\frac{k}{m}}=5 $*rad/s , x=dημ(ωt)=0.2ημ(5t)*

*Άρα* $F\_{Θ}=460-200∙ημ5t (S.I)$(2)

Ισορροπία εμβόλου: $ΣF=0⟹F\_{υγρ.}=F\_{atm.}+Mg+F'\_{Θ}$

$Ρ\_{υγρ.Ε}=Ρ\_{atm.}+\frac{Μg}{A}+\frac{F'\_{Θ}}{A}=101.250+500∙ημ5t $(3)

$$Ρ\_{υγρ.Γ}=Ρ\_{υγρ.Ε}+ρg\left(h-h\_{1}\right)=109.250+500∙ημ5t $$

$$F\_{υγρ.Γ}=Ρ\_{υγρ.Γ}∙A\_{1}=10.925+0.05∙ημ5t $$

$$F\_{υγρ.Γ,max.}=10,975N ,F\_{υγρ.Γ,min.}=10,875 N $$

**2.** Bernoulli από το Ε έως το Γ: $Ρ\_{υγρ.Ε}+ρgh+\frac{1}{2}ρu\_{E}^{2}=Ρ\_{atm.}+0+\frac{1}{2}ρu^{2}$ (4)

Όμως $Π\_{Ε}=Π\_{Γ}⟹Α\_{Ε}u\_{E}=A\_{1}∙u⟹u\_{E}=\frac{A\_{1}}{Α\_{Ε}}u\ll u επειδή Α\_{1}\ll Α\_{Ε} , άρα u\_{E}≅0$

Από (3) και (4) έχουμε:$ 101.250+500∙ημ5t+10000=10^{5}+\frac{1}{2}10^{3}u^{2}$

$u=\sqrt{22.5+1∙ημ5t}$ (5) $⟹u\_{max}=\sqrt{23,5}\frac{m}{s}=\frac{4.84m}{s}⟹h\_{max}=\frac{u\_{max}^{2}}{2g}=1.175m=117.5cm$

$u\_{min}=\sqrt{21,5}\frac{m}{s}=\frac{4,63m}{s}⟹h\_{min}=\frac{u\_{min}^{2}}{2g}=1.075m=107.5cm$

**3.**

Όταν η στάθμη του νερού κατέλθει κατά h4=0,2m , επειδή η ράβδος ΗΘ είναι συγκολλημένη με το έμβολο και υπάρχει άρθρωση στο Η, η ράβδος ΗΖ θα στραφεί κατά θ όπως στο σχήμα. Επειδή το σύστημα ΖΗ και ΗΘ ισορροπεί , θα έχουμε

**Ο**

**Ζ**

**Η**

**Θ**

**Γ**

**Δ’**

**m**

**h-h4**

**h’2**

**h1**

**νερό**

**Λ**

**Ε**

**m1**

**m2**

**mg**

**Fελ.**

**Fελ.**

**B1**

**B2**

**FΘ**

**F’Θ**

**Μg**

**Fατμ.**

**Fυγρ..**

**u**

**k**

**Σ**

**Fελ.**

**θ**

 $-F\_{ελ.}∙\left(ΖΟ\right)∙συνθ-Β\_{1}∙\left(ΖΟ-\frac{ΖΗ}{2}\right)∙συνθ+Β\_{2}∙\left(ΟΗ\right)∙συνθ+F\_{Θ}∙\left(ΟΗ\right)∙συνθ=0$ . Βλέπουμε ότι η σχέση της ισορροπίας είναι ίδια με την αρχική κατάσταση, πράγμα που σημαίνει ότι θα εξαχθούν οι ίδιες σχέσεις. Μόνο που αντί h=1m θα έχουμε h’=h-h4=0,8m.

$F\_{Θ}=460-1000x$ **,**

$Ρ\_{υγρ.Ε}=Ρ\_{atm.}+\frac{Μg}{A}+\frac{F'\_{Θ}}{A}=101.250+500∙ημ5t $

Bernoulli από το Ε έως το Γ: $Ρ\_{υγρ.Ε}+ρgh'+\frac{1}{2}ρu\_{E}^{2}=Ρ\_{atm.}+0+\frac{1}{2}ρu'^{2}$

$101.250+500∙ημ5t$+8000=100.000+500$u'^{2}$

$u'=\sqrt{18.5+1∙ημ5t}$ **,** $u\_{min}^{'}$**=**$\sqrt{17,5}=4,18m/s$**,**

$u\_{max}^{'}$**=**$\sqrt{19,5}=4,41m/s$

1. $P\_{Γ}=Ρ\_{ατμ.}=Ρ\_{Ε}+ρgh^{'}⟹$

$Ρ\_{Ε}=Ρ\_{ατμ.}-ρgh^{'}=100.000-8000=92000N/m^{2}$

$F'\_{Θ}=Ρ\_{Ε}∙A=36.800N$ ασκείται στο έμβολο με φορά προς τα πάνω, οπότε η δύναμη F’ που ασκούμε στο Ζ , έχει φορά προς τα κάτω. Έτσι μειώνεται η πίεση στο Ε (σημείο του νερού που εφάπτεται το εμβόλου).

To σύστημα των ράβδων ΖΗ και ΗΘ ισορροπεί, άρα $\sum\_{\left(Ο\right)}^{}τ=0⟹$

$F^{'}∙\left(ΖΟ\right)+Β\_{1}∙\left(ΖΟ-\frac{ΖΗ}{2}\right)-Β\_{2}∙\left(ΟΗ\right)-F'\_{Θ}∙\left(ΟΗ\right)=0$

$F^{'}∙\left(1.2\right)+40-16-36.800∙0.4=0$$⟹F^{'}=12.224,6N$ *!!!*

**Κορκίζογλου Πρόδρομος**