

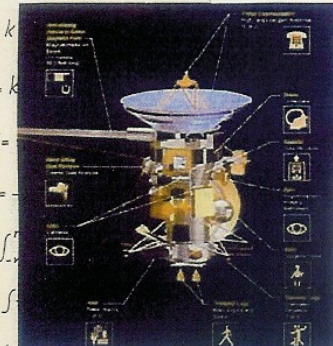


ΣΕΜΙΝΑΡΙΟ

$M = \int_0^a \int_0^a k(x^2+y^2) dy dx$ . Αλλά  $\int_0^a k(x^2+y^2) dy = kx^2 \int_0^a dy + k \int_0^a y^2 dy =$   
 $= kx^2 [y]_0^a + \frac{k}{3} [y^3]_0^a = kax^2 + \frac{k}{3} a^3$  οπότε  
 $M = \int_0^a (kax^2 + \frac{k}{3} a^3) dx = \frac{ka}{3} [x^3]_0^a + \frac{ka^3}{3} [x]_0^a = \frac{ka}{3} a^3 + \frac{ka^3}{3} a = \frac{2ka^4}{3}$   
 $\Sigma$ τα  
 $r, \delta$  μεταβάλλεται από  $-r$  ως  $r$ , το  $y$  μεταβάλλεται από  $0$  ως  $\sqrt{r^2-x^2}$  που η απόσταση του  $P$  από το  $A$  είναι  $PA = \sqrt{y^2 + (r-x)^2} = k[\sqrt{(r-x)^2 + y^2}]$ . Η μάζα θαυού είναι :



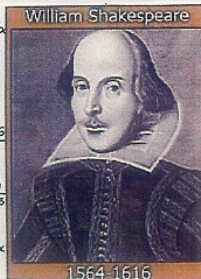
$M = 2 \int_0^r \int_0^{\sqrt{r^2-x^2}} k[(r-x)^2 + y^2] dy dx$ . Αλλά  
 $\int_0^{\sqrt{r^2-x^2}} k[(r-x)^2 + y^2] dy = k(r-x)^2 \int_0^{\sqrt{r^2-x^2}} dy + k \int_0^{\sqrt{r^2-x^2}} y^2 dy =$   
 $= k(r-x)^2 \sqrt{r^2-x^2} + \frac{k}{3} (r-x)^2 (r-x)^2 = k(r-x)^2 \sqrt{r^2-x^2} + \frac{k}{3} (r-x)^3$   
 $\int_0^r k(r-x)^2 \sqrt{r^2-x^2} dx + \frac{k}{3} \int_0^r (r-x)^3 dx$   
 $= k \int_0^r (r-x)^2 \sqrt{r^2-x^2} dx + \frac{k}{3} [r^3 x - \frac{3}{2} r^2 x^2 + \frac{3}{2} r x^3 - \frac{1}{4} x^4]_0^r =$   
 $= k \int_0^r (r-x)^2 \sqrt{r^2-x^2} dx + \frac{k}{3} [r^4 - \frac{3}{2} r^3 + \frac{3}{2} r^3 - \frac{1}{4} r^4] = k \int_0^r (r-x)^2 \sqrt{r^2-x^2} dx + \frac{k}{3} (\frac{3}{4} r^4)$   
 $\int_0^r (r-x)^2 \sqrt{r^2-x^2} dx = \int_0^r (r^2 - 2rx + x^2) \sqrt{r^2-x^2} dx = r^2 \int_0^r \sqrt{r^2-x^2} dx - 2r \int_0^r x \sqrt{r^2-x^2} dx + \int_0^r x^2 \sqrt{r^2-x^2} dx$   
 $\int_0^r \sqrt{r^2-x^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{r^2-x^2} + \frac{r^2}{2} \arcsin \frac{x}{r} \Big|_0^r = \frac{r}{2} \sqrt{r^2-r^2} + \frac{r^2}{2} \arcsin 1 = \frac{r^2}{2} \frac{\pi}{2} = \frac{\pi r^2}{4}$   
 $\int_0^r x \sqrt{r^2-x^2} dx = -\frac{1}{3} (r^2-x^2)^{3/2} \Big|_0^r = -\frac{1}{3} (r^2-r^2)^{3/2} + \frac{1}{3} (r^2)^{3/2} = \frac{1}{3} r^3$   
 $\int_0^r x^2 \sqrt{r^2-x^2} dx = \frac{x}{4} \sqrt{r^2-x^2} - \frac{r^2}{8} \arcsin \frac{x}{r} + \frac{1}{8} \int_0^r \sqrt{r^2-x^2} dx = \frac{r}{4} \sqrt{r^2-r^2} - \frac{r^2}{8} \frac{\pi}{2} + \frac{1}{8} \frac{\pi r^2}{4} = -\frac{r^2 \pi}{8} + \frac{\pi r^2}{32}$   
 $\int_0^r (r-x)^2 \sqrt{r^2-x^2} dx = \frac{\pi r^2}{4} r^2 - 2r \frac{1}{3} r^3 + (-\frac{r^2 \pi}{8} + \frac{\pi r^2}{32}) = \frac{\pi r^4}{4} - \frac{2}{3} r^4 - \frac{r^2 \pi}{8} + \frac{\pi r^2}{32}$   
 $M = k [\frac{\pi r^4}{4} - \frac{2}{3} r^4 - \frac{r^2 \pi}{8} + \frac{\pi r^2}{32}] + \frac{k}{3} (\frac{3}{4} r^4) = k [\frac{\pi r^4}{4} - \frac{2}{3} r^4 - \frac{r^2 \pi}{8} + \frac{\pi r^2}{32} + \frac{1}{4} r^4] = k [\frac{\pi r^4}{4} - \frac{5}{12} r^4 - \frac{r^2 \pi}{8} + \frac{\pi r^2}{32}]$



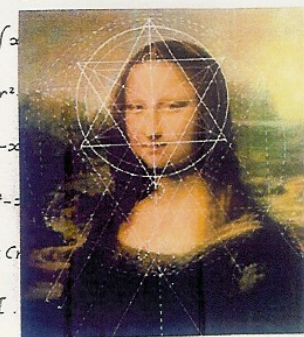
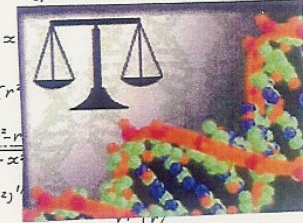
Cassini-Huygens spacecraft



Παντού  
Μαθηματικά



$= -\frac{(r^2-x^2)^{3/2}}{3}$ . Έτσι :  $-4kr \int_0^r x(r^2-x^2)^{1/2} dx = \frac{4kr}{3} [(r^2-x^2)^{3/2}]_0^r =$   
 $\frac{4kr}{3} (r^2-r^2)^{3/2} - \frac{4kr}{3} (r^2)^{3/2} = -\frac{4kr}{3} r^3 = -\frac{4}{3} kr^4$   
 $\int_0^r x^2 \sqrt{r^2-x^2} dx = \frac{x}{4} \sqrt{r^2-x^2} - \frac{r^2}{8} \arcsin \frac{x}{r} + \frac{1}{8} \int_0^r \sqrt{r^2-x^2} dx = \frac{r}{4} \sqrt{r^2-r^2} - \frac{r^2}{8} \frac{\pi}{2} + \frac{1}{8} \frac{\pi r^2}{4} = -\frac{r^2 \pi}{8} + \frac{\pi r^2}{32}$   
 $\int_0^r (r-x)^2 \sqrt{r^2-x^2} dx = \frac{\pi r^4}{4} - \frac{2}{3} r^4 - \frac{r^2 \pi}{8} + \frac{\pi r^2}{32}$   
 $M = k [\frac{\pi r^4}{4} - \frac{5}{12} r^4 - \frac{r^2 \pi}{8} + \frac{\pi r^2}{32}] + \frac{k}{3} (\frac{3}{4} r^4) = k [\frac{\pi r^4}{4} - \frac{5}{12} r^4 - \frac{r^2 \pi}{8} + \frac{\pi r^2}{32} + \frac{1}{4} r^4] = k [\frac{\pi r^4}{4} - \frac{1}{3} r^4 - \frac{r^2 \pi}{8} + \frac{\pi r^2}{32}]$   
 $\frac{d}{dx} (r^2-x^2)^{3/2} = -3x(r^2-x^2)^{1/2} \Rightarrow \frac{d}{dx} (r^2-x^2)^{3/2} = -3x \sqrt{r^2-x^2}$   
 $\int_0^r x \sqrt{r^2-x^2} dx = -\frac{1}{3} (r^2-x^2)^{3/2} \Big|_0^r = -\frac{1}{3} (r^2-r^2)^{3/2} + \frac{1}{3} (r^2)^{3/2} = \frac{1}{3} r^3$   
 $\frac{d}{dx} (r^2-x^2)^{1/2} = -x(r^2-x^2)^{-1/2} \Rightarrow \frac{d}{dx} (r^2-x^2)^{1/2} = -\frac{x}{\sqrt{r^2-x^2}}$   
 $\int_0^r \frac{x}{\sqrt{r^2-x^2}} dx = -\sqrt{r^2-x^2} \Big|_0^r = -\sqrt{r^2-r^2} + \sqrt{r^2} = r$   
 $\int_0^r \sqrt{r^2-x^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{r^2-x^2} + \frac{r^2}{2} \arcsin \frac{x}{r} \Big|_0^r = \frac{r}{2} \sqrt{r^2-r^2} + \frac{r^2}{2} \arcsin 1 = \frac{r^2}{2} \frac{\pi}{2} = \frac{\pi r^2}{4}$   
 $\int_0^r (r-x)^2 \sqrt{r^2-x^2} dx = \frac{\pi r^4}{4} - \frac{2}{3} r^4 - \frac{r^2 \pi}{8} + \frac{\pi r^2}{32}$   
 $M = k [\frac{\pi r^4}{4} - \frac{5}{12} r^4 - \frac{r^2 \pi}{8} + \frac{\pi r^2}{32}] + \frac{k}{3} (\frac{3}{4} r^4) = k [\frac{\pi r^4}{4} - \frac{1}{3} r^4 - \frac{r^2 \pi}{8} + \frac{\pi r^2}{32}]$



Το Σεμινάριο, αποτέλεσμα συνεργασίας του Ιδρύματος Ευγενίδου, της ΕΜΕ, και του Τμήματος Μαθηματικών του ΕΚΠΑ, απευθύνεται τόσο σε προπτυχιακούς και μεταπτυχιακούς φοιτητές των Μαθηματικών, όσο και σε κάθε καθηγητή ή μαθητή (χωρίς προχωρημένες γνώσεις), ενδιαφερόμενο για τις θεματικές ενότητες του Σεμιναρίου, την ευρύτητα των οποίων αφήνει να διαφανεί η παραπάνω αφίσα, η οποία υπαγορεύεται από τα λόγια των E. Kasner– J. Newman :

**Mathematics is an activity governed by the same rules imposed upon the symphonies of Beethoven the paintings of Da Vinci and the poetry of Homer.**

Καθώς και από την κλασική συνεπαγωγή του M.H.Stone:

**Science is reasoning; reasoning is Mathematics; and therefore, science is Mathematics.**

Δηλαδή «*Παντού Μαθηματικά*» (και για τους πάντες).

Η διεξαγωγή θα γίνεται στο Αμφιθέατρο Πεντέλης 11 του Ιδρύματος Ευγενίδου Λ. Συγγρού 387 (Νέο Ψηφιακό Πλανητάριο) στις 21, 22 και 28 29 Ιανουαρίου 2011.

**ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΕΜΙΝΑΡΙΟΥ  
ΠΑΝΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

**A! Διήμερο  
21 και 22 Ιανουαρίου 2011**

**Εισηγητής:**

- κ.Ιωάννης Αραχωβίτης  
Ομότιμος Καθηγητής Ε.Κ.Π.Α.

**Θέμα:**

- Παντού Μαθηματικά

**Παρασκευή 21 Ιανουαρίου 2011  
Ώρες 17:30-20:30**

**Πρόγραμμα**

**17:00-17:30 Άφιξη, Εγγραφή**

**17:30-18:45 A! μέρος**

**18:45-19:00 Διάλειμμα**

**19:00-20:30 B! μέρος**

**Σάββατο 22 Ιανουαρίου 2011  
Ώρες 10:30-13:30**

**Πρόγραμμα**

**10:15-10:30 Άφιξη**

**10:30-11:45 A! μέρος**

**11:45-12:00 Διάλειμμα**

**12:00-13:30 B! μέρος**

**B! Διήμερο  
28 και 29 Ιανουαρίου 2011**

**Παρασκευή 28/01/2011**

**Ώρες 17:30-20:30**

**Εισηγητές:**

**Καθηγητής κ. Γ. Καλογερόπουλος  
Πρόεδρος Τμήματος Μαθηματικών ΕΚΠΑ και  
Πρόεδρος Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας**

**Θέμα:**

**Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία = Επιμελητήριο Μαθηματικών Ελλάδας  
Ιωάννης Αραχωβίτης**

**Ομότιμος Καθηγητής Ε.Κ.Π.Α.**

**Θέμα:**

**Παντού Μαθηματικά: Παρουσίαση της δομής του DNA και του ήχου του ΧΑΟΥΣ.**

**Πρόγραμμα**

**17:00-17:30 Άφιξη**

**17:30-18:45 Α! μέρος**

**18:45-19:00 Διάλειμμα**

**19:00-20:30 Β! μέρος**

**Σάββατο 29 Ιανουαρίου 2011**

**Ώρες 10:30-13:30**

**Εισηγητές:**

**Καθηγητής κ. Γ. Καλογερόπουλος Πρόεδρος Τμήματος Μαθηματικών ΕΚΠΑ και  
Πρόεδρος Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας**

**Θέμα: Τμήμα Μαθηματικών ΕΚΠΑ = Ταμειυτήριο Μαθηματικών όλων των  
επιστημών του ΕΚΠΑ.**

**κ.Ιωάννης Αραχωβίτης**

**Ομότιμος Καθηγητής Ε.Κ.Π.Α.**

**Θέμα: Παντού Μαθηματικά: Τα πρώτα βήματα στο Δημοτικό – Τα πρόσφατα βήματα  
της Επιστήμης**

**(προβολή video από το CERN).**

**Πρόγραμμα**

**10:15-10:30 Άφιξη**

**10:30-11:45 Α! μέρος**

**14:45-12:00 Διάλειμμα**

**12:00-13:30 Β! μέρος**

**13:30 Χορήγηση Βεβαιώσεων Παρακολούθησης**

- Σημείωση: Το cd των διαλέξεων καθώς και η βιβλιογραφία που χρησιμοποιήθηκε είναι διαθέσιμη στη Βιβλιοθήκη του Ιδρυματος Ευγενίδου