

Οριζόντια βολή

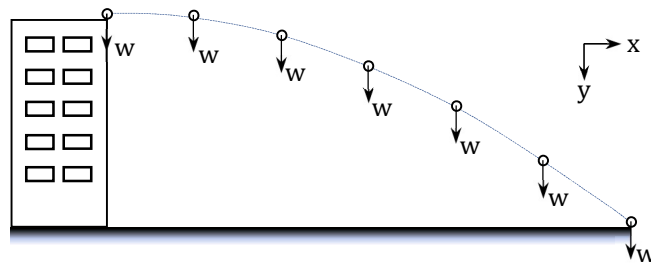
Αρχή της επαλληλίας των κινήσεων

Όταν ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο ή περισσότερες κινήσεις, κάθε μία απ' αυτές εκτελείται εντελώς ανεξάρτητα από τις υπόλοιπες και η θέση στην οποία φτάνει το σώμα μετά από χρόνο t , είναι η ίδια είτε οι κινήσεις εκτελούνται ταυτόχρονα, είτε εκτελούνται διαδοχικά, σε χρόνο t κάθε μία.

Εξισώσεις κίνησης οριζόντιας βολής

Οριζόντια βολή ονομάζουμε τη σύνθετη κίνηση που εκτελεί ένα σώμα που κινείται:

- στον οριζόντιο άξονα με ταχύτητα σταθερού μέτρου u_0
 - στον κατακόρυφο άξονα με επιτάχυνση σταθερού μέτρου g (επιτάχυνση της βαρύτητας).
- Θεωρούμε ότι καμία άλλη δύναμη, όπως π.χ. η αντίσταση του αέρα, δεν ασκείται στο σώμα κατά την κίνησή του. Αυτό φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



- x - άξονας: $\Sigma F_x = 0(N)$.

Από τον 1^ο Νόμο Νεύτωνα προκύπτει ότι το σώμα θα κινείται με σταθερή ταχύτητα u_0 :

$$u_x = u_0 = \text{σταθερή} \quad (\text{I})$$

$$x = u_0 \cdot t \quad (\text{II})$$

Εξισώσεις κίνησης
ομαλής κίνησης

- y - άξονας: $\Sigma F_y = w$ ή $m \cdot a_y = m \cdot g$ ή $a_y = g$.

Από τον 2^ο Νόμο Νεύτωνα προκύπτει ότι το σώμα θα κινείται με σταθερή επιτάχυνση g :

$$u_y = g \cdot t \quad (\text{III})$$

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \quad (\text{IV})$$

Εξισώσεις κίνησης
ελεύθερης πτώσης

Χρόνος καθόδου t_k από ύψος H

Ο χρόνος καθόδου t_k από κάποιο ύψος υπολογίζεται από την εξίσωση (IV) αφού το σώμα φτάνει στο έδαφος όταν $y=H$, καθώς οι κινήσεις στους δύο άξονες είναι ανεξάρτητες. Έτσι:

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$H = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_k^2$$

Λύνοντας την παραπάνω σχέση ως προς το χρόνο t_k , παίρνουμε,

$$t_k = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}}$$

Ο χρόνος καθόδου σε έναν τόπο (g =σταθερό) εξαρτάται μόνο από το ύψος H .

Βεληνεκές $x_{\max}$ (μέγιστη οριζόντια απόσταση)

Το βεληνεκές $x_{\max}$ υπολογίζεται από την εξίσωση (II) αφού το σώμα σταματάει να κινείται οριζόντια όταν φτάσει στο έδαφος. Έτσι,

$$x = u_0 \cdot t$$

$$x_{\max} = u_0 \cdot t_k$$

$$x_{\max} = u_0 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}}$$

Το βεληνεκές σε έναν τόπο εξαρτάται μόνο από το ύψος H και την αρχική ταχύτητα u_0 .

Ταχύτητα u και εφθ

Το σώμα κάθε στιγμή έχει δύο κάθετες ταχύτητες.

- Μία οριζόντια u_x σταθερού μέτρου $u_x = u_0$
- Μία κατακόρυφη u_y με μέτρο ανάλογο του χρόνου $u_y = g \cdot t$

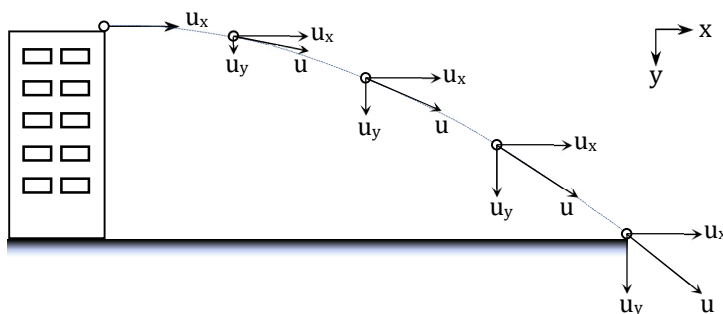
Από τον κανόνα του παραλληλογράμμου από τη διανυσματική πρόθεση των δύο ταχυτήτων προκύπτει ότι η συνολική ταχύτητα θα έχει μέτρο,

$$u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$$
$$u = \sqrt{u_0^2 + g^2 \cdot t^2}$$

και θα σχηματίζει με τον οριζόντιο άξονα γωνία θ με,

$$\varepsilon\phi\theta = \frac{u_y}{u_x}$$
$$\varepsilon\phi\theta = \frac{g \cdot t}{u_0}$$

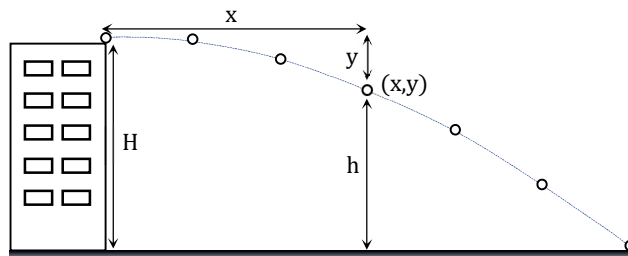
Για την ταχύτητα στο έδαφος δεν έχουμε παρά να θέσουμε $t = t_k$. Η ταχύτητες u_x , u_y και u κατά τη διάρκεια της κίνησης φαίνονται στο παρακάτω σχήμα:



Απόσταση από το έδαφος h

Σε μία τυχαία χρονική στιγμή το σώμα έχει διανύσει κατακόρυφη απόσταση y . Άρα, η απόστασή του h από το έδαφος θα είναι,

$$h = H - y$$
$$h = H - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$



Εξίσωση τροχιάς $y=f(x)$

Η εξίσωση τροχιάς είναι η σχέση που μας επιτρέπει να βρίσκουμε την κατακόρυφη μετατόπιση y όταν γνωρίζουμε την οριζόντια μετατόπιση x και το αντίστροφο. Προκύπτει από την απαλοιφή του χρόνου ανάμεσα στις σχέσεις (II) και (IV). Λύνουμε τη (II) ως προς t :

$$t = \frac{x}{u_0}$$

Αντικαθιστούμε στη σχέση (IV):

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{x}{u_0}\right)^2$$
$$y = \frac{g}{2 \cdot u_0^2} \cdot x^2$$

Η εξίσωση τροχιάς είναι παραβολική καθώς έχει τη μορφή $y = a \cdot x^2$ που περιγράφει μία παραβολή στο επίπεδο.