

**Επιμορφωτικό Υποστηρικτικό Υλικό
για την ενσωμάτωση των ΤΠΕ
στη μαθησιακή διαδικασία**

**Θέμα
Μαθηματικά
Μέση Γενική Εκπαίδευση**

**Εργαλείο
Excel - Autograph**

**Παιδαγωγικό Ινστιτούτο Κύπρου
Τομέας Εκπαιδευτικής Τεχνολογίας
Ομάδα Επιμόρφωσης ΤΠΕ
Φθινόπωρο 2008**



**ΕΥΡΩΠΑΪΚΗ ΕΝΩΣΗ
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ**



**ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ**

Πρόγραμμα Επιμόρφωσης Εκπαιδευτικών σε Θέματα Πληροφορικής

Το Πρόγραμμα συγχρηματοδοτείται από την Κυπριακή Δημοκρατία με ποσοστό 50% και το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο (ΕΚΤ) με ποσοστό 50% στα πλαίσια του Μέτρου 2.1. «Αξιοποίηση των νέων τεχνολογιών στα πλαίσια της δια βίου μάθησης» που εντάσσεται στο Ενιαίο Έγγραφο Προγραμματισμού (ΕΕΠ) Στόχος 3 «Ανθρώπινο Δυναμικό» για την Προγραμματική Περίοδο 2004-2006.

Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο (ΕΚΤ)

«Συμβολή στην ανάπτυξη του ανθρώπινου δυναμικού, στη βελτίωση της λειτουργίας της αγοράς εργασίας, στην προώθηση της απασχολησιμότητας, του επιχειρηματικού πνεύματος, της ικανότητας προσαρμογής και της ισότητας των ευκαιριών, καθώς και την κοινωνική ενσωμάτωση».

© Παιδαγωγικό Ινστιτούτο Κύπρου, 2008

Συγγραφή υλικού	Ομάδα Εργασίας: Μαθηματικά Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης (ΜΑΘ4_K07Μ) Σάββας Τιμοθέου, Μαθηματικός Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης Αριστείδης Τίρκας, Μαθηματικός Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης Γεωργία Φιλίππου, Μαθηματικός Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης
Εποπτεία υλικού	Ομάδα Εποπτείας Μαθηματικών Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης Ευάγγελος Σταυρινίδης, Επιθεωρητής Μαθηματικών Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης Μιχάλης Χριστοφορίδης, Ομάδα Επιμόρφωσης ΤΠΕ στο Παιδαγωγικό Ινστιτούτο
Επιμέλεια υλικού	Μιχάλης Χριστοφορίδης
Γενικός συντονισμός - Επιμέλεια	Αναστασία Οικονόμου

Κώδικας Δεοντολογίας

Η άντληση πληροφοριών, η χρήση και ο πολλαπλασιασμός υλικού από το παρόν βιβλιάριο και το συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο* (CD/DVD) επιτρέπεται υπό την προϋπόθεση της ανεπιφύλακτης αποδοχής των παρακάτω όρων:

1. Η χρήση του βιβλιαρίου και του συνοδευτικού ψηφιακού δίσκου (CD/DVD) υπόκειται στις διατάξεις των κυπριακών και των διεθνών νόμων, στις επιταγές του εθνικού δικαίου, καθώς επίσης και στην υποχρέωση σεβασμού των χρηστών ηθών. Όλες οι πληροφορίες, οι οποίες περιέχονται, διατίθενται στους χρήστες για αυστηρά προσωπική χρήση και μόνο για σκοπούς πληροφόρησης, μελέτης, ή πραγματοποίησης διδασκαλίας, και σε καμία περίπτωση για εμπορικούς. Η χρήση, αναπαραγωγή ή επαναδημοσίευσή του υλικού, ολική ή μερική, με οποιαδήποτε άλλο μέσο, ηλεκτρονικό ή έντυπο, επιτρέπεται υπό την προϋπόθεση ότι τα στοιχεία που θα αντληθούν δε θα αλλοιωθούν ούτε θα χρησιμοποιηθούν παραπλανητικά, ενώ υφίσταται και η υποχρέωση, σε περίπτωση οποιασδήποτε χρήσης, να αναφέρεται ο δικαιούχος των πνευματικών δικαιωμάτων του υλικού.
2. Οι πάσης φύσεως πληροφορίες και το υλικό που περιλαμβάνονται σε αυτό βιβλιάριο και το συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο (CD/DVD) παρέχονται στην βάση του «ως έχει» («as is») και «ως διατίθενται» («as available») και χωρίς καμιά απολύτως εγγύηση οποιουδήποτε είδους. Το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο δεν εγγυάται για την ορθότητα και την ακρίβεια των πληροφοριών του βιβλιαρίου και του συνοδευτικού ψηφιακού δίσκου (CD/DVD), οι οποίες εκφράζουν μόνο τις απόψεις των συντακτών τους και αποτελούν πνευματική ιδιοκτησία τους. Ο χρήστης τις χρησιμοποιεί με αποκλειστικά δική του ευθύνη και το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο ουδεμία ευθύνη, άμεση ή έμμεση, φέρει για τυχόν ζημιά του χρήστη από τη χρήση των στοιχείων και πληροφοριών που περιέχονται είτε στο βιβλιάριο είτε στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο (CD/DVD).
3. Το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο δεν φέρει καμία ευθύνη για το περιεχόμενο των προταθέντων δικτυακών τόπων και δεν ευθύνεται για τυχόν ζημιά, η οποία μπορεί να προκληθεί από τη χρήση τους. Ακόμη ούτε είναι υπεύθυνη για την πολιτική ασφαλείας των προταθέντων δικτυακών τόπων ούτε και για τον τρόπο διαχείρισης των ηλεκτρονικών επισκεπτών τους. Το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο ουδεμία ευθύνη, άμεση ή έμμεση, φέρει για τυχόν ζημιά του επισκέπτη από την κακή χρήση είτε των προταθέντων δικτυακών τόπων, είτε των στοιχείων που περιέχονται σ' αυτούς.
4. Οι εκπαιδευτικές δραστηριότητες, οι οποίες φιλοξενούνται στο βιβλιάριο και το συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο (CD/DVD), εκφράζουν την άποψη των δημιουργών τους και όχι κατ' ανάγκη την άποψη του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου.
5. Το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο δεν ευθύνεται για τυχόν διακοπή λειτουργίας ή τροποποίηση των προταθέντων δικτυακών τόπων καθώς και των παρεχομένων υπηρεσιών.
6. Στο βιβλιάριο και το συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο (CD/DVD) περιλαμβάνονται υλικό, trademarks, service marks κλπ, καθώς και άλλο περιεχόμενο που προστατεύεται και η χρήση του πρέπει να ακολουθεί τις σχετικές διατάξεις του νόμου.
7. Το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο δεν ευθύνεται για τυχόν εμφάνιση προσωπικών δεδομένων, τα οποία εμφανίζονται στο βιβλιάριο και το συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο (CD/DVD).

Παιδαγωγικό Ινστιτούτο Κύπρου, 2008

* Το επιμορφωτικό υλικό του βιβλιαρίου, μαζί με επιπρόσθετο υλικό, βρίσκεται στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο (CD/DVD)



Περιεχόμενα

Μέρος Α΄

- 9 Χαιρετισμός
Δρ Κυριάκος Πιλλάς, Αν. Διευθυντής Παιδαγωγικού Ινστιτούτου
- 11 Εισαγωγή στη φιλοσοφία ανάπτυξης και χρήσης του
Επιμορφωτικού Υποστηρικτικού Υλικού για την ενσωμάτωση
των ΤΠΕ στη μαθησιακή διαδικασία
Αναστασία Οικονόμου, Προϊσταμένη Τομέα Εκπαιδευτικής
Τεχνολογίας Παιδαγωγικού Ινστιτούτου
- 13 Φιλοσοφία Ομάδας Εργασίας για Ανάπτυξη Επιμορφωτικού
Υποστηρικτικού Υλικού για την ενσωμάτωση των ΤΠΕ στη
μαθησιακή διαδικασία

Μέρος Β΄

- 17 Συνοπτικός Πίνακας Εισηγήσεων Δραστηριοτήτων
- 21 Εισηγήσεις για Δραστηριότητες

Μέρος Γ΄

- 65 Συνοπτικός Πίνακας Αναπτυγμένων Δραστηριοτήτων
- 67 Αναπτυγμένες Δραστηριότητες

ΜΕΡΟΣ Α΄

A.1 - Χαιρετισμός

Η ραγδαία ανάπτυξη των τεχνολογιών πληροφορίας και επικοινωνίας, πέρα από την ευρύτερη επίδραση που ασκεί σε όλες τις εκφάνσεις της ζωής του ανθρώπου, έχει επηρεάσει ουσιαστικά και αναμένεται να επηρεάσει περισσότερο στο μέλλον τη διαδικασία μάθησης και διδασκαλίας. Νέα ηλεκτρονικά εργαλεία και περιβάλλοντα μάθησης αναπτύσσονται συνεχώς στη βάση σύγχρονων παιδαγωγικών μεθοδολογιών και τίθενται στη διάθεση των εκπαιδευτικών μας ως ενισχυτικά μέσα για την επίτευξη των εκπαιδευτικών στόχων.

Η έκδοση αυτή, η οποία αποτελεί μέρος μιας ευρύτερης σειράς εκδόσεων που καλύπτουν διάφορα θέματα του αναλυτικού προγράμματος, φιλοδοξεί να συνδράμει τους εκπαιδευτικούς μας στην προσπάθειά τους να αξιοποιήσουν τα διαθέσιμα ηλεκτρονικά εργαλεία. Η βοήθεια συνίσταται στην παρουσίαση ιδεών και εισηγήσεων για αξιοποίηση των εργαλείων αυτών στην εκπαιδευτική πράξη. Στόχος του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου είναι η δημιουργία μιας περιεκτικής τράπεζας εισηγήσεων για αξιοποίηση των διαθέσιμων ηλεκτρονικών εργαλείων, η οποία θα αναρτηθεί στην ιστοσελίδα του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου και θα εμπλουτίζεται συνεχώς.

Ο σχεδιασμός και η ανάπτυξη του επιμορφωτικού υλικού υπό τη μορφή διδακτικών και μαθησιακών εισηγήσεων έγινε με τη συμμετοχή των ιδίων των εκπαιδευτικών και αποτελεί μέρος της ευρύτερης προσπάθειας του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου να ενισχύει την εμπλοκή των εκπαιδευτικών σε δημιουργικές δραστηριότητες που συμβάλλουν στη συνεχή επαγγελματική τους ανάπτυξη.

Χαιρετίζω την προσπάθεια όλων, όσοι έλαβαν μέρος στη διαδικασία ανάπτυξης και έκδοσης του υλικού αυτού και προσδοκώ ότι αυτό θα αξιοποιηθεί παραγωγικά.

Δρ Κυριάκος Πιλλάς
Αν. Διευθυντής
Παιδαγωγικού Ινστιτούτου

A.2 - Εισαγωγή στη φιλοσοφία ανάπτυξης και χρήσης του Επιμορφωτικού Υποστηρικτικού Υλικού για την ενσωμάτωση των ΤΠΕ στη μαθησιακή διαδικασία

Το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο προσφέρει προγράμματα επιμόρφωσης για εκπαιδευτικούς όλων των βαθμίδων σε θέματα νέων Τεχνολογιών Πληροφορίας και Επικοινωνίας με στόχο την προετοιμασία των εκπαιδευτικών για την αποτελεσματική αξιοποίηση των Τεχνολογιών Πληροφορίας και Επικοινωνίας στη μαθησιακή διαδικασία. Μέσα από τα προγράμματα αυτά οι εκπαιδευτικοί αποκτούν κατ' αρχήν βασικές δεξιότητες χρήσης ηλεκτρονικού υπολογιστή και αφ' ετέρου αναπτύσσουν ένα συγκροτημένο φιλοσοφικό πλαίσιο στο οποίο οι Τεχνολογίες Πληροφορίας και Επικοινωνίας έχουν πραγματική ποιοτική συνεισφορά στη διδακτική πράξη.

Για την επιμόρφωση των εκπαιδευτικών προκειμένου να υποστηρίξουν την ενσωμάτωση των Τεχνολογιών Πληροφορίας και Επικοινωνίας στη μαθησιακή διαδικασία, σχεδιάστηκε και αναπτύχθηκε επιμορφωτικό υποστηρικτικό υλικό το οποίο οι εκπαιδευτικοί μπορούν να αξιοποιήσουν στη διδακτική πράξη.

Το επιμορφωτικό υποστηρικτικό υλικό καλύπτει συγκεκριμένα και εξειδικευμένα παραδείγματα ένταξης των Τεχνολογιών Πληροφορίας και Επικοινωνίας σε σχέση με τη χρήση και τις δυνατότητες παιδαγωγικής αξιοποίησης συγκεκριμένων ηλεκτρονικών μαθησιακών εργαλείων και περιβαλλόντων υπό τη μορφή εκπαιδευτικών σεναρίων, διδακτικών εισηγήσεων, σχεδίων μαθήματος, δραστηριοτήτων ή και απλών οδηγιών χρήσης προγραμμάτων.

Η ανάπτυξη του υλικού έγινε από Ομάδες Εργασίας, οι οποίες αποτελούνταν από εκπαιδευτικούς που είχαν παρακολουθήσει επιμορφωτικά προγράμματα και συντονίζονταν από επιθεωρητή της ειδικότητας ή εκπρόσωπό του και από λειτουργό του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου.

Το υλικό αυτό αναμένεται να αποτελέσει μια αρχική βάση εισηγήσεων πάνω στην οποία οι εκπαιδευτικοί θα μπορούν να οικοδομούν ποιοτικές μαθησιακές εφαρμογές, να προβληματιστούν για περαιτέρω τρόπους αποτελεσματικής χρήσης των Τεχνολογιών Πληροφορίας και Επικοινωνίας και να προχωρήσουν σε διδακτικές παρεμβάσεις.

Η παρούσα πρώτη έκδοση του επιμορφωτικού υποστηρικτικού υλικού σε έντυπη και ψηφιακή μορφή που κρατάτε στα χέρια σας, αποτελείται από μια σειρά βιβλιαρίων που το καθένα καλύπτει τη χρήση συγκεκριμένων μαθησιακών εργαλείων για μια διδακτική περιοχή. Το κάθε βιβλιάριο παρουσιάζει αρχικά ένα αριθμό εισηγήσεων διδακτικών και μαθησιακών εφαρμογών, οι οποίες περιγράφονται συνοπτικά. Στο τρίτο μέρος του βιβλιαρίου, αναπτύσσονται ολοκληρωμένες διδακτικές και μαθησιακές εισηγήσεις οι οποίες συμπληρώνονται με συνοδευτικό υλικό. Το υλικό που αναφέρεται σε κάθε βιβλιάριο βρίσκεται στο ψηφιακό δίσκο που ενσωματώνεται στο τέλος του βιβλιαρίου.

Επιπρόσθετα, το υλικό αυτό φιλοξενείται στη διαδικτυακή πύλη του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου <http://www.e-epimorfosi.ac.cy>, μέσω της οποίας ο κάθε εκπαιδευτικός μπορεί να έχει πρόσβαση στη βάση του υλικού, να αποθηκεύει τις εκπαιδευτικές εισηγήσεις που τον ενδιαφέρουν, να αξιολογεί εισηγήσεις και να εμπλουτίζει τη βάση αυτή με δικές του προτάσεις προσαρμόζοντας υφιστάμενες εισηγήσεις ή προτείνοντας νέες.

Στόχος είναι η αρχική αυτή δημιουργία υλικού να αποτελέσει μια δυναμική βάση διδακτικών και μαθησιακών εισηγήσεων ενσωμάτωσης των Τεχνολογιών Πληροφορίας και Επικοινωνίας, η οποία να υποστηρίζει τους εκπαιδευτικούς στο έργο τους και η οποία συνεχώς να εμπλουτίζεται και να διαμορφώνεται βάσει των εκπαιδευτικών εφαρμογών και εμπειριών του κάθε εκπαιδευτικού.

Αναστασία Οικονόμου
Προϊσταμένη Τομέα Εκπαιδευτικής Τεχνολογίας
Παιδαγωγικού Ινστιτούτου Κύπρου

Α.3 - Φιλοσοφία Ομάδας Εργασίας για Ανάπτυξη Επιμορφωτικού Υποστηρικτικού Υλικού για την ενσωμάτωση των ΤΠΕ στη μαθησιακή διαδικασία

Ομάδα Εργασίας	Μαθηματικά
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ4_Κ07Μ
Εργαλείο	Διαδίκτυο
Θεωρητικό Πλαίσιο	<p>Η ομάδα έχει εργαστεί στο σχεδιασμό κατάλληλων δραστηριοτήτων που να προσαρμόζονται στα λογισμικά των Excel και Autograph. Η βασική ιδέα στην υλοποίηση ενός σχεδίου μαθήματος και φύλλου εργασίας στηρίζεται στην μαθητοκεντρική μεθοδολογία. Βασικά ζητούμε από το μαθητή να πειραματιστεί με στόχο να διερευνήσει και να ανακαλύψει μια μαθηματική έννοια από μόνος του. Αναμένουμε από τους μαθητές να κερδίσουν από τη χρήση του Η/Υ και ειδικά από τα πιο πάνω συγκεκριμένα λογισμικά την ελευθερία κινήσεων και την αυτονομία τους μέσα από την αλληλεπίδραση που διενεργείται μεταξύ Η/Υ και μαθητή .</p> <p>Τα σχέδια μαθήματος καθώς και τα φύλλα εργασίας φροντίσαμε να είναι απλά και ρεαλιστικά με κύριο συστατικό τους τον πειραματισμό του ίδιου μαθητή, αλλά και την υπόδειξη προς τον εκπαιδευτικό ότι αποτελούν ενδεικτικές μαθηματικές προτάσεις και ιδέες σχετικά με το τι μπορεί να σημαίνει διδασκαλία μαθηματικών με τη χρήση και τη βοήθεια του Η/Υ. Δημιουργήσαμε σε κάποιες ενότητες από την άλγεβρα , την αναλυτική γεωμετρία τη στατιστική και την ανάλυση, εκείνα τα εργαλεία, ώστε να αναδείξουμε τη δυναμική και τον τρόπο χρησιμοποίησης των νέων τεχνολογιών στη μαθηματική εκπαίδευση, σε έννοιες που παραδοσιακά κρύβουν κάποιες δυσκολίες. Τα σχεδιασμένα μαθήματα είναι ενδεικτικά και αποτελούν εφελτήριο για συμπλήρωση και εμπλουτισμό τους από συναδέλφους, αλλά και για συνέχιση σε σχεδιασμό άλλων μαθημάτων. Θα χαρούμε για τις οποιοσδήποτε παρατηρήσεις και υποδείξεις με στόχο τη βελτίωση των μαθημάτων. Ελπίζουμε τα μαθήματα αυτά να βοηθήσουν τόσο τους μαθητές να αγαπήσουν τα μαθηματικά, όσο και τους εκπαιδευτικούς να δουν με άλλο μάτι τη διδασκαλία του μαγευτικού κόσμου των Μαθηματικών.</p>

ΜΕΡΟΣ Β΄

B.1 - Συνοπτικός Πίνακας Εισηγήσεων Δραστηριοτήτων

	Τίτλος Δραστηριότητας	Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας
Δραστηριότητα 1	Ορισμός και εξίσωση της Παραβολής	ΝΑΙ
Δραστηριότητα 2	Γραφική Παράσταση Παραβολής με τη μορφή $\psi = a(x-k)^2 + \delta$.	ΟΧΙ
Δραστηριότητα 3	Εξίσωση Κύκλου	ΟΧΙ
Δραστηριότητα 4	Παράμετρος	ΟΧΙ
Δραστηριότητα 5	Παράγωγος Εκθετικής Συνάρτησης	ΝΑΙ
Δραστηριότητα 6	Ορισμός Παραγώγου συνάρτησης	ΟΧΙ
Δραστηριότητα 7	Εφαπτομένη καμπύλης-Θεώρημα Fermat	ΟΧΙ
Δραστηριότητα 8	Εφαρμογές Ορισμένου ολοκληρώματος: Εμβαδόν μεταξύ διαγράμματος συνάρτησης και άξονα	ΝΑΙ
Δραστηριότητα 9	Εφαρμογές Ορισμένου ολοκληρώματος: Όγκος στερεού εκ περιστροφής	ΟΧΙ
Δραστηριότητα 10	Γραφικές Παραστάσεις: Συνάρτηση και Ορθογώνιο Σύστημα Αξόνων	ΟΧΙ
Δραστηριότητα 11	Γραφικές Παραστάσεις: Γραφική Παράσταση της $\psi = ax + \beta$ και της $\psi = ax$. Λύση της εξίσωσης $\psi = ax + \beta$	ΟΧΙ
Δραστηριότητα 12	Γραφικές Παραστάσεις: Κλίση Ευθείας, Παράλληλες Ευθείες	ΝΑΙ
Δραστηριότητα 13	Παρουσίαση Στατιστικών Στοιχείων, Ομαδοποίηση παρατηρήσεων	ΟΧΙ

	Τίτλος Δραστηριότητας	Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας
Δραστηριότητα 14	Γραφικές Παραστάσεις Συχνοτήτων	ΝΑΙ
Δραστηριότητα 15	Στατιστικά στοιχεία (μέση τιμή, διάμεσος, επικρατούσα τιμή, τυπική απόκλιση). Κανονική κατανομή	ΝΑΙ
Δραστηριότητα 16	Αντίστροφη Συνάρτηση	ΟΧΙ
Δραστηριότητα 17	Εκθετική Συνάρτηση	ΝΑΙ
Δραστηριότητα 18	Γραφική επίλυση εξισώσεων της μορφής $\alpha x + \beta = \kappa$	ΝΑΙ
Δραστηριότητα 19	Όριο Συνάρτησης όταν το x τείνει στο άπειρο	ΟΧΙ
Δραστηριότητα 20	Πρόσημο του τριωνύμου $f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$	ΝΑΙ
Δραστηριότητα 21	Αντιστοιχία μοιρών - ακτινίων και πρόσημο ημχ	ΝΑΙ
Δραστηριότητα 22	Η Συνάρτηση $\psi = \alpha/x$	ΟΧΙ
Δραστηριότητα 23	Η Παράγωγος της συνάρτησης $\psi = x^v, v=1,2,3,4,\dots$	ΝΑΙ
Δραστηριότητα 24	Παράγωγος της συνάρτησης $\psi = e^{kx}, k \in \mathbb{Z}$	ΟΧΙ
Δραστηριότητα 25	Εισαγωγή στο όριο συνάρτησης για $x \rightarrow \pm\infty, x \rightarrow x_0$	ΟΧΙ
Δραστηριότητα 26	Πρόσημο τριωνύμου $\alpha x^2 + \beta x + \gamma, \chi \in \mathbb{R}$ και λύση ανίσωσης β' βαθμού	ΟΧΙ
Δραστηριότητα 27	Εισαγωγή στην έννοια της Αριθμητικής Προόδου	ΟΧΙ

	Τίτλος Δραστηριότητας	Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας
Δραστηριότητα 28	Εισαγωγή στην έννοια της Γεωμετρικής προόδου	ΝΑΙ
Δραστηριότητα 29	Σ_n και Σ_{∞} όρων της Γεωμετρικής προόδου	ΟΧΙ
Δραστηριότητα 30	Μελέτη της συνάρτησης $\psi = a \eta\mu(\beta\chi + \gamma)$ και λύση τριγωνομετρικής εξίσωσης της μορφής: $\eta\mu(k\chi) = \lambda$	ΟΧΙ
Δραστηριότητα 31	Επίλυση Προβλημάτων Μεγίστων - Ελαχίστων	ΟΧΙ
Δραστηριότητα 32	Στατιστική (Κατασκευή πίνακα και πολύγωνου συχνοτήτων)	ΝΑΙ
Δραστηριότητα 33	Στατιστική (Μέτρα θέσης και διασποράς)	ΟΧΙ
Δραστηριότητα 34	Εμβαδόν και Περίμετρος κύκλου	ΟΧΙ
Δραστηριότητα 35	Όριο Συνάρτησης όταν το χ τείνει στο άπειρο	ΝΑΙ
Δραστηριότητα 36	Γραφική παράσταση της ευθείας $\psi = \alpha\chi + \beta$	ΟΧΙ
Δραστηριότητα 37	Παράγωγος συνάρτησης: Πρόσημο παραγώγου συνάρτησης και Μονοτονία Συνάρτησης	ΟΧΙ
Δραστηριότητα 38	Γραφική παράσταση της συνάρτησης $\psi = \frac{\alpha}{\chi}$, $\chi \neq 0, \alpha \neq 0$	ΝΑΙ
Δραστηριότητα 39	Θέση ευθείας $A\chi + B\gamma + \Gamma = 0$ ως προς την παραβολή $\gamma^2 = 4\alpha\chi$	ΝΑΙ
Δραστηριότητα 40	Γραφική παράσταση της αντιστρόφου συνάρτησης f^{-1} όταν είναι γνωστή η συνάρτηση f	ΟΧΙ

Β.2.1 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 1

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Ορισμός και εξίσωση της Παραβολής
Τάξη	Γ' Λυκείου κατεύθυνση
Ενότητα	Στοιχεία Διανυσματικού Λογισμού & Αναλυτικής Γεωμετρίας
Σύντομη περιγραφή	Βάσει του ορισμού της παραβολής το λογισμικό μας δίνει τη δυνατότητα απλής και γρήγορης κατασκευής της, χρησιμοποιώντας τα δύο βασικά της δεδομένα: ένα σημείο (Εστία) και μια ευθεία (Διευθετούσα). Παράλληλα μας δίνεται και η αντίστοιχη εξίσωση της κάθε παραβολής μετατοπίζοντας συνεχώς είτε την εστία, είτε τη διευθετούσα της. Επίσης εξετάζοντας παραβολές των μορφών $\psi^2=4a\chi$ ή $\chi^2=4a\psi$, μπορούμε να διακρίνουμε και το ρόλο της παραμέτρου a μεταβάλλοντας την τιμή της.
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΝΑΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ4_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Autograph, Paraboli.ggp, conic by eccentricity=1, view-status box, view-constant controller
Λογισμικό που απαιτείται*	Autograph

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.2 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 2

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Γραφική Παράσταση Παραβολής με τη μορφή $\psi = a(x-k)^2 + \delta$
Τάξη	Α' Λυκείου
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	Το λογισμικό μας δίνει τη δυνατότητα της δυναμικής κατασκευής της παραβολής με τη μορφή: $\psi = a(x-k)^2 + \delta$. Στόχος να διακρίνουν οι μαθητές το διαφορετικό ρόλο των παραμέτρων a , k , δ , καθώς και την επίδραση που έχουν στον άξονα συμμετρίας και στην κορυφή της παραβολής. Το πρόγραμμα μας δίνει επίσης τη δυνατότητα παρουσίασης οικογένειας καμπυλών μεταβάλλοντας κάποια από τις παραμέτρους που την ορίζουν.
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΟΧΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ4_K07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Παραβολή, Γραφική Παράσταση, Autograph
Λογισμικό που απαιτείται*	Autograph

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.3 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 3

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Εξίσωση Κύκλου
Τάξη	Γ' Λυκείου κατεύθυνση
Ενότητα	Στοιχεία Διανυσματικού Λογισμού & Αναλυτικής Γεωμετρίας
Σύντομη περιγραφή	Ορίζοντας τι είναι κύκλος το λογισμικό μας δίνει τη δυνατότητα απλής και γρήγορης κατασκευής του, χρησιμοποιώντας τα δύο βασικά του δεδομένα: ένα σημείο (κέντρο) και επιθυμητό μήκος ακτίνας. Παράλληλα μας δίνεται και η αντίστοιχη εξίσωση του κύκλου μετατοπίζοντας συνεχώς είτε το κέντρο, είτε την ακτίνα του. Στόχος μας είναι η διερεύνηση και η γενίκευση της εξίσωσης του κύκλου με συγκεκριμένο κέντρο και ακτίνα. Επαλήθευση των γενικεύσεων μας εισάγοντας τύπους που αντιπροσωπεύουν κύκλους, καθώς και δυναμική μεταβολή σε παραμέτρους που χαρακτηρίζουν την εξίσωση του.
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΟΧΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ4_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Κύκλος, εξίσωση, Autograph
Λογισμικό που απαιτείται*	Autograph

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.4 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 4

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Παράμετρος
Τάξη	Β' και Γ' Λυκείου Κατεύθυνση
Ενότητα	Στοιχεία Διανυσματικού Λογισμού & Αναλυτικής Γεωμετρίας (σ.3)
Σύντομη περιγραφή	Οπτικοποίηση και διαισθητική κατανόηση του γεωμετρικού τόπου ενός σημείου που δίνεται σε παραμετρική μορφή. Το λογισμικό μας επιτρέπει να δούμε σε κίνηση την καμπύλη που αφήνει το ίχνος του σημείου $P(x,\psi)=(f(t), g(t)), t \in \Delta$ κατά την μεταβολή της παραμέτρου t . Μελετούνται επιπλέον οι γεωμετρικοί τόποι σημείων με παραμετρικές εξισώσεις $(at^2, 2^at)$, $(\alpha\sigma\upsilon\nu\theta, \beta\eta\mu\theta)$, $(\alpha + \rho\sigma\upsilon\nu\theta, \beta + \rho\eta\mu\theta)$, $(ct, c/t)$ κλπ
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΟΧΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ4_K07M
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Παράμετρος, εξίσωση, Autograph, Point, trace on
Λογισμικό που απαιτείται*	Autograph

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.5 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 5

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Παράγωγος Εκθετικής Συνάρτησης
Τάξη	Β' Λυκείου Κατεύθυνση
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	<p>Το λογισμικό μας δίνει τη δυνατότητα της δυναμικής κατασκευής της εκθετικής συνάρτησης $\psi = a^x$ ($a > 0$, $a \neq 1$) και συγχρόνως της παραγώγου της. Διαπίστωση ότι $(a^x)' = ka^x$ και ότι με κατάλληλο μετασχηματισμό της ψ (δηλ. $k \cdot a^x$) μπορούμε να υπολογίσουμε την τιμή του k. Διερευνούμε εκείνη την περίπτωση κατά την οποία $(a^x)' = a^x$ με στόχο να υπολογίσουμε το a και να εισάγουμε την έννοια του αριθμού e. Συμπερασματική (λεκτική) κατάληξη σε μια από τις βασικότερες ιδιότητες της εκθετικής συνάρτησης ότι: «ο ρυθμός μεταβολής μια εκθετικής συνάρτησης σε μια συγκεκριμένη τιμή της είναι ανάλογος με την τιμή της αντίστοιχης συνάρτησης».</p>
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΝΑΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ4_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Παράγωγος, Autograph, Equation-Create-Gradient function
Λογισμικό που απαιτείται*	Autograph

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.6 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 6

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Ορισμός Παραγώγου συνάρτησης
Τάξη	Β' Λυκείου Κατεύθυνση
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	<p>Κατασκευή των συναρτήσεων $f(x), f'(x)$. Μελέτη της συνάρτησης $f(x, h) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ για μεταβαλλόμενες «μικρές» τιμές του h, έτσι ώστε να γίνει σύγκριση των συναρτήσεων $f(x, h), f'(x)$. Επίσης μπορούμε να συγκρίνουμε τις παραγώγους συναρτήσεων των μορφών $\varphi(x)$ και $\varphi(x)+k$.</p>
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΟΧΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ4_K07M
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Παράγωγος, Constant controller, εξίσωση, Autograph
Λογισμικό που απαιτείται*	Autograph

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.7 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 7

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Εφαπτομένη καμπύλης-Θεώρημα Fermat
Τάξη	Β' και Γ' Λυκείου κατεύθυνση
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	Εύκολη κατασκευή της γραφικής παράστασης οποιασδήποτε συνάρτησης και συγχρόνως της εφαπτομένης της σε οποιοδήποτε σημείο της. Η δυναμική μεταβολή του σημείου πάνω στην καμπύλη και άρα της εφαπτομένης της (δείχνοντας παράλληλα την τιμή της κλίσης), μπορεί να μας οδηγήσει σε συμπεράσματα για τη συμπεριφορά της εφαπτομένης σε κρίσιμα σημεία όπως τα τοπικά ελάχιστα ή μέγιστα της συνάρτησης.
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΟΧΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ4_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Εφαπτομένη, καμπύλη, Autograph, Tangent
Λογισμικό που απαιτείται*	Autograph

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.8 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 8

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Εφαρμογές Ορισμένου ολοκληρώματος: Εμβαδόν μεταξύ διαγράμματος συνάρτησης και άξονα.
Τάξη	Γ' Λυκείου κατεύθυνση
Ενότητα	§4 σ.136
Σύντομη περιγραφή	Δίνεται συνάρτηση $y = f(x)$, $f(x) > 0$ και ζητείται τρόπος εύρεσης του εμβαδού που περικλείεται από την καμπύλη, τον άξονα των x και τις ευθείες $x = \alpha$, $x = \beta$. Μέσα από το λογισμικό μας δίνεται η δυνατότητα διαχωρισμού της επίπεδης επιφάνειας σε ένα συγκεκριμένο αριθμό από ορθογώνιες λωρίδες, με το πλεονέκτημα της δυναμικής αύξησης των λωρίδων και άρα της καλύτερης προσέγγισης του επιθυμητού εμβαδού, κάνοντας και εισαγωγή στην έννοια του ορισμένου ολοκληρώματος.
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΝΑΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ4_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Εμβαδόν, Συνάρτηση, Autograph, Equation enter, Find Area, Start point, Divisions, Methods
Λογισμικό που απαιτείται*	Autograph

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.9 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 9

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Εφαρμογές Ορισμένου ολοκληρώματος: Όγκος στερεού εκ περιστροφής.
Τάξη	Γ' Λυκείου κατεύθυνση
Ενότητα	§6. (Σελ. 145)
Σύντομη περιγραφή	Δίνεται η συνάρτηση $y = f(x), f(x) > 0$ και ζητείται τρόπος εύρεσης του όγκου του στερεού που παράγεται κατά την περιστροφή της καμπύλης γύρω από τον άξονα x από το $x = \alpha$ μέχρι το $x = \beta$. Το λογισμικό μας δίνει τη δυνατότητα διαχωρισμού της επίπεδης επιφάνειας σε ένα συγκεκριμένο αριθμό από ορθογώνιες λωρίδες, με το πλεονέκτημα της δυναμικής αύξησης των λωρίδων και την περιστροφή τους γύρω από άξονα, δείχνοντας με εντυπωσιακό τρόπο την κατασκευή του στερεού, αλλά και τον υπολογισμό του όγκου του. Με τη συνεχή αύξηση των λωρίδων φθάνουμε όλο και περισσότερο στον επιθυμητό όγκο του στερεού.
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΟΧΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ4_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Όγκος, Ορισμένο Ολοκλήρωμα, Autograph
Λογισμικό που απαιτείται*	Autograph

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.10 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 10

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Συνάρτηση και Ορθογώνιο Σύστημα Αξόνων.
Τάξη	Γ' Γυμνασίου
Ενότητα	8, Γραφικές Παραστάσεις (σελ. 185-209)
Σύντομη περιγραφή	Η δραστηριότητα γίνεται με όλη την τάξη και με χρήση του AUTOGRAPH οι μαθητές μέσω του mouse επιλέγουν διάφορα σημεία (point mode) στο Ορθογώνιο Σύστημα Συντεταγμένων επιβεβαιώνοντας τις συντεταγμένες τους και αντίστροφα με την εισαγωγή συντεταγμένων να έχουν την γραφική απεικόνιση τους.
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΟΧΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ4_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Γραφική Παράσταση, Συνάρτηση, Ορθογώνιο Σύστημα αξόνων, συντεταγμένες, Autograph
Λογισμικό που απαιτείται*	Autograph

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.11 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 11

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Γραφική Παράσταση της $\psi = \alpha\chi + \beta$ και της $\psi = \alpha\chi$ - Λύση της εξίσωσης $\psi = \alpha\chi + \beta$
Τάξη	Γ' Γυμνασίου
Ενότητα	8, Γραφικές Παραστάσεις (σελ. 185-209)
Σύντομη περιγραφή	Η δραστηριότητα γίνεται με όλη την τάξη και με χρήση του AUTOGRAPH. Οι μαθητές θα κατασκευάσουν γραφικές παραστάσεις με την εισαγωγή της εξίσωσης ή και την επιλογή δύο σημείων. Μπορούν επίσης να πειραματιστούν επιλέγοντας σημεία πάνω στην ευθεία και να δουν τις συντεταγμένες τους και να μεταβάλουν τις παραμέτρους α , β . Επίλυση της εξίσωσης και γραφική απεικόνιση της λύσης.
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΟΧΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ4_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Γραφική Παράσταση, ευθεία, εξίσωση, κλίση ευθείας, συντεταγμένες, Autograph
Λογισμικό που απαιτείται*	Autograph

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.12 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 12

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Κλίση Ευθείας, Παράλληλες Ευθείες
Τάξη	Γ' Γυμνασίου
Ενότητα	8, Γραφικές Παραστάσεις Σελ. 185 – 209
Σύντομη περιγραφή	Η δραστηριότητα γίνεται με όλη την τάξη και με χρήση του AUTOGRAPH οι μαθητές κατασκευάζουν με την εξίσωση της μορφής $\psi = \alpha x + \beta$ γραφική παράσταση και μεταβάλλοντας τις τιμές των α, β εξαγάγουν τα ανάλογα συμπεράσματα για την κλίση, παραλληλότητα κ.λ.π. Επίσης με επιλογή δύο σημείων της ευθείας μπορεί ο μαθητής να υπολογίσει την κλίση
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΝΑΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ4_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Γραφική Παράσταση, ευθεία, κλίση, Παράλληλες Ευθείες, Autograph
Λογισμικό που απαιτείται*	Autograph

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.13 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 13

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Παρουσίαση Στατιστικών Στοιχείων, Ομαδοποίηση παρατηρήσεων.
Τάξη	Γ' Λυκείου Κοινού κορμού
Ενότητα	Στατιστική: Σελ. 9-40
Σύντομη περιγραφή	Η δραστηριότητα γίνεται με όλη τη τάξη και με χρήση του AUTOGRAPH. Οι μαθητές κάνουν εισαγωγή δεδομένων σε μορφή πίνακα και στη συνέχεια μπορούν να υπολογίσουν τον αντίστοιχο πίνακα κατανομής συχνοτήτων.
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΟΧΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ4_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Πίνακας, κατανομή, συχνοτήτων, Ομαδοποίηση παρατηρήσεων, Στατιστικά Στοιχεία, Autograph
Λογισμικό που απαιτείται*	Autograph

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.14 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 14

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Γραφικές Παραστάσεις Συχνοτήτων.
Τάξη	Γ' Λυκείου Κοινού κορμού
Ενότητα	Στατιστική: Σελ. 9-40
Σύντομη περιγραφή	Η δραστηριότητα γίνεται με όλη την τάξη και με χρήση AUTOGRAPH. Ο μαθητής είναι σε θέση εύκολα να κατασκευάσει γραφικές παραστάσεις συχνοτήτων, ραβδόγραμμα, κυκλικό διάγραμμα, διάγραμμα συχνοτήτων - πολύγωνο συχνοτήτων, πολύγωνο αθροιστικών συχνοτήτων, ιστόγραμμα και να εξαγάγει τα ανάλογα συμπεράσματα.
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΝΑΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ4_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Συχνότητα, Ραβδόγραμμα, Πολύγωνο συχνοτήτων Ιστόγραμμα, Autograph
Λογισμικό που απαιτείται*	Autograph

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

Β.2.15 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 15

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Στατιστικά στοιχεία (μέση τιμή, διάμεσος, επικρατούσα τιμή, τυπική απόκλιση). Κανονική κατανομή.
Τάξη	Γ' Λυκείου Κοινού κορμού
Ενότητα	Στατιστική: Σελ. 9-40
Σύντομη περιγραφή	Η δραστηριότητα γίνεται με όλη την τάξη και με χρήση AUTOGRAPH. Οι μαθητές μπορούν να υπολογίσουν τη μέση τιμή, διάμεσο, επικρατούσα τιμή και τυπική απόκλιση. Να πειραματιστούν με τα δεδομένα και να δουν την κανονική κατανομή (normal fit): πώς προσαρμόζεται στα υφιστάμενα δεδομένα (η κανονική κατανομή), πώς μεταβάλλεται με την μεταβολή των στατιστικών στοιχείων, πώς μεταβάλλεται η πιθανότητα με την μεταβολή των διαστημάτων εμπιστοσύνης (και αντίστροφα).
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΝΑΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ4_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Μέση Τιμή, Διάμεσος, Επικρατούσα τιμή, Τυπική Απόκλιση Autograph, κανονική κατανομή
Λογισμικό που απαιτείται*	Autograph

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.16 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 16

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Αντίστροφη Συνάρτηση
Τάξη	Β' Λυκείου Κατεύθυνση
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	Κατασκευάζοντας μια οποιαδήποτε συνάρτηση $f(x)$, το λογισμικό μας δίνει την ευκαιρία να της κάνουμε ανάκλαση γύρω από την ευθεία $\psi = \chi$, ιδιότητα που έχει η αντίστροφη της $f(x)$. Έχοντας λοιπόν την ανακλώμενη περί την $\psi = \chi$ συνάρτηση $f(x)$ θα μπορούμε να αποφασίζουμε αν είναι όντως και η αντίστροφη της.
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΟΧΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ4_K07M
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Αντίστροφη Συνάρτηση, Γραφική Παράσταση, Autograph
Λογισμικό που απαιτείται*	Autograph

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.17 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 17

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Εκθετική Συνάρτηση
Τάξη	Β' Λυκείου Κατεύθυνση
Ενότητα	§ 9.2, σελ.110
Σύντομη περιγραφή	Θα δοθεί στους μαθητές ένα φύλλο εργασίας στο οποίο αρχικά θα πρέπει να συμπληρώσουν τον πίνακα τιμών της εκθετικής συνάρτησης $y=2^x$ για τις τιμές -3,-2,-1,0,1,2,3. και ακολούθως να κάνουν τη γραφική της παράσταση. Στη συνέχεια θα ανοίξουν το Autograph στο οποίο θα υπάρχει η γραφική παράσταση της πιο πάνω συνάρτησης για να ελέγξουν τη δική τους. Μετακινώντας το σημείο που είναι τοποθετημένο στην καμπύλη θα δουν τι τιμές παίρνει το ψ όσο το χ τείνει στη περιοχή του $\pm\infty$. Επίσης θα δουν εποπτικά τη συμπεριφορά της καμπύλης στην περιοχή του $-\infty$ χρησιμοποιώντας το κουμπί zoom in/out. Έτσι θα μπορέσουν οι μαθητές να επεξεργαστούν και γεωμετρικά το όριο της εκθετικής συνάρτησης. Αλλάζοντας τις τιμές της σταθεράς a θα διαπιστώσουν τη γενική μορφή αυτής της οικογένειας καμπύλων για τις διάφορες τιμές του a . Επίσης θα δουν εποπτικά το πεδίο ορισμού και πεδίο τιμών της εκθετικής συνάρτησης. Με ανάλογη διαδικασία θα επεξεργαστούν και την εκθετική $y = a^x$, όταν $0 < a < 1$
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΝΑΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ4_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Εκθετική Συνάρτηση, Γραφική Παράσταση, Autograph
Λογισμικό που απαιτείται*	Autograph

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.18 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 18

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Γραφική επίλυση εξισώσεων της μορφής $ax + \beta = \kappa$ (σελ. 99)
Τάξη	Α' Λυκείου
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	<p>Θα δοθεί στους μαθητές ένα φύλλο εργασίας στο οποίο θα πρέπει να λύσουν αλγεβρικά την εξίσωση $\frac{2}{5}x + 1 = 3$. Μετά θα ανοίξουν το πρώτο αρχείο του Autograph στο οποίο θα υπάρχει η γραφική παράσταση των ευθειών $y = \frac{2}{5}x + 1$, $y = 3$ και το σημείο τομής τους A. Θα πρέπει οι μαθητές να συγκρίνουν τη λύση που βρήκαν με τις συντεταγμένες του σημείου A οι οποίες αναγράφονται στο status bar του λογισμικού με σκοπό να ανακαλύψουν τη σχέση που υπάρχει ανάμεσα στη λύση της εξίσωσης και την τετμημένη του σημείου τομής A. Έτσι θα ανακαλύψουν τον τρόπο με τον οποίο μπορεί να επιλυθεί γραφικά μια εξίσωση της μορφής $ax + \beta = \kappa$. Μετά αφού μεταβάλλουν μέσω του εργαλείου Constant Controller του λογισμικού την τιμή της σταθεράς κ ώστε να γίνει ίση με 3 θα πρέπει να γράψουν τη λύση της εξίσωσης $2x + \frac{3}{4} = 3$. Με αυτόν τον τρόπο θα εξακριβωθεί η ευκολία - χρησιμότητα της γραφικής επίλυσης μιας εξίσωσης. Στη συνέχεια θα τους ζητηθεί να μεταβάλλουν την τιμή του κ ώστε να πάρει την τιμή 0 με σκοπό να ανακαλύψουν πως λύεται γραφικά μια εξίσωση της μορφής $ax + \beta = 0$.</p>
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΝΑΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ4_K07M
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Ευθεία, Γραφική Επίλυση, Εξίσωση, Autograph
Λογισμικό που απαιτείται*	Autograph


* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.19 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 19

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Όριο Συνάρτησης όταν το x τείνει στο άπειρο.
Τάξη	Β' Λυκείου κατεύθυνση
Ενότητα	§4.1 (σελ.39-42)
Σύντομη περιγραφή	Θα ζητηθεί από τους μαθητές να ανοίξουν αρχείο του autograph στο οποίο θα υπάρχει η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax / (bx + 7)$, ένα σημείο A πάνω σε αυτή και η οριζόντια ασύμπτωτος της. Σύροντας το σημείο A οι μαθητές θα μπορέσουν να δουν τις διάφορες τιμές που παίρνει το ψ όταν το x τείνει στο $+\infty$ ή στο $-\infty$. Θα μπορέσουν επίσης να δουν εποπτικά προς ποια ευθεία πλησιάζει η καμπύλη όταν το x τείνει στο $+\infty$ ή στο $-\infty$. Έτσι θα γνωρίσουν την αλγεβρική σημασία καθώς και την γεωμετρική σημασία του ορίου. Επίσης θα γνωρίσουν διαισθητικά την έννοια της ασυμπτώτου. Με την αλλαγή στις τιμές των παραμέτρων a και β θα γίνει εμπέδωση στην έννοια του ορίου μιας συνάρτησης και της ασυμπτώτου. Μετά για εμπέδωση θα κληθούν να βρουν τα όρια διαφόρων συναρτήσεων των οποίων η γραφική παράσταση θα δίνεται σε άλλα αρχεία του λογισμικού Autograph.
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΟΧΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ4_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Όριο, ασύμπτωτος, άπειρο, Autograph
Λογισμικό που απαιτείται*	Autograph

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.20 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 20

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Πρόσημο του τριωνύμου $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$ (σελ.152)
Τάξη	Α' Λυκείου
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	<p>Θα δοθεί στο λογισμικό η γραφική παράσταση του τριωνύμου $f(x)=ax^2+bx+\gamma$ με $\Delta > 0$ και $a > 0$. Με χρήση του αντίστοιχου κουμπιού () θα ζητηθεί το πρόσημο μερικών αριθμητικών τιμών της συνάρτησης καθώς και το πρόσημο του τριωνύμου για τις ίδιες τιμές με στόχο να αντιληφθούν ότι το πρόσημο της συνάρτησης είναι ίδιο με το πρόσημο του τριωνύμου. Στη συνέχεια θα ζητηθεί από τους μαθητές να σημειώσουν ερμηνεύοντας τη γραφική παράσταση το πρόσημο του Δ, του a και του τριωνύμου για τις διάφορες τιμές του x και να συγκρίνουν το πρόσημο του a με το πρόσημο του τριωνύμου με στόχο να εξαγάγουν το συμπέρασμα ότι μεταξύ των ριζών το πρόσημο του τριωνύμου είναι αντίθετο με το πρόσημο του a. Στη συνέχεια θα τους ζητηθεί να αλλάξουν την τιμή της παραμέτρου γ, για να ανακαλύψουν και τις άλλες περιπτώσεις ($\Delta < 0$, $\Delta = 0$). Με ανάλογη πορεία θα εργαστούν και στην περίπτωση που ισχύει $a < 0$ έτσι ώστε να μπορέσουν να εμπεδώσουν και να γενικεύσουν τα συμπεράσματα τους για το πρόσημο του τριωνύμου.</p>
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΝΑΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ4_K07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Τριώνυμο, Διακρίνουσα, Γραφική παράσταση, Autograph
Λογισμικό που απαιτείται*	Autograph

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.21 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 21

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Αντιστοιχία μοιρών - ακτινίων και πρόσημο ημχ , $\chi \in [0,360]$
Τάξη	Α' Λυκείου
Ενότητα	Μαθηματικά Α' Ενιαίου Λυκείου (Άλγεβρα-Τριγωνομετρία) 6.5 & 6.9. (σελ.187&194)
Σύντομη περιγραφή	Το Excel μας δίνει τη δυνατότητα να κατασκευαστεί πίνακας τιμών που να αντιστοιχίζονται μοίρες (από 0° μέχρι 360° με βήμα 10°) και ακτίνια για καλύτερη εξοικείωση με τη νέα μονάδα μέτρησης γωνίας. Μπορεί με βάση τους πιο πάνω πίνακες να γίνει η γραφική παράσταση των συναρτήσεων ημχ, συνχ και εφχ με $\chi \in [0,360^\circ]$ μελετώντας βασικές ιδιότητες τους ως προς τη μονοτονία, περιοδικότητα, μέγιστα - ελάχιστα., αλλά και του προσήμου τους στα 4 τεταρτημόρια.
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΝΑΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ4_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Ακτίνια, Μοίρες, Τριγωνομετρικές Συναρτήσεις, Excel
Λογισμικό που απαιτείται*	Excel

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.22 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 22

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Η Συνάρτηση $\psi = a/x$
Τάξη	Α' Λυκείου
Ενότητα	Μαθηματικά Α' Ενιαίου Λυκείου (Άλγεβρα-Τριγωνομετρία) 4.4.2. σ. 105
Σύντομη περιγραφή	Το Excel μας δίνει τη δυνατότητα να κατασκευαστεί η ισοσκελής υπερβολή $\psi = a/x$ (τα x, ψ είναι δηλ. αντιστρόφως ανάλογα ποσά) με δυναμικό τρόπο μεταβάλλοντας την τιμή του a , δημιουργώντας πίνακα τιμών και γραφική παράσταση. Βασικός στόχος για τους μαθητές είναι να ανακαλύψουν τις βασικές ιδιότητες της συνάρτησης αναφέροντας Π.Ο, Π.Τ, συμμετρία μονοτονία, ασύμπτωτες κλπ.
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΟΧΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ4_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Υπερβολή, εξίσωση, Γραφική Παράσταση, Αντιστρόφως Ανάλογα ποσά, Excel
Λογισμικό που απαιτείται*	Excel

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.23 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 23

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Η Παράγωγος της συνάρτησης $\psi = \chi^v, v=1,2,3,4,\dots$
Τάξη	Β Λυκείου Κατεύθυνση
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	<p>Το Excel μας δίνει τη δυνατότητα να κατασκευαστεί πίνακας τιμών (χ, χ^v) (έστω αρχικά $v = 2$). Τίθεται το πρόβλημα εύρεσης της τιμής της παραγώγου στο σημείο με τετμημένη $a=1$. Δημιουργούμε χορδή AB της καμπύλης που ενώνει το $A(a, \varphi(a))$ με ένα $B(\beta, \varphi(\beta))$, όπου με κατάλληλο τύπο υπολογίζουμε την κλίση της. Στη συνέχεια αρχίζει να κινείται το σημείο B προς το A με τρόπο που να μοιράζεται κάθε φορά η οριζόντια απόσταση $(\beta-a)$, βρίσκοντας οριακή τιμή για την κλίση της χορδής όταν β τείνει στο a (δηλ, κλίση εφαπτομένης), που είναι και το ζητούμενο μας. Μετά αλλάζουμε την τετμημένη a (πχ $a=2,3,4,5,\dots$) και επαναλαμβάνουμε την ίδια διαδικασία ανακαλύπτοντας (κάνοντας εικασίες) μοτίβο για την παράγωγο της συνάρτησης χ^v.</p>
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΝΑΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ4_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Παράγωγος, συνάρτηση, Δύναμη, Excel
Λογισμικό που απαιτείται*	Excel

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.24 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 24

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Παράγωγος της συνάρτησης $\psi = e^{kx}$, $k \in \mathbb{Z}$.
Τάξη	B Λυκείου Κατεύθυνση
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	<p>Δημιουργούμε πίνακα τιμών για το γράφημα (x, e^{kx}) για τις διάφορες τιμές του k. Έχοντας στη διάθεση μας το εργαλείο του Excel που μας επιτρέπει να αλλάζουμε τις παραμέτρους (k και x_0) και αρχίζοντας για $k=1$ προσπαθούμε να προσδιορίσουμε την παράγωγο της συνάρτησης $\psi = e^x$, έστω στο σημείο με $x_0=1$, δηλαδή $A(1, e)$. Χρησιμοποιώντας τον πειραματισμό μέσω της εύρεσης των κλίσεων των χορδών AB_n, όπου το B_1 αρχικά είναι το σημείο $B(2, e^2)$ και στη συνέχεια το B να πλησιάζει το A με τη διαδικασία της διχοτόμησης του διαστήματος $[1,2]$ δημιουργώντας δηλαδή τα σημεία $B_2(1,5, e^{1,5})$, $B_3(1,25, e^{1,25})$, $B_4(1,125, e^{1,125})$, B_4, \dots κοκ. Οριακά λοιπόν πλησιάζοντας το σημείο A μέσω του B_n είμαστε σε θέση να κάνουμε εικασία για την παράγωγο του e^x στο $x_0=1$. Μετά αλλάζοντας το x_0 σε 2 υπολογίζουμε την νέα τιμή της παραγώγου συνάρτησης στο $x_0=2$ και επαναλαμβάνοντας την ίδια διαδικασία μπορούμε να βγάλουμε τη σχέση μεταξύ της οποιασδήποτε τετμημένης x_0 και της παραγώγου της συνάρτησης $\psi = e^x$. Ο ίδιος πειραματισμός συνεχίζεται και για άλλη τιμή του $k = 2, 3, 4, \dots$ θέλοντας να πετύχουμε το στόχο μας ότι $(e^{kx})' = k e^{kx}$.</p>
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΟΧΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ4_K07M
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Παράγωγος, Εκθετική Συνάρτηση, Excel
Λογισμικό που απαιτείται*	Excel

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.25 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 25

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Εισαγωγή στο όριο συνάρτησης για $x \rightarrow \pm\infty, x \rightarrow x_0$
Τάξη	B Λυκείου Κατεύθυνση
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	<p>Το Excel μας δίνει τη δυνατότητα να κατασκευαστεί εύκολα πίνακας τιμών και αντίστοιχη γραφική παράσταση. Με τα δύο αυτά «εργαλεία» γίνεται μια πρώτη διαισθητική εισαγωγή στην έννοια του ορίου συνάρτησης (για $x \rightarrow \pm\infty, x \rightarrow x_0$), για να έχουμε αποφάσεις του τύπου: «υπάρχει το όριο και είναι πραγματικός αριθμός» ή «δεν υπάρχει» ή «τείνει στο $\pm\infty$». Εξετάζονται συναρτήσεις, που είναι πολυωνυμικές, εκθετικές, ρητές, λογαριθμικές κάνοντας χρήση στους πίνακες και πλευρικά όρια. Επίσης εξετάζονται σημαντικά όρια όπως: $\lim_{x \rightarrow 0} (\eta\mu x / x)$ και $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + 1/x)^x$.</p>
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΟΧΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ4_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Όριο, Συνάρτηση, Άπειρο, Excel
Λογισμικό που απαιτείται*	Excel

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.26 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 26

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Πρόσημο τριωνύμου ax^2+bx+c , $x \in \mathbb{R}$ και λύση ανίσωσης β βαθμού.
Τάξη	Α΄ Λυκείου
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	Μέσω της δυναμικής κατασκευής της συνάρτησης $\psi = ax^2+bx+c$, $x \in \mathbb{R}$ και του υπολογισμού της Διακρίνουσας Δ είμαστε σε θέση να διερευνήσουμε όλες τις περιπτώσεις πρόσημου του τριωνύμου, καθώς και τη λύση ανισώσεων της μορφής $ax^2+bx+c < 0$ ή > 0 .
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΟΧΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ4_K07M
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Πρόσημο, Τριώνυμο, Ανίσωση, Excel
Λογισμικό που απαιτείται*	Excel

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.27 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 27

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Εισαγωγή στην έννοια της Αριθμητικής Προόδου
Τάξη	Β' Λυκείου Κατεύθυνση & Κοινού κορμού
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	Μέσα από τη κατασκευή πίνακα τιμών και της αντίστοιχης γραφικής παράστασης ακολουθίας με συγκεκριμένο πρώτο όρο και σταθερή διαφορά οι μαθητές μπορούν εύκολα να οδηγηθούν στην έννοια της Α.Π διακρίνοντας την χαρακτηριστική της ιδιότητα, καθώς και το είδος της μονοτονίας της. Στόχοι αποτελούν τόσο η διατύπωση του ορισμού της Α.Π., η εύρεση του αναγωγικού τύπου που ορίζει μια Α.Π, αλλά και η εύρεση του γενικού τύπου της. Θα γίνει αναφορά στη διάκριση μεταξύ της ακολουθίας $a_n = a \cdot n + b$, $n \in \mathbb{N}$ και της γραμμικής συνάρτησης $f(x) = ax + b$, $x \in \mathbb{R}$.
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΟΧΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ4_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Αριθμητική πρόοδος, ακολουθία, Excel
Λογισμικό που απαιτείται*	Excel

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.28 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 28

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Εισαγωγή στην έννοια της Γεωμετρικής προόδου
Τάξη	Β' Λυκείου Κατεύθυνση
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	Μέσα από την κατασκευή πίνακα τιμών και της αντίστοιχης γραφικής παράστασης ακολουθίας με συγκεκριμένο πρώτο όρο και σταθερό λόγο οι μαθητές μπορούν εύκολα να οδηγηθούν στην έννοια της Γ.Π διακρίνοντας την χαρακτηριστική της ιδιότητα, καθώς και το είδος της μονοτονίας της. Στόχοι αποτελούν τόσο η διατύπωση του ορισμού της Γ.Π., η εύρεση του αναγωγικού τύπου που ορίζει μια Γ.Π, αλλά και η εύρεση του γενικού τύπου της. Γίνεται αναφορά στη διάκριση μεταξύ της ακολουθίας $a_n = a \cdot \lambda^{n-1}$, $n \in \mathbb{N}$ και της εκθετικής συνάρτησης $f(x) = a \cdot \beta^x$, $x \in \mathbb{R}$.
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΝΑΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ4_K07M
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Γεωμετρική Πρόοδος, Ακολουθία, Excel
Λογισμικό που απαιτείται*	Excel

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.29 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 29

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Σ_n και Σ_{∞} όρων της Γεωμετρικής προόδου.
Τάξη	Β' Λυκείου Κατεύθυνση
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	<p>Μέσα από την κατασκευή πίνακα τιμών και της αντίστοιχης γραφικής παράστασης ακολουθίας με συγκεκριμένο πρώτο όρο και σταθερό λόγο οι μαθητές μπορούν εύκολα να υπολογίσουν το άθροισμα οσωνδήποτε όρων της Γ.Π.</p> <p>Στόχοι αποτελούν:</p> <p>α) η εύρεση του γενικού τύπου που θα εκφράζει το άθροισμα των n πρώτων όρων της,</p> <p>β) πότε ένα άθροισμα απείρων όρων θα συγκλίνει όλο και περισσότερο σε πραγματικό αριθμό</p> <p>γ) η εύρεση του τύπου των απείρων όρων μιας απόλυτα φθίνουσας Γ.Π.</p>
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΟΧΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ4_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Άθροισμα n πρώτων όρων, άπειροι όροι, γεωμετρική πρόοδος, Excel
Λογισμικό που απαιτείται*	Excel

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.30 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 30

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Μελέτη της συνάρτησης $\psi = a \eta\mu(\beta\chi + \gamma)$ και λύση τριγωνομετρικής εξίσωσης της μορφής: $\eta\mu(\kappa\chi) = \lambda$
Τάξη	Β' Λυκείου Κατεύθυνση
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	Κατασκευή, μελέτη και διερεύνηση της τριγωνομετρικής συνάρτησης $\psi = a \eta\mu(\beta\chi + \gamma)$, για τις διάφορες τιμές των α, β, γ , διακρίνοντας το ρόλο της κάθε παραμέτρου. Επίσης διερευνούμε πότε μια εξίσωση της μορφής $\eta\mu(\kappa\chi) = \lambda$ έχει λύση μέσω των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων $\psi = \eta\mu(\kappa\chi)$ και $\psi = \lambda$.
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΟΧΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ4_K07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Τριγωνομετρική εξίσωση, Excel
Λογισμικό που απαιτείται*	Excel

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.31 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 31

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Επίλυση Προβλημάτων Μεγίστων - Ελαχίστων.
Τάξη	Γ' Λυκείου Κατεύθυνση
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	Χρήση του Solver για την εξεύρεση των μεγίστων-ελαχίστων συναρτήσεων που προκύπτουν μέσα από προβλήματα. Μετά από εισαγωγή οποιασδήποτε συνάρτησης και της αντίστοιχης γραφικής της παράστασης οι μαθητές θα εντοπίζουν την μέγιστη ή την ελάχιστη τιμή την οποία μέσα από τη συγκεκριμένη εντολή του Solver θα την υπολογίζουν με ακρίβεια.
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΟΧΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ4_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Μέγιστα, Ελάχιστα, Προβλήματα, Excel, Tools, solver
Λογισμικό που απαιτείται*	Excel

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.32 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 32

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Στατιστική (Κατασκευή πίνακα και πολυγώνου συχνοτήτων).
Τάξη	Γ' Λυκείου Κοινού κορμού
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	Στόχος μας εδώ αποτελεί η εισαγωγή δεδομένων σε περιβάλλον Excel, καθώς και η εισαγωγή τύπων ώστε να συμπληρώνεται ένας πίνακας κατανομής συχνοτήτων. Επίσης με τη βοήθεια του λογισμικού οι μαθητές να φτιάχνουν και τα αντίστοιχα διαγράμματα συχνοτήτων.
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΝΑΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ4_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Πίνακας κατανομής, Πολύγωνο Συχνοτήτων, Excel
Λογισμικό που απαιτείται*	Excel

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.33 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 33

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Στατιστική (Μέτρα θέσης και διασποράς).
Τάξη	Γ' Λυκείου Κοινού κορμού
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	Μετά από την εισαγωγή οποιωνδήποτε δεδομένων οι μαθητές θα ήταν χρήσιμο να γνωρίζουν πως να βρίσκουν οποιοδήποτε μέτρο θέσης (διάμεσος-επικρατούσα τιμή) ή διασποράς (Εύρος διακύμανση τυπική απόκλιση), χρησιμοποιώντας τις αντίστοιχες συναρτήσεις που προσφέρει το λογισμικό, και επαληθεύοντας τις συγχρόνως με τους γνωστούς τύπους.
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΟΧΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ4_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Διάμεσος, Επικρατούσα Τιμή, Διασπορά, Excel
Λογισμικό που απαιτείται*	Excel

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.34 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 34

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Εμβαδόν και Περίμετρος κύκλου.
Τάξη	Β' Λυκείου Κατεύθυνση & Κοινού Κορμού
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	Γίνεται προσπάθεια προσέγγισης τόσο του εμβαδού, όσο και της περιμέτρου του κύκλου κάνοντας χρήση οριακής προσέγγισης των πιο πάνω ποσοτήτων με τις αντίστοιχες ποσότητες των εγγεγραμμένων πολυγώνων που αυξάνουν όλο και περισσότερο τις πλευρές του. Επειδή το πρόγραμμα έχει ακριβώς εκείνη την ιδιότητα εισαγωγής πίνακα τιμών με απεριόριστο πλήθος τιμών, δίνεται η ευκαιρία στους μαθητές να δουν το εμβαδόν και την περίμετρο πολυγώνων με πλήθος πλευρών $n = 4, 8, 12, 24, 48, 96, 192, \dots$..., 1000000), κάνοντας μνεία και στην προσπάθεια του Αρχιμήδη που είχε φθάσει μέχρι το πολύγωνο με 96 πλευρές!!
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΟΧΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ4_K07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Κύκλος, Εμβαδόν, Περίμετρος, Excel
Λογισμικό που απαιτείται*	Excel

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.35 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 35

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Όριο Συνάρτησης όταν το x τείνει στο άπειρο.
Τάξη	Β' Λυκείου Κατεύθυνση
Ενότητα	§4.1 (σελ.39-42)
Σύντομη περιγραφή	Θα δοθεί στους μαθητές ένα φύλλο εργασίας στο οποίο θα τους ζητηθεί να ανοίξουν το αρχείο limit του Excel στο οποίο θα υπάρχει ο πίνακας τιμών της συνάρτησης $y = ax/(bx + 7)$ με το x να τείνει στο $+\infty$ ή στο $-\infty$, καθώς και η γραφική της παράσταση. Έτσι με τη βοήθεια αυτού του πίνακα θα γνωρίσουν την αλγεβρική σημασία του ορίου, ενώ με τη γραφική παράσταση τη γεωμετρική του σημασία. Επίσης αλλάζοντας τις τιμές στις σταθερές a και b μέσω της ράβδου κύλισης θα διαπιστώσουν ότι το όριο μιας ρητής συνάρτησης με αυτήν τη μορφή είναι ίσο με a/b . Μετά θα ζητηθεί να βρουν τα όρια συναρτήσεων της μορφής $y = (ax^2 + \beta)/(γx^2 + \delta)$, $y = (ax^2 + \beta)/(γx^2 + \delta)$ και $y = a/x$ χρησιμοποιώντας τον πίνακα τιμών ή και τη γραφική παράσταση τους που δίνονται σε άλλο φύλλο του ίδιου αρχείου. Ζητείται επίσης και το όριο της συνάρτησης $y = ημx$ που είναι ένα παράδειγμα για τη μη ύπαρξη ορίου στο άπειρο. Έτσι θα κατανοήσουν την αλγεβρική και γεωμετρική σημασία του ορίου συνάρτησης όταν το x τείνει στο άπειρο.
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΝΑΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ4_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Όριο, Συνάρτηση, Άπειρο, Excel
Λογισμικό που απαιτείται*	Excel

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.36 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 36

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Γραφική παράσταση της ευθείας $\psi = \alpha\chi + \beta$.
Τάξη	Γ Γυμνασίου, Α Λυκείου, Β Λυκείου Κατεύθυνση
Ενότητα	Β Λυκείου Κατεύθυνση: Στοιχεία Διανυσματικού λογισμού και Αναλυτικής Γεωμετρίας σελ.46-47 Μαθηματικά Α' Ενιαίου Λυκείου: Άλγεβρα – Τριγωνομετρία σελ.89-91
Σύντομη περιγραφή	Αφού πρώτα οι μαθητές βρουν στο φύλλο εργασίας μόνοι τους, τρεις λύσεις της εξίσωσης $y = 2x + 3$ και συμπληρώσουν τον αντίστοιχο πίνακα τιμών, θα ανοίξουν το Excel για να συγκρίνουν τον δικό τους πίνακα τιμών με τον πίνακα τιμών που δίνεται στο λογισμικό. Στο λογισμικό εκτός από τον πίνακα τιμών με αρκετές λύσεις της πιο πάνω εξίσωσης θα υπάρχει και η γραφική παράσταση αυτών των σημείων. Έτσι οι μαθητές θα παρατηρήσουν ότι όλες οι λύσεις βρίσκονται πάνω σε ευθεία. Επίσης θα τους ζητηθεί να παρατηρήσουν τη θέση μερικών σημείων που δεν είναι λύσεις της πιο πάνω εξίσωσης σχετικά με την ευθεία που σχημάτισαν τα σημεία που ήταν λύσεις. Έτσι θα μπορέσουν να συμπεράνουν ότι: α) η εξίσωση $\psi = \alpha\chi + \beta$ παριστάνει ευθεία ϵ , β) κάθε σημείο της ευθείας ϵ ορίζει ζεύγος που είναι λύση της εξίσωσης και αντίστροφα κάθε λύση της εξίσωσης $\psi = \alpha\chi + \beta$ παριστάνεται με ένα σημείο της ευθείας ϵ . Επίσης με την αλλαγή των σταθερών α και β της εξίσωσης $\psi = \alpha\chi + \beta$ α) θα διαπιστώσουν ότι τα συμπεράσματα τους μπορούν να γενικευτούν για οποιαδήποτε εξίσωση της μορφής $\psi = \alpha\chi + \beta$, β) θα δουν τι συμβαίνει στην ειδική περίπτωση που $\alpha = 0, \beta \neq 0$ ή $\beta = 0, \alpha \neq 0$ ή $\alpha = 0, \beta = 0$, γ) θα διαπιστώσουν ότι το β είναι ίσο με την τεταγμένη του σημείου τομής της ευθείας με τον άξονα των ψ .
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΟΧΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ4_K07M
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Ευθεία, Συνάρτηση, Γραφική Παράσταση, Excel
Λογισμικό που απαιτείται*	Excel

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.37 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 37

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Παράγωγος συνάρτησης: Πρόσημο παραγώγου συνάρτησης και Μονοτονία Συνάρτησης
Τάξη	Β και Γ' Λυκείου Κατεύθυνσης
Ενότητα	(Β' Λυκείου Κατεύθυνση σελ. 141 & σελ.166, Γ' Λυκείου Κατεύθυνση σελ. 12 & σελ. 31)
Σύντομη περιγραφή	Θα δοθούν μέσω του Excel οι πίνακες τιμών και οι γραφικές παραστάσεις μιας συνάρτησης f και της παραγώγου συνάρτησης f' . Με αυτόν τον τρόπο θα αντιληφθούν οι μαθητές ότι και η παράγωγος είναι μία συνάρτηση και θα μπορέσουν να δουν εποπτικά τη σχέση της παραγώγου συνάρτησης με την αρχική συνάρτηση. Θα πρέπει να ανακαλέσουν στη μνήμη τους την γεωμετρική ερμηνεία της εφαπτομένης για να δικαιολογήσουν το πρόσημο της παραγώγου για τις διάφορες τιμές του x . Θα μπορέσουν επίσης να συνδέσουν το πρόσημο της παραγώγου συνάρτησης με την μονοτονία της αρχικής συνάρτησης. Με τις ράβδους κύλισης θα αλλάξουν τις τιμές των σταθερών α, β, γ έτσι ώστε να εμποδίσουν τα συμπεράσματα που είχαν με το συγκεκριμένο παράδειγμα.
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΟΧΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ4_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Παράγωγος, Συνάρτηση, Πρόσημο, Μονοτονία, Γραφική Παράσταση, Excel
Λογισμικό που απαιτείται*	Excel

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.38 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 38

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Γραφική παράσταση της συνάρτησης $\Psi = \frac{\alpha}{x}$, $x \neq 0$, $\alpha \neq 0$ (σελ. 105-108)
Τάξη	Α' Λυκείου
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	Αρχικά οι μαθητές θα πειραματιστούν με τον πίνακα τιμών και τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $\Psi = \frac{\alpha}{x}$ που θα υπάρχει στο Excel. Θα πρέπει να περιγράψουν τα χαρακτηριστικά της καμπύλης που σχηματίζουν τα σημεία του πίνακα τιμών της πιο πάνω συνάρτησης. Αναμένεται να ανακαλύψουν τα χαρακτηριστικά και τις ιδιότητες της συνάρτησης αυτής όπως ότι η γραφική της παράσταση είναι καμπύλη που αποτελείται από δύο κλάδους, τον άξονα συμμετρίας, τις ασύμπτωτες, το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών. Πειραματιζόμενοι οι μαθητές με τη ράβδο κύλισης που μεταβάλλει την τιμή της σταθεράς α θα μπορέσουν να γενικεύσουν τα συμπεράσματά τους για όλες τις συναρτήσεις της μορφής $\Psi = \frac{\alpha}{x}$. Επίσης θα μπορέσουν να ανακαλύψουν και το ρόλο της σταθεράς α στη μορφή και στη μελέτη της συνάρτησης $\Psi = \frac{\alpha}{x}$.
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΝΑΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ4_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Υπερβολή, Συνάρτηση, Ασύμπτωτες, Excel
Λογισμικό που απαιτείται*	Excel

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.39 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 39

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Θέση ευθείας $Ax + By + \Gamma = 0$ ως προς την παραβολή $y^2 = 4ax$
Τάξη	Γ' Λυκείου κατεύθυνση
Ενότητα	Στοιχεία Διανυσματικού λογισμού και Αναλυτικής Γεωμετρίας §6. (σελ.52)
Σύντομη περιγραφή	Θα δοθεί στο Excel η γραφική παράσταση της παραβολής $\psi^2 = 4a\chi$ και της ευθείας $A\chi + B\psi + \Gamma = 0$, οι συντεταγμένες των σημείων τομής τους, η τιμή της διακρίνουσας και οι ράβδοι κύλισης για τις σταθερές a, A, B, Γ . Θα ζητηθεί αρχικά από τους μαθητές να πειραματιστούν αλλάζοντας την τιμή της παραμέτρου A για να ανακαλύψουν τις διάφορες θέσεις που μπορεί να πάρει μία ευθεία ως προς την παραβολή. Θα τους επισημανθεί να διερευνήσουν και την περίπτωση που το A ισούται με 0. Μετά θα τους ζητηθεί να συσχετίσουν την εκάστοτε θέση με το πρόσημο της Διακρίνουσας της β' βαθμιας εξίσωσης που προκύπτει από τη λύση του συστήματος. Μετά για επιβεβαίωση των συμπερασμάτων που εξήγαγαν θα πειραματιστούν και με τις άλλες σταθερές. Έτσι με την εποπτικοποίηση της θέσης της ευθείας με τη δυναμικότητα που παρέχει η αλλαγή στις σταθερές θα μπορέσουν να αντιληφθούν όλες τις πιθανές θέσεις της ευθείας και να τις ερμηνεύσουν μέσω της αλγεβρικής μεθόδου.
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΝΑΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ4_K07M
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Παραβολή, Ευθεία, Θέση, Διακρίνουσα, Excel
Λογισμικό που απαιτείται*	Excel

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.40 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 40

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Γραφική παράσταση της αντιστρόφου συνάρτησης f^{-1} όταν είναι γνωστή η συνάρτηση f (σελ. 35)
Τάξη	Β' Λυκείου κατεύθυνση
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	Θα δοθεί στο λογισμικό ο πίνακας τιμών και η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f , της αντίστροφης συνάρτησης f^{-1} και της ευθείας $y = x$. Στόχος αυτής της δραστηριότητας είναι να ανακαλύψουν οι μαθητές μόνοι τους ότι οι δύο συναρτήσεις είναι συμμετρικές με άξονα συμμετρίας την ευθεία $y = x$. Επίσης με αυτήν τη δραστηριότητα δίνεται η ευκαιρία επαναφοράς της γνώσης που απέκτησαν οι μαθητές για το πότε ορίζεται η αντίστροφη μιας συνάρτησης.
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΟΧΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ4_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Αντίστροφος Συνάρτηση, Γραφική Παράσταση, Excel
Λογισμικό που απαιτείται*	Excel

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

ΜΕΡΟΣ Γ΄

Γ.1 - Συνοπτικός Πίνακας Αναπτυγμένων Δραστηριοτήτων

	Τίτλος Δραστηριότητας
Δραστηριότητα 1	Ορισμός και εξίσωση της Παραβολής
Δραστηριότητα 2	Παράγωγος Εκθετικής Συνάρτησης
Δραστηριότητα 3	Εφαρμογές Ορισμένου ολοκληρώματος: Εμβαδόν μεταξύ διαγράμματος συνάρτησης και άξονα
Δραστηριότητα 4	Γραφικές Παραστάσεις: Κλίση Ευθείας, Παράλληλες Ευθείες
Δραστηριότητα 5	Γραφικές Παραστάσεις Συχνοτήτων
Δραστηριότητα 6	Στατιστικά στοιχεία (μέση τιμή, διάμεσος, επικρατούσα τιμή, τυπική απόκλιση). Κανονική κατανομή.
Δραστηριότητα 7	Εκθετική Συνάρτηση
Δραστηριότητα 8	Γραφική επίλυση εξισώσεων της μορφής $ax + b = c$
Δραστηριότητα 9	Πρόσθημο του τριωνύμου $f(x) = ax^2 + bx + c$
Δραστηριότητα 10	Αντιστοιχία μοιρών - ακτινίων και πρόσθημο ημχ
Δραστηριότητα 11	Η Παράγωγος της συνάρτησης $y = x^n, n=1,2,3,4,\dots$
Δραστηριότητα 12	Εισαγωγή στην έννοια της Γεωμετρικής προόδου
Δραστηριότητα 13	Στατιστική (Κατασκευή πίνακα και πολυγώνου συχνοτήτων)
Δραστηριότητα 14	Όριο Συνάρτησης όταν το x τείνει στο άπειρο
Δραστηριότητα 15	Γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \frac{a}{x}, x \neq 0, a \neq 0$
Δραστηριότητα 16	Θέση ευθείας $Ax + By + \Gamma = 0$ ως προς την παραβολή $y^2 = 4ax$

Γ.2.1 - Αναπτυγμένες Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 1

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Ορισμός και εξίσωση Παραβολής
Τάξη	Γ' Λυκείου Κατεύθυνση
Ενότητα	
Ενδεικτική Διάρκεια	1 - 2 X 40 λεπτά
Σκοπός	<p>Οι μαθητές αναμένεται μέσα από τον ορισμό της παραβολής να είναι σε θέση:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) να κατασκευάζουν παραβολές όταν τους δίδεται η εστία και η διευθετούσα τους, χρησιμοποιώντας συγκεκριμένες εντολές του Autograph, 2) να μεταβάλλουν τη θέση τόσο της εστίας, όσο και της διευθετούσας ώστε να διερευνούν τις αλλαγές στην εξίσωση, αλλά και στο σχήμα τους 3) Να διαπιστώνουν μέσα από το πρόγραμμα ότι η συγκεκριμένη καμπύλη είναι όντως παραβολή μετά από μετρήσεις που μπορεί να προσφέρει το πρόγραμμα, 4) να μεταβάλουν κάποιες παραμέτρους σε αλγεβρικές εξισώσεις που αναπαριστούν παραβολές για να κατανοήσουν το ρόλο της παραμέτρου.
Κωδικός Δραστηριότητας στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy	ΜΑΘ4_Κ07Μ_Π2_1
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Autograph, Parabolι.ggp , conic by eccentricity=1,view-status box , view-constant controller
Λογισμικό που απαιτείται*	<p>Autograph</p> <p>* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.</p>
Πορεία Μαθησιακής Δραστηριότητας	<p>Μοιράζουμε στους μαθητές από ένα φύλλο εργασίας .Τους καθοδηγούμε να ανοίξουν το αρχείο του Autograph με το όνομα 'Paravoli' – τους βοηθούμε να εκτελέσουν εντολές του λογισμικού κάνοντας διπλό κλικ σε ήδη υπάρχοντα αντικείμενα (ευθείες- σημεία) όπου θα έχουν τη δυνατότητα αλλαγής τους με στόχο στις δραστηριότητες 5,6 και 7 να διερευνήσουν και να γενικεύσουν κάποιες παρατηρήσεις.</p> <p>Μέσα που χρειάζονται για υλοποίηση της δραστηριότητας (ηλεκτρονικά αρχεία, φυλλάδια, παρουσιάσεις):</p> <p>Φύλλο εργασίας με τίτλο « Ορισμός παραβολής και η εξίσωση της», H/Y με φορτωμένο το λογισμικό του Autograph , Αρχείο «Paravoli»</p>

Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου - Πορεία βήμα με βήμα (screen shots) για την αξιοποίηση του εργαλείου στη συγκεκριμένη δραστηριότητα.

Οι συγκεκριμένες εντολές και κατασκευές που προσφέρει το λογισμικό, επεξηγούνται επακριβώς την κατάλληλη στιγμή στη συγκεκριμένη δραστηριότητα μέσα από το φύλλο εργασίας.

Δείγματα Αναμενόμενων προϊόντων των μαθητών (όπου αυτό ισχύει).

- Οι μαθητές αναμένεται τόσο να υλοποιήσουν τους μαθηματικούς σκοπούς της έννοιας της παραβολής, όσο και τους διδακτικούς στόχους που προσφέρει ο λογισμικό με τις πολλαπλές αναπαραστάσεις και την έντονη οπτικοποίηση του. Η δυνατότητα του πειραματισμού σε πολλές δραστηριότητες του φύλλου εργασίας, διευρύνουν την πιθανότητα επίτευξης των διδακτικών στόχων του μαθήματος. Συγκεκριμένα
- Στις 2 πρώτες δραστηριότητες ζητείται αρχικά ο ορισμός της καθώς και μια εφαρμογή κάνοντας απλή χρήση του ορισμού.
- Στην 3η και 4η δραστηριότητα ζητείται να ανοιχθεί το λογισμικό του Autograph και αναμένεται από τους μαθητές να κατασκευάσουν την παραβολή της 2 αλλά και να διαβάσουν την εξίσωση της. Εδώ αναμένεται από τους μαθητές να διακρίνουν την ευκολία και την απλότητα που προσφέρει το λογισμικό σ' αυτή την περίπτωση.
- Στην 6 δραστηριότητα αναμένεται ο πειραματισμός των μαθητών στην μετακίνηση της εστίας και της διευθετούσας ώστε να διαπιστώσουν το ρόλο που έχουν οι σχετικές θέσεις τους.
- Στις επόμενες δραστηριότητες αναμένεται από τους μαθητές να διερευνήσουν τις παραβολές που έχουν εξίσωση $\psi^2 = 4a\chi$ ή $\chi^2 = 4a\psi$ βρίσκοντας σε κάθε περίπτωση την εστία αλλά και τη διευθετούσα της.
- Τέλος αναμένεται να διαπιστώσουν μέσα από το λογισμικό και με κατάλληλες μετρήσεις ότι πράγματι μια καμπύλη της μορφής $\psi^2 = 4a\chi$ ή $\chi^2 = 4a\psi$ πληρεί τον αρχικό ορισμό της παραβολής.

Συνοδευτικό Υλικό Δραστηριότητας 1

(τα αρχεία με * υπάρχουν μόνο σε ηλεκτρονική μορφή στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο)

	Τίτλος Δραστηριότητας Τίτλος αρχείου		Όνομα αρχείου στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο
Μέσα για υλοποίηση της δραστηριότητας	Γ.2.1.1	Φύλλο Εργασίας	Ορισμός ΠαραβολήςεξίσωσηF.Ergas.doc
	*	Αρχείο Autograph	Paraboli.agg
Δείγματα Αναμενόμενων προϊόντων των μαθητών			
Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου			

Γ.2.1.1 – Φύλλο Εργασίας

Ορισμός Παραβολής και η εξίσωση της

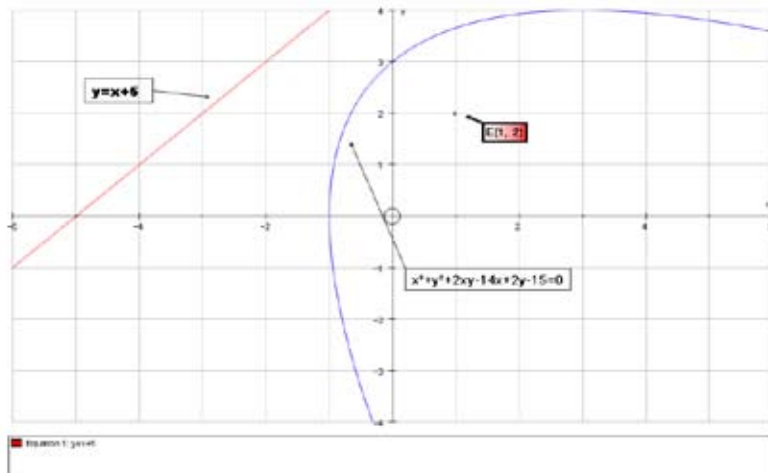
1. Διατυπώστε τον ορισμό της παραβολής.

.....


2. Πάρτε ένα τυχαίο σημείο (έστω το $E(1,2)$) και μια τυχαία ευθεία (έστω τη $(\delta): \psi=\chi+5$). Να βρείτε την εξίσωση της παραβολής που έχει ως εστία το σημείο E και ως διευθετούσα την ευθεία (δ) .

.....

3. Να επαληθεύσετε το αποτέλεσμα κάνοντας χρήση του λογισμικού (Autograph).Ανοίξτε το αρχείο “Paraboli ggr” Το πρόγραμμα, κατασκευάζει εύκολα την πιο πάνω παραβολή δίνοντας μας συγχρόνως και την εξίσωση της. Το αρχείο παρουσιάζει το πιο πάνω σημείο E στη θέση $(1,2)$, την ευθεία $\psi = \chi+5$, καθώς και την παραβολή που έχει εστία το συγκεκριμένο σημείο και διευθεούσα τη (δ) .



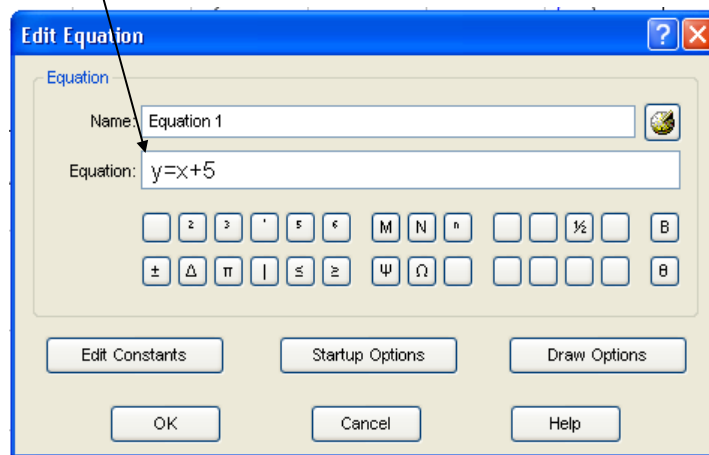
4. Δίνουμε όμως και τη διαδικασία εκτέλεσης αυτών που ήδη υπάρχουν για να μπορείτε αργότερα και μόνοι σας να κάνετε τις δικές σας κατασκευές.

- α) Τοποθετήστε το σημείο $E(1,2)$ (από το enter Co-ordinates ή από το εικονίδιο ) και γράψτε για να κατασκευαστεί η ευθεία $\psi = \chi+5$ (από το μενού equation - enter equation). β) Έχοντας επιλεγμένα τα δύο αντικείμενα μας: σημείο – ευθεία με δεξί πλήκτρο μας δίδεται η δυνατότητα κατασκευής της παραβολής από το (conic by eccentricity=1). γ) Συγχρόνως διαβάζουμε και την αντίστοιχη εξίσωση της από το (status box μέσα από το μενού του view).

5. Γράψτε την εξίσωση της και σχολιάστε την.

.....
.....

6. Το λογισμικό μας δίδει τη δυνατότητα της δυναμικής μεταβολής τόσο του σημείου E, όσο και της ευθείας (δ). Ας μεταβάσουμε κάποιες θέσεις του σημείου E. Πατούμε με ποντίκι στο σημείο E μέχρι να αλλάξει το σχήμα του σε μικρό τετραγωνάκι και το μετακινούμε είτε με το ποντίκι είτε με τα βελάκια, παρατηρώντας ταυτόχρονα και την μεταβολή της εξίσωσης της. Ας μεταβάσουμε και την διευθετούσα της παραβολής αλλάζοντας την εξίσωση της. Πατήστε με διπλό κλικ πάνω στην ευθεία και στο μενού που ανοίγει αλλάξτε την εξίσωση της εδώ που δείχνει το βέλος.




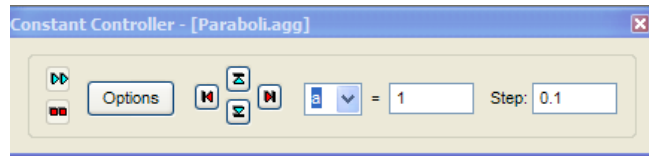
7. Ας διερευνήσουμε πιο απλές περιπτώσεις παραβολών τοποθετώντας την εστία στο σημείο (2,0) και την διευθετούσα να έχει εξίσωση $x=-2$. Ποια η εξίσωση

της;.....

8. Μετακινήστε την εστία (πατώντας πάνω στο σημείο και μετα βελάκια) είτε πιο κοντά προς την διευθετούσα είτε πιο μακριά για να διαπιστώσετε τις αντίστοιχες μεταβολές που παθαίνει το σχήμα της κάθε παραβολής. Τι συμβαίνει όταν η εστία πλησιάζει την διευθετούσα;

.....
.....

9. Κάνοντας διπλό κλικ στο σημείο E, δώστε του τις συντεταγμένες E(α,0), όπου το α είναι παράμετρος που μπορούμε να μεταβάλλουμε από το View -constant controller), ή από το  καθώς και αλλάξτε την εξίσωση της ευθείας δίνοντας την εξίσωση της: $x = -a$. Αλλάζοντας την τιμή του α γράψτε σε κάθε περίπτωση την εξίσωση της παραβολής (αυτή θα φαίνεται κάτω στο Status bar. Διερευνήστε συγκεκριμένα την εξίσωση (και το σχήμα) της παραβολής για τις τιμές του α: -2,-1,1,2,3,5/2 και συμπληρώστε τον πιο κάτω πίνακα.



Τιμή της παραμέτρου α	Εξίσωση παραβολής
-2	
-1	
1	
2	
3	
5/2	

10. Επαναλάβετε την δραστηριότητα του 6 κάνοντας τις σχετικές παρατηρήσεις για E(0,α) και διευθετούσα με εξίσωση : $y = -a$.
11. Ποια η εξίσωση της παραβολής με: α) εστία το E(7,0) και διευθετούσα την ευθεία $x = -7$; β) εστία το E(-5,0) και διευθετούσα την ευθεία $x = 5$; γ) εστία το E(0,10) και διευθετούσα την ευθεία $x = -10$; δ) εστία το E(0,1/2) και διευθετούσα την ευθεία $x = -1/2$; Ποια η εστία και ποιες οι διευθετούσες των παραβολών $\psi^2 = 20x$, $\psi^2 = -5x$, $x^2 = 2\psi$; Δώστε για κάθε παραβολή και από δύο σημεία τους.

.....

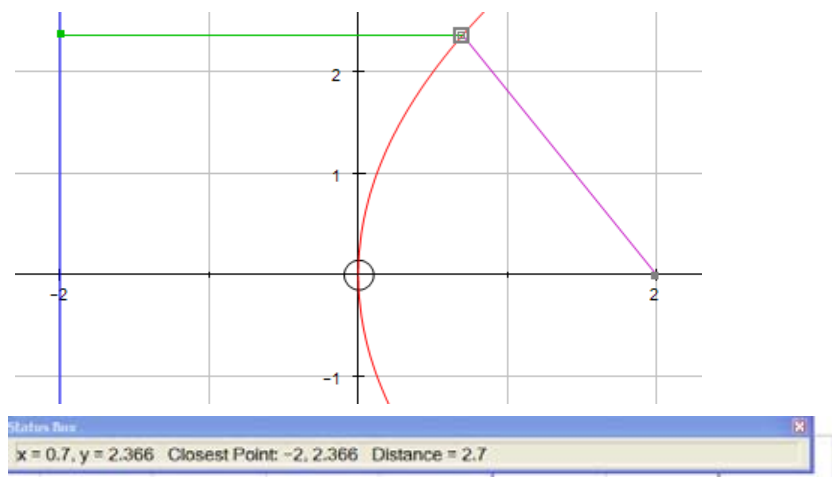
.....

.....

.....



12. Ας διαπιστώσουμε τέλος, ότι μια τέτοια καμπύλη είναι όντως παραβολή, Έχοντας κατά νου τον ορισμό της, πάρτε ένα σημείο πάνω στην καμπύλη. Επιλέξτε ένα σημείο (από το Axes – Point Mode) και με το ποντίκι τοποθετήστε το πάνω στην καμπύλη. Επιλέγοντας συγχρόνως την εστία E και κρατώντας το Shift επιλέγουμε και το δεύτερο σημείο. Με δεξί κλικ παίρνουμε την επιλογή του ευθυγράμμου τμήματος (line segment), οπότε και σχηματίζουμε το ευθύγραμμο τμήμα που από το status box διαφαίνεται και το μήκος του. Ομοίως, και έχοντας τώρα επιλεγμένα συγχρόνως τη διευθετούσα και το σημείο πάνω στην καμπύλη με δεξί κλικ πάρτε το «πλησιέστερο σημείο» (από την επιλογή *closest point*), όπου και θα παρατηρήσουμε στο status box την απόσταση του σημείου της καμπύλης από τη διευθετούσα, ελέγχοντας όντως ότι οι δύο αποστάσεις που αναφέρονται στον ορισμό της παραβολής είναι ίσες. Μετακινώντας το σημείο πάνω στην παραβολή μπορούμε να παρατηρήσουμε μια πληθώρα από ίσες αποστάσεις του σημείου μας συγχρόνως από την εστία και τη διευθετούσα. Το σχήμα να προσέξετε να φαίνεται όπως πιο κάτω και το σημείο να το μετακινείτε με τα βελιάκια (δεξιά – αριστερά).



Γ.2.2 - Αναπτυγμένες Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 2

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Παράγωγος εκθετικής συνάρτησης
Τάξη	Β' Λυκείου Κατεύθυνση
Ενότητα	
Ενδεικτική Διάρκεια	1 X 40 λεπτά
Σκοπός	<p>Οι μαθητές αναμένεται μέσα από την πληθώρα και γρήγορη κατασκευή εκθετικών εξισώσεων</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) να εντοπίσουν τις κοινές ιδιότητες των εκθετικών εξισώσεων 2) να κατασκευάζουν τη συνάρτηση κλίσεων τους (δηλαδή την παράγωγο συνάρτησης), όπου και θα κάνουν τις ανάλογες παρατηρήσεις ως προς τις ομοιότητες και διαφορές των δύο συναρτήσεων 3) Να γραφεί η λεκτική έκφραση που συνδέει την παράγωγο μια εκθετικής συνάρτησης με την ίδια την εκθετική, και 4) να βρεθεί εκείνος ο ειδικός αριθμός ϵ που έχει την ιδιότητα $(\epsilon^x)' = \epsilon^x$
Κωδικός Δραστηριότητας στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	ΜΑΘ4_Κ07Μ_Π2_5
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Παράγωγος, Autograph, Equation-Create-Gradient function
Λογισμικό που απαιτείται*	<p>Autograph</p> <p>* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.</p>
Πορεία Μαθησιακής Δραστηριότητας	<p>Μοιράζουμε στους μαθητές από ένα φύλλο εργασίας – τους καθοδηγούμε να ανοίξουν το αρχείο του Autograph με το όνομα 'Paragogos Ekthetikis' – τους βοηθούμε να εκτελέσουν εκείνες τις εντολές του λογισμικού, που θα τους βοηθήσουν στις κατασκευές και στις μεταβολές των παραμέτρων, έτσι ώστε να γίνουν οι ορθές διερευνήσεις και παρατηρήσεις.</p> <p>Μέσα που χρειάζονται για υλοποίηση της δραστηριότητας (ηλεκτρονικά αρχεία, φυλλάδια, παρουσιάσεις):</p> <p>Φύλλο εργασίας με τίτλο « παράγωγος εκθετικής συνάρτησης», Η/Υ με φορτωμένο το λογισμικό του Autograph , Αρχείο Autograph «Paragogos ekthetikis»</p>

Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου - Πορεία βήμα με βήμα (screen shots) για την αξιοποίηση του εργαλείου στη συγκεκριμένη δραστηριότητα.

Οι συγκεκριμένες εντολές και κατασκευές που προσφέρει το λογισμικό, επεξηγούνται επακριβώς την κατάλληλη στιγμή στη συγκεκριμένη δραστηριότητα μέσα από το φύλλο εργασίας.

Δείγματα Αναμενόμενων προϊόντων των μαθητών (όπου αυτό ισχύει).

- Οι μαθητές αναμένεται τόσο να υλοποιήσουν τους μαθηματικούς σκοπούς της έννοιας της εκθετικής συνάρτησης και της παραγώγου της, όσο και τους διδακτικούς στόχους που προσφέρει το λογισμικό: οι πολλαπλές αναπαραστάσεις του (αλγεβρικές – γεωμετρικές) και η έντονη εποπτικοποίηση του.
- Η δυνατότητα του πειραματισμού σε πολλές δραστηριότητες του φύλλου εργασίας, μέσω της πληθώρας μεταβολής των παραμέτρων διευρύνουν την πιθανότητα επίτευξης των διδακτικών στόχων του μαθήματος και της καλύτερης κατανόησης από τον μαθητή βασικών μαθηματικών εννοιών. Συγκεκριμένα:
- Στην δραστηριότητα αναμένεται να γνωρίζουν ποιοι είναι οι περιορισμοί σε μια συνάρτηση της μορφής $\psi = a^x$ όταν αυτή είναι εκθετική,
- Μέσα από το λογισμικό αναμένεται να πειραματιστούν και να παράξουν πολλές εκθετικές συναρτήσεις διακρίνοντας τις ομοιότητες και τις διαφορές τους.
- Στην δρ.5 αναμένεται να κατασκευαστεί η παράγωγος συνάρτηση της ax και να διακρίνουν και πάλι τις ομοιότητες και διαφορές τους. Αμέσως μετά αναμένεται μέσα από κατάλληλες δραστηριότητες του φύλλου εργασίας να δουν τη σχέση μεταξύ της εκθετικής συνάρτησης και της παραγώγου της. Επίσης αναμένεται το αποτέλεσμα της σύγκρισης να διατυπωθεί και λεκτικά.
- Στη συνέχεια αναζητούμε εκείνη την εκθετική a^x που συμπίπτει ακριβώς με την παράγωγο της για κάποια κατάλληλη τιμή του a .

Συνοδευτικό Υλικό Δραστηριότητας 2

(τα αρχεία με * υπάρχουν μόνο σε ηλεκτρονική μορφή στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο)

	Τίτλος Δραστηριότητας Τίτλος αρχείου		Όνομα αρχείου στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο
Μέσα για υλοποίηση της δραστηριότητας	Γ.2.2.1	Φύλλο Εργασίας	ParagogosEkthetikisF.Ergas.doc
	*	Αρχείο Autograph	ParagogosEkthetikis.agg
Δείγματα Αναμενόμενων προϊόντων των μαθητών			
Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου			

Γ.2.2.1 – Φύλλο Εργασίας

Παράγωγος εκθετικής συνάρτησης (Β' Λυκείου Κατεύθυνσης)

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

1. Πότε μια εξίσωση της μορφής $\psi = a^x$ αποτελεί εκθετική συνάρτηση; Δώστε τους ανάλογους περιορισμούς για την τιμή του a αναφέροντας ξεκάθαρα τα πεδία ορισμού και τιμών μιας εκθετικής της μορφής $\psi = a^x$.


.....
.....
.....

2. Ανοίξτε το λογισμικό του Autograph (αρχείο: paragogos ekthetikis agg). Είναι ήδη σχεδιασμένη μια 'καμπύλη' με εξίσωση $y = a^x$. Για να δείτε ότι πράγματι έχει αυτή την εξίσωση πατήστε πάνω στην «ευθεία», οπότε και θα δείτε την εξίσωση της στο Status box, (μπορείτε επίσης να την δείτε με διπλό κλικ πάνω της). Είναι αυτό που αναμένετε;

.....
.....

Είναι η γραφική παράσταση μιας εκθετικής συνάρτησης;.....

Γιατί άραγε;.....

Από το μενού View – Constant controller ή από το εικονίδιο  κοιτάξτε την τιμή που υπάρχει αρχικά στην παράμετρο a και δικαιολογήστε την πιο πάνω «παραξενιά» που παρουσιάζει μια εκθετική συνάρτηση, όταν το $a = 1$.

.....

3. Αρχίστε να μεταβάλλετε την τιμή του a για μεγαλύτερες τιμές του 1




(το βήμα για τη μεταβολή του a ως είναι 0.1) και κάντε τις παρατηρήσεις σας κυρίως όσο αφορά τη μονοτονία τους και τη συμπεριφορά τους στα άκρα του πεδίου ορισμού τους. Κάντε ανάλογες παρατηρήσεις όταν $0 < a < 1$.

.....
.....
.....
.....

Σε ποιο σημείο οι εκθετικές συναρτήσεις τέμνουν το άξονα των ψ ;


Μπορείτε να το δικαιολογήσετε;

.....
Τι αποτελεί ο άξονας των χ για τις εκθετικές συναρτήσεις $\psi = a^x$;

4. Ας κατασκευάσουμε μια συγκεκριμένη εκθετική συνάρτηση τη $\psi = 2^x$. Το λογισμικό του Autograph μας δίνει τη δυνατότητα της κατασκευής της παραγώγου συνάρτησης της, από το εικονίδιο  ή από το μενού: (Equation – Create – Gradient function). Όμως η κατασκευή της γραφικής της παραγώγου συνάρτησης, δεν συνοδεύεται από την αντίστοιχη εξίσωση της. Απλώς αναφέρεται ως «συνάρτηση κλίσης» (Gradient function). Τι παρατηρείτε ως προς τη μορφή που έχει η νέα συνάρτηση κλίσης; (ή παράγωγος συνάρτησης;).

Τι ομοιότητες και τι διαφορές παρουσιάζουν με την $\psi = 2^x$;

.....
.....

5. Ας προσπαθήσουμε να «πλησιάσουμε» την παράγωγο συνάρτηση της $\psi = 2^x$, με κάποια «παραλλαγμένη» συνάρτηση της $\psi = 2^x$, έστω την $\psi = \beta \cdot 2^x$ για κάποια κατάλληλη τιμή του β . Στο Autograph γράφοντας $y = \beta \cdot 2^x$, η παράμετρος β θα είναι αρχικά ίση με 1 (άρα και θα συμπίπτει με την ήδη σχεδιασμένη $\psi = 2^x$). Πειραματιζόμενοι με το Constant controller, το εικονίδιο  θα αρχίσουμε να μεταβάλλουμε το β ώστε να πάρει εκείνη την τιμή που θα «αναγκάσει» την $y = \beta \cdot 2^x$, να συμπέσει με την παράγωγο της $\psi = 2^x$. Το βήμα μεταβολής του β είναι το 0.1. Αρχίστε να μεταβάλλετε το β μέχρι οι δύο καμπύλες ($y = \beta \cdot 2^x$ και «παράγωγος συνάρτησης της 2^x ») να συμπέσουν. Αλλάξτε το βήμα σε 0.01 για να δώσουμε προσέγγιση σε 2 δεκαδικά ψηφία στο β . Συνεχίστε αλλάζοντας το βήμα σε 0.001, ώστε το β να προσεγγιστεί σε 3 δεκαδικά ψηφία.

6. Την πιο πάνω δραστηριότητα 5 θα την επαναλάβουμε αλλάζοντας την τιμή του α . Ας δοκιμάσουμε για ακόμη κάποιες τιμές του α και ας συμπληρώσουμε τον πιο κάτω πίνακα. Η πρώτη γραμμή είναι ήδη συμπληρωμένη από τις πιο πάνω παρατηρήσεις μας.

α	$\Psi = \alpha^x$	$\Psi' = (\alpha^x)' = b \cdot \alpha^x$	b	$K = \ln b$
2	2^x	$(2^x)' = b \cdot 2^x$	0.693...	$K = \ln 2$
3				
4				
5				
7.389				

7. Λογικό θα ήταν να αναρωτηθούμε αν μπορεί για κάποια κατάλληλη τιμή του α να υπάρξει b , τέτοιο ώστε: $b = 1$, δηλαδή $(\alpha^x)' = (\alpha^x)$ [Διατυπώστε και λεκτικά αυτή τη «κομψή» εξίσωση].


.....

Ενώ αλγεβρικά φαίνεται προς το παρόν κάπως δύσκολη εξίσωση για να βρούμε ένα τέτοιο α , ας μας βοηθήσει το ίδιο το λογισμικό μας. Δημιουργήστε σε ένα νέο φύλλο του Autograph και πάλι μια εκθετική συνάρτηση γράφοντας $y = a^x$.




(Equation – enter equation($y=a^x$) –edit constants ($a = 2$) –ok-ok). Και πάλι από το [Equation- Create Equation-Gradient function] δημιουργήστε την παράγωγο της

$\psi = a^x$ ($a=2$), που όπως έχουμε δει διαφέρει πολύ λίγο σε σχήμα και μετατόπιση από την αρχική μας. Πάλι χρησιμοποιώντας Constant

controller  αρχίζουμε και μεταβάλλουμε το a μέχρι η αρχική συνάρτηση a^x , να συμπίπτει με την παράγωγο της. Δώστε μια προσέγγιση σε ένα δεκαδικό ψηφίο:

$a=$

Αυξάνοντας όλο και πιο πολύ το βήμα (step) μεταβολής του a παίρνουμε κάθε φορά και καλύτερη προσέγγιση (μπορείτε να χρησιμοποιήσετε και το zoom,

από το Axes-zoom modes-zoom in ή από το εικονίδιο , ώστε να έχουμε οπτικά καλύτερη εικόνα ως προς το αν συμπίπτει ή όχι η μια καμπύλη πάνω στην άλλη. Δώστε προσεγγίσεις του a σε 2 ή και σε τρία δεκαδικά ψηφία

.....
.....



Γ.2.3 - Αναπτυγμένες Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 3

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Εμβαδόν μεταξύ διαγράμματος συνάρτησης και άξονα
Τάξη	Γ' Λυκείου Κατεύθυνση
Ενότητα	
Ενδεικτική Διάρκεια	1 Χ 40 λεπτά
Σκοπός	<p>Οι μαθητές αναμένεται όπως:</p> <p>1) έρθουν σε επαφή με το πρόβλημα του υπολογισμού «άγνωστου» εμβαδού ενός επίπεδου χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $\psi = f(x)$, τις ευθείες $\chi = \alpha$, $\chi = \beta$ και τον άξονα $\chi\chi'$.</p> <p>2) διαπιστώσουν ότι τελικά είναι δυνατόν να υπολογιστεί ένα τέτοιο εμβαδόν χρησιμοποιώντας μια μέθοδο διαδοχικών προσεγγίσεων με ορθογώνια παραλληλόγραμμα (Να γίνει νύξη ότι μια τέτοια μέθοδος έχει ξεκινήσει από την εποχή του Ευδόξου (408 – 355 π.Χ) και είναι η γνωστή «μέθοδος εξάντλησης του Ευδόξου».</p> <p>3) συνειδητοποιήσουν ότι η ακολουθία των αθροισμάτων των εμβαδών ορθογώνιων παραλληλογράμμων συγκλίνει προς το ζητούμενο μας εμβαδόν και παράγει την έννοια του ορισμένου ολοκληρώματος.</p>
Κωδικός Δραστηριότητας στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy	ΜΑΘ4_Κ07Μ_Π2_8
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Εμβαδόν, Συνάρτηση, Autograph, Equation enter, Find Area,Start point,Divisions,Methods
Λογισμικό που απαιτείται*	<p>Autograph</p> <p>* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.</p>
Πορεία Μαθησιακής Δραστηριότητας	<ul style="list-style-type: none"> Μοιράζουμε στους μαθητές από ένα φύλλο εργασίας Τους θέτουμε το πρόβλημα εύρεσης εμβαδού που περικλείεται από παραβολική καμπύλη τις ευθείες $\chi = \alpha$, $\chi = \beta$ και του άξονα των χ. Αναμένονται οι εικασίες περί διαχωρισμού του χωρίου σε ορθογώνια παραλληλόγραμμα, καθώς και της αύξησης των, ώστε να καταλήξουμε σε καλύτερη προσέγγιση στην εύρεση του εμβαδού. Προκειμένου να συνειδητοποιήσουν διαισθητικά και εποπτικά την προηγούμενη διαδικασία, τους καθοδηγούμε να ανοίξουν το αρχείο του Autograph με το όνομα 'Emvadoh Paravolis' και τους φέρουμε αντιμέτωπους με το πρόβλημα εύρεσης εμβαδού που περικλείεται από παραβολική καμπύλη $\psi = 4 - \chi^2$, τις ευθείες $\chi = 0$, $\chi = 2$ και του άξονα των χ.

- τους βοηθούμε να εκτελέσουν εκείνες τις εντολές του λογισμικού, που θα τους βοηθήσουν στις κατασκευές των γραφικών παραστάσεων και στις διαμερίσεις των χωρίων με ορθογώνια παραλληλόγραμμα. Η μέθοδος διαχωρισμού του χωρίου μπορεί να γίνει με διάφορες μεθόδους όπως περιγράφεται στο φύλλο εργασίας και έτσι τους προτρέπουμε να προσέξουν καλά αυτό το σημείο.
- Αναμένεται να γίνουν κάποιες προσεγγιστικές διαδικασίες και να οδηγηθούν στην επίλυση του αρχικού μας προβλήματος εισάγοντας τη νέα έννοια του ορισμένου ολοκληρώματος.

Μέσα που χρειάζονται για υλοποίηση της δραστηριότητας (ηλεκτρονικά αρχεία, φυλλάδια, παρουσιάσεις):

Φύλλο εργασίας με τίτλο «Εμβαδόν μεταξύ διαγράμματος συνάρτησης και άξονα» ,

Η/Υ με φορτωμένο το λογισμικό του Autograph ,

Αρχείο «Emvadon Paravolis»

Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου - Πορεία βήμα με βήμα (screen shots) για την αξιοποίηση του εργαλείου στη συγκεκριμένη δραστηριότητα.

Οι μαθητές κάθονται ανά δύο ή και ανά τρεις σε Η/Υ. Οι συγκεκριμένες εντολές και κατασκευές που προσφέρει το λογισμικό, επεξηγούνται επακριβώς την κατάλληλη στιγμή στη συγκεκριμένη δραστηριότητα μέσα από το φύλλο εργασίας.

Δείγματα Αναμενόμενων προϊόντων των μαθητών.

- Οι μαθητές αναμένεται να υλοποιήσουν τους μαθηματικούς σκοπούς της έννοιας του ολοκληρώματος μέσω της προσεγγιστικής εύρεσης εμβαδού κάποιου χωρίου, αλλά πολύ περισσότερο να φθάσουν σε μια εννοιολογική κατανόηση της συγκεκριμένης έννοιας και όχι μια αλγεβρικής επεξεργασίας όπως συνηθίζεται! Επίσης οι μαθητές αναμένεται να πετύχουν και τους διδακτικούς στόχους, όπου μέσω της αλληλεπίδρασης με το λογισμικό, τον πειραματισμό με την διαρκή αύξηση των διαμερίσεων και την εναλλαγή των αναπαραστάσεων του λογισμικού (αλγεβρικές – γεωμετρικές) να διαμορφώσουν εικασίες και να αναρωτηθούν για βασικές μαθηματικές έννοιες που είναι κρυμμένες μέσα από αυτό το μάθημα. Συγκεκριμένα
- Στην 1η δραστηριότητα τίθεται το πρόβλημα και αναμένουμε από τους μαθητές να δώσουν μια πρώτη εκτίμηση σε ένα άγνωστο εμβαδό. Στην 2η και 3η δραστηριότητα προτρέπουμε τους μαθητές να απλοποιήσουν το πρόβλημα με στόχο να αντιμετωπίσουν και το αρχικό με παρόμοια μέθοδο.
- Ανοίγοντας το λογισμικό του Autograph, αρχίζει η διαδικασία εύρεσης του ζητούμενου εμβαδού με τη γνωστή μέθοδο διαχωρισμού του χωρίου σε ορθογώνια . Γίνεται ξεκάθαρο ότι υπάρχουν δύο τρόποι κατασκευής ορθογωνίων στο πρόγραμμα (Rectangle+ και Rectangle -)
- Στις δραστηριότητες μετά την 5 ξεκινά η εύρεση των εμβαδών των ορθογωνίων, αναμένοντας από τους μαθητές να συνεχίζουν να αυξάνουν τον αριθμό των ορθογωνίων και να συνειδητοποιούν ότι όσο περισσότερα ορθογώνια φτιάξουμε τόσο καλύτερη προσέγγιση στο ζητούμενο εμβαδό θα έχουμε.
- Αναμένεται να συνειδητοποιήσουν οι μαθητές ότι με τους δύο διαχωρισμούς που έχουμε κάνει στο χωρίο σε άνω και κάτω ορθογώνια έχουμε βασικά δημιουργήσει δύο ακολουθίες αθροισμάτων εμβαδών που φράσσουν το ζητούμενο μας. Το γεγονός ότι το εμβαδόν μπορεί τελικά να υπολογισθεί με όσο το δυνατόν μεγαλύτερη ακρίβεια φαίνεται και από το ότι η διαφορά των δύο ακολουθιών τείνει προς το 0.
- Να αντιληφθούν και να κατανοήσουν ότι μια τέτοια άπειρη διαδικασία καταλήγει φυσιολογικά στον βασικό ορισμό του ορισμένου ολοκληρώματος.

Συνοδευτικό Υλικό Δραστηριότητας 3

(τα αρχεία με * υπάρχουν μόνο σε ηλεκτρονική μορφή στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο)

	Τίτλος Δραστηριότητας Τίτλος αρχείου		Όνομα αρχείου στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο
Μέσα για υλοποίηση της δραστηριότητας	Γ.2.3.1	Φύλλο Εργασίας	EmvadonParabolisF.ergas.doc
	*	Αρχείο Autograph	Emvadon Paravolis.agg
Δείγματα Αναμενόμενων προϊόντων των μαθητών			
Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου			

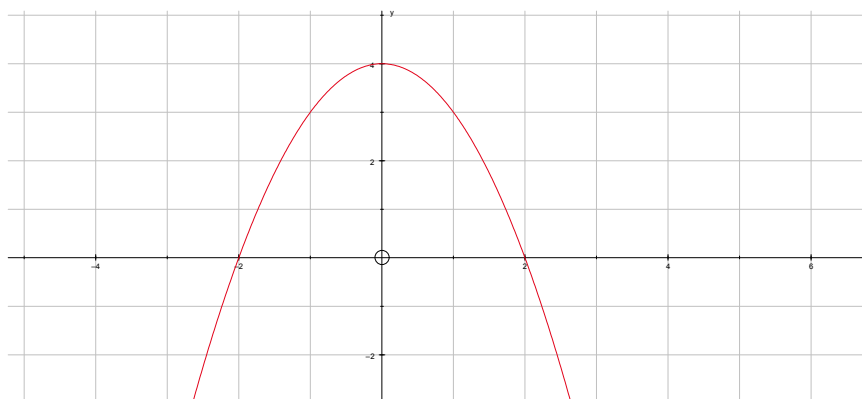
Γ.2.3.1 – Φύλλο Εργασίας

Εμβαδόν μεταξύ διαγράμματος συνάρτησης και άξονα

Πρόβλημα:

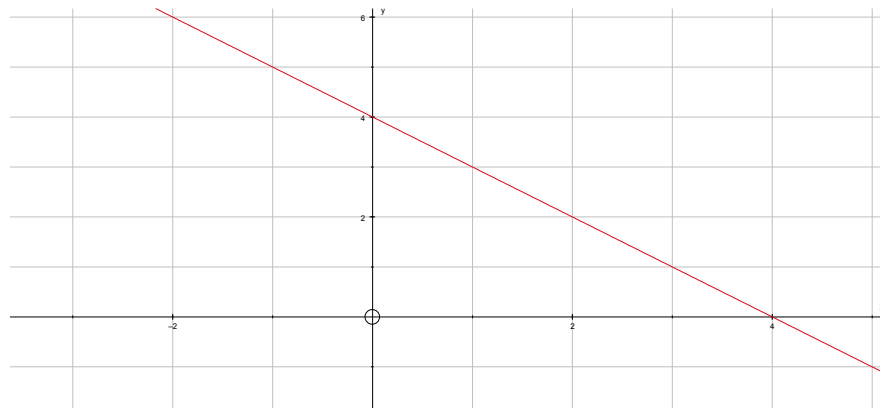
1. Πως θα μπορούσαμε να βρούμε το εμβαδόν που περικλείεται από την καμπύλη $y=4-x^2$ και τον άξονα των x από το 0 μέχρι το 2; Μήπως υπάρχει κάποιος γνωστός τρόπος εύρεσης αυτού του εμβαδού; Αν όχι δώστε μια εκτίμηση για το ζητούμενο εμβαδόν.

.....
.....



2. Αν αντί για παραβολή είχαμε κάποια ευθεία όπως για παράδειγμα: $y=4$ ή $y = 4-x$, θα μπορούσαμε να υπολογίζαμε τα εμβαδά; ($0 \leq x \leq 2$). Υπολογίστε το εμβαδόν στο πιο κάτω σχήμα που περικλείεται από την ευθεία $y=4-x$ και τον άξονα των x , όταν $0 \leq x \leq 2$. Δώστε την απάντηση σε τετραγωνικές μονάδες και σχολιάστε το αποτέλεσμα.

.....
.....
.....



3. Ας επιστρέψουμε στο αρχικό μας πρόβλημα με την παραβολική καμπύλη. Πράγματι δεν είναι ένα στοιχειώδες γνωστό εμβαδόν. Τι θα προτείνατε ώστε να υπολογίζατε ένα τέτοιο εμβαδόν.

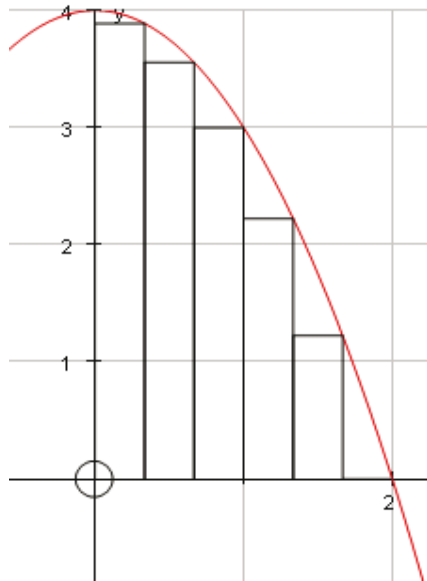
.....

.....

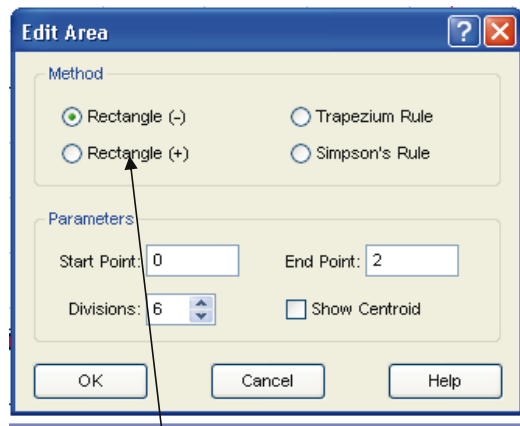
.....

4. Ας ανοίξουμε το αρχείο του autograph (EmvadonParavolis.Agg) για να επιχειρήσουμε να υπολογίσουμε ένα τέτοιο εμβαδόν. Είναι ήδη σχεδιασμένη η παραβολή $y = 4 - x^2$. Διαφορετικά γράψτε και σχεδιάστε την εξίσωση $y = 4 - x^2$. (Equation -Enter equation-enter). Πατήστε πάνω στην καμπύλη και με δεξί κλικ πατήστε την εντολή (Find Area). Στο μενού που μας ανοίγεται μας δίνονται οι επιλογές: α){Parameters-start point-end point}: των ορίων (ας σημειώσουμε από 0 μέχρι 2) β){Divisions} σε πόσες διαμερίσεις να χωρίσουμε το διάστημα [0,2] (έστω 6 με τη δυνατότητα αύξησης τους) γ) {Methods}, δηλαδή τη μέθοδο με την οποία θα επιλέξουμε τον διαχωρισμό του σχήματος μας. Το σχήμα θα πρέπει να μοιάζει με το πιο κάτω.






5. Οι επιλογές που δίνονται εδώ είναι 4 και φαίνονται: { Rectangle (+), δηλ το ύψος του ορθογωνίου θεωρείται από τη ελάχιστη τιμή της συνάρτησης στο συγκεκριμένο διάστημα}, { Rectangle (-), δηλ το ύψος του ορθογωνίου θεωρείται από την μέγιστη τιμή της συνάρτησης}, σε τραπέζια (Trapezium Rule), ή και ακόμη σε παραβολικά κομμάτια {Simpsons Rule}

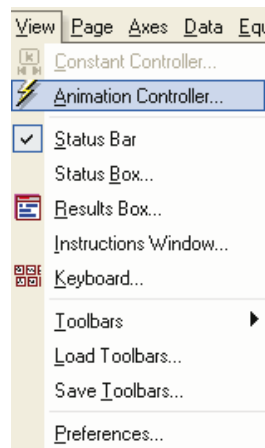


6. Επιλέγοντας το Rectangle (-) σε 5 διαμερίσεις πατάμε ok. Να αναφέρετε σε πόσα ορθογώνια έχει διαμερισθεί το χωρίο μας και ποιο είναι το εμβαδόν τους. (Το εμβαδόν μπορούμε να το διαβάσουμε στο κάτω μέρος από το Status Bar ή και ακόμη από το View- Status box)
-
-

Πατώντας με διπλό κλικ πάνω στα ορθογώνια μπορούμε να αλλάξουμε το είδος των ορθογωνίων σε Rectangle (+). Ποια η διαφορά με τα προηγούμενα ορθογώνια αλλά και με το εμβαδόν τους; Νομίζετε ότι είναι μια πρώτη προσέγγιση προς το ζητούμενο εμβαδόν μας; Υπάρχει τρόπος να φθάσουμε σε μια καλύτερη προσέγγιση; Πως;

.....

7. Ας επαναλάβουμε την ίδια διαδικασία του (5) αλλάζοντας κάθε φορά τον αριθμό των διαμερίσεων.(Divisions), αλλά και της μεθόδου(Rectangle+, Rectangle -) Για να αλλάξουμε τον αριθμό των διαμερίσεων, πατάμε με το ποντίκι πάνω στα ορθογώνια και ακολούθως το εικονίδιο  του (animation controller), (ή ακόμη από το View – Animation Controller, όπως φαίνεται στο πιο κάτω εικονίδιο)



οπότε και εμφανίζεται το παράθυρο το οποίο θα μας βοηθήσει στην αύξηση των διαμερίσεων (Divisions)



8. Τι νομίζετε ότι συμβαίνει με το ζητούμενο εμβαδόν μας; Νομίζετε ότι θα το πλησιάσουμε ακόμη πιο πολύ αν συνεχίσουμε την ίδια διαδικασία; Για διάφορες τιμές του n (δηλ. τον αριθμό των διαμερίσεων) συμπληρώστε τον πιο κάτω πίνακα:

N(divisions) # διαμερίσεων	S_N : Rectangles (-) Άνω άθροισμα	s_N : Rectangles (+) Κάτω άθροισμα	$\Delta_N = S_N - s_N$ διαφορά άνω κάτω αθροίσματος
5			
6			
7			
10			
15			
20			
30			
50			
100			
200			
500			

7. Τι παρατηρείτε κατά την αύξηση του πλήθους N των ορθογωνίων κάλυψης, όσο αφορά τα κάτω και άνω άθροισμα; Τι συμβαίνει (πως μεταβάλλεται δηλ) όσον αφορά τη διαφορά των δύο αυτών ορθογωνίων κάλυψης; $\Delta_N = S_N - s_N$.

.....

.....

.....

.....

.....

8. Νομίζετε ότι αυτή η διαδικασία είναι ικανή να μας επιφέρει το ακριβές εμβαδόν;.....

Υπάρχει άραγε κάποια τιμή του N που θα έκανε το s_N και S_N να ισούνται;.....

Άραγε η διαδικασία αυτή της συνεχόμενης αύξησης των ορθογωνίων ΜΠΟΡΕΙ ΝΑ ΤΕΡΜΑΤΙΣΤΕΙ, έτσι ώστε να υπολογίσουμε το ζητούμενο εμβαδόν με απόλυτη ακρίβεια;(Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε και τη μεγέθυνση, zoom out, για πιο ξεκάθαρα αποτελέσματα).

9. Πόσο κοντά στο 0 νομίζετε ότι μπορεί να φθάσει η διαφορά Δ_n ;

10. Πόσο κοντά στο ζητούμενο εμβαδόν νομίζετε ότι μπορούμε να φτάσουμε μέσω αυτής της διαδικασίας;

11. Τελικά η πιο πάνω διαδικασία μπορεί να αποτελέσει ένα τρόπο μέτρησης για το άγνωστο εμβαδόν;

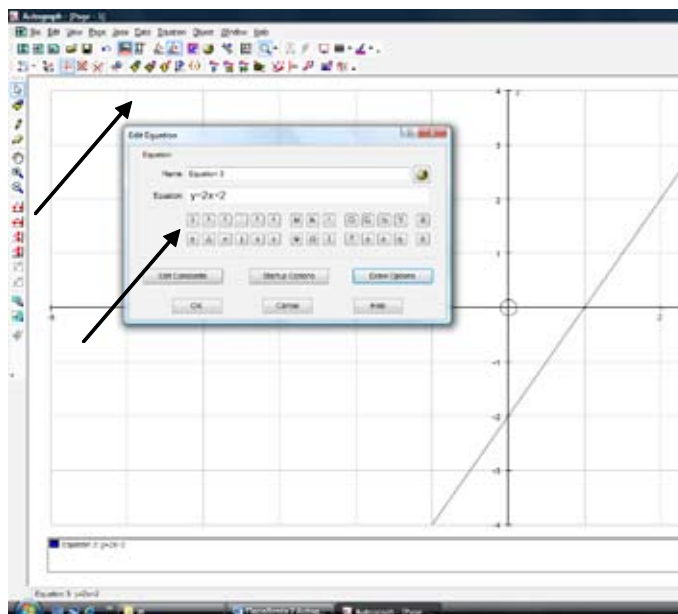
12. Ποια βασική μαθηματική έννοια υπεισέρχεται με φυσιολογικό τρόπο, έτσι ώστε να βρεθεί το ζητούμενο εμβαδόν;

13. Διερωτηθείτε και ζητήστε από τον καθηγητή σας ευκολότερο τρόπο εύρεσης τέτοιων «άγνωστων» εμβαδών καταλήγοντας στον ορισμό του ορισμένου ολοκληρώματος.

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f(x_k) \Delta x, \quad \Delta x = \frac{b-a}{n}$$

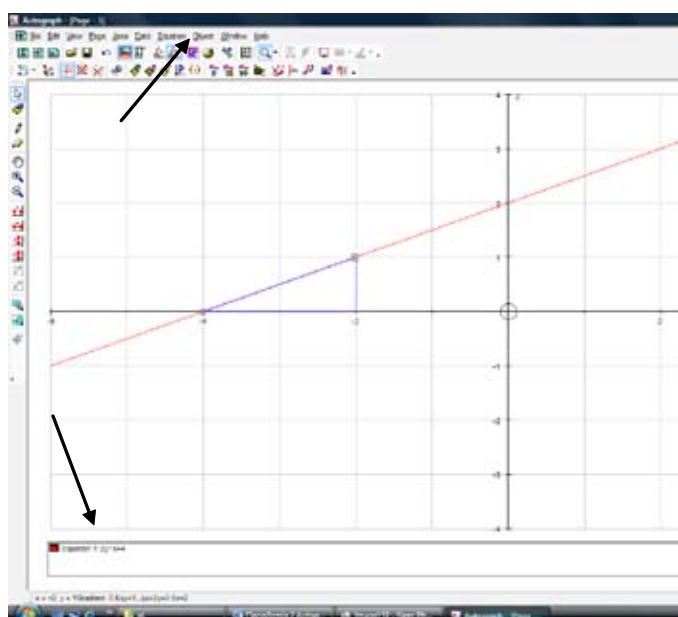
Γ.2.4 - Αναπτυγμένες Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 4

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Γραφικές Παραστάσεις (Σελ. 185 – 209): Συντελεστής Διεύθυνσης, Παράλληλες Ευθείες.
Τάξη	Γ' Γυμνασίου
Ενότητα	
Ενδεικτική Διάρκεια	1 X 40 λεπτά
Σκοπός	Οι μαθητές με χρήση του AUTOGRAPH κατασκευάζοντας γραφικές παραστάσεις με εξισώσεις της μορφής $\psi = \alpha\chi + \beta$ να κατανοήσουν την κλίση όπως αυτή ορίζεται τριγωνομετρικά (εφω όπου ω η γωνιά που σχηματίζεται από την ευθεία και τον άξονα των χ). Μεταβάλλοντας δε τις τιμές των α, β να εξαχθούν τα ανάλογα συμπεράσματα για την ευθεία, κλίση, παραλληλότητα κ.λ.π. Επίσης με επιλογή δύο σημείων της ευθείας μπορεί ο μαθητής να υπολογίσει την κλίση.
Κωδικός Δραστηριότητας στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy	ΜΑΘ4_Κ07Μ_Π2_12
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Γραφική Παράσταση, ευθεία, κλίση, Παράλληλες Ευθείες, Autograph
Λογισμικό που απαιτείται*	Autograph * Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.
Πορεία Μαθησιακής Δραστηριότητας	Από το φυλλάδιο που θα δοθεί στους μαθητές με οδηγίες χρήσης του λογισμικού οι μαθητές θα κατασκευάσουν την γραφική παράσταση $\psi = 2\chi - 2$. Ακολούθως ο καθηγητής θα ζητήσει από τους μαθητές να υπολογίσουν την εφαπτομένη της γωνιάς που σχηματίζει η ευθεία με τον άξονα των χ αφού πρώτα ζητηθεί ο ορισμός της εφ.



Με τον ίδιο τρόπο (edit equation) οι μαθητές κατασκευάζουν και την $\psi=2\chi+2$. Υπολογίζουν ξανά την εφ. Και σ' αυτό το σημείο θα τους λεχθεί ότι η κλίση και η εφ είναι το ίδιο πράγμα. Καταγράφουν τα αποτελέσματα και τις παρατηρήσεις στο φυλλάδιο τους και γίνεται συζήτηση πρώτα για τις κλίσεις και με ποιον άλλο τρόπο μπορούμε να τις υπολογίσουμε σε εξίσωση της μορφής $\psi=\alpha\chi+\beta$, $\lambda=\alpha$. Μετά να ζητηθεί από τους μαθητές να παρατηρήσουν την σχέση των δύο ευθειών.

Ακολούθως θα επιδειχθεί στους μαθητές πως επιλέγουμε δύο σημεία στην ευθεία (καταχωρώντας τις συντεταγμένες) για να ζητήσουμε τον υπολογισμό της κλίσης.



Επιλέγουμε τα δύο σημεία κρατώντας το shift και με δεξί κλικ επιλέγουμε gradient για να πάρουμε το αποτέλεσμα στο κάτω μέρος του φύλλου εργασίας. Στη συνέχεια θα ζητηθεί να απαντηθούν οι ερωτήσεις και να λυθούν οι ασκήσεις στο φύλλο εργασίας με την χρήση του λογισμικού.

Μέσα που χρειάζονται για υλοποίηση της δραστηριότητας (ηλεκτρονικά αρχεία, φυλλάδια, παρουσιάσεις):

Εξοπλισμένο εργαστήριο Η/Υ με Βιντεοπροβολέα.

Φυλλάδιο εργασίας

Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου - Πορεία βήμα με βήμα (screen shots) για την αξιοποίηση του εργαλείου στη συγκεκριμένη δραστηριότητα.

Θα δοθεί φυλλάδιο με τις οδηγίες.

Συνοδευτικό Υλικό Δραστηριότητας 4

(τα αρχεία με * υπάρχουν μόνο σε ηλεκτρονική μορφή στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο)

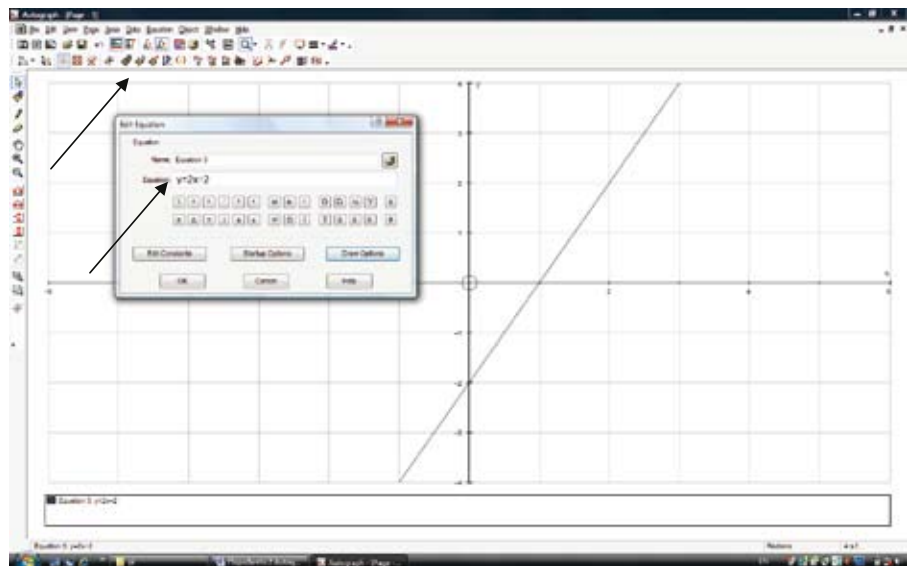
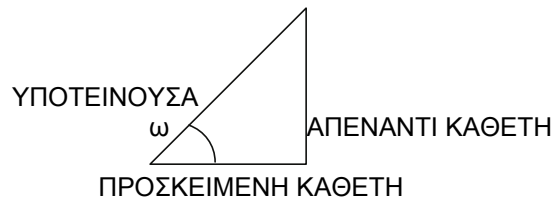
	Τίτλος αρχείου		Όνομα αρχείου στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο
Μέσα για υλοποίηση της δραστηριότητας	Γ.2.4.1	Φύλλο Εργασίας	Συντελεστής Διεύθυνσης, Παράλληλες ΕυθείεςF.ergas.doc
Δείγματα Αναμενόμενων προϊόντων των μαθητών			
Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου			

Γ.2.4.1 – Φύλλο Εργασίας

ΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ, ΚΛΙΣΗ ΕΥΘΕΙΑΣ, ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΣ ΕΥΘΕΙΕΣ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ AUTOGRAPH

Ανοίξτε το λογισμικό **AUTOGRAPH** από το desktop και αφού πρώτα επιλέξουμε από το toolbar το enter equation οι να κατασκευάσετε την γραφική παράσταση $\psi=2\chi-2$. Ακολούθως να υπολογίσετε την εφαπτομένη της γωνιάς που σχηματίζει η ευθεία με τον άξονα των χ .

$$\epsilon\phi\omega = \frac{\dots\dots\dots\text{κάθετη}}{\dots\dots\dots\text{κάθετη}}$$



$\epsilon\phi\omega$ = κλίση ευθείας λ

Με τον ίδιο τρόπο (edit equation) κατασκευάστε και την $\psi=2\chi+2$. Υπολογίστε ξανά την $\epsilon\phi$. Καταγράψτε τα αποτελέσματα και τις παρατηρήσεις στο φυλλάδιο .

$$\psi=2\chi-2 : \lambda = \dots\dots\dots$$

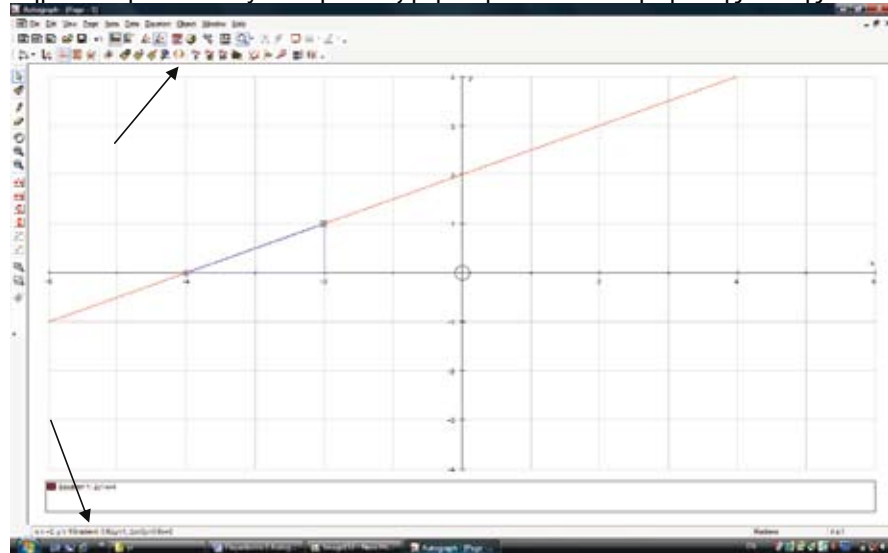
$$\psi=2\chi+2 : \lambda = \dots\dots\dots$$

εξίσωση της μορφής $\psi=a\chi+\beta$ $\lambda = \dots\dots\dots$

Παρατηρήστε την σχέση των δύο ευθειών.

Συμπέρασμα: Όταν δύο ευθείες έχουν ----- τότε είναι παράλληλες.

Χρησιμοποιώντας το Co-ordinates και καταχωρώντας συντεταγμένες επιλέγουμε δύο σημεία στην ευθεία $2y-x=4$ για να ζητήσουμε τον υπολογισμό της κλίσης.



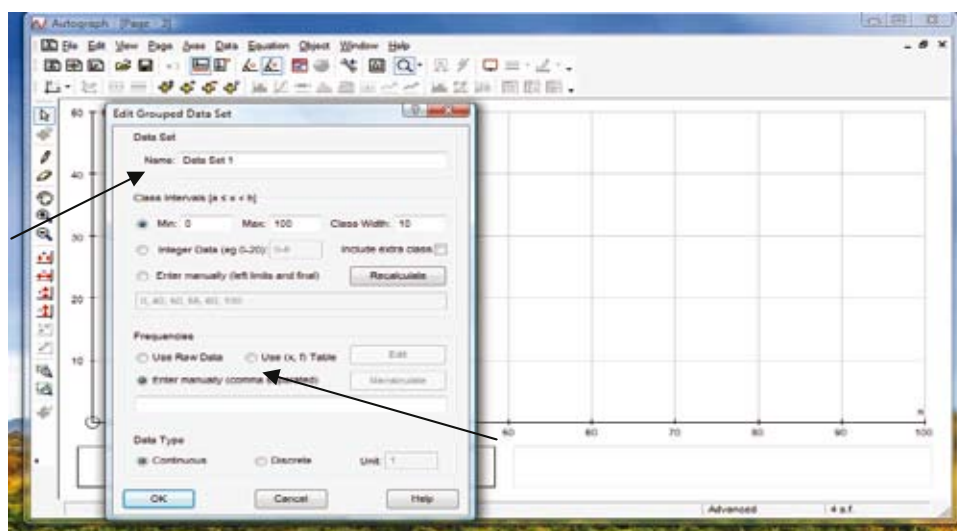
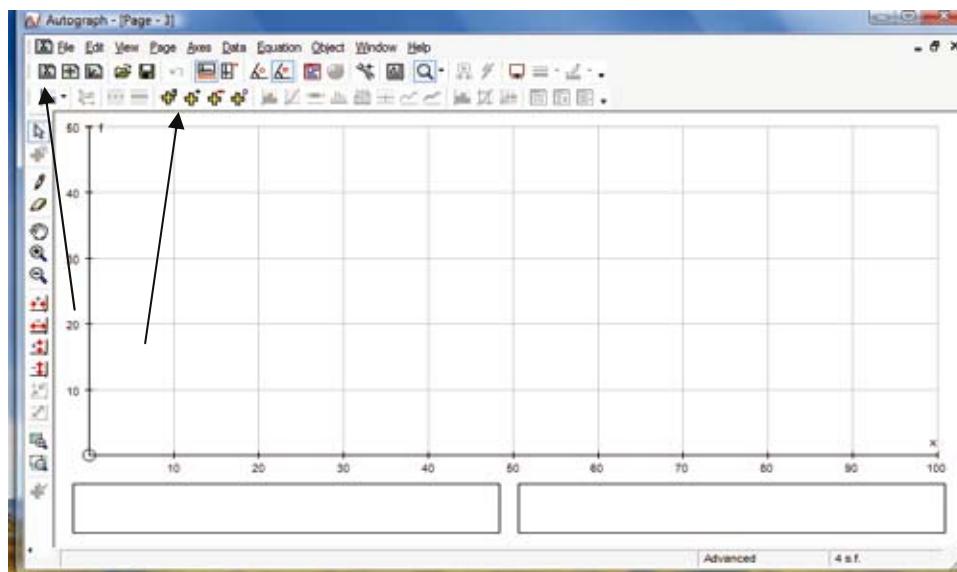
Επιλέγουμε τα δύο σημεία κρατώντας το shift και με δεξί κλικ επιλέγουμε από το μενού gradient για να πάρουμε το αποτέλεσμα στο κάτω μέρος του φύλλου εργασίας. Να απαντηθούν οι ερωτήσεις και να λυθούν οι ασκήσεις στο φύλλο εργασίας με την χρήση του λογισμικού.

Να παρασταθούν γραφικά και να βρείτε την κλίση των πιο κάτω ευθειών.

1. $\epsilon_1: 2x-3y=6$
 $\epsilon_2: 4x-6y=8$
2. $\epsilon_1: 2x-3y=4$
 $\epsilon_2: 4x-6y=8$
3. $Ax+B\psi=\Gamma$: Να υπολογίσετε τη κλίση $\lambda=$

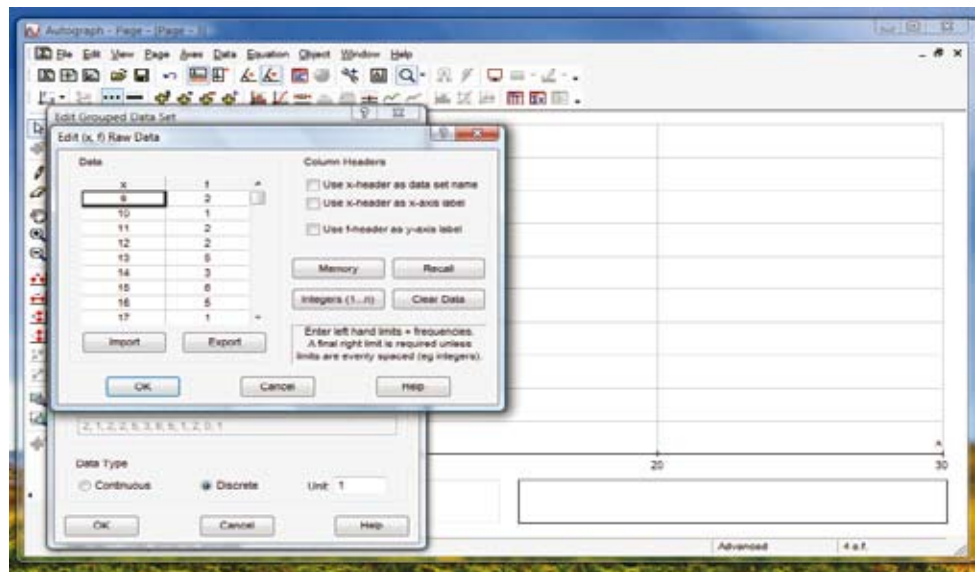
Γ.2.5 - Αναπτυγμένες Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 5

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Γραφικές Παραστάσεις Συχνοτήτων
Τάξη	Γ' Λυκείου κοινού κορμού.
Ενότητα	(Στατιστική: Σελ. 9-40)
Ενδεικτική Διάρκεια	1 X 40 λεπτά
Σκοπός	Με την χρήση του AUTOGRAPH ο μαθητής να είναι σε θέση εύκολα να κατασκευάσει γραφικές παραστάσεις συχνοτήτων, ραβδόγραμμα, διάγραμμα συχνοτήτων-πολύγωνο συχνοτήτων πολύγωνο αθροιστικών συχνοτήτων, ιστόγραμμα και να εξαγάγει τα ανάλογα συμπεράσματα.
Κωδικός Δραστηριότητας στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	ΜΑΘ4_Κ07Μ_Π2_14
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Συχνότητα, Ραβδόγραμμα, Πολύγωνο συχνοτήτων Ιστόγραμμα, Autograph
Λογισμικό που απαιτείται*	Autograph * Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.
Πορεία Μαθησιακής Δραστηριότητας	Δίνεται στους μαθητές ο πίνακας συχνοτήτων με βαθμούς, όπως στην σελ.13 και σελ.44. Οι μαθητές αφού ανοίξουν το λογισμικό καθοδηγούμενοι από τον καθηγητή (με βιντεοπροβολέα) πρώτα επιλέγουν το Σ (new statistics page) και στην συνέχεια το enter grouped data.

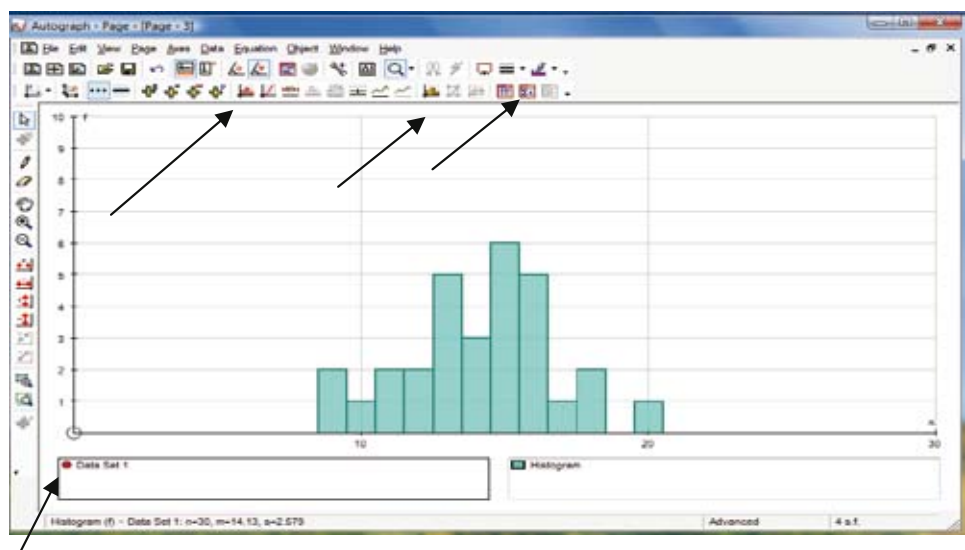


Η επιλογή use (x,f) Table και ακολούθως edit επιτρέπει στους μαθητές την εισαγωγή των δεδομένων με τις συχνότητες τους. Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία μπορούμε να έχουμε παράλληλα πολλούς πίνακες δεδομένων και να τους ονομάσουμε με διαφορετικά ονόματα.

Να χρησιμοποιηθεί ο πίνακας στην σελίδα 25 ή 45 και να τον ονομάσουν Αρ. παιδιών.



Οι μαθητές στην συνέχεια επιλέγουν το data set που θέλουν και χρησιμοποιώντας το toolbar μπορούν να επιλέξουν μεταξύ ραβδογράμματος, πολύγωνο συχνοτήτων, αθροιστικών συχνοτήτων και Ιστογράμματος.



Θα πρέπει σ' αυτό το σημείο να δώσουμε ικανοποιητικό χρόνο στα παιδιά να δουν όλες τις γραφικές παραστάσεις και να πειραματιστούν συνδυάζοντας τες. Θα ήταν χρήσιμο σε αυτό το στάδιο να υποβληθούν ερωτήσεις για στατιστικά στοιχεία όπως η μέση τιμή, η επικρατούσα και η διάμεσος. Αφού προσπαθήσουν για λίγο να τα υπολογίσουν θα τους υποδειχθεί να ελέγξουν τες απαντήσεις τους από το statistics box.

Ακολουθώντας να τους ζητηθεί στο ιστογράμματα που έχουν μπροστά τους (αρ. παιδιών) να χρησιμοποιήσουν από το toolbar το probability by area και αλλάζοντας τα όρια (upper, lower) θα δουν πως μεταβάλλεται και η πιθανότητα και να εξαχθούν συμπεράσματα.



Μέσα που χρειάζονται για υλοποίηση της δραστηριότητας (ηλεκτρονικά αρχεία, φυλλάδια, παρουσιάσεις):

Εξοπλισμένο εργαστήριο Η/Υ με Βιντεοπροβολέα.

Φυλλάδιο με οδηγίες

Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου - Πορεία βήμα με βήμα (screen shots) για την αξιοποίηση του εργαλείου στη συγκεκριμένη δραστηριότητα.

Δεν υπάρχουν οποιεσδήποτε ρυθμίσεις πέρα από την αρχική επιλογή statistics page. Θα δοθεί φυλλάδιο με τις οδηγίες.

Συνοδευτικό Υλικό Δραστηριότητας 5

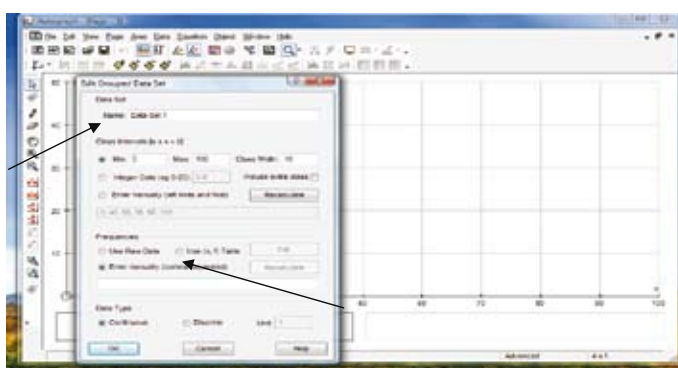
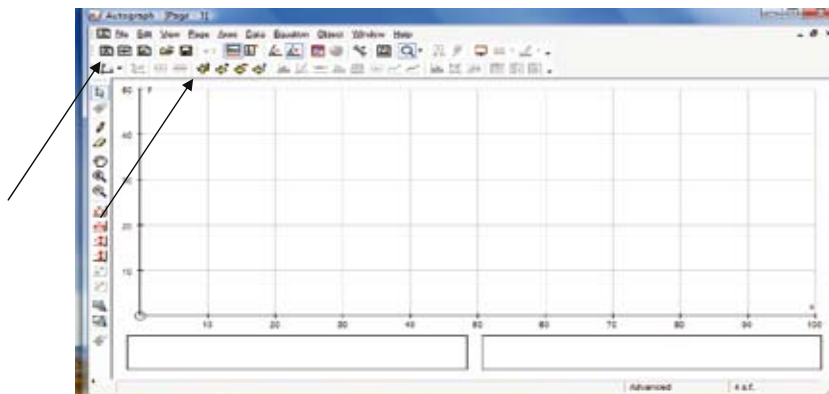
(τα αρχεία με * υπάρχουν μόνο σε ηλεκτρονική μορφή στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο)

	Τίτλος αρχείου		Όνομα αρχείου στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο
Μέσα για υλοποίηση της δραστηριότητας	Γ.2.5.1	Φύλλο Εργασίας	Γραφικές Παραστάσεις ΣυχνοτήτωνF.erg.doc
Δείγματα Αναμενόμενων προϊόντων των μαθητών			
Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου			

Γ.2.5.1 – Φύλλο Εργασίας

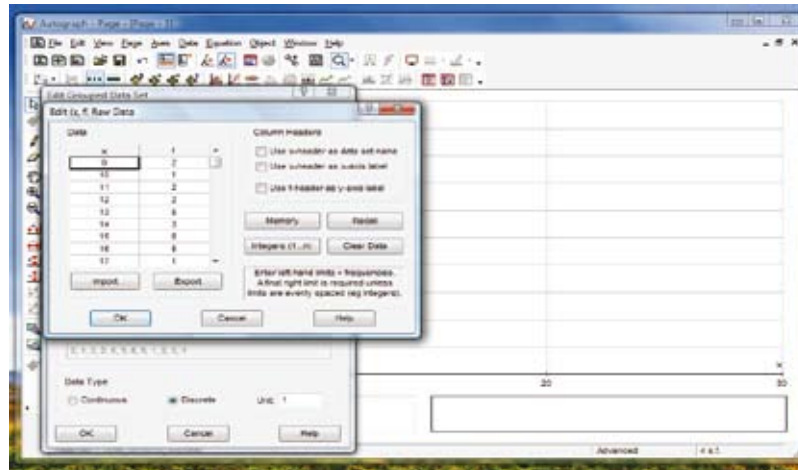
ΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ AUTOGRAPH

Ανοίξετε το λογισμικό *AUTOGRAPH* από το desktop. Πρώτα επιλέξετε το Σ (new statistics page) και στην συνέχεια το enter grouped data.

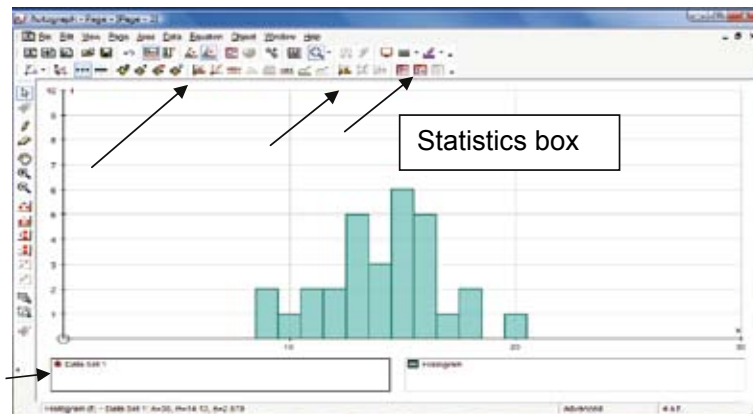


Η επιλογή use (x, f) Table και ακολούθως edit σας επιτρέπει την εισαγωγή των δεδομένων με τις συχνότητες τους. Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία μπορούμε να έχουμε παράλληλα πολλούς πίνακες δεδομένων και να τους ονομάσουμε με διαφορετικά ονόματα. Να χρησιμοποιηθεί ο πίνακας στην σελίδα 25 και 45 και να τον ονομάσετε Αρ. παιδιών α, β.





Στην συνέχεια επιλέξετε το data set που θέλετε και χρησιμοποιώντας το toolbar μπορείτε να επιλέξετε μεταξύ ραβδογράμματος, πολύγωνο συχνοτήτων, αθροιστικών συχνοτήτων και Ιστογράμματος.

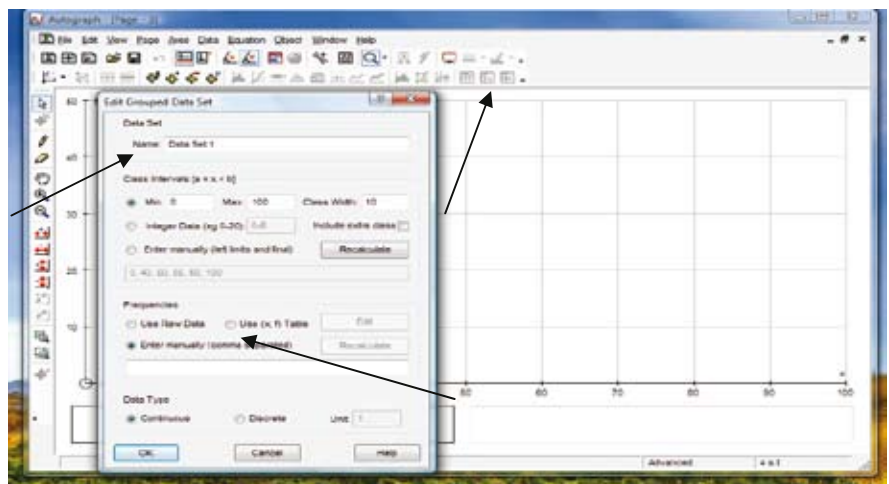
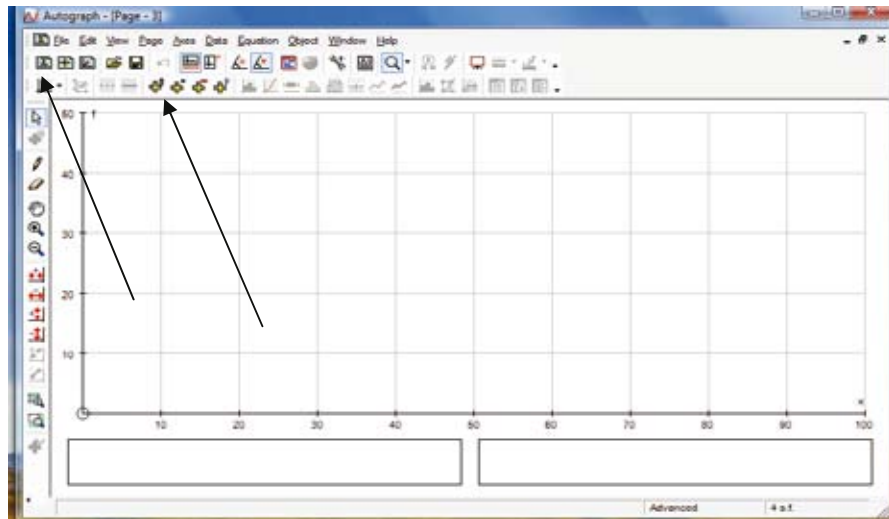


Θα πρέπει σ' αυτό το σημείο να δείτε όλες τις γραφικές παραστάσεις και να πειραματιστείτε συνδυάζοντας τις.

Ακολουθώντας να χρησιμοποιήσετε στο ιστόγραμμα (αρ. παιδιών), το (toolbar) probability by area και αλλάζοντας τα όρια (upper, lower) να παρατηρήσετε πως μεταβάλλεται η πιθανότητα και να εξαχθούν συμπεράσματα.

Γ.2.6 - Αναπτυγμένες Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 6

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Στατιστικά στοιχεία (μέση τιμή, διάμεσος, επικρατούσα τιμή, τυπική απόκλιση). Κανονική κατανομή.
Τάξη	Γ' Λυκείου κοινού κορμού.
Ενότητα	Στατιστική: Σελ. 9-40
Ενδεικτική Διάρκεια	1 X 40 λεπτά
Σκοπός	Με χρήση AUTOGRAPH οι μαθητές μπορούν να υπολογίσουν τη μέση τιμή, διάμεσο, επικρατούσα τιμή και τυπική απόκλιση. Να πειραματιστούν με τα δεδομένα και να δουν την κανονική κατανομή (normal fit) και τα διαστήματα εμπιστοσύνης.
Κωδικός Δραστηριότητας στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	ΜΑΘ4_Κ07Μ_Π2_15
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Μέση Τιμή, Διάμεσος, Επικρατούσα τιμή, Τυπική Απόκλιση, Autograph, κανονική κατανομή
Λογισμικό που απαιτείται*	Autograph * Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.
Πορεία Μαθησιακής Δραστηριότητας	Δίνεται στους μαθητές ο πίνακας συχνοτήτων με βαθμούς όπως στην σελ.44. Οι μαθητές αφού ανοίξουν το λογισμικό καθοδηγούμενοι από τον καθηγητή (με βιντεοπροβολέα) πρώτα επιλέγουν το Σ (new statistics page) και στην συνέχεια το enter grouped data.



Η επιλογή use (x,f) Table και ακολούθως edit επιτρέπει στους μαθητές την εισαγωγή των δεδομένων με τις συχνότητες τους πρώτα για το τμήμα A και ακολούθως με την ίδια διαδικασία το τμήμα B. Επιλέγοντας το data set (τμήμα A ή B) και από το toolbar το statistics box θα έχουν στην διάθεση τους τα ακόλουθα.

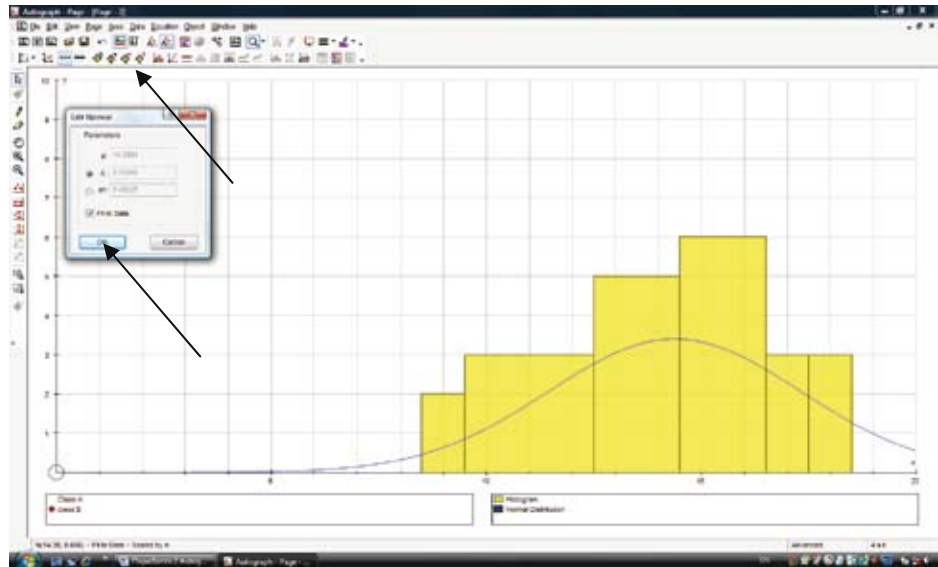
Grouped Data Statistics:

Total Frequency, n:	πλήθος παρατηρήσεων	30
Mean, \bar{x} :	Μέση τιμή	14.1333
Standard Deviation, s_x :	Τυπική απόκλιση	2.57854
Modal Class:	Επικρατούσα τιμή	15-
Lower Quartile:	Κατω Τεταρτημόριο	12.6
Median:	Διάμεσος	14.5
Upper Quartile:	Πάνω Τεταρτημόριο	15.8
Semi I.Q. Range:	Μέση τιμή διαστήματος με διάμεσο	

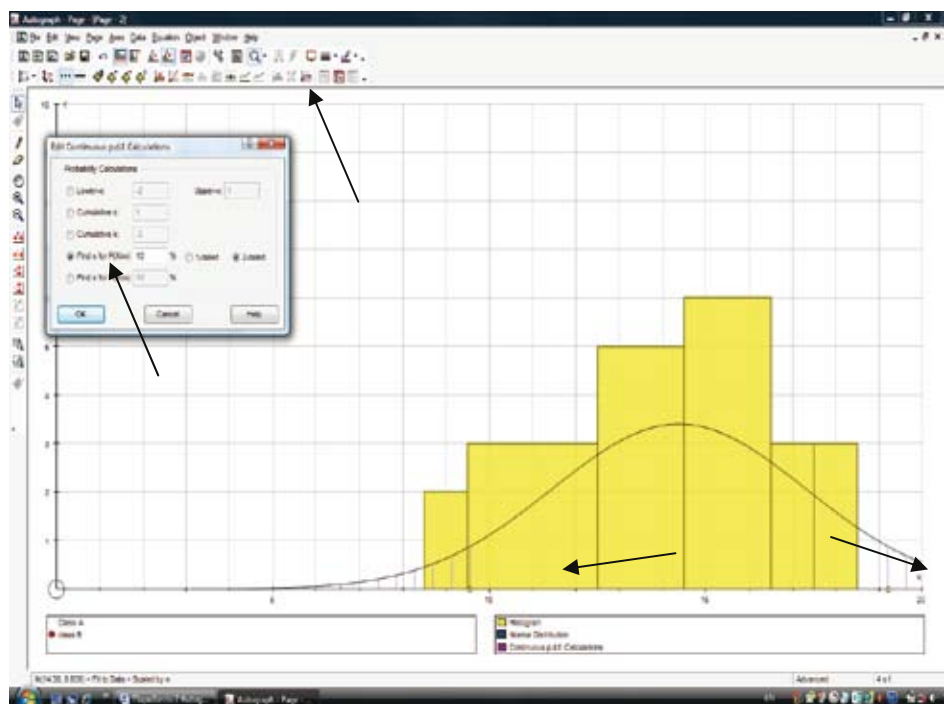
Επίσης την Διασπορά ,το άθροισμα και το άθροισμα τετραγώνων τα βλέπουμε στο results box (το διπλανό toolbar). Στο σημείο αυτό θα ήταν χρήσιμο να προκληθεί συζήτηση με αφορμή τα στατιστικά στοιχεία των δύο τμημάτων, αφού η μέση τιμή είναι η ίδια για να μπορέσουν οι μαθητές να αντιληφθούν την σημασία της τυπικής απόκλισης και της επικρατούσας τιμής.

Στην συνέχεια με αφορμή παρατηρήσεις που θα γίνουν για το τμήμα Β, όπως ότι η Μέση τιμή, η διάμεσος και η Επικρατούσα τιμή είναι σχεδόν ίδιες, να γίνει αναφορά στην κανονική κατανομή επιδεικνύοντας μέσω του βιντεοπροβολέα και ζητώντας από τους μαθητές να κάνουν το ίδιο.

Ακολούθως θα ζητήσουμε από τους μαθητές να επαναλάβουν την διαδικασία (toolbar Enter probability Distribution) και να επιλέξουν fit to data ούτως ώστε να δουν οι μαθητές την προσαρμογή της κατανομής με τα συγκεκριμένα δεδομένα. Να προκληθεί συζήτηση σ'αυτό το σημείο με αφορμή το ποια κατά την γνώμη τους στατιστικά στοιχεία είναι απαραίτητα για την τελευταία διαδικασία.



Θα ήταν χρήσιμο επίσης αν το επιτρέπει ο χρόνος να ζητηθεί από τους μαθητές να ορίσουν διαστήματα εμπιστοσύνης και μετακινώντας τα σε πραγματικό χρόνο να δουν πως μεταβάλλεται η πιθανότητα.



Επιλέγοντας το ιστόγραμμα ενεργοποιείται στο toolbar το probability by area και έτσι μπορούμε να εξετάσουμε διαστήματα στα πραγματικά δεδομένα. Π.χ. μπορούμε να ζητήσουμε το διάστημα από 12-16 (βαθμοί) και να δούμε στο κάτω αριστερό μέρος τα ακόλουθα: frequency=10, probability=0.45. Να ζητήσουμε από τους μαθητές να προσπαθήσουν να ερμηνεύσουν αυτά τα αποτελέσματα και να κάνουν το ίδιο και με την τάξη Α.

Μέσα που χρειάζονται για υλοποίηση της δραστηριότητας (ηλεκτρονικά αρχεία, φυλλάδια, παρουσιάσεις):

Εξοπλισμένο εργαστήριο Η/Υ με Βιντεοπροβολέα.
Φυλλάδιο με οδηγίες

Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου - Πορεία βήμα με βήμα (screen shots) για την αξιοποίηση του εργαλείου στη συγκεκριμένη δραστηριότητα.

Δεν υπάρχουν οποιεσδήποτε ρυθμίσεις πέρα από την αρχική επιλογή statistics page. Θα δοθεί φυλλάδιο με οδηγίες.

Συνοδευτικό Υλικό Δραστηριότητας 6

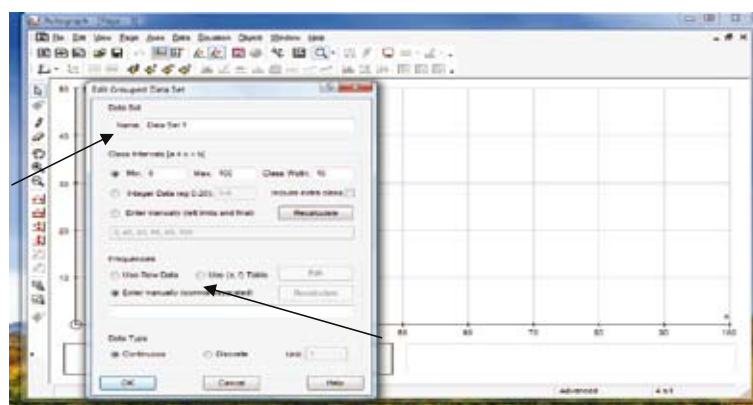
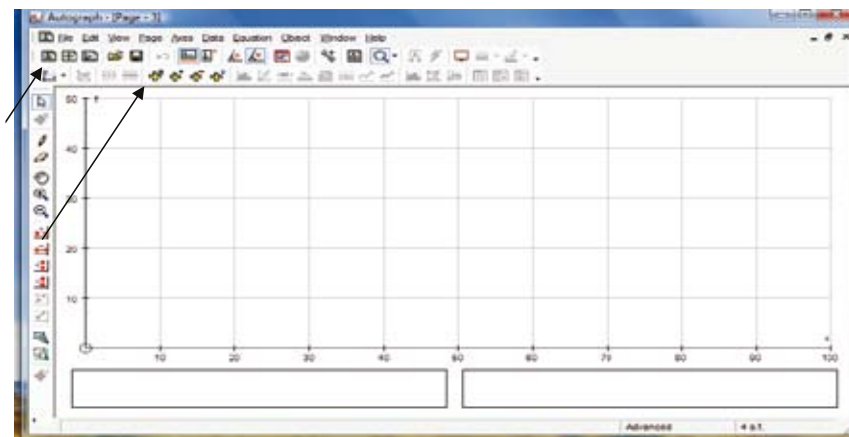
(τα αρχεία με * υπάρχουν μόνο σε ηλεκτρονική μορφή στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο)

	Τίτλος αρχείου		Όνομα αρχείου στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο
Μέσα για υλοποίηση της δραστηριότητας	Γ.2.6.1	Φύλλο Εργασίας	Στατιστικά στοιχεία Fergas.doc
Δείγματα Αναμενόμενων προϊόντων των μαθητών			
Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου			

Γ.2.6.1 – Φύλλο Εργασίας

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ AUTOGRAPH

Ανοίξετε το λογισμικό **AUTOGRAPH** από το desktop και αφού πρώτα επιλέξετε το Σ (new statistics page) στην συνέχεια το enter grouped data.



Η επιλογή use (x,f) Table και ακολούθως edit σας επιτρέπει την εισαγωγή των δεδομένων με τις συχνότητες τους πρώτα για το τμήμα Α και ακολούθως με την ίδια διαδικασία το τμήμα Β σελ. 44. Επιλέγοντας το data set (τμήμα Α η Β) και από το toolbar το statistics box θα συμπληρώσετε τα ακόλουθα.

1. ΤΜΗΜΑ Α

Total Frequency, n:	πλήθος παρατηρήσεων	
Mean, \bar{x} :	Μέση τιμή	
Standard Deviation, s :	Τυπική απόκλιση	
Modal Class:	Επικρατούσα τιμή	
Lower Quartile:	Κατώ Τεταρτημόριο	
Median:	Διάμεσος	
Upper Quartile:	Πάνω Τεταρτημόριο	

2. ΤΜΗΜΑ Β.

Total Frequency, n:	πλήθος παρατηρήσεων	
Mean, \bar{x} :	Μέση τιμή	
Standard Deviation, s :	Τυπική απόκλιση	
Modal Class:	Επικρατούσα τιμή	
Lower Quartile:	Κατώ Τεταρτημόριο	
Median:	Διάμεσος	
Upper Quartile:	Πάνω Τεταρτημόριο	

3. Παρατηρώ ότι η Μέση

Αλλά η Επικρατούσα τιμή.....των δύο τμημάτων

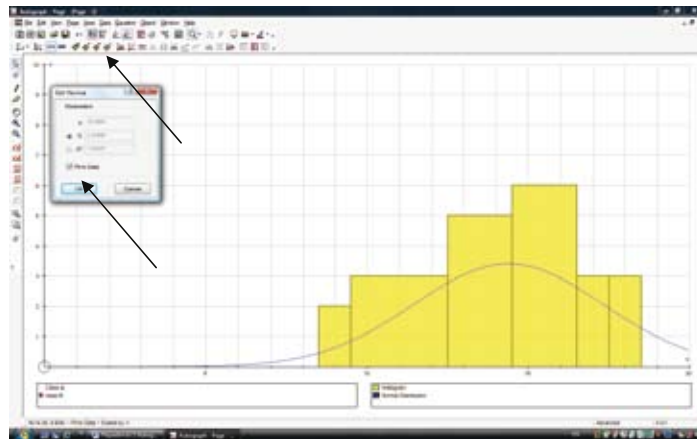
4. Ελέγχω την διασπορά από το results box.

5. Παρατηρώ ότι η Μέση....., η και η.....είναι για το τμήμα Β οι ίδιες.

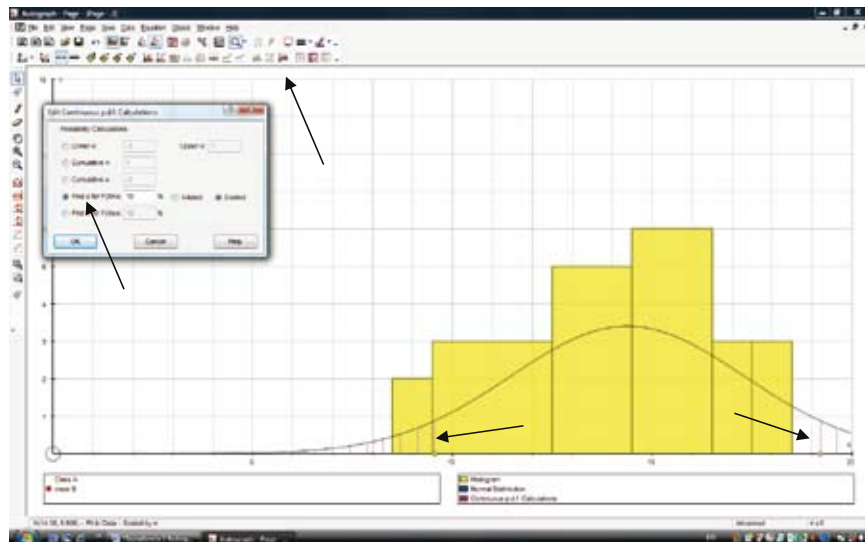
6. Σε μια Κανονική Κατανομή συχνότητων

7. Να επαναλάβετε την διαδικασία (toolbar Enter probability Distribution) για την κανονική κατανομή και να επιλέξετε fit to data ούτως ώστε να γίνει προσαρμογή της κατανομής με τα συγκεκριμένα δεδομένα.

8. Ποια κατά την γνώμη σας στατιστικά στοιχεία είναι απαραίτητα για την τελευταία διαδικασία.



9. Να ορίσετε διαστήματα εμπιστοσύνης και μετακινώντας τα σε πραγματικό χρόνο να δείτε πως μεταβάλλεται η πιθανότητα.



Επιλέγοντας το ιστόγραμμα ενεργοποιείται στο toolbar το probability by area και έτσι μπορούμε να εξετάσουμε διαστήματα στα πραγματικά δεδομένα. Π.χ. μπορούμε να ζητήσουμε το διάστημα από 12-16 (βαθμοί) και να δούμε στο κάτω αριστερό μέρος τα ακόλουθα: frequency=10, probability=0.45.

10. Τι σημαίνουν αυτά τα αποτελέσματα; Τι γίνεται όταν μεγαλώνω το διάστημα; Να κάνετε το ίδιο και με την τάξη Α.



Γ.2.7 - Αναπτυγμένες Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 7



Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Εκθετική συνάρτηση
Τάξη	Β' Λυκείου Κατεύθυνση
Ενότητα	§ 9.2, σελ.110
Ενδεικτική Διάρκεια	1 X 45 λεπτά
Σκοπός	Με τη βοήθεια της δραστηριότητας αυτής επιδιώκεται οι μαθητές να είναι ικανοί να κατασκευάζουν και να αναγνωρίζουν τη γραφική παράσταση της εκθετικής συνάρτησης $y = a^x$, $a > 0, a \neq 0$ και να ανακαλύψουν τις ιδιότητες της.
Κωδικός Δραστηριότητας στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy	ΜΑΘ4_Κ07Μ_Π2_17
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Εκθετική Συνάρτηση, Γραφική Παράσταση, Autograph
Λογισμικό που απαιτείται*	Autograph * Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.
Πορεία Μαθησιακής Δραστηριότητας	<p>Οργάνωση τάξης:</p> <p>Η δραστηριότητα μπορεί να εκτελεστεί από ομάδες δύο ή τριών μαθητών σε εργαστήριο ΗΥ. Οι μαθητές εργάζονται απευθείας με το πρόγραμμα Autograph, ακολουθώντας τις οδηγίες του φύλλου εργασίας και με την καθοδήγηση του διδάσκοντα.</p> <p>Πορεία:</p> <p>Αρχικά δίνεται στους μαθητές το φύλλο εργασίας όπου στην 1η δραστηριότητα οι μαθητές καλούνται αφού συμπληρώσουν τον πίνακα τιμών των συναρτήσεων $y = 2^x$ και $y = (1/2)^x$, να σχεδιάσουν τη γραφική παράστασή τους, εργασία την οποία θα επιβεβαιώσουν στη δεύτερη και τρίτη δραστηριότητα με τα αρχεία ekth1.agg, ekth2.agg του Autograph. Οι μαθητές θα έχουν την ευκαιρία πατώντας το κατάλληλο κουμπί να δουν την κατασκευή της γραφικής παράστασης των δύο συναρτήσεων σε αργή κίνηση. Επίσης έχουν τη δυνατότητα να δουν την κίνηση ενός σημείου της πάνω στην καμπύλη που ενόσω κινείται καταγράφονται και οι συντεταγμένες του.</p>

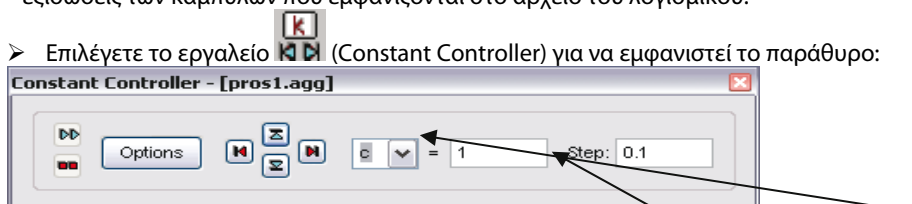
- Πορεία:
Αρχικά δίνεται στους μαθητές το φύλλο εργασίας όπου στην 1η δραστηριότητα οι μαθητές καλούνται αφού συμπληρώσουν τον πίνακα τιμών των συναρτήσεων $y = 2^x$ και $y = (1/2)^x$, να σχεδιάσουν τη γραφική παράστασή τους, εργασία την οποία θα επιβεβαιώσουν στη δεύτερη και τρίτη δραστηριότητα με τα αρχεία ekth1.agg, ekth2.agg του Autograph. Οι μαθητές θα έχουν την ευκαιρία πατώντας το κατάλληλο κουμπί να δουν την κατασκευή της γραφικής παράστασης των δύο συναρτήσεων σε αργή κίνηση. Επίσης έχουν τη δυνατότητα να δουν την κίνηση ενός σημείου της πάνω στην καμπύλη που ενόσω κινείται καταγράφονται και οι συντεταγμένες του. Βάσει αυτών των δυνατοτήτων του λογισμικού οι μαθητές θα πρέπει να ανακαλύψουν τις ιδιότητες των εκθετικών συναρτήσεων $y = 2^x$ και $y = (1/2)^x$ όπως πεδίο ορισμού, πεδίο τιμών, μονοτονία, ασύμπτωτο και σημείο τομής με τον άξονα των ψ και όπου είναι δυνατόν θα τις αποδείξουν. Στη συνέχεια για να μπορέσουν να ανακαλύψουν τη μορφή της εκθετικής συνάρτησης για τις διάφορες τιμές του α θα πρέπει να ανοίξουν ένα τρίτο αρχείο όπου με το κουμπί Constant Controller θα μπορέσουν να δουν τη γραφική παράσταση της εκθετικής εξίσωσης για αντιπροσωπευτικές τιμές του α βάσει των οποίων θα μπορέσουν να ανακαλύψουν τις δύο περιπτώσεις της εκθετικής συνάρτησης $\psi = a^x$ με $a > 1$ και $\psi = a^x$ με $0 < a < 1$. Μετά αφού ανακεφαλαιώσουν ως συμπέρασμα όλες τις ιδιότητες που έχουν ανακαλύψει για την εκθετική συνάρτηση με τα κατάλληλα αρχεία θα ανακαλύψουν την επίδραση της μεταβολής του α στη γραφική παράσταση και τη συμμετρία των συναρτήσεων $y = a^x$ και $y = a^{-x}$ ως προς τον άξονα των ψ. Τέλος δίνονται στο φύλλο εργασίας δύο ασκήσεις βάσει των οποίων θα αξιολογηθεί η κατανόηση των ιδιοτήτων της εκθετικής συνάρτησης.

Μέσα που χρειάζονται για υλοποίηση της δραστηριότητας (ηλεκτρονικά αρχεία, φυλλάδια, παρουσιάσεις):

- Λογισμικό Autograph: ekth1, ekth2, ekth3, ekth4, ekth5, ekth6, asks1, asks2
➤ Φύλλο Εργασίας


Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου -Πορεία βήμα με βήμα (screen shots) για την αξιοποίηση του εργαλείου στη συγκεκριμένη δραστηριότητα

- 1) ΝΑ ΜΗΝ ΚΑΝΕΤΕ 'SAVE' ΤΙΣ ΑΛΛΑΓΕΣ ΣΑΣ
- 2) Για να σχεδιαστεί η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης με αργή κίνηση:
 - Επιλέγετε το εργαλείο  (slow plot mode) αν δεν είναι επιλεγμένο
 - Επιλέγετε το εργαλείο  (Re-plot).
- 3) Για να δείτε την αρχική τιμή της σταθεράς α με τη βοήθεια της οποίας θα βρείτε τις εξισώσεις των καμπύλων που εμφανίζονται στο αρχείο του λογισμικού:



- Η τιμή του συντελεστή α αναγράφεται στη ετικέτα δίπλα από το List Box της παραμέτρου.

4) Για να αλλάξετε την αρχική τιμή της σταθεράς α :


- Επιλέξτε το εργαλείο  (Constant Controller) για να εμφανιστεί το παράθυρο:



- Χρησιμοποιείτε τα μπλε βελόνια με κατεύθυνση πάνω/κάτω ή γράφετε κατ' ευθείαν στην ετικέτα δίπλα από το List Box της παραμέτρου την τιμή που θέλετε.

5) Για να μετακινήσετε Σημείο A με συγκεκριμένο βήμα

- Να επιλέξετε το σημείο A.

- Να επιλέξετε το εργαλείο  (Animation Controller) για να εμφανιστεί το παράθυρο:



- Με κάθε αριστερό κλικ στα αντίστοιχα βελόνια θα μετακινείται το σημείο A. Ενώ μετακινείτε το σημείο οι συντεταγμένες του καταγράφονται στο Status bar/Status Box.

6) Για να δείτε τις συντεταγμένες ενός σημείου A:

- Επιλέξτε το σημείο A και οι συντεταγμένες του θα εμφανιστούν στην Status Bar /Status Box.

7) Για να εμφανιστεί το Status Box όπου αναγράφονται πληροφορίες για τα επιλεγμένα αντικείμενα:

- Επιλέξτε από το μενού View την εντολή Status Box.

8) Να μην κάνετε Save τις αλλαγές σας



Συνοδευτικό Υλικό Δραστηριότητας 7

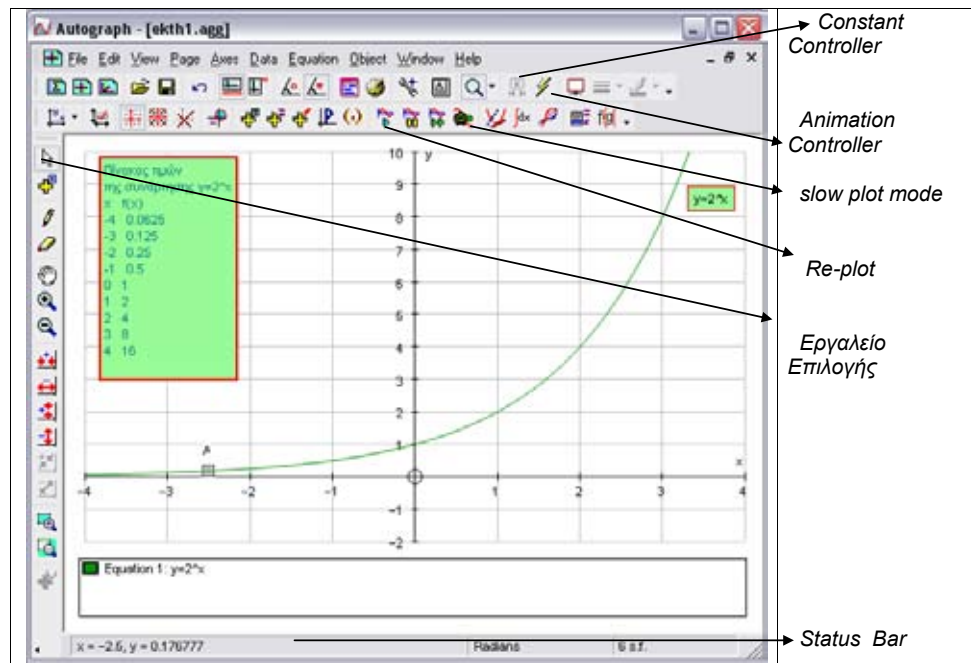
(τα αρχεία με * υπάρχουν μόνο σε ηλεκτρονική μορφή στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο)

	Τίτλος αρχείου		Όνομα αρχείου στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο
Μέσα για υλοποίηση της δραστηριότητας	Γ.2.7.1	Φύλλο Εργασίας	ΦυλΕργασEkt8etSinart.doc
	*	Αρχείο Autograph 1	asks1.agg
	*	Αρχείο Autograph 2	asks2.agg
	*	Αρχείο Autograph 3	ekth1.agg
	*	Αρχείο Autograph 4	ekth2.agg
	*	Αρχείο Autograph 5	ekth3.agg
	*	Αρχείο Autograph 6	ekth4.agg
	*	Αρχείο Autograph 7	ekth5.agg
	*	Αρχείο Autograph 8	ekth6.agg
Δείγματα Αναμενόμενων προϊόντων των μαθητών			
Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου			

Γ.2.7.1 – Φύλλο Εργασίας



ΕΚΘΕΤΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ

Οδηγίες για το Λογισμικό Autograph



1) ΝΑ ΜΗΝ ΚΑΝΕΤΕ 'SAVE' ΤΙΣ ΑΛΛΑΓΕΣ ΣΑΣ

2) Για να σχεδιαστεί η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης με αργή κίνηση:

- Επιλέγετε το εργαλείο  (slow plot mode) αν δεν είναι επιλεγμένο
- Επιλέγετε το εργαλείο  (Re-plot).

3) Για να δείτε την αρχική τιμή της σταθεράς a με τη βοήθεια της οποίας θα βρείτε τις εξισώσεις των καμπύλων που εμφανίζονται στο αρχείο του λογισμικού:

- Επιλέγετε το εργαλείο  (Constant Controller) για να εμφανιστεί το παράθυρο:



- Η τιμή της σταθεράς a αναγράφεται στη επκέτα δίπλα από το List Box της σταθεράς .


4) Για να αλλάξετε την αρχική τιμή της σταθεράς α :

➤ Επιλέξτε το εργαλείο  (Constant Controller) για να εμφανιστεί το παράθυρο:



➤ Χρησιμοποιείτε τα μπλε βελόνια με κατεύθυνση πάνω/κάτω ή γράφετε κατ' ευθείαν στην επικέτα την τιμή που θέλετε.

5) Για να μετακινήσετε σημείο A με συγκεκριμένο βήμα


➤ Να επιλέξετε το σημείο A με το εργαλείο .

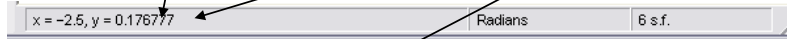
➤ Να επιλέξετε το εργαλείο  (Animation Controller) για να εμφανιστεί το παράθυρο:



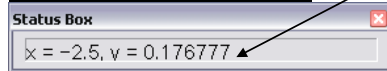
➤ Με κάθε αριστερό κλικ στα αντίστοιχα βελόνια θα μετακινείται το σημείο A. Ενώ μετακινείτε το σημείο οι συντεταγμένες του καταγράφονται στο Status bar /Status Box .

6) Για να δείτε τις συντεταγμένες ενός σημείου A:

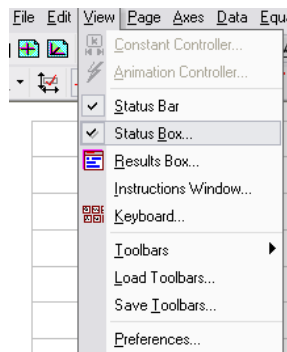
Επιλέξτε το σημείο A με το εργαλείο  και οι συντεταγμένες του θα εμφανιστούν στην Status Bar/Status Box.



7) Για να εμφανιστεί το Status Box, όπου αναγράφονται πληροφορίες για τα επιλεγμένα αντικείμενα:



➤ Επιλέξτε από το μενού View την εντολή Status Box.



Δραστηριότητα 1^η:

A) Δίνεται η συνάρτηση $\psi = 2^x$.

α) Να υπολογίσετε το όριο της στο άπειρο:

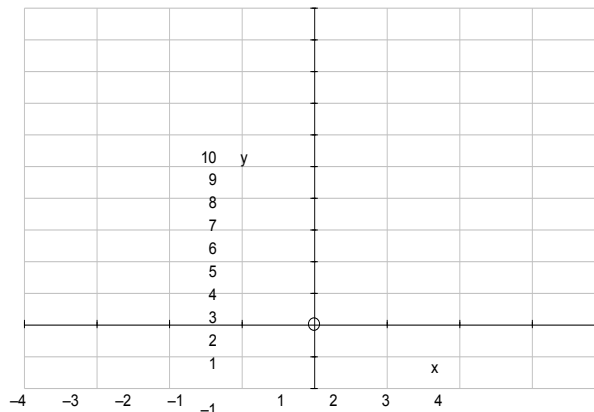
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} 2^x = \dots\dots\dots,$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 2^x = \dots\dots\dots$$

β) Να συμπληρώσετε τον πιο κάτω πίνακα τιμών της:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$\psi = 2^x$

γ) Να κάνετε τη γραφική τους παράσταση:



B) Δίνεται η συνάρτηση $\psi = (1/2)^x$. Να κάνετε τη γραφική της παράσταση στο πιο πάνω σύστημα αξόνων, αφού πρώτα βρείτε τα όρια της στο άπειρο και συμπληρώσετε τον πίνακα τιμών της.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^x = \dots\dots\dots,$$




$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^x = \dots\dots\dots$$


x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$\psi = \left(\frac{1}{2}\right)^x$



Δραστηριότητα 2^η :

Να ανοίξετε το αρχείο **ekth1.agg** όπου δίνονται ο πίνακας τιμών και η γραφική παράσταση της συνάρτησης $\psi = 2^x$

- α) Να επιβεβαιώσετε τη δική σας γραφική παράσταση και πίνακα τιμών με αυτήν του ΗΥ.
- β) Αριστερό κλικ στο  (slow plot mode) αν δεν είναι επιλεγμένο και μετά στο  (Re-plot).
Θα αρχίσει να σχεδιάζεται η καμπύλη $\psi = 2^x$ με αργή κίνηση .
- γ) Επιλέγετε το σημείο A με το εργαλείο  που βρίσκεται πάνω στην καμπύλη $\psi = 2^x$.

Αριστερό κλικ στο  (Animation Controller) και μετά στα αντίστοιχα βελάνια για να μετακινηθεί το σημείο της καμπύλης.







Ενώ μετακινείτε το σημείο A να παρατηρήσετε τις αντίστοιχες τιμές του ψ που αναγράφονται στο Status bar /Status Box. Στη συνέχεια να απαντήσετε τα παρακάτω ερωτήματα που αφορούν τη συνάρτηση $\psi = 2^x$:

- i. Ποιο είναι το πεδίο ορισμού της;
.....
- ii. Ποιο είναι το πεδίο τιμών της;
- iii. Σε ποιο σημείο τέμνει η καμπύλη τον άξονα ψ ΄;
.....
Δικαιολογήστε:
.....
- iv. Μπορεί η καμπύλη να τμήσει τον άξονα χ ΄;
.....
Δικαιολογήστε:
.....
- v. Πως μεταβάλλονται οι τιμές του ψ όταν αυξάνει το χ ;
.....
- vi. Ως προς τη μονοτονία είναι αύξουσα ή φθίνουσα η καμπύλη;
.....
Δικαιολογήστε:
.....
- vii. Που τείνει η συνάρτηση όταν το χ αυξάνει απεριόριστα;
.....
Δικαιολογήστε:
.....
- viii. Που τείνει η συνάρτηση όταν το χ μικραίνει απεριόριστα;
.....
Δικαιολογήστε:
.....

Δραστηριότητα 3^η :

Να ανοίξετε το αρχείο **ekth2.agg** όπου δίνονται ο πίνακας τιμών και η γραφική παράσταση της συνάρτησης $\psi = (1/2)^x$

- α) Να επιβεβαιώσετε τη δική σας γραφική παράσταση και πίνακα τιμών με αυτήν του ΗΥ.
- β) Αριστερό κλικ στο  (slow plot mode) αν δεν είναι επιλεγμένο και μετά στο  (Re-plot). Θα αρχίσει να σχεδιάζεται η καμπύλη $\psi = (1/2)^x$ με αργή κίνηση .
- γ) Επιλέξτε το σημείο A με το εργαλείο  που βρίσκεται πάνω στην καμπύλη $\psi = (1/2)^x$. Αριστερό κλικ στο  (Animation Controller) και μετά στα αντίστοιχα βελιάκια για να μετακινηθεί το σημείο της καμπύλης.



Ενώ μετακινείτε το σημείο να παρατηρήσετε τις αντίστοιχες τιμές του ψ που αναγράφονται στο Status bar /Status Box. Στη συνέχεια να απαντήσετε τα παρακάτω ερωτήματα για τη συνάρτηση $\psi = (1/2)^x$:

- i. Ποιο είναι το πεδίο ορισμού της;

- ii. Ποιο είναι το πεδίο τιμών της;
- iii. Σε ποιο σημείο τέμνει η καμπύλη τον άξονα $\psi\psi'$;

 Δικαιολογήστε:

- iv. Μπορεί η καμπύλη να τμήσει τον άξονα $\chi\chi'$;

 Δικαιολογήστε:

- v. Πως μεταβάλλονται οι τιμές του ψ όταν αυξάνει το χ ;

- vi. Ως προς τη μονοτονία είναι αύξουσα ή φθίνουσα η καμπύλη;

 Δικαιολογήστε:

- vii. Που τείνει η συνάρτηση όταν το χ αυξάνει απεριόριστα;

 Δικαιολογήστε:

- viii. Που τείνει η συνάρτηση όταν το χ μικραίνει απεριόριστα;


 Δικαιολογήστε:



Δραστηριότητα 4^η:

Να ανοίξετε το αρχείο **ekth3.agg** όπου δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $\psi = a^x$.



α) Αριστερό κλικ στο  (Constant Controller) για να εμφανιστεί το πιο κάτω παράθυρο στο οποίο η αρχική τιμή της σταθεράς a είναι 3 και θα μεταβάλλεται κατά 0,1.



β) Αριστερό κλικ στο μπλε βελάκι με κατεύθυνση προς τα κάτω για να μικρύνει η σταθερά a κατά 0,1. Κάθε φορά που πατάτε το μπλε βελάκι προς τα κάτω να παρατηρείτε τα χαρακτηριστικά όλων των καμπύλων που προκύπτουν σε σχέση με την τιμή της σταθεράς. Στη συνέχεια να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά για τη συνάρτηση $\psi = a^x$

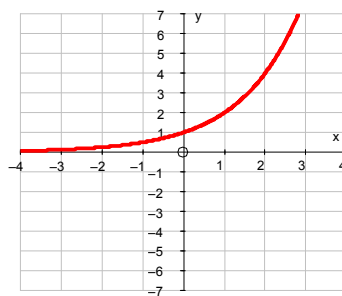
Συμπέρασμα:

Η συνάρτηση $\psi = a^x$, $a > 0, a \neq 0$

- Λέγεται **Εκθετική Συνάρτηση με βάση το a**
- Έχει πεδίο ορισμού το
- Έχει πεδίο τιμών το (Το πρόσημο της συνάρτησης είναι πάντα
- Τέμνει τον άξονα των ψ στο σημείο
- Έχει ασύμπτωτο τον άξονα

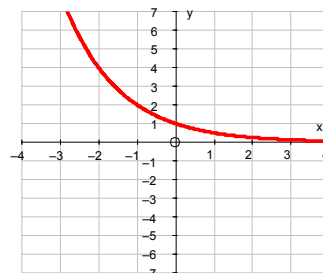
➤ Εάν $\psi = a^x$ με $a > 1$

- * $\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = \dots\dots\dots$,
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = \dots\dots\dots$
- * Ως προς την μονοτονία είναι
- * Η γραφική της παράσταση έχει την πιο κάτω μορφή:



➤ Εάν $\psi = a^x$ με $0 < a < 1$

- * $\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = \dots\dots\dots$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = \dots\dots\dots$
- * Ως προς την μονοτονία είναι
- * Η γραφική της παράσταση έχει την πιο κάτω μορφή:




Δραστηριότητα 5^η:

α) Να ανοίξετε το αρχείο **ekth4.agg**, όπου δίνονται οι πίνακες τιμών και οι γραφικές παραστάσεις στο ίδιο σύστημα αξόνων των συναρτήσεων $\psi = 2^x$ και $\psi = 3^x$.

➤ Να συγκρίνετε τις δύο γραφικές παραστάσεις.


.....

β) Να ανοίξετε το αρχείο **ekth5.agg** όπου δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $\psi = 2^x$.

➤ Αριστερό κλικ στο  (Constant Controller). Πατάτε συνεχώς το μπλε βελάκι με κατεύθυνση προς τα πάνω για να σχεδιαστούν αρκετές καμπύλες της μορφής $\psi = a^x$ με $a > 1$ των οποίων αυξάνει συνεχώς η σταθερά a . Πως μεταβάλλεται το σχήμα αυτών των καμπύλων καθώς αυξάνεται η σταθερά a ;

.....

γ) Να ανοίξετε το αρχείο **ekth6.agg** στο οποίο εμφανίζονται στο ίδιο σύστημα αξόνων η κόκκινη καμπύλη της μορφής $\psi = a^x$ και η μπλε καμπύλη της μορφής $\psi = (1/a)^x$.

Αριστερό κλικ στο  (Constant Controller) για να δείτε την αρχική τιμή της σταθεράς a . Στη συνέχεια να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά:

➤ Οι εξισώσεις των καμπύλων που παρουσιάζονται στο αρχείο που ανοίξατε είναι και

➤ Να συγκρίνετε τις δύο καμπύλες:

➤ Πατάτε τα μπλε βελάκια με κατεύθυνση πάνω/κάτω του Constant Controller για να παρατηρήσετε και άλλες καμπύλες της μορφής $\psi = a^x$ και $\psi = (1/a)^x$ για να επιβεβαιώσετε την προηγούμενη σας εικόνα.

➤ Πατάτε την επιλογή Option του Constant Controller και μετά την επιλογή Family plot για να δείτε τις συναρτήσεις της μορφής $\psi = a^x$ και $\psi = (1/a)^x$ όπου $a \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ στο ίδιο σύστημα αξόνων.

Συμπέρασμα:

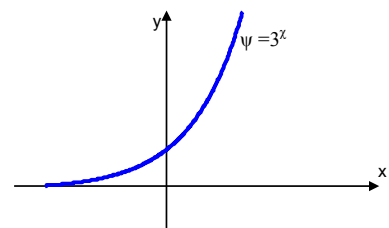
Οι Γραφικές παραστάσεις των εκθετικών συναρτήσεων $\psi = a^x$ και $\psi = a^{-x}$

➤ Είναι ως προς τον άξονα $\psi\psi'$

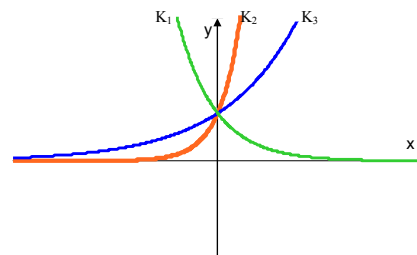
➤ Τέμνουν τον άξονα $\psi\psi'$ στο σημείο

Ασκήσεις

1. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $\psi = 3^x$. Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $\psi = 3^x$, να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τη γραφική παράσταση των συναρτήσεων $\psi = 3^{-x}$, $\psi = 4^x$ και $\psi = 2^x$




2. Στο διπλανό σχήμα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις των εκθετικών συναρτήσεων $y = 10^x$, $y = 2^x$ και $y = 4^{-x}$.
- α) Να γράψετε τον τύπο των συναρτήσεων που αντιστοιχούν στις καμπύλες K_1 , K_2 , K_3 .
- β) Να γράψετε τις συντεταγμένες του σημείου τομής τους .



Γ.2.8 - Αναπτυγμένες Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 8

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Γραφική επίλυση εξισώσεων της μορφής $\alpha x + \beta = \kappa$
Τάξη	Α' Λυκείου
Ενότητα	
Ενδεικτική Διάρκεια	1 X 45 λεπτά
Σκοπός	Σκοπός της δραστηριότητας αυτής είναι να ανακαλύψουν οι μαθητές τον τρόπο με τον οποίο μπορούν να λύσουν γραφικά τις εξισώσεις της μορφής $\alpha x + \beta = \kappa$ και $\alpha x + \beta = 0$.
Κωδικός Δραστηριότητας στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy	ΜΑΘ4_Κ07Μ_Π2_18
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Εκθετική Συνάρτηση, Γραφική Παράσταση, Autograph
Λογισμικό που απαιτείται*	Autograph * Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.
Πορεία Μαθησιακής Δραστηριότητας	Οργάνωση τάξης: Η δραστηριότητα μπορεί να εκτελεστεί από ομάδες δύο ή τριών μαθητών σε εργαστήριο ΗΥ. Οι μαθητές εργάζονται απευθείας με το πρόγραμμα Autograph, ακολουθώντας τις οδηγίες του φύλλου εργασίας και με την καθοδήγηση του διδάσκοντα.


- Πορεία:
Στη δραστηριότητα αυτή θεωρείται δεδομένο ότι οι μαθητές είναι ικανοί να ερμηνεύουν τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \alpha x + \beta$. Αρχικά δίνεται στους μαθητές το φύλλο εργασίας όπου στην πρώτη δραστηριότητα θα πρέπει αρχικά να λύσουν αλγεβρικά την εξίσωση $\frac{2}{5}x + 1 = 3$. Μετά θα ανοίξουν το πρώτο αρχείο του Autograph στο οποίο δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των ευθειών $y = \frac{2}{5}x + 1$, $y = 3$ και το σημείο τομής τους A. Θα πρέπει οι μαθητές να παρατηρήσουν ότι η τετμημένη του σημείου A είναι η λύση της εξίσωσης και έτσι να οδηγηθούν στον τρόπο με τον οποίο επιλύεται γραφικά μια εξίσωση της μορφής $\alpha x + \beta = \kappa$. Στη 2η δραστηριότητα ανοίγουν το δεύτερο αρχείο όπου δίνονται οι ευθείες της μορφής $y = \alpha x + \beta$ και $y = \kappa$. Οι μαθητές θα πρέπει να μεταβάλουν την σταθερά κ με το εργαλείο  ώστε να πάρει την τιμή 3, μετά την τιμή 2 και τέλος την τιμή 0 έτσι ώστε να εξασκηθούν οι μαθητές στον γραφικό τρόπο επίλυσης της εξίσωσης της μορφής $\alpha x + \beta = \kappa$ και να οδηγηθούν στον τρόπο με τον οποίο μπορεί να λυθεί γραφικά μία εξίσωση της μορφής $\alpha x + \beta = 0$. Στο τέλος δίνονται ασκήσεις για αξιολόγηση της γνώσης που έμαθαν με αυτήν τη δραστηριότητα εκ των οποίων η μία άσκηση θα γίνει μέσω ενός αρχείου του Autograph.

Μέσα που χρειάζονται για υλοποίηση της δραστηριότητας (ηλεκτρονικά αρχεία, φυλλάδια, παρουσιάσεις):

- Λογισμικό Autograph: grf1, grf2, grf3
- Φύλλο Εργασίας

Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου -Πορεία βήμα με βήμα (screen shots) για την αξιοποίηση του εργαλείου στη συγκεκριμένη δραστηριότητα

- 1) ΝΑ ΜΗΝ ΚΑΝΕΤΕ 'SAVE' ΤΙΣ ΑΛΛΑΓΕΣ ΣΑΣ
- 2) Για να δείτε την αρχική τιμή των σταθερών α, β, κ με τη βοήθεια των οποίων θα βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που εμφανίζονται στο αρχείο του λογισμικού:

- Επιλέγεται το εργαλείο  (Constant Controller) για να εμφανιστεί το παράθυρο:



- Πατάτε το βελάκι που αντιστοιχεί στις σταθερές α, β, κ
 - Επιλέγεται τη σταθερά που θέλετε και βλέπετε την τιμή της να αναγράφεται στη διπλανή ετικέτα.
- 3) Για να αλλάξετε την τιμή κάποιας σταθεράς
 - Επιλέγεται τη σταθερά που θα αλλάξετε και μετά χρησιμοποιείτε τα μπλε βελάκια με κατεύθυνση πάνω/κάτω ή γράφετε κατ' ευθείαν στην διπλανή ετικέτα την τιμή που θέλετε.
 - 4) Για να δείτε τις συντεταγμένες ενός σημείου A:
 - Επιλέγεται το σημείο A και οι συντεταγμένες θα εμφανιστούν στην Status Bar.

Συνοδευτικό Υλικό Δραστηριότητας 8

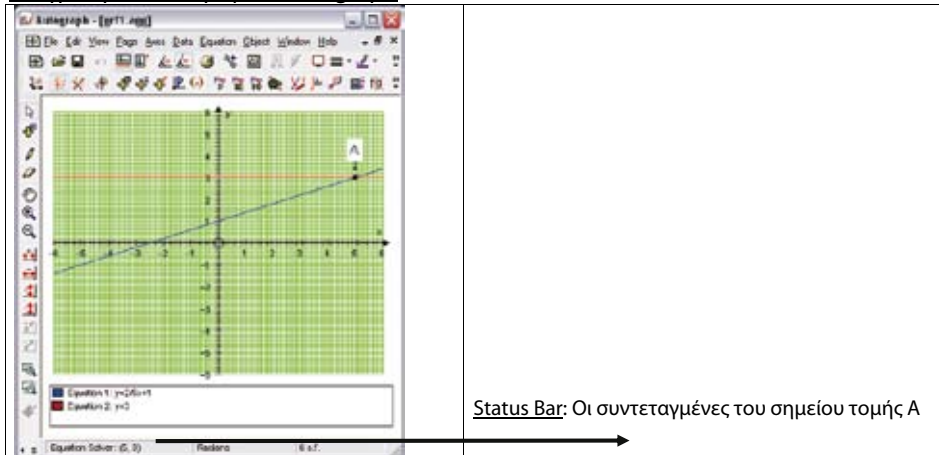
(τα αρχεία με * υπάρχουν μόνο σε ηλεκτρονική μορφή στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο)

	Τίτλος αρχείου		Όνομα αρχείου στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο
Μέσα για υλοποίηση της δραστηριότητας	Γ.2.8.1	Φύλλο Εργασίας	grfeplsiFilErgas.doc
	*	Αρχείο Autograph 1	grf1.agg
	*	Αρχείο Autograph 2	grf2.agg
	*	Αρχείο Autograph 3	grf3.agg
Δείγματα Αναμενόμενων προϊόντων των μαθητών			
Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου			

Γ.2.8.1 – Φύλλο Εργασίας

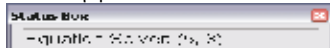
ΓΡΑΦΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ΤΗΣ ΜΟΡΦΗΣ $ax+by=k$

Οδηγίες για το Λογισμικό Autograph



1) **ΝΑ ΜΗΝ ΚΑΝΕΤΕ 'SAVE' ΤΙΣ ΑΛΛΑΓΕΣ ΣΑΣ**

2) Για να εμφανιστεί το Status Box




όπου αναγράφονται πληροφορίες για τα επιλεγμένα αντικείμενα:

➤ Επιλέγεται από το μενού View την εντολή Status Box.

3) Για να δείτε / αλλάξετε την αρχική τιμή των σταθερών a , b , k με τη βοήθεια των οποίων θα βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που εμφανίζονται στο αρχείο του λογισμικού:

➤ Επιλέγεται το εργαλείο  (Constant Controller) για να εμφανιστεί το παράθυρο:




➤ Πατάτε το βελάκι του List Box  που αντιστοιχεί στις σταθερές a , b , k για να επιλέξετε τη σταθερά που θέλετε να δείτε την τιμή της η οποία θα αναγράφεται στη διπλανή ετικέτα.

➤ Για να αλλάξετε την τιμή κάποιας σταθεράς, επιλέγεται τη σταθερά που θέλετε και μετά χρησιμοποιείτε τα μπλε βελάκια με κατεύθυνση πάνω/κάτω



ή γράφετε κατ' ευθείαν στην διπλανή ετικέτα την τιμή που θέλετε.

4) Για να δείτε τις συντεταγμένες ενός σημείου A:

➤ Επιλέγεται το σημείο A με το εργαλείο  και οι συντεταγμένες του θα εμφανιστούν στην Status Bar/Status Box

Δραστηριότητα 1η:

A) Δίνεται η εξίσωση $\frac{2}{5}x + 1 = 3$

α) Να λύσετε την πιο πάνω εξίσωση

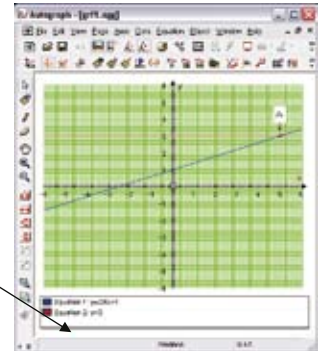
.....

β) Η Ρίζα της πιο πάνω εξίσωσης είναι

B) Να ανοίξετε το αρχείο grf1 .agg στο οποίο δίνονται στο ίδιο σύστημα αξόνων

η μπλε ευθεία $y = \frac{2}{5}x + 1$, η κόκκινη ευθεία $y = 3$ και το σημείο τομής Α των δύο ευθειών.

α) Σκεφτείτε με βάση τη θέση που κατέχει το σημείο Α στο ορθογώνιο σύστημα αξόνων ποιες είναι οι συντεταγμένες του. Μετά αφού επιλέξετε το σημείο Α με το εργαλείο να παρατηρήσετε στην Status Bar όπου καταγράφονται οι συντεταγμένες του σημείου Α για να επιβεβαιώσετε τη δική σας απάντηση.



β) Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά:

➤ Οι συντεταγμένες του σημείου Α είναι: (.....,.....) . Δηλαδή $x = \dots\dots\dots$ και $y = \dots\dots\dots$

➤ Να συγκρίνετε την τετμημένη x του σημείου Α με τη Ρίζα της εξίσωσης $\frac{2}{5}x + 1 = 3$ που υπολογίσατε. Τι παρατηρείτε;

.....
 Μπορείτε να δικαιολογήσετε;

Συμπέρασμα:


Η Ρίζα της εξίσωσης $ax + b = k$ είναι η τετμημένη του σημείου τομής των ευθειών $y = \dots\dots\dots$ και $y = \dots\dots\dots$

➤ Αν $A(\mu, \nu)$ το σημείο τομής των ευθειών $y = ax + b$ και $y = k$ τότε η Ρίζα της εξίσωσης είναι $x = \dots\dots\dots$



Δραστηριότητα 2η:

Να ανοίξετε το αρχείο graf2 .agg στο οποίο εμφανίζονται στο ίδιο σύστημα αξόνων:
η μπλε ευθεία της μορφής $y = \alpha x + \beta$ και η κόκκινη ευθεία της μορφής $y = \kappa$

Αφού επιβεβαιώσετε με το εργαλείο  ότι οι αρχικές τιμές των σταθερών είναι $\alpha = 2$, $\beta = 3/4$ και $\kappa = 3$, να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά:



α) Οι εξισώσεις των ευθειών που παρουσιάζονται στο αρχείο που ανοίξατε είναι:
..... και

Το σημείο τομής των ευθειών $y = 2x + \frac{3}{4}$ και $y = 3$ είναι το σημείο $A(.....,.....)$.

Επομένως η Ρίζα της εξίσωσης $2x + \frac{3}{4} = 3$ είναι $x =$

γ) Να μεταβάλετε την τιμή της σταθεράς κ έτσι ώστε να γίνει ίση με 2 και έτσι να σχηματιστεί η ευθεία

Το σημείο τομής των ευθειών και $y = 2$ είναι το σημείο $A(.....,.....)$

Επομένως η Ρίζα της εξίσωσης με προσέγγιση χιλιοστού είναι $x =$

δ) Να μεταβάλετε την τιμή της σταθεράς κ έτσι ώστε να γίνει ίση με 0 και έτσι να σχηματισθεί η ευθεία δηλαδή ο άξονας

Το σημείο τομής των ευθειών $y = 2x + \frac{3}{4}$ και $y = 0$ είναι το σημείο $A(.....,.....)$ και

βρίσκεται στον άξονα

Επομένως η Ρίζα της εξίσωσης $2x + \frac{3}{4} = 0$ είναι που προκύπτει από το σημείο τομής της

ευθείας $y = 2x + \frac{3}{4}$ με τον άξονα

Συμπέρασμα:

Η Ρίζα της εξίσωσης $\alpha x + \beta = 0$ είναι η τετμημένη του σημείου τομής A της ευθείας $y = \alpha x + \beta$ και του άξονα


➤ Αν $A(\mu, 0)$ είναι το σημείο τομής της ευθείας $y = \alpha x + \beta$ με τον άξονα τότε η Ρίζα της εξίσωσης είναι: $x =$

Ασκήσεις:

1) Πως λύνεται γραφικά μια εξίσωση της μορφής $ax + \beta = \kappa$;

2) Πως λύνεται γραφικά μια εξίσωση της μορφής $ax + \beta = 0$;

3) Να ανοίξετε το αρχείο `graf3 .agg` στο οποίο παρουσιάζονται δύο ευθείες της μορφής $y = ax + \beta$ και $y = \kappa$.

α) Χρησιμοποιώντας το εργαλείο  να βρείτε τις αρχικές τιμές των σταθερών a, β, κ και να γράψετε πιο κάτω τις εξισώσεις των ευθειών που παρουσιάζονται στο αρχείο.

β) Να υπολογίσετε γραφικά τις ρίζες των παρακάτω εξισώσεων (μεταβάλλοντας την τιμή της σταθεράς κ αν χρειαστεί).

i. $\frac{4}{5}x - 3 = 0$

ii. $\frac{4}{5}x - 3 = -2$

iii. $\frac{4}{5}x - 3 = -1$

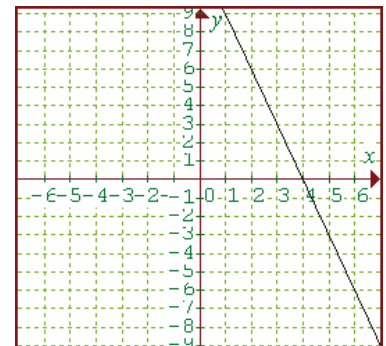
iv. $\frac{4}{5}x - 3 = 2$

4) Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της ευθείας $y = -3x + 12$. Να υπολογίσετε γραφικά τις ρίζες των παρακάτω εξισώσεων:

i. $-3x + 12 = -3$

ii. $-3x + 12 = 6$

iii. $-3x + 12 = 0$



Γ.2.9 - Αναπτυγμένες Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 9

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Πρόσημο του τριωνύμου $f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$
Τάξη	Α' Λυκείου
Ενότητα	
Ενδεικτική Διάρκεια	2 Χ 45 λεπτά
Σκοπός	Σκοπός της δραστηριότητας αυτής είναι με τη βοήθεια του προσήμου της συνάρτησης $f(x)=\alpha x^2+\beta x+\gamma$ να καταλήξουν στο συμπέρασμα για το πρόσημο του τριωνύμου $\alpha x^2+\beta x+\gamma$ σε σχέση με το a και τη διακρίνουσα του.
Κωδικός Δραστηριότητας στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	ΜΑΘ4_Κ07Μ_Π2_20
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Τριώνυμο, Διακρίνουσα, Γραφική παράσταση, Autograph
Λογισμικό που απαιτείται*	Autograph * Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.
Πορεία Μαθησιακής Δραστηριότητας	Οργάνωση τάξης: Η δραστηριότητα μπορεί να εκτελεστεί από ομάδες δύο ή τριών μαθητών σε εργαστήριο ΗΥ. Οι μαθητές εργάζονται απευθείας με το πρόγραμμα Autograph, ακολουθώντας τις οδηγίες του φύλλου εργασίας και με την καθοδήγηση του διδάσκοντα.

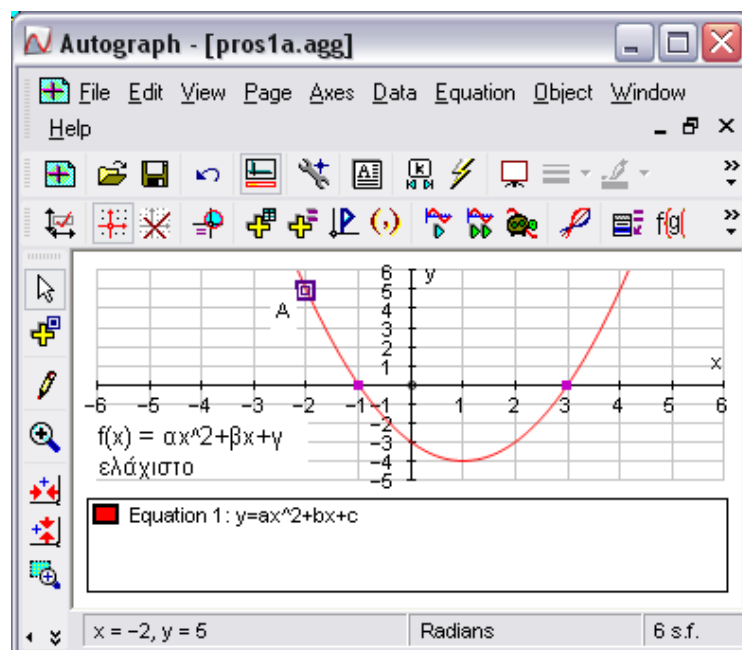
Πορεία:

Στη δραστηριότητα αυτή θεωρείται δεδομένο ότι οι μαθητές είναι ικανοί να ερμηνεύσουν τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=ax^2+bx+c$. Αρχικά δίνεται στους μαθητές το φύλλο εργασίας όπου στην πρώτη δραστηριότητα δίνεται ένα αρχείο του λογισμικού Autograph όπου εμφανίζεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=ax^2+bx+c$ να τέμνει τον άξονα των x και να έχει Ελάχιστη τιμή. Η συνάρτηση αυτή θα βοηθήσει τους μαθητές να ανακαλύψουν ότι το πρόσημο της συνάρτησης ή του τριωνύμου εξαρτάται από τη θέση της γραφικής παράστασης σε σχέση με τον άξονα των x . Στη 2η δραστηριότητα δίνονται δύο αρχεία όπου εμφανίζεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=ax^2+bx+c$ να τέμνει τον άξονα των x και να έχει Ελάχιστη / Μέγιστη τιμή. Θα πρέπει ακολουθώντας τις οδηγίες της 2ης δραστηριότητα να καταλήξουν στο συμπέρασμα για το πρόσημο του τριωνύμου της περίπτωσης κατά την οποία η διακρίνουσα είναι μεγαλύτερη από το μηδέν. Στην τρίτη δραστηριότητα οι μαθητές θα ανοίξουν δύο άλλα αρχεία όπου εμφανίζεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=ax^2+bx+c$ η οποία τέμνει τον άξονα των x και έχει Ελάχιστη / Μέγιστη τιμή αντίστοιχα. Τώρα όμως θα πρέπει οι μαθητές να μεταβάλουν τη σταθερά c με τα αντίστοιχα κουμπιά του λογισμικού ούτως ώστε η παραβολή να πάρει τη θέση στην οποία ο άξονας γίνεται εφαπτομένη της παραβολής. Έτσι θα καταλήξουν στο συμπέρασμα της δεύτερης περίπτωσης όπου η διακρίνουσα είναι μηδέν. Με παρόμοιο τρόπο θα εργαστούν και στην 4η δραστηριότητα όπου δίνονται 2 άλλα αρχεία στα οποία εμφανίζεται η γραφική παράσταση της παραβολής η οποία εφάπτεται στον άξονα των x και έχει Ελάχιστη / Μέγιστη τιμή αντίστοιχα. Οι μαθητές όπως και προηγουμένως θα μεταβάλουν τη σταθερά c με στόχο η παραβολή να μην τέμνει τον άξονα των x οπότε θα καταλήξουν στο συμπέρασμα για το πρόσημο του τριωνύμου όταν η διακρίνουσα είναι αρνητική. Στο τέλος γίνεται ανακεφαλαίωση και των τριών περιπτώσεων και ακολουθούν οι ασκήσεις αξιολόγησης και εμπέδωσης της νέας γνώσης.

Μέσα που χρειάζονται για υλοποίηση της δραστηριότητας (ηλεκτρονικά αρχεία, φυλλάδια, παρουσιάσεις):

Λογισμικό Autograph: pros1a, pros1b, pros2a, pros2b, pros3a, pros3b
Φύλλο Εργασίας

Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου - Πορεία βήμα με βήμα (screen shots) για την αξιοποίηση του εργαλείου στη συγκεκριμένη δραστηριότητα



ΝΑ ΜΗΝ ΚΑΝΕΤΕ 'SAVE' ΤΙΣ ΑΛΛΑΓΕΣ ΣΑΣ

Για να μετακινήσετε Σημείο A με συγκεκριμένο βήμα
 Να επιλέξετε το σημείο A.

Να επιλέξετε το εργαλείο  (Animation Controller) για να εμφανιστεί το παράθυρο:



Με κάθε αριστερό κλικ στα αντίστοιχα βελάκια θα μετακινείται το σημείο A.
 Ενώ μετακινείτε το σημείο οι συντεταγμένες του καταγράφονται στο Status bar /Status Box .

Για να αλλάξετε την αρχική τιμή της σταθεράς a :

Επιλέγετε το εργαλείο  (Constant Controller) για να εμφανιστεί το παράθυρο:



Χρησιμοποιείτε τα μπλε βελάκια με κατεύθυνση πάνω/κάτω
 ή γράφετε κατ' ευθείαν στην διπλανή ετικέτα την τιμή που θέλετε.

Για να δείτε τις συντεταγμένες ενός σημείου A:
 Επιλέγετε το σημείο A και οι συντεταγμένες θα εμφανιστούν στην Status Bar.



Συνοδευτικό Υλικό Δραστηριότητας 9

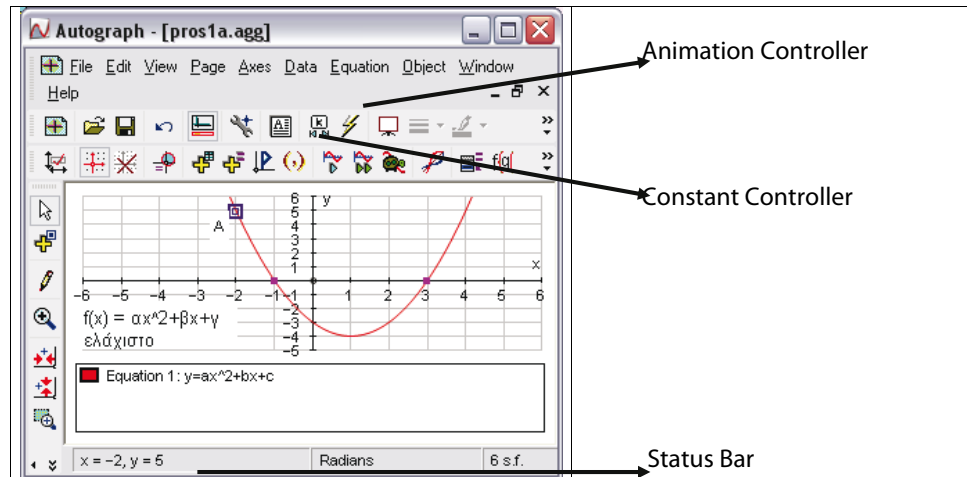
(τα αρχεία με * υπάρχουν μόνο σε ηλεκτρονική μορφή στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο)

	Τίτλος αρχείου		Όνομα αρχείου στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο
Μέσα για υλοποίηση της δραστηριότητας	Γ.2.9.1	Φύλλο Εργασίας	ProsTrionFiloErgas.doc
	*	Αρχείο Autograph 1	pros1a.agg
	*	Αρχείο Autograph 2	pros1b.agg
	*	Αρχείο Autograph 3	pros2a.agg
	*	Αρχείο Autograph 4	pros2b.agg
	*	Αρχείο Autograph 5	pros3a.agg
	*	Αρχείο Autograph 6	pros3b.agg
Δείγματα Αναμενόμενων προϊόντων των μαθητών			
Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου			

Γ.2.9.1 – Φύλλο Εργασίας

ΠΡΟΣΗΜΟ ΤΟΥ ΤΡΙΩΝΥΜΟΥ Β' ΒΑΘΜΟΥ $ax^2+bx+c, a \neq 0$ για όλες τις πραγματικές τιμές του x

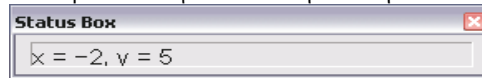
Οδηγίες για το Λογισμικό Autograph



1) **ΝΑ ΜΗΝ ΚΑΝΕΤΕ 'SAVE' ΤΙΣ ΑΛΛΑΓΕΣ ΣΑΣ**

2) Για να εμφανιστεί το **Status Box** όπου αναγράφονται πληροφορίες για τα επιλεγμένα αντικείμενα:

- Επιλέξτε από το μενού View την εντολή Status Box.



3) Για να μετακινήσετε Σημείο A με συγκεκριμένο βήμα

- Να επιλέξετε το σημείο A.

- Να επιλέξετε το εργαλείο  (Animation Controller) για να εμφανιστεί το παράθυρο:



- Με κάθε αριστερό κλικ στα αντίστοιχα βελάκια θα μετακινείται το σημείο A. Ενώ μετακινείτε το σημείο οι συντεταγμένες του καταγράφονται στο Status bar /Status Box .

4) Για να αλλάξετε την αρχική τιμή της σταθεράς a :

- Επιλέξτε το εργαλείο  (Constant Controller) για να εμφανιστεί το παράθυρο:



- Χρησιμοποιείτε τα μπλε βελάκια με κατεύθυνση πάνω/κάτω ή γράφετε κατ' ευθείαν στην διπλανή ετικέτα την τιμή που θέλετε.

5) Για να δείτε τις συντεταγμένες ενός σημείου A:

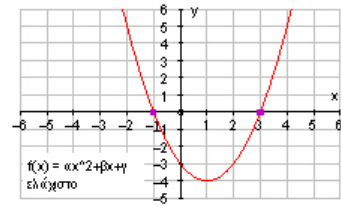
- Επιλέξτε το σημείο A και οι συντεταγμένες θα εμφανιστούν στην Status Bar.

Δραστηριότητα 1^η:

A) Να ανοίξετε το αρχείο pros1a.agg όπου εμφανίζεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης

$$f(x) = ax^2 + bx + \gamma \text{ η οποία}$$

Τέμνει τον άξονα των x σε δύο σημεία και έχει **Ελάχιστο**.



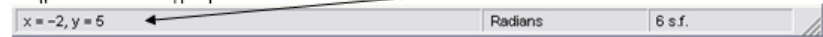
1. Να επιλέξετε το σημείο A της καμπύλης και μετά το εργαλείο



(Animation Controller) για να εμφανιστεί το παράθυρο



Με κάθε αριστερό κλικ στα αντίστοιχα βελάκια θα μετακινείται το σημείο της καμπύλης. Καθώς πειραματίζεστε με την μετακίνηση του σημείου να παρακολουθείτε συγχρόνως την τεταγμένη ψ του σημείου που αναγράφεται στο Status bar / Status Box.



- Να σημειώσετε στον πιο κάτω πίνακα χρησιμοποιώντας τα σύμβολα $<$, $>$, $=$ το πρόσημο των τιμών της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$ και του τριωνύμου $ax^2 + bx + \gamma$ όταν $x \in \{-2, -1, 2, 3, 4\}$

Πρόσημο της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$ όταν $x \in \{-2, -1, 2, 3, 4\}$	Πρόσημο του τριωνύμου $ax^2 + bx + \gamma$ όταν $x \in \{-2, -1, 2, 3, 4\}$
$f(-2) \dots 0$	$ax^2 + bx + \gamma \dots 0$ όταν $x = -2$
$f(-1) \dots 0$	$ax^2 + bx + \gamma \dots 0$ όταν $x = -1$
$f(2) \dots 0$	$ax^2 + bx + \gamma \dots 0$ όταν $x = 2$
$f(4) \dots 0$	$ax^2 + bx + \gamma \dots 0$ όταν $x = 4$

- Να σημειώσετε στον πιο κάτω πίνακα χρησιμοποιώντας τα σύμβολα $<$, $>$, $=$ το πρόσημο της συνάρτησης. Επίσης να καταγράψετε τη θέση του γραφήματος της συνάρτησης σε σχέση με τον άξονα των x χρησιμοποιώντας τις φράσεις «Πάνω από xx' », «Κάτω από xx' », «Τέμνει τον xx' ».

Πρόσημο της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$	Θέση της γραφικής παράστασης της συνάρτησης ως προς τον άξονα xx'
$f(x) \dots 0$ όταν $x \in (-1, 3)$
$f(x) \dots 0$ όταν $x \in (-\infty, -1)$
$f(x) \dots 0$ όταν $x \in (3, +\infty)$
$f(x) \dots 0$ όταν $x = -1$
$f(x) \dots 0$ όταν $x = 3$

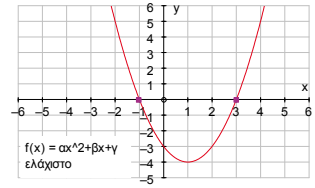
- **Συμπέρασμα:**

Το πρόσημο της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$ και του αντίστοιχου τριωνύμου $ax^2 + bx + \gamma$ είναι:

- **Θετικό (+)** σε εκείνες τις τιμές του x όπου η γραφική παράσταση της f είναι από τον άξονα xx'
- **Αρνητικό (-)** σε εκείνες τις τιμές του x όπου η γραφική παράσταση της f είναι από τον άξονα xx'
- **Μηδενίζεται (0)** σε εκείνες τις τιμές του x όπου η γραφική παράσταση της f τον άξονα xx'

Δραστηριότητα 2^η:

A) Στο αρχείο pros1a.agg το οποίο έχετε ανοίξει εμφανίζεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$ η οποία



Τέμνει τον άξονα των χ σε δύο σημεία και έχει **Ελάχιστο**.

1. Να γράψετε το είδος ριζών του αντίστοιχου τριωνύμου $ax^2 + bx + \gamma$ και να σημειώσετε το πρόσημο του a και της διακρίνουσας Δ του χρησιμοποιώντας τα σύμβολα $<$, $>$, $=$.

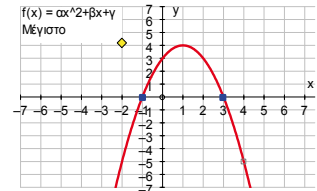
Είδος ριζών του τριωνύμου	Πρόσημο του a	Πρόσημο της Διακρίνουσας Δ
.....	$a \dots 0$	$\Delta \dots 0$

Μπορείτε να δικαιολογήσετε;

2. Να σημειώσετε το πρόσημο του τριωνύμου $ax^2 + bx + \gamma$ για όλες τις πραγματικές τιμές του x χρησιμοποιώντας τα σύμβολα $+$, $-$, 0 . Στη συνέχεια να σημειώσετε στο κάθε διάστημα αν το πρόσημο του τριωνύμου είναι **ίδιο** ή **αντίθετο** με το πρόσημο με το a .

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
Πρόσημο του $ax^2 + bx + \gamma$
Σύγκριση με το πρόσημο a (.....)

B) Να ανοίξετε το αρχείο pros1b.agg όπου εμφανίζεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$ η οποία **Τέμνει τον άξονα των χ σε δύο σημεία** και έχει **Μέγιστο**.



1. Να σημειώσετε παρακάτω το πρόσημο του a και της διακρίνουσας Δ του αντίστοιχου τριωνύμου $ax^2 + bx + \gamma$ χρησιμοποιώντας τα σύμβολα $<$, $>$, $=$.

Πρόσημο του a	Πρόσημο της Διακρίνουσας Δ
$a \dots 0$	$\Delta \dots 0$

Μπορείτε να δικαιολογήσετε;

2. Να σημειώσετε το πρόσημο του τριωνύμου $ax^2 + bx + \gamma$ για όλες τις πραγματικές τιμές του x χρησιμοποιώντας τα σύμβολα $+$, $-$, 0 . Στη συνέχεια να σημειώσετε στο κάθε διάστημα αν το πρόσημο του τριωνύμου είναι **ίδιο** ή **αντίθετο** με το πρόσημο με το a .

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
Πρόσημο του $ax^2 + bx + \gamma$
Σύγκριση με το πρόσημο a (.....)

Συμπέρασμα:

Όταν σε τριώνυμο $ax^2 + bx + \gamma$ ισχύει $\Delta > 0$ (2 ρίζες πραγματικές άνισες) τότε το **πρόσημο** του $ax^2 + bx + \gamma$


εκτός των ριζών x_1, x_2 είναι με το **πρόσημο** του και **μεταξύ των ριζών** έχει πρόσημο με

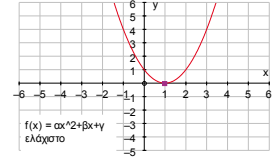
Συνοπτικά έχουμε:

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
Πρόσημο του $ax^2 + bx + \gamma$

Δραστηριότητα 3^η:

A) Να ανοίξετε το αρχείο pros2a.agg όπου εμφανίζεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$ η οποία τέμνει τον άξονα των x σε δύο σημεία και έχει **Ελάχιστο**.

- Επιλέγετε το εργαλείο  (Constant Controller) για να εμφανιστεί το πιο κάτω παράθυρο. Με αριστερό κλικ στα μπλε βελάκια θα μεταβάλλεται η σταθερά γ κατά 0,1



- Αριστερό κλικ στο μπλε βελάκι με κατεύθυνση προς τα πάνω και σταματάτε σ' εκείνη τη θέση στην οποία η καμπύλη θα **Εφάπτεται** του άξονα των x .


- Βάσει του σχήματος που προέκυψε όπου η καμπύλη **Εφάπτεται του άξονα των x** και έχει **Ελάχιστο** να συμπληρώσετε τα πιο κάτω:

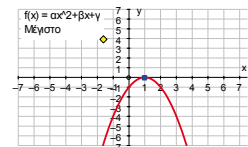
Είδος ριζών του τριωνύμου	Πρόσημο του a	Πρόσημο της Διακρίνουσας Δ
.....	$a \dots 0$	$\Delta \dots 0$

Μπορείτε να δικαιολογήσετε;

x	$-\infty$	1	$+\infty$
Πρόσημο του $ax^2 + bx + \gamma$
Σύγκριση με το πρόσημο a (.....)

B) Να ανοίξετε το αρχείο pros2b.agg όπου εμφανίζεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$ η οποία τέμνει τον άξονα των x σε δύο σημεία και έχει **Μέγιστο**.

- Επιλέγετε το εργαλείο  (Constant Controller)
- Επιλέγετε το μπλε βελάκι με κατεύθυνση προς τα κάτω και σταματάτε σ' εκείνη τη θέση στην οποία η καμπύλη θα **Εφάπτεται** του άξονα των x .



- Βάσει του σχήματος που προέκυψε όπου η καμπύλη **Εφάπτεται του άξονα των x** και έχει **Μέγιστο** να συμπληρώσετε τα πιο κάτω:

Πρόσημο του a	Πρόσημο της Διακρίνουσας Δ
$a \dots 0$	$\Delta \dots 0$

Μπορείτε να δικαιολογήσετε;

x	$-\infty$	1	$+\infty$
Πρόσημο του $ax^2 + bx + \gamma$
Σύγκριση με το πρόσημο a (.....)

Συμπέρασμα:


Όταν σε τριώνυμο $ax^2 + bx + \gamma$ ισχύει $\Delta = 0$ (Διπλή ρίζα) τότε το πρόσημο του $ax^2 + bx + \gamma$ είναι με το πρόσημο του εκτός από την τιμή του x στην οποία

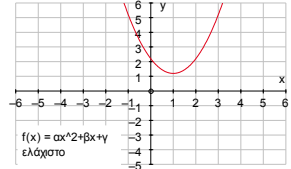
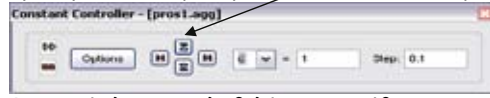
Συνοπτικά έχουμε:

x	$-\infty$	(Διπλή Ρίζα) $* \chi_1^*$	$+\infty$
Πρόσημο του $ax^2 + bx + \gamma$

Δραστηριότητα 4^η:

A) Να ανοίξετε το αρχείο pros3a.agg όπου εμφανίζεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$ η οποία εφάπτεται του άξονα των x και έχει Ελάχιστο.

- Επιλέγετε το εργαλείο  (Constant Controller) για να εμφανιστεί το πιο κάτω παράθυρο. Με αριστερό κλικ στα μπλε βελόνια (πάνω/κάτω) θα μεταβάλλεται η σταθερά γ κατά 0,1



- Αριστερό κλικ στο μπλε βελόνι με κατεύθυνση προς τα πάνω και να σταματήσετε σε μια θέση στην οποία η καμπύλη Δεν θα τέμνει τον άξονα των x .


- Βάσει του σχήματος που προέκυψε όπου η καμπύλη **Δεν Τέμνει το άξονα των x** και έχει **Ελάχιστο** να συμπληρώσετε τα πιο κάτω:

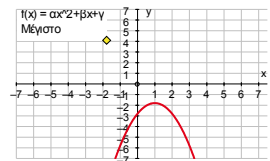
Είδος ριζών του τριωνύμου	Πρόσημο του a	Πρόσημο της Διακρίνουσας Δ
.....	a0	Δ0

Μπορείτε να δικαιολογήσετε;

x	$-\infty$	$+\infty$
Πρόσημο του $ax^2 + bx + \gamma$	
Σύγκριση με το πρόσημο a (.....)	

B) Να ανοίξετε το αρχείο pros3b.agg όπου εμφανίζεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$ η οποία εφάπτεται του άξονα των x και έχει Μέγιστο.

- Επιλέγετε το εργαλείο  (Constant Controller)
- Αριστερό κλικ στο μπλε βελόνι με κατεύθυνση προς τα κάτω και να σταματήσετε σε μια θέση στην οποία η καμπύλη Δεν θα τέμνει τον άξονα των x .
- Βάσει του σχήματος που προέκυψε όπου η καμπύλη **Δεν Τέμνει το άξονα των x** και έχει **Μέγιστο** να συμπληρώσετε τα πιο κάτω:



Πρόσημο του a	Πρόσημο της Διακρίνουσας Δ
a0	Δ0

Μπορείτε να δικαιολογήσετε;

x	$-\infty$	$+\infty$
Πρόσημο του $ax^2 + bx + \gamma$	
Σύγκριση με το πρόσημο a (.....)	

Συμπέρασμα:

Όταν σε τριώνυμο $ax^2 + bx + \gamma$ ισχύει $\Delta < 0$ (.....) τότε το πρόσημο του $ax^2 + bx + \gamma$ είναι με το πρόσημο του

Συνοπτικά έχουμε:

x	$-\infty$	$+\infty$
Πρόσημο του $ax^2 + bx + \gamma$	

Ανακεφαλαίωση:

α) Όταν $\Delta > 0$

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
Πρόσημο του ax^2+bx+c	Πρόσημο του a	○ Αντίθετο Πρόσημο του a	○ Πρόσημο του a	

β) Όταν $\Delta = 0$

x	$-\infty$	x_1 (Διπλή Ρίζα)	$+\infty$
Πρόσημο του ax^2+bx+c	Πρόσημο του a	○ Πρόσημο του a	Πρόσημο του a

γ) Όταν $\Delta < 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
Πρόσημο του ax^2+bx+c	Πρόσημο του a	

Ασκήσεις:

1) Ποια αλγεβρικά μεγέθη πρέπει να γνωρίζουμε για να μπορούμε να προσδιορίσουμε το πρόσημο της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + c$;

.....

2) Για το τριώνυμο ax^2+bx+c δίνεται ο πιο κάτω πίνακας:

x	$-\infty$	2	5	$+\infty$
Πρόσημο του ax^2+bx+c	=	0	+	0
	=			=

Να βρείτε:

A) το πρόσημο του a

B) το πρόσημο του τριωνύμου όταν το x παίρνει τις τιμές

α) $x=3$

β) $x=1$

γ) $x=2$

3) Για το τριώνυμο $ax^2+bx+\gamma$ δίνεται ο πιο κάτω πίνακας:

x	$-\infty$	2	5	$+\infty$
Πρόσημο του $ax^2+bx+\gamma$	\pm	0	$-$	0
	\pm	0	$-$	\pm

Να βρείτε για ποιες τιμές του x

A) το τριώνυμο $ax^2+bx+\gamma$ γίνεται :

- α) θετικό
- β) αρνητικό
- γ) ίσο με 0

B) η συνάρτηση $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$ βρίσκεται κάτω από τον άξονα των x .

.....

4) Να βρεθεί το πρόσημο των πιο κάτω τριωνύμων για τις διάφορες πραγματικές τιμές του x

α) $x^2 - 4x + 3$ $\alpha = \dots$ $\beta = \dots$ $\gamma = \dots$ β) $-2x^2 + 5x - 3$

Πρόσημο του α : $\alpha \dots 0$

Διακρίνουσα: $\Delta = \dots$

Είδος Ριζών:

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} \Rightarrow x_{1,2} = \dots$$

Πρόσημο του α : $\alpha \dots 0$

Διακρίνουσα: $\Delta = \dots$

Είδος Ριζών:

$$x_{1,2} = \dots$$

x	$-\infty$	$+\infty$
Πρόσημο του $x^2 - 4x + 3$		

x	$-\infty$	$+\infty$
Πρόσημο του $-2x^2 + 5x - 3$		

5) Να βρεθεί το πρόσημο των τριωνύμων $x^2 - 6x + 9$, $-4x^2 + 8x - 4$

6) Να βρεθεί το πρόσημο των τριωνύμων $x^2 - 2x + 5$, $-2x^2 + 3x - 5$

7) Για ποιες τιμές του λ το τριώνυμο $5x^2 - 3x + 2 - \lambda$ γίνεται θετικό $\forall x \in \mathbb{R}$

8) Να βρείτε το πρόσημο του τριωνύμου $-25x^2 + 10\lambda x - \lambda^2$ όπου $\lambda \neq 0$ για τις διάφορες πραγματικές τιμές του x .

Γ.2.10 - Αναπτυγμένες Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 10

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Ακτίνια – Μοίρες, η συνάρτηση $\psi = \eta\mu\chi$
Τάξη	Α' Λυκείου
Ενότητα	
Ενδεικτική Διάρκεια	1 X 40 λεπτά
Σκοπός	<ul style="list-style-type: none"> • Να αντιληφθούν οι μαθητές ότι με το λογισμικό του Excel μπορούν να χρησιμοποιήσουν συγκεκριμένη εντολή που να μετατρέπει τις «βολικές» μοίρες σε ακτίνια που θα μας είναι χρήσιμα να χρησιμοποιηθούν ως πραγματικοί αριθμοί. • Να αντιληφθούν την ισχύ των λογιστικών φύλλων (Excel) ως προς την πληθώρα των υπολογισμών και της γρήγορης και απλής εύρεσης τιμών συνάρτησης. Η σχεδίαση τριγωνομετρικών συναρτήσεων είναι δύσκολη γιατί απαιτεί πολλές τιμές και υπολογισμούς κάτι που το ίδιο το πρόγραμμα μας διευκολύνει. • Να κατασκευάσουν καθοδηγούμενοι μέσα από το φύλλο εργασίας χρησιμοποιώντας εκείνες τις εντολές που θα τους επιτρέψει να σχηματίσουν μόνοι τους του πίνακες τιμών και τις γραφικές παραστάσεις. • Να διαπιστώσουν το είδος της μονοτονίας της συνάρτησης $\psi = \eta\mu\chi$, καθώς και το πρόσημο της στα διάφορα τεταρτημόρια. Να δουν τη μέγιστη και ελάχιστη τιμή της και να κατανοήσουν τη μορφή της γραφικής παράστασης στο διάστημα $[0,2\pi]$. • Να συγκρίνουν την συνάρτησης $\psi = \eta\mu\chi$ με τη $\psi = \rho \cdot \eta\mu\chi$, όπου ρ κάποιος πραγματικός αριθμός.
Κωδικός Δραστηριότητας στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy	ΜΑΘ4_Κ07Μ_Π2_21
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Ακτίνια, Μοίρες, Τριγωνομετρικές Συναρτήσεις, Excel
Λογισμικό που απαιτείται*	Excel * Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.
Πορεία Μαθησιακής Δραστηριότητας	<ul style="list-style-type: none"> • Δίδεται φύλλο εργασίας και οι μαθητές κάθονται ατομικά σε Η/Υ ή και δύο - δύο για να απαντήσουν τις δραστηριότητες του φύλλου εργασίας • Εξηγούμε τη βασική δραστηριότητα 5 πως δηλαδή κατασκευάζεται ένας πίνακας τιμών με τις αντίστοιχες εισαγωγές κατάλληλων συναρτήσεων και πως κάνουμε τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις.

Μέσα που χρειάζονται για υλοποίηση της δραστηριότητας (ηλεκτρονικά αρχεία, φυλλάδια, παρουσιάσεις):

- Φύλλο εργασίας,
- Η/Υ
- το αρχείο του Excel Aktinia.xls.

Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου - Πορεία βήμα με βήμα (screen shots) για την αξιοποίηση του εργαλείου στη συγκεκριμένη δραστηριότητα.

Οι συγκεκριμένες εντολές και κατασκευές που προσφέρει το λογισμικό, επεξηγούνται επακριβώς την κατάλληλη στιγμή στη συγκεκριμένη δραστηριότητα μέσα στο φύλλο εργασίας.

Δείγματα Αναμενόμενων προϊόντων των μαθητών (όπου αυτό ισχύει)

- Στις τρεις πρώτες δραστηριότητες γίνεται μια ανάκληση των γνώσεων τους περί μονάδων μετρήσεως γωνιών. Ορίζονται οι νέες μονάδες μέτρησης γωνιών τα ακτίνια και αναγράφεται η σχέση με τις γνωστές μας μοίρες.
- Οι μαθητές αναμένεται όπως κατανοήσουν την ιδέα της εισαγωγής τύπων για τη κατασκευή συγκεκριμένου πίνακα όπου θα μετατρέπει τις μοίρες σε ακτίνια. Είναι στόχος μας να μάθουν οι μαθητές ότι το Excel προσφέρει μια τέτοια συνάρτηση μετατροπής οποιασδήποτε γωνίας από μοίρες σε ακτίνια.
- Αναμένεται να γνωρίσουν μετά από δική τους κατασκευή τη συνάρτηση $\psi = \eta\mu\chi$ και να την μελετήσουν ως προς το πρόσημο τη μονοτονία καθώς και τις μέγιστες – ελάχιστες τιμές της.
- Αναμένεται επίσης να ψάξουν για λύσεις απλών τριγωνομετρικών εξισώσεων της μορφής $\eta\mu\chi = \kappa$, όταν το κ είναι πραγματικός αριθμός.

Συνοδευτικό Υλικό Δραστηριότητας 10

(τα αρχεία με * υπάρχουν μόνο σε ηλεκτρονική μορφή στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο)

	Τίτλος αρχείου		Όνομα αρχείου στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο
Μέσα για υλοποίηση της δραστηριότητας	Γ.2.10.1	Φύλλο Εργασίας	Φ.ΕΑκτίνια-ΜοίρεςF.ergas.doc
		Αρχείο Excel	Aktinia.xls
Δείγματα Αναμενόμενων προϊόντων των μαθητών			
Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου			

Γ.2.10.1 – Φύλλο Εργασίας

Δραστηριότητα 1

1. Μετρώντας γωνίες, χρησιμοποιούμε συνήθως μοίρες. Τι εννοούμε στα αλήθεια λέγοντας «1 μοίρα»; (1°). Όλοι γνωρίζουμε ότι η 1 μοίρα είναι μια υποδιαίρεση της πλήρους στροφής. Είναι δηλαδή ένα συγκεκριμένο κλάσμα σε μια πλήρη στροφή. Συγκεκριμένα $1^\circ = 1/360$ της πλήρους στροφής.
2. Διερωτηθήκαμε όμως γιατί η υποδιαίρεση να έγινε σε 360 μερίδια; Γιατί άραγε να έχει επικρατήσει ο αριθμός 360 λες και δεν μπορούσαν να βάλουν άλλο αριθμό αυτοί που τον καθόρισαν πρώτοι; Παρόλο που για τους δικούς τους λόγους κάποιοι αποφάσισαν την επιλογή του 360 (*Να διερευνήσετε και να μελετήσετε ποιοι καθιέρωσαν πρώτοι αυτή τη διαμέριση και γιατί επιλέχθηκε το 360*), δεν παύει να αποτελεί μια αυθαιρεσία. Ακριβώς εδώ δημιουργείται η ανάγκη εισαγωγής μιας νέας μονάδας μέτρησης γωνιών, ίσως όχι και τόσο αυθαίρετης πλέον. Γνωρίζετε μήπως κάποια άλλη μονάδα μέτρησης γωνιών;

3. Ας ορίσουμε τη νέα αυτή μονάδα μέτρησης γωνιών, που θα χρησιμοποιείται ως πραγματικός αριθμός και όχι σαν μερίδιο κύκλου. Χρησιμοποιώντας και πάλι κύκλο (οποιασδήποτε ακτίνας) ή έστω μία επίκεντρη γωνία που θα βαίνει σε τόξο μήκους μιας ακτίνας του συγκεκριμένου κύκλου. Αυτή την επίκεντρη γωνία που βαίνει σε τόξο μήκους ίσο με μία ακτίνα το ονομάζουμε ακτίνιο (1 rad). Πόσες τέτοιες επίκεντρες γωνίες θα συμπληρώνουν μια πλήρη στροφή;

Είναι λογικό ότι θα είναι τόσες όσες και τα μήκη των ακτίνων που συμπληρώνουν όλο το μήκος της περιφέρειας του κύκλου. Αφού λοιπόν $\Gamma = 2\pi R$ (μήκος περιφέρειας κύκλου), τότε στην μια πλήρη στροφή (των 360°) έχουμε 2π ακτίνες. Λέγοντας δηλαδή 2π εννοούμε τώρα τον πραγματικό αριθμό $2\pi \approx 6,28\dots$ ($\pi = 3,14159\dots$). Έτσι προκύπτει μια απλή αντιστοιχία μεριδίων κύκλου σε πραγματικούς αριθμούς: Δηλαδή σε μια πλήρη στροφή των 360 μοιρών θα έχουμε: $360^\circ \rightarrow 2\pi$ (ακτίνια ή rad).

Η οποιαδήποτε γωνία μ (σε μοίρες) θα είναι ίση με $\mu = \frac{180}{\pi} \times \alpha$, όπου το α η γωνία δοσμένη σε ακτίνια, ή αντίστροφα $\alpha = \frac{180}{\pi} \times \mu$, όπου τώρα το μ είναι η δοσμένη γωνία σε μοίρες.

4. Την αντιστοίχιση μοιρών – ακτινίων μας την δίδει εύκολα και γρήγορα το Excel εισάγοντας την κατάλληλη συνάρτηση RADIANS (δηλ. μετατροπή από μοίρες σε ακτίνια). Προς καλύτερη εξουκείωση σας με την αντιστοιχία μοιρών – ακτινίων, δημιουργούμε στην πρώτη μας στήλη (Μοίρες) (κάτω από το κελί «Μοίρες» γράφουμε στα δύο επόμενα κελιά 10 και 20 αντίστοιχα. Μετά επιλέγοντας τα δύο κελιά με τους αριθμούς 10,20 μεταφέρουμε το ποντίκι στη κάτω δεξιά γωνία («λαβή συμπλήρωσης») μέχρι να μετατραπεί σε «σταυρό» και μετά το σύρουμε προς τα κάτω μέχρι να πάμε στο 360.

Μοίρες
0
10
20
30

Η ακολουθία μας είναι τώρα από το 0 μέχρι το 360 και με βήμα 10 μοίρες. Ακριβώς δίπλα στην δεύτερη στήλη εισάγουμε την συνάρτηση RADIANS (δίπλα από τον αριθμό 10 γράφουμε το = και εισάγουμε τη συνάρτηση RADIANS και πατούμε το Enter για να κάνει τη μετατροπή από μοίρες σε ακτίνια. Έτσι στη δεύτερη στήλη έχουμε τα (ακτίνια) Παρακολουθήστε κάποιες βασικές αντιστοιχίες για πολύ γνωστές τιμές, όπως: π (3,14) \rightarrow 180° , $\pi/2$ (1,57) = 90° κλπ. Μέρος της αντιστοίχισης αυτής φαίνεται αμέσως πιο κάτω:

Μοίρες	Ακτίνια
0	0
10	0,174533
20	0,349066
30	0,523599
40	0,698132
50	0,872665
60	1,047198
70	1,22173
80	1,396263
90	1,570796

$30 = \pi/6 = 0,523599..$

5. Χρησιμοποιώντας τον πίνακα σας γράψετε ποιος πραγματικός αριθμός αντιστοιχεί στις γωνίες του πιο κάτω πίνακα:

Μοίρες	20°	60°		120°	180°	210°	330°	720°
Ακτίνια	0.349		0.707					

Γράψτε τις πιο κάτω γωνίες και ως υποπολλαπλάσιο ή πολλαπλάσιο του π;

Μοίρες	20°	60°		120°	180°	210°	330°	720°
κ.π	π/9		0.707					

6. Στην τρίτη στήλη εισάγουμε τη συνάρτηση ημχ. (Πατούμε το = Sin() και στη παρένθεση πατούμε το κελί B2 και μετά enter). Στη συνέχεια πατάμε στο προηγούμενο κελί που είχαμε εισάγει τη συνάρτηση του ημιτόνου και φέροντας το ποντίκι στη λαβή συμπλήρωσης (κάτω δεξιά του κελιού) Η εισαγωγή τύπων φαίνεται όπως πιο κάτω με μπλε γράμματα και βασική προϋπόθεση είναι το = μπροστά από τη συνάρτηση που θα εισάξουμε.

Μοιρες	Ακτίνια	y=sinx	y=p.sinx
0	=RADIANS(A2)	= Sin(B2)	

Η συνάρτηση ημχ υπολογίζει τα ημίτονα των γωνιών που είναι σε ακτίνια. Ποιες γωνίες έχουν ημίτονο 1, ½, 0,866 στο διάστημα [0,360] σύμφωνα με τον πίνακα μας;

.....

7. Ας κατασκευάσουμε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $\psi = \eta\mu\chi$. Επιλέγοντας τη δεύτερη στήλη με τις τιμές των ακτινίων και έχοντας συγχρόνως το CTRL για να επιλέξουμε και την τρίτη στήλη των ημιτόνων, πατούμε το κουμπί το «οδηγού γραφημάτων» και από το πρώτο παράθυρο το ScatterXY και μετά τον τύπο με τα σημεία που είναι ενωμένα με γραμμή. Από τη γραφική παράσταση της $\psi = \eta\mu\chi$ $\chi \in [0^\circ, 360^\circ]$, να παρατηρήσετε πως μεταβάλλεται το πρόσημο και η μονοτονία (αύξουσα – φθίνουσα), καθώς η γωνία χ παίρνει τιμές σε καθένα από τα τέσσερα τεταρτημόρια

- Όταν το $\chi \in [0^\circ, 90^\circ]$ η συνάρτηση $\psi = \eta\mu\chi$ είναι (θετική ή αρνητική), (αύξουσα/ φθίνουσα).
- Όταν το $\chi \in [90^\circ, 180^\circ]$ η συνάρτηση $\psi = \eta\mu\chi$ είναι (θετική ή αρνητική), (αύξουσα/ φθίνουσα).
- Όταν το $\chi \in [180^\circ, 270^\circ]$ η συνάρτηση $\psi = \eta\mu\chi$ είναι (θετική ή αρνητική), (αύξουσα/ φθίνουσα).
- Όταν το $\chi \in [270^\circ, 360^\circ]$ η συνάρτηση $\psi = \eta\mu\chi$ είναι (θετική ή αρνητική), (αύξουσα/ φθίνουσα).



8. Για ποιες τιμές του χ στο διάστημα $[0, 2\pi]$ η συνάρτηση παρουσιάζει το μέγιστο της και το ελάχιστο της;

.....
.....

9. Αν μας ζητήσουν να λύσουμε τις πιο κάτω εξισώσεις (δηλαδή της μορφής $\eta\mu\chi = \kappa$, με το κ να είναι μια παράμετρος που μπορείτε να μεταβάλλετε στο κελλί G2) στο διάστημα $\chi \in [0^\circ, 360^\circ]$ παρατηρώντας συγχρόνως τον πίνακα και τη γραφική παράσταση, να δώσετε τις λύσεις για

- $\eta\mu\chi = 0.5$
- $\eta\mu\chi = 0,866$
- $\eta\mu\chi = -0.707$
- $\eta\mu\chi = 2$

10. Μπορείτε να σχηματίσετε την γραφική παράσταση της $\psi = \rho \cdot \eta\mu\chi$ και μεταβάλλοντας τη τιμή του ρ να γράψετε όλες τις ομοιότητες και διαφορές με τη $\psi = \eta\mu\chi$. Το ρ βρίσκεται στο κελλί F2 και αλλάζοντας την τιμή του αλλάζει τόσο ο πίνακας τιμών του όσο και η γραφική της παράσταση που είναι στους ίδιους άξονες με τη $\psi = \eta\mu\chi$.

11. Ως άσκηση προσπαθήστε να φτιάξετε τις γραφικές παραστάσεις των $\psi = \sigma\upsilon\eta\chi$ και $\psi = \epsilon\phi\chi$.

Γ.2.11 - Αναπτυγμένες Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 11

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Η παράγωγος της $\psi = \chi^n$
Τάξη	Β' Λυκείου Κατεύθυνση
Ενότητα	
Ενδεικτική Διάρκεια	1 X 45 λεπτά
Σκοπός	<p>Να αντιληφθούν οι μαθητές ότι για την κλίση της εφαπτομένης σε ένα σημείο μιας καμπύλης μπορούμε να φθάσουμε με ένα οριακό τρόπο μέσω μιας χορδής που το ένα άκρο της μπορεί και κινείται μέχρι να πλησιάζει όλο και πιο πολύ το άλλο άκρο.</p> <p>Να αντιληφθούν την ισχύ των λογιστικών φύλλων (Excel) ως προς την πληθώρα των υπολογισμών και της γρήγορης και απλής εύρεσης τιμών συνάρτησης και κλίσης χορδών. Επίσης το λογισμικό μας προσφέρει τη δυναμική μεταβολή παραμέτρων που μας ενδιαφέρουν όπως το n (δηλ. Ο εκθέτης της $\psi = \chi^n$), καθώς και η τετμημένη X_A στην οποία και ζητούμε την τιμή της παραγώγου.</p> <p>Να κατανοήσουν οι μαθητές ότι μέσω προσεγγιστικών οριακών μεθόδων μπορούν να καταλήξουν και να γενικεύσουν συμπεράσματα αναπαράγοντας τον τύπο εύρεσης μιας βασικής συνάρτησης της χ^n.</p>
Κωδικός Δραστηριότητας στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy	ΜΑΘ4_Κ07Μ_Π2_23
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Παράγωγος, συνάρτηση, Δύναμη, Excel
Λογισμικό που απαιτείται*	<p>Excel</p> <p>* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.</p>
Πορεία Μαθησιακής Δραστηριότητας	<ul style="list-style-type: none"> • Δίδεται φύλλο εργασίας και οι μαθητές κάθονται ατομικά σε Η/Υ ή και δύο δύο για να απαντήσουν τις δραστηριότητες του φύλλου εργασίας • Εξηγούμε τη βασική δραστηριότητα ότι μέσω της κλίσης της χορδής ($\frac{\Delta y}{\Delta x}$) μπορούμε να φθάσουμε στο ζητούμενο $f'(x_A) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{x \rightarrow x_A} \frac{f(x) - f(x_A)}{x - x_A}$, όπου με πρακτικό και υπολογιστικό τρόπο θα βρούμε την τιμή $f'(x_A)$ με $f(x) = x^n$. Σ' αυτό το σημείο οι μαθητές πρέπει να συνειδητοποιήσουν ότι πρέπει να αλλάζουν μόνο τις τιμές των n και X_A, για να έχουν τα επιθυμητά αποτελέσματα και έτσι να συμπληρωθούν οι πίνακες και συγχρόνως να εξαχθούν τα απαιτούμενα συμπεράσματα.

Μέσα που χρειάζονται για υλοποίηση της δραστηριότητας (ηλεκτρονικά αρχεία, φυλλάδια, παρουσιάσεις):

- Φύλλο εργασίας, Η/Υ και
- το αρχείο του Excel Derivativex^ n .xls.

Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου - Πορεία βήμα με βήμα (screen shots) για την αξιοποίηση του εργαλείου στη συγκεκριμένη δραστηριότητα.

Οι συγκεκριμένες εντολές και κατασκευές που προσφέρει το λογισμικό, επεξηγούνται επακριβώς την κατάλληλη στιγμή στη συγκεκριμένη δραστηριότητα μέσα στο φύλλο εργασίας. Οι μόνες μεταβολές σε κελιά είναι οι τιμές των n και X_A που βρίσκονται στα κελιά G2 και H2.

Δείγματα Αναμενόμενων προϊόντων των μαθητών

- Οι μαθητές αναμένεται όπως εξαγάγουν συμπεράσματα για τη σχέση που συνδέει την τετμημένη ενός σημείου (x, x') με τη νέα συνάρτηση που εκφράζει τη κλίση της συνάρτησης στο σημείο αυτό.

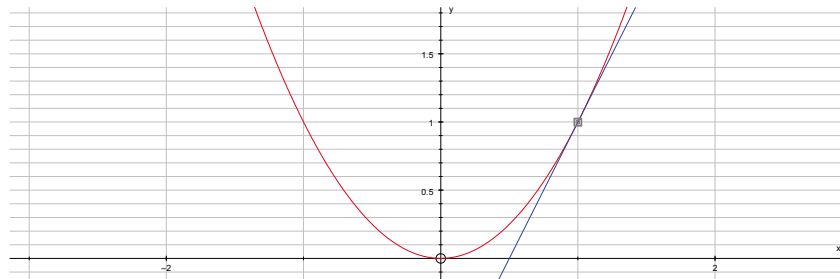
Συνοδευτικό Υλικό Δραστηριότητας 11

(τα αρχεία με * υπάρχουν μόνο σε ηλεκτρονική μορφή στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο)

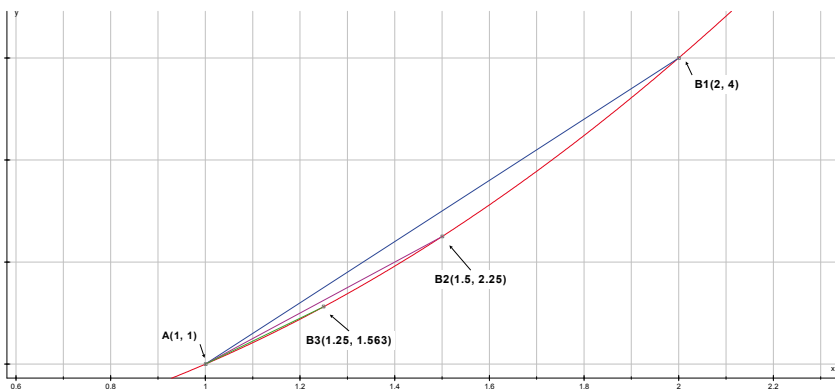
	Τίτλος αρχείου		Όνομα αρχείου στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο
Μέσα για υλοποίηση της δραστηριότητας	Γ.2.11.1	Φύλλο Εργασίας	x^N _Fillo.erg.doc
	*	Αρχείο Excel	Derivativex^ n .xls
Δείγματα Αναμενόμενων προϊόντων των μαθητών			
Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου			

Γ.2.11.1 – Φύλλο Εργασίας

Η παράγωγος της συνάρτησης $\psi = \chi^v$, για $v = 1, 2, 3, 4, \dots$
 Πρόβλημα: Πως θα μπορούσαμε να βρούμε την κλίση της καμπύλης (έστω αρχικά η $\psi = \chi^2$), στο σημείο $\chi = 1$;



1. Η κατασκευή της εφαπτομένης μιας καμπύλης (και άρα η εύρεση της κλίσης της) αποτελεί γενικά ένα δύσκολο θέμα. (Αν πρακτικά σχεδιάσουμε με το «μάτι» εφαπτομένη αυτή ίσως να έχει διαφορά με την πραγματική και άρα δεν θα είναι ακριβής). Τι προτείνετε έτσι ώστε να βρούμε ένα πιο προσιτό τρόπο εύρεσης της εφαπτομένης;



2. Η $\psi = \chi^2$, έχει διαφορετική κλίση σε διάφορα σημεία της. Φαίνεται ότι όταν το $\chi < 0$, η κλίση είναι επίσης αρνητική, ενώ για $\chi > 0$ η κλίση είναι θετική. Ας προσπαθήσουμε να βρούμε την κλίση της εφαπτομένης στο $\chi = 1$, κάνοντας την εξής διαδικασία: Βρίσκουμε πρώτα την κλίση της χορδής AB_1 , με $B_1(2, 4)$ όπου όπως είναι γνωστό $\lambda_{AB_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4-1}{2-1} = \frac{3}{1} = 3$. Θεωρώντας τώρα ένα άλλο σημείο πιο κοντά στο A, έστω το $B_2(1.5, 2.25)$, υπολογίζουμε και πάλι την κλίση της AB_2 , όπου $\lambda_{AB_2} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2.25-1}{1.5-1} = \frac{1.25}{0.5} = 2.5$. Επαναλαμβάνοντας την ίδια διαδικασία για ένα άλλο σημείο ακόμη πιο κοντά στο A, το $B_3(1.25, 1.5625)$, η κλίση της AB_3 γίνεται $\lambda_{AB_3} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1.5625-1}{1.25-1} = \frac{0.5625}{0.25} = 2.25$. Αρχίζει να φαίνεται ότι όσο το σημείο B πλησιάζει προς το A η κλίση της Bv προσεγγίζει όλο και περισσότερο



3. Εδώ είναι που θα βοηθήσουν τα υπολογιστικά φύλλα του Excel κάνοντας με εύκολο και γρήγορο τρόπο όλες τις υπολογιστικές πράξεις εύρεσης τόσο των τιμών των συναρτήσεων όσο και των κλίσεων των χορδών.

4. Ας ανατρέξουμε στο αρχείο του Excel (Paragogos1), όπου εμφανίζεται ένας πίνακας με 3 στήλες. Στην πρώτη στήλη του x , η πρώτη τιμή αντιστοιχεί στην τετμημένη X_A , όπου και θα βρούμε την τιμή της παραγώγου μιας καμπύλης με δυναμική εξίσωση της μορφής $\psi = x^v$ (η εξίσωση είναι «δυναμική» με την έννοια ότι μπορούμε να μεταβάλλουμε τόσο το v και άρα να έχουμε οποιαδήποτε συνάρτηση x^v όσο και το αρχικό μας σημείο με τετμημένη X_A). Στη δεύτερη στήλη η τιμή της συνάρτησης (x^v) και στην τρίτη στήλη η κλίση της χορδής AB_v για $v = 1, 2, 3, 4, \dots$ (Το σημείο B_v είναι τέτοιο ώστε να μοιράζει κάθε φορά την απόσταση $X_B - X_A$, και άρα το $B_v \rightarrow A$).

5. Πιο κάτω έχουμε τη περίπτωση της $\psi = x^2$, (Το v πρέπει να είναι 2) και αναζητούμε την παράγωγο στο $X_A = 1$ (Το X_A πρέπει να είναι 1, αφού ζητούμε την κλίση της καμπύλης στο $x = 1$). Μελετήστε τον πίνακα και συμπληρώστε τις κλίσεις στα σημεία που δείχνει το πινακάκι στα δεξιά και αντιστοιχούν στη $\psi = x^2$ (Εδώ θα πρέπει να μεταβάλλουμε μόνο το X_A και να καταγράψουμε την τιμή της κλίσης που θα φαίνεται προς τα κάτω)

6. Ποια η σχέση μεταξύ κλίσης και τετμημένης;.....

Σημείο	χ	$\psi=\chi^v$	Κλίση AB_v
A	1	1	
B	2	4	3
B1	1,5	2,25	2,5
B2	1,25	1,5625	2,25
B3	1,125	1,265625	2,125
B4	1,0625	1,128906	2,0625
B5	1,03125	1,063477	2,03125
B6	1,015625	1,031494	2,015625
B7	1,007813	1,015686	2,0078125
B8	1,003906	1,007828	2,0039063
B9	1,001953	1,00391	2,0019531
B10	1,000977	1,001954	2,0009766
B11	1,000488	1,000977	2,0004883
B12	1,000244	1,000488	2,0002441
B13	1,000122	1,000244	2,0001221
B14	1,000061	1,000122	2,000061
B15	1,000031	1,000061	2,0000305
B16	1,000015	1,000031	2,0000153
B17	1,000008	1,000015	2,0000076
B18	1,000004	1,000008	2,0000038
B19	1,000002	1,000004	2,0000019
B20	1,000001	1,000002	2,000001
B21	1	1,000001	2,0000005
B22	1	1	2,0000002
B23	1	1	2,0000001
B24	1	1	2,0000001
B25	1	1	2
B26	1	1	2

χ_A	N
1	2

$\psi=\chi^2$

Σημείο	X(τετμημ)	Κλίση
(-4,16)	-4	
(-3,9)	-3	
(-2,4)	-2	
0	-1	
1	0	
(1,1)	1	
(2,4)	2	4
(3,9)	3	6
(4,9)	4	

7. Αλλάζοντας τώρα το v επαναλάβατε τα πιο πάνω διερευνώντας τις παραγώγους των συναρτήσεων $\psi = \chi^v$, για $v = 0, 1, 2, 3, 4, -1, -2, \dots$, δίνοντας γενίκευση στον τύπο που εκφράζει την παράγωγο της συνάρτησης $\psi = \chi^v$.

χ_A	v
3	2



Συμπληρώστε τους πιο κάτω πίνακες, αφού κάνετε τις αντίστοιχες διαφοροποιήσεις στις τιμές των n και X_A μόνο.

$\psi = \chi^3$

Σημείο	χ	κλίση
(-4,-64)	-4	
(-3,-27)	-3	
(-2,-8)	-2	
(-1,-1)	-1	
(0,0)	0	
(1,1)	1	
(2,8)	2	12
(3,27)	3	27
(4,64)	4	

$\psi = \chi^4$

Σημείο	χ	κλίση
(-4,256)	-4	
(-3,81)	-3	
(-2,16)	-2	
(-1,1)	-1	
(0,0)	0	
(1,1)	1	
(2,16)	2	32
(3,81)	3	108
(4,256)	4	

$\psi = \chi^5$

Σημείο	χ	κλίση
	-4	
	-3	
	-2	
	-1	
	0	
	1	
	2	80
	3	405
	4	

$\psi = \chi^6$

Σημείο	χ	κλίση
	-4	
	-3	
	-2	
	-1	
	0	
	1	
	2	192
	3	1458
	4	

$\psi = \chi^{-1}$

Σημείο	χ	κλίση
	-4	
	-3	
	-2	
	-1	
	0	
	1	
	2	
	3	
	4	

$\psi = \chi^{-2}$

Σημείο	χ	κλίση
	-4	
	-3	
	-2	
	-1	
	0	
	1	
	2	
	3	
	4	

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ- ΕΙΚΑΣΙΑ

Η παράγωγος μια πολυωνυμικής συνάρτησης της μορφής $\psi = \chi^n$ με $n \in \mathbb{Z}$, είναι:.....

ΠΡΟΚΛΗΣΗ

Δοκιμάστε και ρητούς αριθμούς στη θέση του n όπως για παράδειγμα τους αριθμούς $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $-\frac{1}{2}$ κλπ. Διαπιστώστε αν ο πιο πάνω γενικός τύπος ισχύει και σ' αυτή την περίπτωση.

Γ.2.12 - Αναπτυγμένες Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 12

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Γεωμετρική πρόοδος και άθροισμα όρων της
Τάξη	Β' Λυκείου Κατεύθυνση
Ενότητα	
Ενδεικτική Διάρκεια	1 X 45 λεπτά
Σκοπός	<ul style="list-style-type: none"> • Να αντιληφθούν οι μαθητές ότι με το λογισμικό του Excel μπορούν να χρησιμοποιήσουν πίνακες για να δουν την ακολουθία της Γ.Π και το άθροισμα των όρων της. Μεταβάλλοντας μόνο δύο παραμέτρους τα a_1 και λ μπορούν να σχηματίσουν οποιαδήποτε Γ.Π • Να αντιληφθούν την ισχύ των λογιστικών φύλλων (Excel), αφού τους δίδει συγχρόνως πίνακα τιμών και γραφική παράσταση, σε κάθε αλλαγή που διενεργούν στις δύο παραμέτρους των a_1 και λ. • Να διαπιστώσουν το είδος της μονοτονίας της Γ.Π, καθώς και να αποφασίζουν μέσα από τον πίνακα και τη γραφική παράσταση, αν υπάρχει ή όχι το άθροισμα των απείρων όρων της Γ.Π. Με κατάλληλες συναρτήσεις όλα τα αποτελέσματα που αφορούν το \sum_{∞} πιστοποιούνται με το TRUE (αν υπάρχει το \sum_{∞}) και σ' αυτή την περίπτωση να μας δίδεται και η τιμή του \sum_{∞}
Κωδικός Δραστηριότητας στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy	ΜΑΘ4_Κ07Μ_Π2_28
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Γεωμετρική Πρόοδος, Ακολουθία, Excel
Λογισμικό που απαιτείται*	<p>Excel</p> <p>* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.</p>
Πορεία Μαθησιακής Δραστηριότητας	<ul style="list-style-type: none"> • Δίδεται φύλλο εργασίας και οι μαθητές κάθονται ατομικά σε Η/Υ ή δύο - δύο για να απαντήσουν τις δραστηριότητες του φύλλου εργασίας • Εξηγούμε στη βασική δραστηριότητα ότι οι μαθητές μπορούν να αλλάζουν μόνο τα κελιά στα οποία βρίσκονται τα a_1 και λ, οπότε και θα διενεργούνται αυτόματα όλες οι σχετικές μεταβολές τόσο στον πίνακα της a_1 και του Σ_n, αλλά και στις δύο αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις τους.

Μέσα που χρειάζονται για υλοποίηση της δραστηριότητας (ηλεκτρονικά αρχεία, φυλλάδια, παρουσιάσεις):

- Φύλλο εργασίας, Η/Υ
- το αρχείο του Excel GP.xls.

Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου - Πορεία βήμα με βήμα (screen shots) για την αξιοποίηση του εργαλείου στη συγκεκριμένη δραστηριότητα.

Οι συγκεκριμένες εντολές και κατασκευές που προσφέρει το λογισμικό, επεξηγούνται επακριβώς την κατάλληλη στιγμή στη συγκεκριμένη δραστηριότητα μέσα στο φύλλο εργασίας. Οι μόνες μεταβολές σε κελιά είναι οι τιμές των a_1 και λ που βρίσκονται στα κελιά E2 και F2.

Δείγματα Αναμενόμενων προϊόντων των μαθητών

Οι μαθητές αναμένεται όπως κατανοήσουν την έννοια της Γ.Π, τη μονοτονία της, και τον τύπο που δίνει το άθροισμα πεπερασμένου πλήθους όρων της.

- Μέσα από το άθροισμα των n όρων της Γ.Π, οι μαθητές να αντιληφθούν πότε υπάρχει το άθροισμα των απείρων όρων της και με τι ισούται. Αναμένεται επίσης να αντιληφθούν ότι η γραφική παράσταση του S_n συγκλίνει όταν το n τείνει στο άπειρο.

Συνοδευτικό Υλικό Δραστηριότητας 12

(τα αρχεία με * υπάρχουν μόνο σε ηλεκτρονική μορφή στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο)

	Τίτλος αρχείου		Όνομα αρχείου στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο
Μέσα για υλοποίηση της δραστηριότητας	Γ.2.12.1	Φύλλο Εργασίας	Geom.P Φ.EPΓ.doc
	*	Αρχείο Excel	GeomPr.xls
Δείγματα Αναμενόμενων προϊόντων των μαθητών			
Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου			

Γ.2.12.1 – Φύλλο Εργασίας

1. Πως ορίζεται μια γεωμετρική πρόοδος; Τι στοιχεία χρειάζονται για να σχηματίσουμε όσους όρους θέλουμε;

2. Γράψτε τους επόμενους 5- 6 όρους στις γεωμετρικές προόδους όταν γνωρίζετε τον πρώτο όρο (a_1) και το λόγο (λ).
 α) $a_1 = 2$, $\lambda = 3$

 β) $a_1 = 3$, $\lambda = 2$
 γ) $a_1 = - 4$, $\lambda = 2$
 δ) $a_1 = 16$, $\lambda = -1/2$
3. Ποια η σχέση του κάθε όρου της (a_n) με τον αμέσως επόμενο όρο της (a_{n+1});
4. Δώστε λεκτικά την πιο πάνω σχέση (αναγωγική σχέση) και προσπαθήστε να ορίσετε την Γ.Π με $a_1 = 2$ και $\lambda = 3$ μέσα από την αναγωγική της σχέση.

5. Ας ανοίξουμε το αρχείο του Excel (G.P) με στόχο την εύκολη και απλή δημιουργία της οποιασδήποτε γεωμετρικής προόδου. Είναι ήδη κατασκευασμένος πίνακας (στις 2 πρώτες στήλες) που να δίδει όσους όρους θέλουμε μιας Γ.Π έχοντας τη δυνατότητα της δυναμικής αλλαγής των a_1 και λ , μόνο, όπου είναι και τα μόνα «κελλιά» στα οποία μπορούμε να επεμβαίνουμε. Στην τρίτη στήλη υπολογίζονται τα αθροίσματα των όρων της Γ.Π Επίσης φαίνονται και οι αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις των a_n και Σ_n Φτιάξτε και ελέξτε τα αποτελέσματα σας στη δραστηριότητα 2 δίνοντας τις κατάλληλες τιμές στα a_1 και λ .
6. Αναφέρετε τη μονοτονία (αύξουσα – φθίνουσα) που παρουσιάζει η κάθε Γ.Π παρατηρώντας και τη γραφική της παράσταση.
 (α).....
 (β).....
 (γ).....
 (δ).....
7. Πότε τελικά μια Γ.Π είναι αύξουσα ή φθίνουσα;

8. Σχηματίστε δύο δικές σας αύξουσες – φθίνουσες Γ.Π μεταβάλλοντας τα a_1 και λ κατάλληλα.



9. Πώς όμως θα βρούμε το άθροισμα κάποιων όρων μιας Γ.Π; Μέσα στο ίδιο το πρόγραμμα και συγκεκριμένα στην τρίτη στήλη, δίνεται το άθροισμα των όρων που αντιστοιχεί στο n (Σ_n). Αφού πειραματιστείτε αλλάζοντας κατάλληλα τα a_1 και λ να βρείτε από τη στήλη του Σ_n :

10. Ποιο το άθροισμα των 8 πρώτων όρων της Γ.Π με $a_1=3$ και $\lambda=2$;

.....

11. Ποιο το Σ_{10} της Γ.Π: 1,2,4,8, . . .

.....

12. Ποιο το Σ_{20} της : 90 ,30, 10 ,10/3 , . . .

.....

13. Ποιο το Σ_{30} της 28 , -14 , 7 , -7/2 . . .

.....

14. Τι παρατηρείτε όταν έχουμε τα αθροίσματα

$$\Sigma_n = a_1 + a_1 \cdot \lambda + a_1 \cdot \lambda^2 + \dots + a_1 \cdot \lambda^{n-1}$$

$$\lambda \cdot \Sigma_n = a_1 \cdot \lambda + a_1 \cdot \lambda^2 + a_1 \cdot \lambda^3 \dots + a_1 \cdot \lambda^n$$

.....

.....

Τι μπορούμε να κάνουμε για να βγάλουμε ένα τύπο για το Σ_n συνδυάζοντας τα δύο αυτά αθροίσματα;

.....

.....

.....

15. Ποιες από τις πιο πάνω τέσσερις Γ.Π νομίζετε ότι το άθροισμα τους θα συγκλίνει σε κάποιο πραγματικό αριθμό όταν το n θα αυξάνει απεριόριστα; ($n \rightarrow \infty$) και ποιες αποκλίνουν σε $\pm\infty$; Ελέξτε τις εικασίες από το αν υπάρχει ή όχι το άθροισμα των απείρων όρων .

.....

.....

.....

16. Ποιο το άθροισμα των απείρων όρων των Γ.Π:

A) $16 + 8 + 4 + 2 + \dots$

B) $16 - 8 + 4 - 2 - \dots$

Γ) $81 + 27 + 9 + 3 + \dots$

Δ) Γιατι δεν υπάρχει άθροισμα απείρων όρων στην : $1 + 2 + 4 + 8 + \dots$;

.....

.....

Γ.2.13 - Αναπτυγμένες Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 13

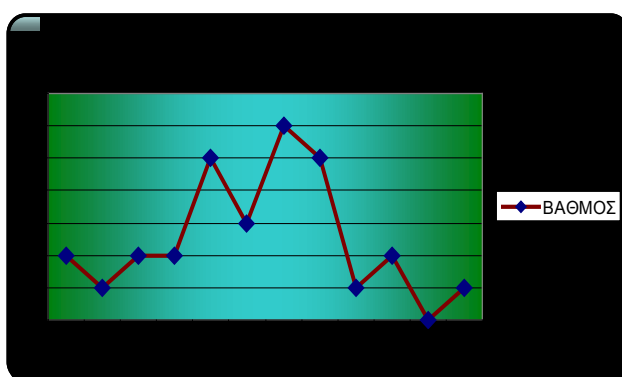
Μάθημα	Μαθηματικά																										
Τίτλος Δραστηριότητας	Στατιστική (Κατασκευή πίνακα και πολύγωνου συχνοτήτων)																										
Τάξη	Γ' Λυκείου κοινού κορμού																										
Ενότητα																											
Ενδεικτική Διάρκεια	1 X 45 λεπτά																										
Σκοπός	Στόχος μας εδώ αποτελεί η εισαγωγή δεδομένων σε περιβάλλον Excel, καθώς και η εισαγωγή τύπων ώστε να συμπληρώνεται ένας πίνακας κατανομής συχνοτήτων. Επίσης με τη βοήθεια του λογισμικού οι μαθητές να φτιάχνουν και τα αντίστοιχα διαγράμματα συχνοτήτων.																										
Κωδικός Δραστηριότητας στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy	ΜΑΘ4_Κ07Μ_Π2_32																										
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Πίνακας κατανομής, Πολύγωνο Συχνοτήτων, Excel																										
Λογισμικό που απαιτείται*	Excel * Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.																										
Πορεία Μαθησιακής Δραστηριότητας	Οι μαθητές με την βοήθεια του Φύλλου εργασίας και των οδηγιών για την καταχώρηση δεδομένων θα δημιουργήσουν στο Excel σ' ένα worksheet ένα πίνακα που θα περιέχει αρχικά τους βαθμούς ενός διαγωνίσματος και τις συχνοτήτες τους (σελ. 15). <table border="1" data-bbox="497 1451 778 2002"> <thead> <tr> <th>ΒΑΘΜΟΣ</th> <th>fi</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>9</td><td>2</td></tr> <tr><td>10</td><td>1</td></tr> <tr><td>11</td><td>2</td></tr> <tr><td>12</td><td>2</td></tr> <tr><td>13</td><td>5</td></tr> <tr><td>14</td><td>3</td></tr> <tr><td>15</td><td>6</td></tr> <tr><td>16</td><td>5</td></tr> <tr><td>16</td><td>1</td></tr> <tr><td>18</td><td>2</td></tr> <tr><td>19</td><td>0</td></tr> <tr><td>20</td><td>1</td></tr> </tbody> </table>	ΒΑΘΜΟΣ	fi	9	2	10	1	11	2	12	2	13	5	14	3	15	6	16	5	16	1	18	2	19	0	20	1
ΒΑΘΜΟΣ	fi																										
9	2																										
10	1																										
11	2																										
12	2																										
13	5																										
14	3																										
15	6																										
16	5																										
16	1																										
18	2																										
19	0																										
20	1																										

Ακολουθώς θα υποδειχθούν οι ανάλογοι τύποι (formulas) για την συμπλήρωση του πίνακα κατανομής συχνοτήτων με την Αθροιστική, Σχετική, Εκατοστιαία Σχετική και την αθροιστική Εκατοστιαία Σχετική συχνότητα όπως πιο κάτω.

ΒΑΘΜΟΣ	f _i	Σ	f _i /Σf _i	100f _i /Σf _i (%)	ΑΘΡΟΙΣΤΙΚΗ ΕΚ. ΣΧ. ΣΥΧΝ.
9	2	=B4	B4/\$C\$15 =D4	=E4	=F4
10	1	=B5+C4	B5/\$C\$15 =D5	=E5	=F5+G4

Χρησιμοποιώντας τις εντολές copy και paste εύκολα δημιουργούν τον πίνακα κατανομής συχνοτήτων και με το chart wizard κατασκευάζουν γραφικές παραστάσεις όπως ραβδόγραμμα, κυκλικό διάγραμμα και πολύγωνο συχνοτήτων

ΠΙΝΑΚΑΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ						
ΒΑΘΜΟΣ	f _i	Σ	f _i /Σf _i		100f _i /Σf _i (%)	ΑΘΡΟΙΣΤΙΚΗ ΕΚ. ΣΧ. ΣΥΧΝ.
9	2	2	1/15	0,07	7%	7%
10	1	3	1/30	0,03	3%	10%
11	2	5	1/15	0,07	7%	17%
12	2	7	1/15	0,07	7%	23%
13	5	12	1/6	0,17	17%	40%
14	3	15	1/10	0,10	10%	50%
15	6	21	1/5	0,20	20%	70%
16	5	26	1/6	0,17	17%	87%
16	1	27	1/30	0,03	3%	90%
18	2	29	1/15	0,07	7%	97%
19	0	29	0	0,00	0%	97%
20	1	30	1/30	0,03	3%	100%



Μέσα που χρειάζονται για υλοποίηση της δραστηριότητας (ηλεκτρονικά αρχεία, φυλλάδια, παρουσιάσεις):

Εξοπλισμένο εργαστήριο Η/Υ με Βιντεοπροβολέα.

Φυλλάδιο με οδηγίες

Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου - Πορεία βήμα με βήμα (screen shots) για την αξιοποίηση του εργαλείου στη συγκεκριμένη δραστηριότητα.

Θα δοθεί φυλλάδιο με τις οδηγίες.

Συνοδευτικό Υλικό Δραστηριότητας 13

(τα αρχεία με * υπάρχουν μόνο σε ηλεκτρονική μορφή στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο)

	Τίτλος αρχείου		Όνομα αρχείου στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο
Μέσα για υλοποίηση της δραστηριότητας	Γ.2.13.1	Φύλλο Εργασίας	Πίνακα και πολύγωνο συχνοτήτωνF.ergas.doc
	*	Αρχείο Excel	ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ.xls
	*	Αρχείο Excel	ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ2.xls
Δείγματα Αναμενόμενων προϊόντων των μαθητών			
Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου			

Γ.2.13.1 – Φύλλο Εργασίας

ΠΙΝΑΚΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΥΓΩΝΟ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ EXCEL

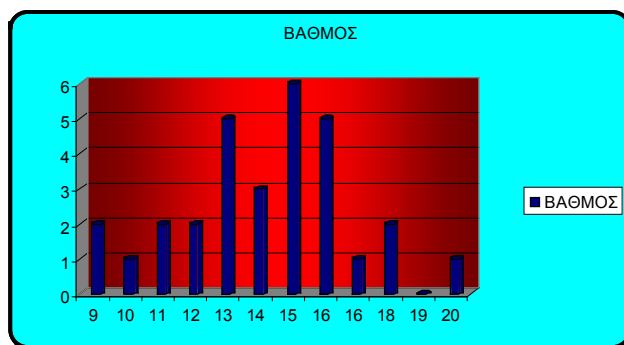
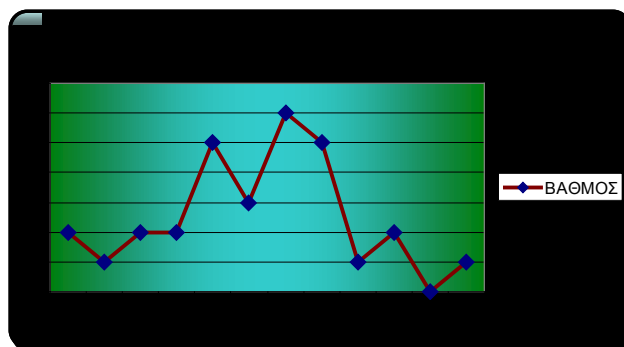
ΒΑΘΜΟΣ	f _i
9	2
10	1
11	2
12	2
13	5
14	3
15	6
16	5
16	1
18	2
19	0
20	1

Παρατηρήστε και συμπληρώστε τους ανάλογους τύπους (formulas) για την συμπλήρωση του πίνακα κατανομής συχνοτήτων με την Αθροιστική, Σχετική, Εκατοστιαία Σχετική και την αθροιστική Εκατοστιαία Σχετική συχνότητα όπως πιο κάτω.

ΒΑΘΜΟΣ	f _i	Σ	f _i /Σf _i	100f _i /Σf _i (%)	ΑΘΡΟΙΣΤΙΚΗ ΕΚ. ΣΧ. ΣΥΧΝ.
9	2	=B4	B4/ΣC\$15 =D4	=E4	=F4
10	1	=B5+C4	B5/ΣC\$15 =D5	=E5	=F5+G4

Χρησιμοποιώντας τις εντολές copy και paste να δημιουργήσετε τον πίνακα κατανομής συχνοτήτων και με το chart wizard να κατασκευάσετε γραφικές παραστάσεις όπως ραβδόγραμμα, κυκλικό διάγραμμα και πολύγωνο συχνοτήτων όπως πιο κάτω.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ						
ΒΑΘΜΟΣ	f _i	Σ	f _i /Σf _i		100f _i /Σf _i (%)	ΑΘΡΟΙΣΤΙΚΗ ΕΚ. ΣΧ. ΣΥΧΝ.
9	2	2	1/15	0,07	7%	7%
10	1	3	1/30	0,03	3%	10%
11	2	5	1/15	0,07	7%	17%
12	2	7	1/15	0,07	7%	23%
13	5	12	1/6	0,17	17%	40%
14	3	15	1/10	0,10	10%	50%
15	6	21	1/5	0,20	20%	70%
16	5	26	1/6	0,17	17%	87%
16	1	27	1/30	0,03	3%	90%
18	2	29	1/15	0,07	7%	97%
19	0	29	0	0,00	0%	97%
20	1	30	1/30	0,03	3%	100%



Γ.2.14 - Αναπτυγμένες Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 14

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Όριο συνάρτησης στο άπειρο
Τάξη	Β' Λυκείου Κατεύθυνση
Ενότητα	
Ενδεικτική Διάρκεια	1 X 45 λεπτά
Σκοπός	Η προτεινόμενη δραστηριότητα έχει σκοπό με τη βοήθεια του Excel την εποπτική παρουσίαση της έννοιας του ορίου συνάρτησης στο άπειρο μέσω του πίνακα τιμών (αριθμητική προσέγγιση) και της γραφικής παράστασης (γεωμετρική προσέγγιση) της συνάρτησης.
Κωδικός Δραστηριότητας στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	ΜΑΘ4_Κ07Μ_Π2_35
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Όριο, Συνάρτηση, Άπειρο, Excel
Λογισμικό που απαιτείται*	Excel * Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.
Πορεία Μαθησιακής Δραστηριότητας	Δίνεται στους μαθητές το φύλλο εργασίας το οποίο τους καθοδηγεί στη δραστηριότητα. Στην 1η δραστηριότητα οι μαθητές καλούνται να ανοίξουν από το αρχείο limit.xls το Φύλλο 1 στο οποίο παρουσιάζονται δύο πίνακες τιμών και η γραφική παράσταση της συνάρτησης $F(x) = 10x / (2x+7)$. Οι δύο πίνακες (Πίνακας 1 και Πίνακας 2) παρουσιάζουν τις τιμές της συνάρτησης για πολύ μεγάλες τιμές του x και πολύ μικρές τιμές αντίστοιχα. Βάσει αυτών των στοιχείων και με τη βοήθεια του διδάσκοντα οι μαθητές θα μπορέσουν να γνωρίσουν την έννοια του ορίου συνάρτησης στο $+\infty$ και στο $-\infty$, εποπτικά, αριθμητικά και συμβολικά. Στη γραφική παράσταση μπορούν να δουν δυναμικά την κίνηση του σημείου της καμπύλης καθώς το x αυξάνεται όπως και την απόσταση του αντίστοιχου σημείου της καμπύλης από την οριζόντια ασύμπτωτο που μειώνεται συνεχώς. Έτσι θα μπορέσουν οι μαθητές να γνωρίσουν την έννοια του ορίου και να καταλήξουν στη διατύπωση του ορισμού του ορίου συνάρτησης στο άπειρο, μέσα από τις διαφορετικές προσεγγίσεις του (αλγεβρική και γεωμετρική).

Στη συνέχεια αφού γίνει η ανακεφαλαίωση της νέας έννοιας, θα πρέπει οι μαθητές να προχωρήσουν στη 2η δραστηριότητα όπου καλούνται να συνεχίσουν να εργάζονται με το λογισμικό για να βρουν όρια ρητών συναρτήσεων των οποίων ο πίνακας πολύ Μεγάλων/ Μικρών τιμών και η γραφική τους παράσταση προκύπτουν δυναμικά από τη μεταβολή των σταθερών α και β όπου α είναι ο συντελεστής της μεγαλύτερης δύναμης στον αριθμητή και β ο συντελεστής της μεγαλύτερης δύναμης στον παρονομαστή. Οι μαθητές θα πρέπει να βρουν τα όρια αυτών των συναρτήσεων είτε μέσα από τον πίνακα τιμών συνάρτησης για πολύ μεγάλες/μικρές τιμές του x , είτε μέσα από τη γραφική παράσταση. Στο λογισμικό δίνονται οι απαντήσεις των ορίων. Το μόνο που έχουν να κάνουν οι μαθητές είναι να πατήσουν το ανάλογο κουμπί, για να μπορέσουν να ελέγξουν την απάντησή τους.



Τα παραδείγματα των ρητών συναρτήσεων που δίνονται στα φύλλα του αρχείου limit.xls καλύπτουν όλες τις περιπτώσεις. Δηλαδή: Βαθμός Αριθμητή < Βαθμός Παρονομαστή, Βαθμός Αριθμητή > Βαθμός Παρονομαστή και Βαθμός Αριθμητή = Βαθμός Παρονομαστή.

Καλούνται επίσης να υπολογίσουν και τα όρια $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x}$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x}$, όρια που θα τους χρησιμεύσουν αργότερα όταν ασχοληθούν με τις Ιδιότητες Ορίων και στις Επιτρεπτές/Μη Επιτρεπτές πράξεις του απείρου. Επίσης με το παράδειγμα της συνάρτησης $y = \eta \mu x$ θα διαπιστώσουν ότι δεν έχουν όλες οι συναρτήσεις όριο στο ∞ .

Μέσα που χρειάζονται για υλοποίηση της δραστηριότητας (ηλεκτρονικά αρχεία, φυλλάδια, παρουσιάσεις):

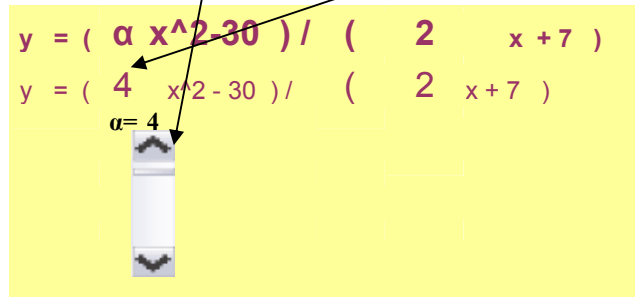
Λογισμικό Excel: limit.xls

Φύλλο Εργασίας

Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου -Πορεία βήμα με βήμα (screen shots) για την αξιοποίηση του εργαλείου στη συγκεκριμένη δραστηριότητα

1) ΝΑ ΜΗΝ ΚΑΝΕΤΕ 'SAVE' ΤΙΣ ΑΛΛΑΓΕΣ ΣΑΣ

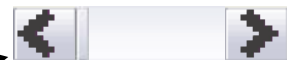
2) Για να μεταβάλλουμε την τιμή της σταθεράς a αρκεί να σύρουμε τα αντίστοιχα βελάκια προς τα πάνω ή προς τα κάτω.



3) Για να αλλάξουμε την τιμή της σταθεράς β αρκεί να πληκτρολογήσουμε την τιμή που θέλουμε στο γαλάζιο κελί που βρίσκεται η τιμή της β , δηλαδή στο κελί J8.



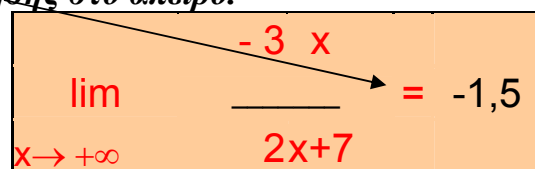
4) Για να επιτύχουμε την κίνηση του σημείου της καμπύλης όταν το x αυξάνεται απεριόριστα, αρκεί να σύρουμε τα αντίστοιχα βελάκια προς τα δεξιά.



5) Πατώντας αντίστοιχα τα κουμπιά



Θα κρύβεται / εμφανίζεται αντίστοιχα η απάντηση για το όριο της συνάρτησης στο άπειρο.



6) Πατώντας αντίστοιχα τα κουμπιά



Θα κρύβονται / εμφανίζονται οι τιμές της συνάρτησης στον πίνακα τιμών της.

Συνοδευτικό Υλικό Δραστηριότητας 14

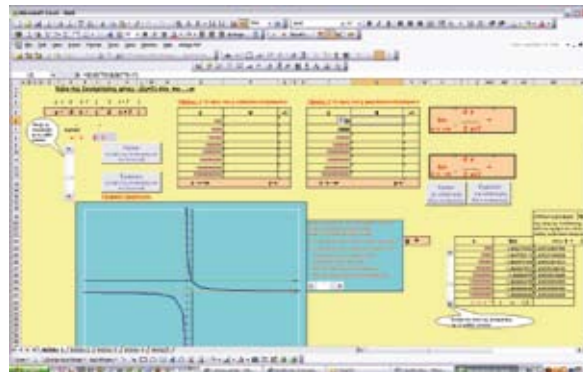
(τα αρχεία με * υπάρχουν μόνο σε ηλεκτρονική μορφή στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο)

	Τίτλος αρχείου		Όνομα αρχείου στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο
Μέσα για υλοποίηση της δραστηριότητας	Γ.2.14.1	Φύλλο Εργασίας	ΟριαΦυλΕργ.doc
	*	Αρχείο Excel	limit.xls
Δείγματα Αναμενόμενων προϊόντων των μαθητών			
Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου			

Γ.2.14.1 – Φύλλο Εργασίας

ΟΡΙΟ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΣΤΟ ΑΠΕΙΡΟ

Οδηγίες για το Λογισμικό Excel



1) **ΝΑ ΜΗΝ ΚΑΝΕΤΕ 'SAVE' ΤΙΣ ΑΛΛΑΓΕΣ ΣΑΣ**

2) Για να μεταβάλλουμε την τιμή της σταθεράς α αρκεί να σύρουμε τα αντίστοιχα βελιάκια προς τα πάνω ή προς τα κάτω.

$$y = (\alpha x^2 - 30) / (2 x + 7)$$

$$y = (4 x^2 - 30) / (2 x + 7)$$

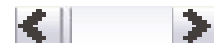
$\alpha = 4$

Ράβδος Κύλισης

3) Για να αλλάξουμε την τιμή της σταθεράς β αρκεί να πληκτρολογήσουμε την τιμή που θέλουμε στο γαλάζιο κελί που βρίσκεται η τιμή της β, δηλαδή στο κελί J8.

$$\beta = 2$$

4) Για να επιτύχουμε την κίνηση του σημείου της καμπύλης όταν το x αυξάνεται απεριόριστα, αρκεί να σύρουμε τα αντίστοιχα βελιάκια προς τα δεξιά.



5) Πατώντας αντίστοιχα τα κουμπιά

Θα κρύβεται / εμφανίζεται αντίστοιχα η απάντηση για το όριο της συνάρτησης στο άπειρο.

Κρύψε την απάντηση
(Όριο συνάρτησης)

Εμφάνισε την απάντηση
(Όριο συνάρτησης)

Κρύψε τις τιμές της συνάρτησης

Εμφάνισε τις τιμές της συνάρτησης

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x}{2x+7} = -1,5$$

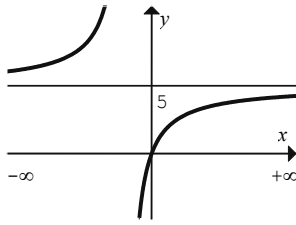
6) Πατώντας αντίστοιχα τα κουμπιά Θα κρύβονται / εμφανίζονται οι τιμές της συνάρτησης στον πίνακα τιμών της.



Δραστηριότητα 1^η:

Να ανοίξετε το αρχείο limit.xls και στη συνέχεια το Φύλλο 1 στο οποίο δίνονται δύο πίνακες τιμών για τη συνάρτηση $f(x) = \frac{10x}{2x+7}$ και η γραφική παράσταση της f.

(διαφορετικά να μεταβάλετε τη σταθερά α της συνάρτησης $y = ax/(2x+7)$ έτσι ώστε να γίνει 10)

<p>Πίνακας 1 της f:</p> <p>Τιμές της f όταν το x αυξάνει απεριόριστα με θετικές τιμές</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>χ</th> <th>ψ</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>100</td><td>4,83091787440</td></tr> <tr><td>1000</td><td>4,98256103637</td></tr> <tr><td>10000</td><td>4,99825061229</td></tr> <tr><td>100000</td><td>4,99982500612</td></tr> <tr><td>1000000</td><td>4,99998250006</td></tr> <tr><td>10000000</td><td>4,99999825000</td></tr> <tr><td>100000000</td><td>4,99999982500</td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td>χ → +∞</td><td>ψ →</td></tr> </tbody> </table>	χ	ψ	100	4,83091787440	1000	4,98256103637	10000	4,99825061229	100000	4,99982500612	1000000	4,99998250006	10000000	4,99999825000	100000000	4,99999982500			χ → +∞	ψ →	<p>Γραφική Παράσταση της f:</p> 	<p>Πίνακας 2 της f:</p> <p>Τιμές της f όταν το χ μικραίνει απεριόριστα με αρνητικές τιμές</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>χ</th> <th>ψ</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>-100</td><td>5,18134715026</td></tr> <tr><td>-1000</td><td>5,01756146513</td></tr> <tr><td>-10000</td><td>5,00175061271</td></tr> <tr><td>-100000</td><td>5,00017500613</td></tr> <tr><td>-1000000</td><td>5,00000175000</td></tr> <tr><td>-10000000</td><td>5,00000175000</td></tr> <tr><td>-100000000</td><td>5,00000017500</td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td>χ → -∞</td><td>ψ →</td></tr> </tbody> </table>	χ	ψ	-100	5,18134715026	-1000	5,01756146513	-10000	5,00175061271	-100000	5,00017500613	-1000000	5,00000175000	-10000000	5,00000175000	-100000000	5,00000017500			χ → -∞	ψ →
χ	ψ																																									
100	4,83091787440																																									
1000	4,98256103637																																									
10000	4,99825061229																																									
100000	4,99982500612																																									
1000000	4,99998250006																																									
10000000	4,99999825000																																									
100000000	4,99999982500																																									
χ → +∞	ψ →																																									
χ	ψ																																									
-100	5,18134715026																																									
-1000	5,01756146513																																									
-10000	5,00175061271																																									
-100000	5,00017500613																																									
-1000000	5,00000175000																																									
-10000000	5,00000175000																																									
-100000000	5,00000017500																																									
χ → -∞	ψ →																																									

A) Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά:

a) Με βάση τον Πίνακα 1 της f παρατηρούμε ότι όταν το x αυξάνει απεριόριστα, τότε η συνάρτηση f προσεγγίζει όσο θέλουμε τον αριθμό

➤ Λέμε ότι «η συνάρτηση f έχει όριο τον αριθμό όταν το x τείνει στο +∞»

➤ Συμβολικά γράφου με $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots\dots\dots$

b) Με βάση τη γραφική παράσταση της f, παρατηρούμε ότι όταν το x αυξάνει απεριόριστα, τότε η καμπύλη f πλησιάζει όσο θέλουμε την ευθεία

Η ευθεία αυτή λέγεται Οριζόντια Ασύμπτωτος.

c) Με βάση τη γραφική παράσταση της f, παρατηρούμε ότι η απόσταση του σημείου (x, f(x)) της καμπύλης f από την ευθεία μπορεί να γίνει όσο θέλουμε μικρή έστω ε, όταν πάρουμε το x μεγαλύτερο από κάποιο ικανοποιητικά μεγάλο θετικό αριθμό έστω M.

➤ Συμβολικά : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots\dots\dots \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0, \exists M \in \mathbb{R}^+$ τέτοιος ώστε $\forall x > M$ να ισχύει $|f(x) - 5| < \varepsilon$

B) Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά:

a) Με βάση τον Πίνακα 2 της f παρατηρούμε ότι όταν το χ μικραίνει απεριόριστα, τότε η συνάρτηση f προσεγγίζει όσο θέλουμε τον αριθμό

➤ Λέμε ότι «η συνάρτηση f έχει όριο τον αριθμό όταν το χ τείνει στο -∞»

➤ Συμβολικά γράφου με $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \dots\dots\dots$

b) Με βάση τη γραφική παράσταση της f, παρατηρούμε ότι όταν το χ μικραίνει απεριόριστα, τότε η καμπύλη f πλησιάζει όσο θέλουμε την ευθεία

* Ανακεφαλαίωση:

➤ Όριο Συνάρτησης στο $+\infty$:

Εάν καθώς οι τιμές του x αυξάνονται απεριόριστα η συνάρτηση f προσεγγίζει όσο θέλουμε μία τιμή a , τότε λέμε ότι: «Το όριο της συνάρτησης f είναι a όταν το x τείνει στο $+\infty$ ».

Συμβολικά: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$

** Εάν $a \in \mathbb{R}$ η ευθεία $\psi = a$ λέγεται **Οριζόντια Ασύμπτωτος** της συνάρτησης f στην περιοχή του $+\infty$.

➤ Όριο Συνάρτησης στο $-\infty$:

Εάν καθώς οι τιμές του x μικραίνουν απεριόριστα η συνάρτηση f προσεγγίζει όσο θέλουμε μία τιμή a , τότε λέμε ότι: «Το όριο της συνάρτησης f είναι a όταν το x τείνει στο $-\infty$ ».

Συμβολικά: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = a$

** Εάν $a \in \mathbb{R}$ η ευθεία $\psi = a$ λέγεται **Οριζόντια Ασύμπτωτος** της συνάρτησης f στην περιοχή του $-\infty$.

Ορισμός:

➤ Όριο Συνάρτησης στο $+\infty$:

Εάν καθώς οι τιμές του x αυξάνονται απεριόριστα η διαφορά του a από το $f(x)$ μπορεί να γίνει όσο μικρή θέλουμε έστω ε όταν πάρουμε το x μεγαλύτερο από κάποιο ικανοποιητικά μεγάλο θετικό αριθμό M τότε λέμε ότι: «Το όριο της συνάρτησης f είναι το a όταν το x τείνει στο $+\infty$ »

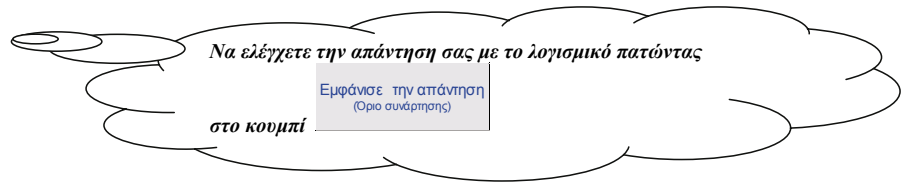
Συμβολικά: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0, \exists M \in \mathbb{R}^+ \text{ τέτοιος ώστε } \forall x > M \text{ να ισχύει } |f(x) - a| < \varepsilon$

➤ Όριο Συνάρτησης στο $-\infty$:

Εάν καθώς οι τιμές του x αυξάνονται απεριόριστα, η διαφορά του a από το $f(x)$ μπορεί να γίνει όσο μικρή θέλουμε έστω ε , αρκεί να πάρουμε το x μεγαλύτερο από κάποιο ικανοποιητικά μεγάλο θετικό αριθμό M τότε λέμε ότι: «Το όριο της συνάρτησης f είναι το a όταν το x τείνει στο $+\infty$ ».

Συμβολικά: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = a \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0, \exists M \in \mathbb{R}^+ \text{ τέτοιος ώστε } \forall x < -M \text{ να ισχύει } |f(x) - a| < \varepsilon$

Δραστηριότητα 2^η:



- 1) Αφού ανοίξετε το Φύλλο 1 του αρχείου limit.xls, να μεταβάλετε κατάλληλα με τη ράβδο κύλισης τη σταθερά a της συνάρτησης $y = \frac{\alpha x}{2x+7}$ έτσι ώστε να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια με τη βοήθεια του πίνακα τιμών ή και της γραφικής παράστασης που εμφανίζονται.

α) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{9x}{2x+7} = \dots\dots\dots$, β) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{2x+7} = \dots\dots\dots$,

γ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-6x}{2x+7} = \dots\dots\dots$, δ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-8x}{2x+7} = \dots\dots\dots$

- 2) Αφού ανοίξετε το Φύλλο 2 του αρχείου limit.xls, να μεταβάλετε κατάλληλα με τη ράβδο κύλισης τη σταθερά a της συνάρτησης $y = \frac{\alpha x^2 - 1}{2x^2 + 7}$ έτσι ώστε να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια με τη βοήθεια του πίνακα τιμών ή και της γραφικής παράστασης που εμφανίζονται.

α) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{10x^2 - 1}{2x^2 + 7} = \dots\dots\dots$, β) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6x^2 - 1}{2x^2 + 7} = \dots\dots\dots$,

γ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x^2 - 1}{2x^2 + 7} = \dots\dots\dots$, δ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-8x^2 - 1}{2x^2 + 7} = \dots\dots\dots$

- 3) Αφού ανοίξετε το Φύλλο 3 του αρχείου limit.xls, να μεταβάλετε κατάλληλα με τη ράβδο κύλισης τη σταθερά a της συνάρτησης $y = \frac{\alpha x^2}{2x+7}$ να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια με τη βοήθεια του πίνακα τιμών ή και της γραφικής παράστασης που εμφανίζονται.

α) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 - 30}{2x+7} = \dots\dots\dots$, β) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^2 - 30}{2x+7} = \dots\dots\dots$

γ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x^2 - 30}{2x+7} = \dots\dots\dots$, δ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x^2 - 30}{2x+7} = \dots\dots\dots$

- 4) Αφού ανοίξετε το Φύλλο 4 του αρχείου limit.xls, να μεταβάλετε κατάλληλα με τη ράβδο κύλισης τη σταθερά a της συνάρτησης $y = \frac{\alpha}{x}$ στο Φύλλο 4 του αρχείου lim.xls για να υπολογίσετε τα πιο κάτω όρια με τη βοήθεια του πίνακα τιμών ή και της γραφικής παράστασης που εμφανίζονται.

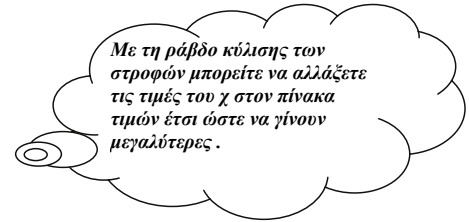
α) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = \dots\dots\dots$, β) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = \dots\dots\dots$, γ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{x} = \dots\dots\dots$, δ)

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2}{x} = \dots\dots\dots$

5) Να ανοίξετε το **Φύλλο 5 του αρχείου limit.xls** όπου παρουσιάζεται ο πίνακας τιμών της συνάρτησης $y = \eta\mu x$ για μεγάλες τιμές του x (σε ακτίνια και μοίρες) και η γραφική της παράσταση

α) Τι παρατηρείτε σχετικά με τις τιμές της συνάρτησης όταν το x παίρνει συνεχώς και πιο μεγάλες τιμές;

.....



β) Τι μπορούμε να πούμε για το όριο του $\eta\mu x$ όταν το x τείνει στο $+\infty$;

6) Να συμπληρώσετε τα πιο κάτω:

➤ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 5$ σημαίνει ότι όταν το x παίρνει πολύ μεγάλες τιμές

➤ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ σημαίνει ότι

➤ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 7$ σημαίνει

➤ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ σημαίνει



Γ.2.15 - Αναπτυγμένες Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 15

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \frac{\alpha}{x}$, $x \neq 0$, $\alpha \neq 0$ (σελ. 105-108)
Τάξη	Α' Λυκείου
Ενότητα	
Ενδεικτική Διάρκεια	1 X 45 λεπτά
Σκοπός	<p>Με τη βοήθεια της δραστηριότητας αυτής επιδιώκεται οι μαθητές :</p> <ul style="list-style-type: none"> • Να είναι ικανοί να κατασκευάζουν και να αναγνωρίζουν τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \frac{\alpha}{x}$ • Να γνωρίζουν το ρόλο του συντελεστή α στη γραφική παράσταση και τη μελέτη της συνάρτησης $y = \frac{\alpha}{x}$. • Να ανακαλύψουν τα χαρακτηριστικά της συνάρτησης $y = \frac{\alpha}{x}$
Κωδικός Δραστηριότητας στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	ΜΑΘ4_K07M_Π2_38
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Υπερβολή, Συνάρτηση, Ασύμπτωτες, Excel
Λογισμικό που απαιτείται*	<p>Excel</p> <p>* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.</p>
Πορεία Μαθησιακής Δραστηριότητας	<p>Οργάνωση τάξης:</p> <p>Η δραστηριότητα μπορεί να εκτελεστεί από ομάδες δύο ή τριών μαθητών σε εργαστήριο ΗΥ. Οι μαθητές εργάζονται απευθείας με το πρόγραμμα Excel, ακολουθώντας τις οδηγίες του φύλλου εργασίας και με την καθοδήγηση του διδάσκοντα.</p>

Πορεία:

Αρχικά δίνεται στους μαθητές το φύλλο εργασίας όπου στην 1η δραστηριότητα οι

μαθητές καλούνται αφού συμπληρώσουν τον πίνακα τιμών της συνάρτησης $y = \frac{1}{x}$ να σχεδιάσουν τη γραφική παράσταση της, εργασία την οποία θα ελέγξουν στη δεύτερη δραστηριότητα με το αρχείο Υπερν.xls. Στη 2η δραστηριότητα αφού ελέγξουν τη γραφική τους παράσταση θα αλλάξουν την τιμή της σταθεράς a έτσι ώστε να γίνει ίση με -1

για να μπορέσουν να δουν και τη μορφή της συνάρτησης $y = -\frac{1}{x}$. Στη συνέχεια ανοίγοντας το Φύλλο 2 θα ανακαλύψουν τα χαρακτηριστικά και τις ιδιότητες των

συναρτήσεων $y = \frac{1}{x}$, $y = -\frac{1}{x}$ όπως πεδίο ορισμού, πεδίο τιμών και ασύμπτωτες. Πειραματιζόμενοι οι μαθητές με διάφορες τιμές της σταθεράς a θα μπορέσουν να γενικεύσουν τα συμπεράσματα τους για τη μορφή και τα χαρακτηριστικά της γραφικής

παράστασης της συνάρτησης $y = \frac{a}{x}$ με $a \neq 0$ και να ανακαλύψουν το ρόλο του a στη μορφή και στη μελέτη της συνάρτησης.

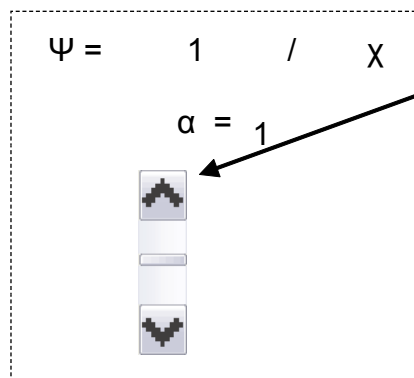
Μέσα που χρειάζονται για υλοποίηση της δραστηριότητας (ηλεκτρονικά αρχεία, φυλλάδια, παρουσιάσεις):

Λογισμικό Excel: Υπερν.xls

Φύλλο Εργασίας

Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου -Πορεία βήμα με βήμα (screen shots) για την αξιοποίηση του εργαλείου στη συγκεκριμένη δραστηριότητα

1. ΝΑ ΜΗΝ ΚΑΝΕΤΕ 'SAVE'ΤΙΣ ΑΛΛΑΓΕΣ ΣΑΣ
2. Για να μεταβάλουμε την τιμή της σταθεράς a αρκεί να σύρουμε τα αντίστοιχα βελάκια της ράβδου κύλισης προς τα πάνω ή προς τα κάτω.



3. Όταν μεταβάλλεται η τιμή οποιασδήποτε σταθεράς τότε αυτόματα αλλάζουν τα αντίστοιχα ψ στον πίνακα τιμών και η γραφική παράσταση.

Συνοδευτικό Υλικό Δραστηριότητας 15

(τα αρχεία με * υπάρχουν μόνο σε ηλεκτρονική μορφή στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο)

	Τίτλος αρχείου		Όνομα αρχείου στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο
Μέσα για υλοποίηση της δραστηριότητας	Γ.2.15.1	Φύλλο Εργασίας	ΥπερβΦυλΕργ.doc
	*	Αρχείο Excel	Υπερβ.xls
Δείγματα Αναμενόμενων προϊόντων των μαθητών			
Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου			

Γ.2.15.1 – Φύλλο Εργασίας

Η ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ $y = \alpha / x, \alpha \neq 0$

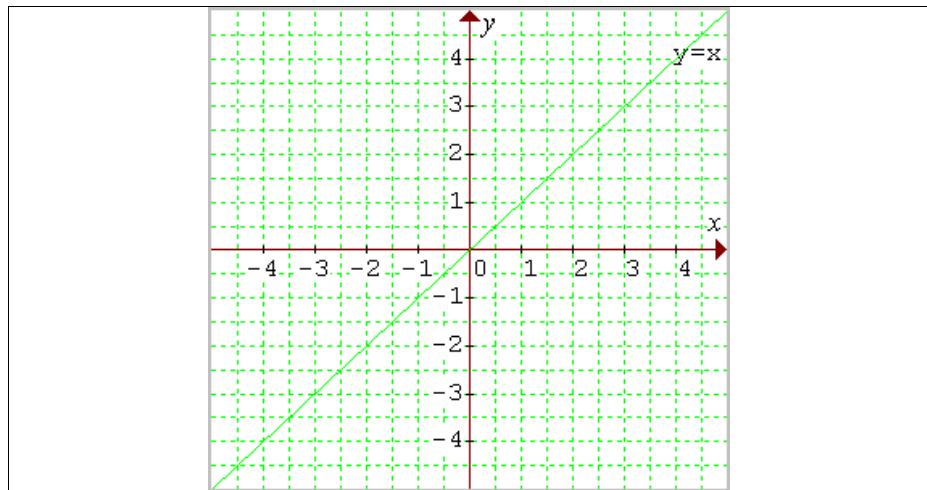
Δραστηριότητα 1^η:

Δίνεται η συνάρτηση $\psi = \frac{1}{x}$.

α) Να συμπληρωθεί ο πιο κάτω πίνακας τιμών της συνάρτησης $\psi = \frac{1}{x}$.

β) Με τη βοήθεια αυτού του πίνακα τιμών να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $\psi = \frac{1}{x}$.

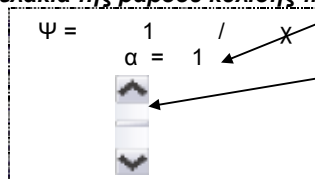
x	-4	-3	-2	-1	-1/2	-1/4	1/4	1/2	1	2	3	4
$\psi=1/x$	-1/4	-1/3	-2	2	1/3	1/4



Οδηγίες για το Λογισμικό Excel

1) **ΝΑ ΜΗΝ ΚΑΝΕΤΕ 'SAVE' ΤΙΣ ΑΛΛΑΓΕΣ ΣΑΣ**

2) Για να μεταβάλουμε την τιμή της σταθεράς α αρκεί να σύρουμε τα αντίστοιχα βελιάκια της ράβδου κύλισης προς τα πάνω ή προς τα κάτω.

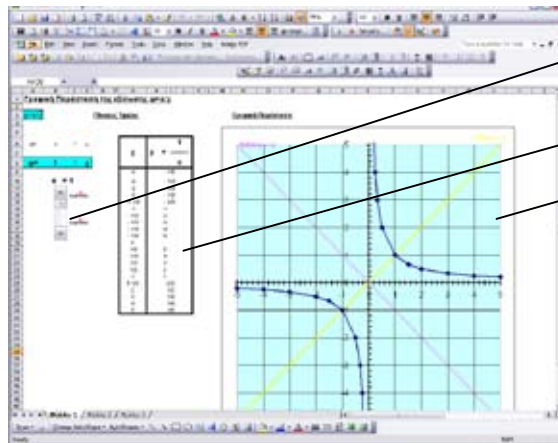


3) Όταν μεταβάλλεται η τιμή οποιασδήποτε σταθεράς τότε αυτόματα αλλάζουν τα αντίστοιχα ψ στον πίνακα τιμών και η γραφική παράσταση.

Δραστηριότητα 2^η:

Να ανοίξετε το αρχείο Υφεν.xls και στη συνέχεια το Φύλλο 1 στο οποίο δίνονται ο πίνακας τιμών και η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \frac{\alpha}{x}$ με $\alpha \in \{-1, 1\}$. Επίσης δίνεται στο ίδιο σύστημα αξόνων και η γραφική παράσταση των ευθειών $y = x$ και $y = -x$.

α) Να σύρετε τη ράβδο κύλισης έτσι ώστε η σταθερά α να γίνει 1 και έτσι να εμφανιστεί η συνάρτηση $y = \frac{1}{x}$. Να ελέγξετε τη δική σας γραφική παράσταση και πίνακα τιμών με τη γραφική παράσταση και πίνακα τιμών του ΗΥ.

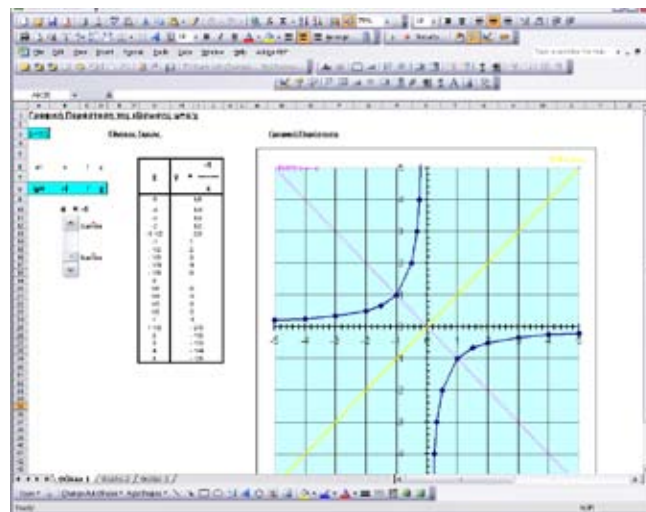


Ράβδος Κύλισης

Πίνακας Τιμών

Γραφική Παράσταση

β) Να σύρετε τη ράβδο κύλισης έτσι ώστε η σταθερά α να γίνει -1 και έτσι να εμφανιστεί η συνάρτηση $y = -\frac{1}{x}$.



Να συγκρίνετε τη γραφική παράσταση των συναρτήσεων $y = \frac{1}{x}$ και $y = -\frac{1}{x}$

.....



Δραστηριότητα 3^η:

Να ανοίξετε το Φύλλο 2 στο οποίο δίνονται ο πίνακας τιμών και η γραφική παράσταση της συνάρτησης. Επίσης δίνεται στο ίδιο σύστημα αξόνων και η γραφική παράσταση των ευθειών $y = x$ και $y = -x$.

α) Να σύρετε τη ράβδο κύλισης έτσι ώστε η σταθερά a να γίνει 1 και έτσι να εμφανιστεί η συνάρτηση $y = \frac{1}{x}$. Στη συνέχεια να απαντήσετε τα παρακάτω ερωτήματα για τη συνάρτηση $y = \frac{1}{x}$:

- i. Οι δύο κλάδοι από τους οποίους αποτελείται η γραφική παράσταση σε ποια τεταρτημόρια βρίσκονται;
.....
- ii. Ποιο είναι το πεδίο ορισμού της;
.....
- iii. Ποιο είναι το πεδίο τιμών της;
.....
- iv. Όταν το x αυξάνει απεριόριστα (x τείνει στο $+\infty$),
α) που τείνει το ψ ;
.....
β) με ποιον ημίξονα τείνει να συμπίσει η γραφική παράσταση;
- v. Όταν το x μικραίνει απεριόριστα (x τείνει στο $-\infty$),
α) που τείνει το ψ ;
.....
β) με ποιον ημίξονα τείνει να συμπίσει η γραφική παράσταση;
- vi. Όταν το x πλησιάζει το μηδέν από δεξιά,
α) που τείνει το ψ ;
.....
β) με ποιον ημίξονα τείνει να συμπίσει η γραφική παράσταση;
- vii. Όταν το x πλησιάζει το μηδέν από αριστερά,
α) που τείνει το ψ ;
.....
β) με ποιον ημίξονα τείνει να συμπίσει η γραφική παράσταση;
- viii. Ποια είναι η εξίσωση του άξονα συμμετρίας της καμπύλης;
.....
- ix. Αφού πληκτρολογήσετε δικές σας τιμές στη στήλη των x του κίτρινου πίνακα να παρατηρήσετε τη θέση των σημείων (x, y) σε σχέση με την καμπύλη που προέκυψε από τα σημεία του μπλε πίνακα
.....
.....
- x. Να σύρετε τη ράβδο κύλισης με κατεύθυνση προς τα πάνω έτσι ώστε η σταθερά a να μεγαλώνει. Πως επηρεάζεται η καμπύλη καθώς αυξάνεται το a ;
.....
.....

β) Να σύρετε τη ράβδο κύλισης έτσι ώστε η σταθερά a να πάρει την τιμή -1 και έτσι να εμφανιστεί η

$$\text{συνάρτηση } y = -\frac{1}{x}.$$

Στη συνέχεια να απαντήσετε τα παρακάτω ερωτήματα:

- i. Οι δύο κλάδοι από τους οποίους αποτελείται η γραφική παράσταση σε ποια τεταρτημόρια βρίσκονται;

- ii. Ποιο είναι το πεδίο ορισμού της;

- iii. Ποιο είναι το πεδίο τιμών της;

- iv. Όταν το x αυξάνει απεριόριστα,
 α) που τείνει το ψ ;

 β) με ποιον ημίξονα τείνει να συμπέσει η γραφική παράσταση;
- v. Όταν το x μικραίνει απεριόριστα,
 α) που τείνει το ψ ;

 β) με ποιον ημίξονα τείνει να συμπέσει η γραφική παράσταση;
- vi. Όταν το x πλησιάζει το μηδέν από δεξιά,
 α) που τείνει το ψ ;

 β) με ποιον ημίξονα τείνει να συμπέσει η γραφική παράσταση;
- vii. Όταν το x πλησιάζει το μηδέν από αριστερά,
 α) που τείνει το ψ ;

 β) με ποιον ημίξονα τείνει να συμπέσει η γραφική παράσταση;
- viii. Ποια είναι η εξίσωση του άξονα συμμετρίας της καμπύλης;

- ix. Να σύρετε τη ράβδο κύλισης με κατεύθυνση προς τα κάτω έτσι ώστε η σταθερά a να μεγαλώνει κατ' απόλυτη τιμή. Πως επηρεάζεται η καμπύλη καθώς αυξάνεται κατ' απόλυτη τιμή το a ;

γ) Να σύρετε τη ράβδο κύλισης ώστε να παρατηρήσετε τη μορφή της καμπύλης καθώς το a παίρνει διάφορες τιμές. Στη συνέχεια να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά



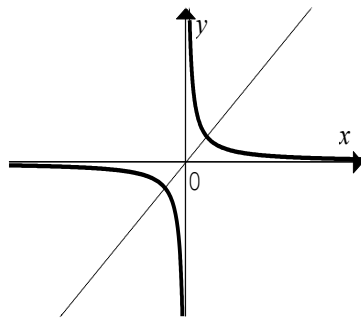
Συμπέρασμα:

Η συνάρτηση $y = \frac{\alpha}{x}$ με $\alpha \neq 0$

- > Ονομάζεται **Υπερβολή**.
 - > Έχει πεδίο ορισμού το και πεδίο τιμών το
 - > Η γραφική της παράσταση είναι που αποτελείται από Κλάδους
 - > Καθώς το x τείνει στο άπειρο η καμπύλη προσεγγίζει τον άξονα....., ενώ καθώς το x τείνει στο Μηδέν, η καμπύλη προσεγγίζει τον άξονα
- Οι άξονες $\chi\chi'$, $\psi\psi'$ λέγονται Ασύμπτωτες της καμπύλης

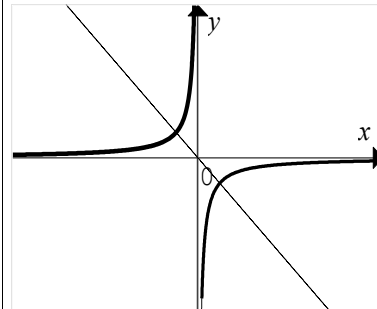
> Εάν $\alpha > 0$

- * Οι δύο κλάδοι της βρίσκονται στο και τεταρτημόριο.
- * Έχει Κέντρο συμμετρίας την
- * Έχει Άξονα συμμετρίας την ευθεία
- * Καθώς μεγαλώνει το α , η υπερβολή
- * Η γραφική της παράσταση έχει την πιο κάτω μορφή:



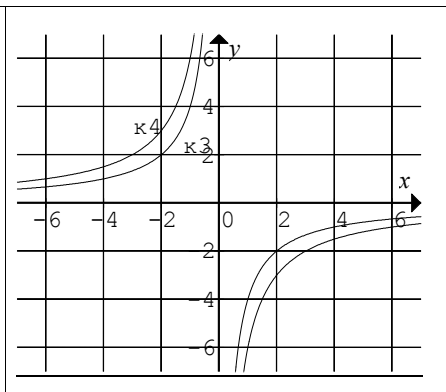
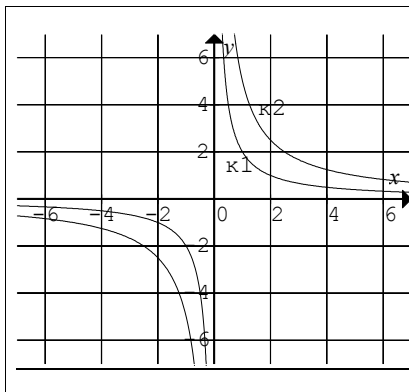
> Εάν $\alpha < 0$

- * Οι δύο κλάδοι της βρίσκονται στο και τεταρτημόριο.
- * Έχει Κέντρο συμμετρίας την
- * Έχει Άξονα συμμετρίας την ευθεία
- * Καθώς μεγαλώνει κατ' απόλυτη τιμή το α , η υπερβολή
- * Η γραφική της παράσταση έχει την πιο κάτω μορφή:



Άσκηση:

1. Στο πιο κάτω σχήμα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις των υπερβολών $y = \frac{2}{x}$, $y = -\frac{3}{x}$, $y = \frac{5}{x}$ και $y = -\frac{4}{x}$. Να συμπληρώσετε την εξίσωση που αντιστοιχεί στην κάθε καμπύλη:
(κ₁):, (κ₂):, (κ₃):, (κ₄):



2. Να κάνετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων με εξισώσεις $y = \frac{2}{x}$, $y = -\frac{4}{x}$.

Γ.2.16 - Αναπτυγμένες Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 16

Μάθημα	Μαθηματικά
Τίτλος Δραστηριότητας	Θέση ευθείας $Ax + By + \Gamma = 0$ ως προς την παραβολή $y^2 = 4ax$
Τάξη	Γ' Λυκείου Κατευθ.
Ενότητα	Στοιχεία Διανυσματικού λογισμού και Αναλυτικής Γεωμετρίας §6. (σελ.52)
Ενδεικτική Διάρκεια	1 X 45 λεπτά
Σκοπός	<ul style="list-style-type: none"> • Η προτεινόμενη δραστηριότητα έχει σκοπό με τη βοήθεια του Excel να βοηθήσει τους μαθητές να ανακαλύψουν εποπτικά με πειραματισμό τις πιθανές θέσεις που μπορεί να έχει μια ευθεία ως προς την παραβολή και να συνδέσουν το πρόσημο της διακρίνουσας με τη θέση ευθείας ως προς παραβολή.
Κωδικός Δραστηριότητας στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	ΜΑΘ4_Κ07Μ_Π2_39
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Παραβολή, Ευθεία, Θέση, Διακρίνουσα, Excel
Λογισμικό που απαιτείται*	Excel * Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.
Πορεία Μαθησιακής Δραστηριότητας	<p>Οργάνωση τάξης:</p> <p>Η δραστηριότητα μπορεί να εκτελεστεί από ομάδες δύο ή τριών μαθητών είτε σε εργαστήριο ΗΥ. Στην περίπτωση του εργαστηρίου οι μαθητές εργάζονται με το πρόγραμμα Excel καθοδηγούμενοι από το Φύλλο εργασίας. Ο εκπαιδευτικός συντονίζει τη δραστηριότητα μέσα από τη συζήτηση με βάση τη δράση των μαθητών .</p> <p>Πορεία:</p> <p>Δίνεται στους μαθητές το φύλλο εργασίας το οποίο τους καθοδηγεί στις διάφορες δραστηριότητες. Στην 1η δραστηριότητα οι μαθητές καλούνται να ανοίξουν το αρχείο ParavEfth.xls στο οποίο παρουσιάζεται η γραφική παράσταση της παραβολής $y^2 = 4ax$ και της ευθείας $Ax + By + \Gamma = 0$, τα σημεία τομής τους, η θέση ευθείας ως προς την παραβολή και το πρόσημο της διακρίνουσας. Στη συνέχεια οι μαθητές πειραματίζονται μεταβάλλοντας τις σταθερές A, B, Γ για να ανακαλύψουν τις διάφορες θέσεις που μπορεί να πάρει μία ευθεία ως προς την παραβολή. Με το δυναμικό χειρισμό των παραμέτρων A, B, Γ οι μαθητές θα πρέπει να παρατηρήσουν τις αλλαγές που σημειώνονται στη γραφική παράσταση, στα σημεία τομής, στη θέση και στο πρόσημο της διακρίνουσας.</p>

Γίνεται μία συζήτηση για όλες τις πιθανές θέσεις που μπορεί να έχει μια ευθεία ως προς την παραβολή και καλούνται οι μαθητές να συνδέσουν τη θέση της ευθείας με τη διακρίνουσα. Στη 2η δραστηριότητα με τη βοήθεια του αρχείου θα μπορέσουν να συμπληρώσουν τις ερωτήσεις που υπάρχουν στο φύλλο εργασίας με στόχο να εμπεδώσουν οι μαθητές τις διάφορες θέσεις που μπορεί να έχει μια ευθεία ως προς την παραβολή και το ρόλο της διακρίνουσας στη θέση ευθείας ως προς την παραβολή. Το συμπέρασμα στο οποίο θα καταλήξουν οι μαθητές θα πρέπει μετά να το αποδείξουν. Ο εκπαιδευτικός κατά τη διάρκεια των εργασιών περνά από τις ομάδες και συζητά τις σκέψεις των μαθητών.

Μέσα που χρειάζονται για υλοποίηση της δραστηριότητας (ηλεκτρονικά αρχεία, φυλλάδια, παρουσιάσεις):

- Λογισμικό Excel: ParavEfth.xls
- Φύλλο Εργασίας
- Βιντεοπροβολέας

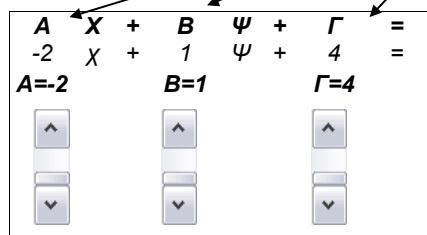
Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου -Πορεία βήμα με βήμα (screen shots) για την αξιοποίηση του εργαλείου στη συγκεκριμένη δραστηριότητα

1) **ΝΑ ΜΗΝ ΚΑΝΕΤΕ 'SAVE' ΤΙΣ ΑΛΛΑΓΕΣ ΣΑΣ**

2) Για να κρύψουμε/εμφανίσουμε την απάντηση για τη θέση της ευθείας και το πρόσημο της διακρίνουσας πατούμε τα διπλανά κουμπιά αντίστοιχα.



3) Για να μεταβάλουμε τις τιμές των σταθερών A, B, Γ αρκεί να σύρουμε τα αντίστοιχα βελάκια προς τα πάνω/ κάτω όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα



4) Καθώς μεταβάλλεται η τιμή των σταθερών αλλάζουν αυτόματα: η γραφική παράσταση, τα σημεία τομής και πιθανώς το πρόσημο της διακρίνουσας και η θέση ευθείας - παραβολής όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

Θέση Ευθείας ως Παραβολή:	Εφάπτεται
Πρόσημο Διακρίνουσας Δ:	Δ=0
Σημεία τομής:	(8,8)

Συνοδευτικό Υλικό Δραστηριότητας 16

(τα αρχεία με * υπάρχουν μόνο σε ηλεκτρονική μορφή στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο)

	Τίτλος αρχείου		Όνομα αρχείου στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο
Μέσα για υλοποίηση της δραστηριότητας	Γ.2.16.1	Φύλλο Εργασίας	ParavEfthΦυλΕργ.doc
	*	Αρχείο Excel	ParavEfth.xls
Δείγματα Αναμενόμενων προϊόντων των μαθητών			
Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου			

Γ.2.16.1 – Φύλλο Εργασίας

Οδηγίες Χρήσης του λογισμικού Excel:

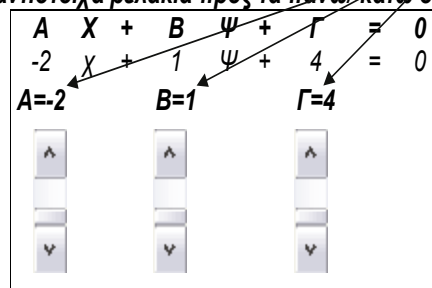
1) **ΝΑ ΜΗΝ ΚΑΝΕΤΕ 'SAVE' ΤΙΣ ΑΛΛΑΓΕΣ ΣΑΣ**

2) Για να κρύψουμε/εμφανίσουμε την απάντηση για τη θέση της ευθείας και το πρόσημο της διακρίνουσας πατούμε τα διπλανά κουμπιά αντίστοιχα.

Εμφάνισε την απάντηση

Κρύψε την απάντηση

3) Για να μεταβάλουμε τις τιμές των σταθερών A, B, Γ αρκεί να σύρουμε τα αντίστοιχα βελάκια προς τα πάνω/κάτω όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα



4) Καθώς μεταβάλλεται η τιμή των σταθερών αλλάζουν αυτόματα: η γραφική παράσταση, τα σημεία τομής και πιθανώς το πρόσημο της διακρίνουσας και η θέση ευθείας.-παραβολής όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

Θέση Ευθείας ως Παραβολή:

Εφάπτεται

Πρόσημο Διακρίνουσας Δ:

Δ=0

Σημεία τομής:

(8,-8)

Δραστηριότητα 1^η:

Να ανοίξετε το αρχείο ParavEftH.xls και στη συνέχεια το Φύλλο 1 στο οποίο δίνονται στο ίδιο σύστημα αξόνων η γραφική παράσταση της παραβολής $y^2 = 4ax$ και της ευθείας $Ax + By + \Gamma = 0$ με αρχικές τιμές σταθερών τις ακόλουθες: $a = 2, A = -3, B = 4, \Gamma = 20$. Επίσης δίνονται και οι συντεταγμένες των σημείων τομής της ευθείας και της παραβολής στην περίπτωση που υπάρχουν. Πειραματιστείτε αλλάζοντας την τιμή του συντελεστή A , παρατηρώντας τις διάφορες θέσεις που μπορεί να πάρει η ευθεία ως προς την παραβολή και στα αντίστοιχα κελιά το πρόσημο της διακρίνουσας όταν υπάρχει, προσπαθώντας να βρείτε τη σχέση που υπάρχει ανάμεσα στο πρόσημο της διακρίνουσας και τη θέση ευθείας-παραβολής.

A) Να μεταβάλετε τις τιμές των σταθερών a, A, B, Γ ώστε να πάρουν τις ακόλουθες τιμές $a = 2,$

$A = -3, B = 4, \Gamma = 20$. Ακολουθώντας να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά:

	<p>α) Η εξίσωση της παραβολής είναι</p> <p>β) Η εξίσωση της ευθείας είναι</p> <p>γ) Ποια η θέση αυτής της ευθείας ως προς την παραβολή $y^2 = 8x$; </p> <p>β) Να γράψετε τις εξισώσεις δύο άλλων ευθειών που τέμνουν την παραβολή. </p> <p>γ) Ποιο είναι το πρόσημο της Διακρίνουσας; </p> <p>Μπορείτε να το δικαιολογήσετε; </p>
--	---



Β) Να μεταβάλετε την τιμή της σταθεράς Α κατάλληλα (οι σταθερές Β και Γ να παραμείνουν ίσες με 4 και 20 αντίστοιχα) έτσι ώστε να βρείτε εκείνη την τιμή που θα εμφανίσει το πιο κάτω σχήμα.

Ακολουθώς να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά:

	<p>α) Η εξίσωση της ευθείας που προέκυψε είναι:</p> <p>β) Ποια η θέση αυτής της ευθείας ως προς την παραβολή;</p> <p>γ) Να γράψετε την εξίσωση μιας άλλης ευθείας που εφάπτεται της παραβολής $y^2 = 8x$. (Να μεταβάλλετε το συντελεστή Α αφού πρώτα μεταβάλλετε τους συντελεστές Β και Γ ώστε Β=4 και Γ=8)</p> <p>δ) Ποιο είναι το πρόσημο της Διακρίνουσας;</p> <p>Μπορείτε να το δικαιολογήσετε;</p>
--	--

Γ) Να μεταβάλετε την τιμή της σταθεράς Α κατάλληλα (οι σταθερές Β και Γ να γίνουν ίσες με 4 και 20 αντίστοιχα) έτσι ώστε να βρείτε εκείνη την τιμή που θα εμφανίσει το πιο κάτω σχήμα.

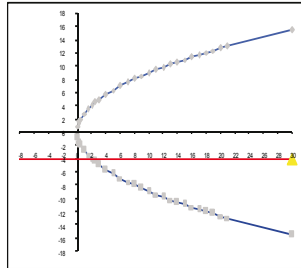
Ακολουθώς να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά:

	<p>α) Η εξίσωση της ευθείας που προέκυψε είναι:</p> <p>β) Ποια η θέση αυτής της ευθείας ως προς την παραβολή;</p> <p>γ) Να γράψετε την εξίσωση δύο άλλων ευθειών που δεν τέμνουν την παραβολή $y^2 = 8x$. (Να μεταβάλλετε το συντελεστή Α)</p> <p>δ) Ποιο είναι το πρόσημο της Διακρίνουσας;</p> <p>Μπορείτε να το δικαιολογήσετε;</p>
--	---



Δ) Να μεταβάλετε την τιμή της σταθεράς A κατάλληλα (οι σταθερές B και Γ να παραμείνουν ίσες με 4 και 20 αντίστοιχα) έτσι ώστε να βρείτε εκείνη την τιμή που θα εμφανίσει το πιο κάτω σχήμα.

Ακολούθως να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά:



α) Η εξίσωση της ευθείας που προέκυψε είναι:

.....

β) Ποια η θέση αυτής της ευθείας ως προς την παραβολή;

.....

γ) Να γράψετε την εξίσωση δύο άλλων ευθειών που τέμνουν μόνο

σ' ένα σημείο την παραβολή $y^2 = 8x$.

(Να μεταβάλετε το συντελεστή Γ)

.....

.....

δ) Τι παρατηρείτε σχετικά με τη Διακρίνουσα;

.....

Μπορείτε να το δικαιολογήσετε;

.....

.....

Η θέση της ευθείας (ε): $Ax + By + \Gamma = 0$ ως προς την παραβολή $y^2 = 4ax$ καθορίζεται ως εξής:

α) Η ευθεία δεν τέμνει την παραβολή εάν

β) Η ευθεία τέμνει την παραβολή σε δύο σημεία εάν

γ) Η ευθεία εφάπτεται της παραβολής εάν

δ) Η ευθεία τέμνει σε ένα σημείο την παραβολή εάν

Απόδειξη:

Λύνοντας το σύστημα $Ax + By + \Gamma = 0$ και $y^2 = 4ax$ θα προκύψει η εξίσωση

$$A\psi^2 + 4aB\psi - 4a\Gamma = 0.$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ασκήσεις:

1. Να βρεθεί η θέση της ευθείας και της παραβολής:

α) $\chi = 9$ και $\psi^2 = 4\chi$

β) $\psi = 6$ και $\psi^2 = 9\chi$

γ) $2\chi - 2\psi = -1$ και $\psi^2 = 2\chi$

2. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της παραβολής $\psi^2 = 8\chi$ που είναι κάθετη με την ευθεία $\chi - 3\psi + 7 = 0$.

3. Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτόμενων της $\psi^2 = 8\chi$ που άγονται από το σημείο $(-4, 1)$.



Παιδαγωγικό Ινστιτούτο

<http://www.e-epimorfosi.ac.cy>

Τηλ.: 22-402300

Τ/Ο: 22-480505

Email: infoTPE@cyearn.pi.ac.cy

Το «Επιμορφωτικό Υποστηρικτικό Υλικό
για την ενσωμάτωση των ΤΠΕ στη μαθησιακή διαδικασία με θέμα
Μαθηματικά - Μέση Γενική Εκπαίδευση
και εργαλείο *Excel - Autograph*»

σχεδιάστηκε από τη Μονάδα MEDIAZONE του Πανεπιστημίου Λευκωσίας
και τυπώθηκε στο Τυπογραφείο Λιθογράφικα στη Λευκωσία σε 500 αντίτυπα