

**Επιμορφωτικό Υποστηρικτικό Υλικό
για την ενσωμάτωση των ΤΠΕ
στη μαθησιακή διαδικασία**

**Θέμα
Μαθηματικά
Μέση Γενική Εκπαίδευση**

**Εργαλείο
Derive - Crocodile Mathematics**

**Παιδαγωγικό Ινστιτούτο Κύπρου
Τομέας Εκπαιδευτικής Τεχνολογίας
Ομάδα Επιμόρφωσης ΤΠΕ
Φθινόπωρο 2008**



**ΕΥΡΩΠΑΪΚΗ ΕΝΩΣΗ
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ**



**ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ**

Πρόγραμμα Επιμόρφωσης Εκπαιδευτικών σε θέματα Πληροφορικής

Το Πρόγραμμα συγχρηματοδοτείται από την Κυπριακή Δημοκρατία με ποσοστό 50% και το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο (ΕΚΤ) με ποσοστό 50% στα πλαίσια του Μέτρου 2.1. «Αξιοποίηση των νέων τεχνολογιών στα πλαίσια της δια βίου μάθησης» που εντάσσεται στο Ενιαίο Έγγραφο Προγραμματισμού (ΕΕΠ) Στόχος 3 «Ανθρώπινο Δυναμικό» για την Προγραμματική Περίοδο 2004-2006.

Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο (ΕΚΤ)

«Συμβολή στην ανάπτυξη του ανθρώπινου δυναμικού, στη βελτίωση της λειτουργίας της αγοράς εργασίας, στην προώθηση της απασχολησιμότητας, του επιχειρηματικού πνεύματος, της ικανότητας προσαρμογής και της ισότητας των ευκαιριών, καθώς και την κοινωνική ενσωμάτωση».

© Παιδαγωγικό Ινστιτούτο Κύπρου, 2008

Συγγραφή υλικού	Ομάδα Εργασίας: Μαθηματικά Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης (ΜΑΘ3_K07Μ) Ανδρέας Φιλίππου, Μαθηματικός Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης Σάββας Τιμοθέου, Μαθηματικός Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης Χρίστος Βαλανίδης, Μαθηματικός Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης
Εποπτεία υλικού	Ομάδα Εποπτείας Μαθηματικών Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης Ευάγγελος Σταυρινίδης, Επιθεωρητής Μαθηματικών Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης Μιχάλης Χριστοφορίδης, Ομάδα Επιμόρφωσης ΤΠΕ στο Παιδαγωγικό Ινστιτούτο
Επιμέλεια υλικού	Μιχάλης Χριστοφορίδης
Γενικός συντονισμός - Επιμέλεια	Αναστασία Οικονόμου

Κώδικας Δεοντολογίας

Η άντληση πληροφοριών, η χρήση και ο πολλαπλασιασμός υλικού από το παρόν βιβλιάριο και το συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο* (CD/DVD) επιτρέπεται υπό την προϋπόθεση της ανεπιφύλακτης αποδοχής των παρακάτω όρων:

1. Η χρήση του βιβλιαρίου και του συνοδευτικού ψηφιακού δίσκου (CD/DVD) υπόκειται στις διατάξεις των κυπριακών και των διεθνών νόμων, στις επιταγές του εθνικού δικαίου, καθώς επίσης και στην υποχρέωση σεβασμού των χρηστών ηθών. Όλες οι πληροφορίες, οι οποίες περιέχονται, διατίθενται στους χρήστες για αυστηρά προσωπική χρήση και μόνο για σκοπούς πληροφόρησης, μελέτης, ή πραγματοποίησης διδασκαλίας, και σε καμία περίπτωση για εμπορικούς. Η χρήση, αναπαραγωγή ή επαναδημοσίευσή του υλικού, ολική ή μερική, με οποιαδήποτε άλλο μέσο, ηλεκτρονικό ή έντυπο, επιτρέπεται υπό την προϋπόθεση ότι τα στοιχεία που θα αντληθούν δε θα αλλοιωθούν ούτε θα χρησιμοποιηθούν παραπλανητικά, ενώ υφίσταται και η υποχρέωση, σε περίπτωση οποιασδήποτε χρήσης, να αναφέρεται ο δικαιούχος των πνευματικών δικαιωμάτων του υλικού.
2. Οι πάσης φύσεως πληροφορίες και το υλικό που περιλαμβάνονται σε αυτό βιβλιάριο και το συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο (CD/DVD) παρέχονται στην βάση του «ως έχει» («as is») και «ως διατίθενται» («as available») και χωρίς καμιά απολύτως εγγύηση οποιουδήποτε είδους. Το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο δεν εγγυάται για την ορθότητα και την ακρίβεια των πληροφοριών του βιβλιαρίου και του συνοδευτικού ψηφιακού δίσκου (CD/DVD), οι οποίες εκφράζουν μόνο τις απόψεις των συντακτών τους και αποτελούν πνευματική ιδιοκτησία τους. Ο χρήστης τις χρησιμοποιεί με αποκλειστικά δική του ευθύνη και το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο ουδεμία ευθύνη, άμεση ή έμμεση, φέρει για τυχόν ζημιά του χρήστη από τη χρήση των στοιχείων και πληροφοριών που περιέχονται είτε στο βιβλιάριο είτε στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο (CD/DVD).
3. Το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο δεν φέρει καμία ευθύνη για το περιεχόμενο των προταθέντων δικτυακών τόπων και δεν ευθύνεται για τυχόν ζημιά, η οποία μπορεί να προκληθεί από τη χρήση τους. Ακόμη ούτε είναι υπεύθυνη για την πολιτική ασφαλείας των προταθέντων δικτυακών τόπων ούτε και για τον τρόπο διαχείρισης των ηλεκτρονικών επισκεπτών τους. Το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο ουδεμία ευθύνη, άμεση ή έμμεση, φέρει για τυχόν ζημιά του επισκέπτη από την κακή χρήση είτε των προταθέντων δικτυακών τόπων, είτε των στοιχείων που περιέχονται σ' αυτούς.
4. Οι εκπαιδευτικές δραστηριότητες, οι οποίες φιλοξενούνται στο βιβλιάριο και το συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο (CD/DVD), εκφράζουν την άποψη των δημιουργών τους και όχι κατ' ανάγκη την άποψη του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου.
5. Το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο δεν ευθύνεται για τυχόν διακοπή λειτουργίας ή τροποποίηση των προταθέντων δικτυακών τόπων καθώς και των παρεχομένων υπηρεσιών.
6. Στο βιβλιάριο και το συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο (CD/DVD) περιλαμβάνονται υλικό, trademarks, service marks κλπ, καθώς και άλλο περιεχόμενο που προστατεύεται και η χρήση του πρέπει να ακολουθεί τις σχετικές διατάξεις του νόμου.
7. Το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο δεν ευθύνεται για τυχόν εμφάνιση προσωπικών δεδομένων, τα οποία εμφανίζονται στο βιβλιάριο και το συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο (CD/DVD).

Παιδαγωγικό Ινστιτούτο Κύπρου, 2008

* Το επιμορφωτικό υλικό του βιβλιαρίου, μαζί με επιπρόσθετο υλικό, βρίσκεται στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο (CD/DVD)



Περιεχόμενα

Μέρος Α΄

- 9 Χαιρετισμός
Δρ Κυριάκος Πιλλάς, Αν. Διευθυντής Παιδαγωγικού Ινστιτούτου
- 11 Εισαγωγή στη φιλοσοφία ανάπτυξης και χρήσης του
Επιμορφωτικού Υποστηρικτικού Υλικού για την ενσωμάτωση
των ΤΠΕ στη μαθησιακή διαδικασία
Αναστασία Οικονόμου, Προϊσταμένη Τομέα Εκπαιδευτικής
Τεχνολογίας Παιδαγωγικού Ινστιτούτου
- 13 Φιλοσοφία Ομάδας Εργασίας για Ανάπτυξη Επιμορφωτικού
Υποστηρικτικού Υλικού για την ενσωμάτωση των ΤΠΕ στη
μαθησιακή διαδικασία

Μέρος Β΄

- 19 Συνοπτικός Πίνακας Εισηγήσεων Δραστηριοτήτων
- 21 Εισηγήσεις για Δραστηριότητες

Μέρος Γ΄

- 55 Συνοπτικός Πίνακας Αναπτυγμένων Δραστηριοτήτων
- 57 Αναπτυγμένες Δραστηριότητες

ΜΕΡΟΣ Α΄

A.1 - Χαιρετισμός

Η ραγδαία ανάπτυξη των τεχνολογιών πληροφορίας και επικοινωνίας, πέρα από την ευρύτερη επίδραση που ασκεί σε όλες τις εκφάνσεις της ζωής του ανθρώπου, έχει επηρεάσει ουσιαστικά και αναμένεται να επηρεάσει περισσότερο στο μέλλον τη διαδικασία μάθησης και διδασκαλίας. Νέα ηλεκτρονικά εργαλεία και περιβάλλοντα μάθησης αναπτύσσονται συνεχώς στη βάση σύγχρονων παιδαγωγικών μεθοδολογιών και τίθενται στη διάθεση των εκπαιδευτικών μας ως ενισχυτικά μέσα για την επίτευξη των εκπαιδευτικών στόχων.

Η έκδοση αυτή, η οποία αποτελεί μέρος μιας ευρύτερης σειράς εκδόσεων που καλύπτουν διάφορα θέματα του αναλυτικού προγράμματος, φιλοδοξεί να συνδράμει τους εκπαιδευτικούς μας στην προσπάθειά τους να αξιοποιήσουν τα διαθέσιμα ηλεκτρονικά εργαλεία. Η βοήθεια συνίσταται στην παρουσίαση ιδεών και εισηγήσεων για αξιοποίηση των εργαλείων αυτών στην εκπαιδευτική πράξη. Στόχος του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου είναι η δημιουργία μιας περιεκτικής τράπεζας εισηγήσεων για αξιοποίηση των διαθέσιμων ηλεκτρονικών εργαλείων, η οποία θα αναρτηθεί στην ιστοσελίδα του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου και θα εμπλουτίζεται συνεχώς.

Ο σχεδιασμός και η ανάπτυξη του επιμορφωτικού υλικού υπό τη μορφή διδακτικών και μαθησιακών εισηγήσεων έγινε με τη συμμετοχή των ιδίων των εκπαιδευτικών και αποτελεί μέρος της ευρύτερης προσπάθειας του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου να ενισχύει την εμπλοκή των εκπαιδευτικών σε δημιουργικές δραστηριότητες που συμβάλλουν στη συνεχή επαγγελματική τους ανάπτυξη.

Χαιρετίζω την προσπάθεια όλων, όσοι έλαβαν μέρος στη διαδικασία ανάπτυξης και έκδοσης του υλικού αυτού και προσδοκώ ότι αυτό θα αξιοποιηθεί παραγωγικά.

Δρ Κυριάκος Πιλλάς
Αν. Διευθυντής
Παιδαγωγικού Ινστιτούτου

A.2 - Εισαγωγή στη φιλοσοφία ανάπτυξης και χρήσης του Επιμορφωτικού Υποστηρικτικού Υλικού για την ενσωμάτωση των ΤΠΕ στη μαθησιακή διαδικασία

Το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο προσφέρει προγράμματα επιμόρφωσης για εκπαιδευτικούς όλων των βαθμίδων σε θέματα νέων Τεχνολογιών Πληροφορίας και Επικοινωνίας με στόχο την προετοιμασία των εκπαιδευτικών για την αποτελεσματική αξιοποίηση των Τεχνολογιών Πληροφορίας και Επικοινωνίας στη μαθησιακή διαδικασία. Μέσα από τα προγράμματα αυτά οι εκπαιδευτικοί αποκτούν κατ' αρχήν βασικές δεξιότητες χρήσης ηλεκτρονικού υπολογιστή και αφ' ετέρου αναπτύσσουν ένα συγκροτημένο φιλοσοφικό πλαίσιο στο οποίο οι Τεχνολογίες Πληροφορίας και Επικοινωνίας έχουν πραγματική ποιοτική συνεισφορά στη διδακτική πράξη.

Για την επιμόρφωση των εκπαιδευτικών προκειμένου να υποστηρίξουν την ενσωμάτωση των Τεχνολογιών Πληροφορίας και Επικοινωνίας στη μαθησιακή διαδικασία, σχεδιάστηκε και αναπτύχθηκε επιμορφωτικό υποστηρικτικό υλικό το οποίο οι εκπαιδευτικοί μπορούν να αξιοποιήσουν στη διδακτική πράξη.

Το επιμορφωτικό υποστηρικτικό υλικό καλύπτει συγκεκριμένα και εξειδικευμένα παραδείγματα ένταξης των Τεχνολογιών Πληροφορίας και Επικοινωνίας σε σχέση με τη χρήση και τις δυνατότητες παιδαγωγικής αξιοποίησης συγκεκριμένων ηλεκτρονικών μαθησιακών εργαλείων και περιβαλλόντων υπό τη μορφή εκπαιδευτικών σεναρίων, διδακτικών εισηγήσεων, σχεδίων μαθήματος, δραστηριοτήτων ή και απλών οδηγιών χρήσης προγραμμάτων.

Η ανάπτυξη του υλικού έγινε από Ομάδες Εργασίας, οι οποίες αποτελούνταν από εκπαιδευτικούς που είχαν παρακολουθήσει επιμορφωτικά προγράμματα και συντονίζονταν από επιθεωρητή της ειδικότητας ή εκπρόσωπό του και από λειτουργό του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου.

Το υλικό αυτό αναμένεται να αποτελέσει μια αρχική βάση εισηγήσεων πάνω στην οποία οι εκπαιδευτικοί θα μπορούν να οικοδομούν ποιοτικές μαθησιακές εφαρμογές, να προβληματιστούν για περαιτέρω τρόπους αποτελεσματικής χρήσης των Τεχνολογιών Πληροφορίας και Επικοινωνίας και να προχωρήσουν σε διδακτικές παρεμβάσεις.

Η παρούσα πρώτη έκδοση του επιμορφωτικού υποστηρικτικού υλικού σε έντυπη και ψηφιακή μορφή που κρατάτε στα χέρια σας, αποτελείται από μια σειρά βιβλιαρίων που το καθένα καλύπτει τη χρήση συγκεκριμένων μαθησιακών εργαλείων για μια διδακτική περιοχή. Το κάθε βιβλιόριο παρουσιάζει αρχικά ένα αριθμό εισηγήσεων διδακτικών και μαθησιακών εφαρμογών, οι οποίες περιγράφονται συνοπτικά. Στο τρίτο μέρος του βιβλιαρίου, αναπτύσσονται ολοκληρωμένες διδακτικές και μαθησιακές εισηγήσεις οι οποίες συμπληρώνονται με συνοδευτικό υλικό. Το υλικό που αναφέρεται σε κάθε βιβλιόριο βρίσκεται στο ψηφιακό δίσκο που ενσωματώνεται στο τέλος του βιβλιαρίου.

Επιπρόσθετα, το υλικό αυτό φιλοξενείται στη διαδικτυακή πύλη του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου <http://www.e-epimorfosi.ac.cy>, μέσω της οποίας ο κάθε εκπαιδευτικός μπορεί να έχει πρόσβαση στη βάση του υλικού, να αποθηκεύει τις εκπαιδευτικές εισηγήσεις που τον ενδιαφέρουν, να αξιολογεί εισηγήσεις και να εμπλουτίζει τη βάση αυτή με δικές του προτάσεις προσαρμόζοντας υφιστάμενες εισηγήσεις ή προτείνοντας νέες.

Στόχος είναι η αρχική αυτή δημιουργία υλικού να αποτελέσει μια δυναμική βάση διδακτικών και μαθησιακών εισηγήσεων ενσωμάτωσης των Τεχνολογιών Πληροφορίας και Επικοινωνίας, η οποία να υποστηρίζει τους εκπαιδευτικούς στο έργο τους και η οποία συνεχώς να εμπλουτίζεται και να διαμορφώνεται βάσει των εκπαιδευτικών εφαρμογών και εμπειριών του κάθε εκπαιδευτικού.

Αναστασία Οικονόμου
Προϊσταμένη Τομέα Εκπαιδευτικής Τεχνολογίας
Παιδαγωγικού Ινστιτούτου Κύπρου

A.3 - Φιλοσοφία Ομάδας Εργασίας για Ανάπτυξη Επιμορφωτικού Υποστηρικτικού Υλικού για την ενσωμάτωση των ΤΠΕ στη μαθησιακή διαδικασία

Ομάδα Εργασίας Μαθηματικά

Κωδικός Ομάδας ΜΑΘ3_K07M

Εργαλείο Derive - Crocodile Mathematics

Θεωρητικό Πλαίσιο Η ομάδα έχει εργαστεί στο σχεδιασμό κατάλληλων δραστηριοτήτων που να προσαρμόζονται στα λογισμικά των Derive και Crocodile. Η βασική ιδέα στην υλοποίηση ενός σχεδίου μαθήματος και φύλλου εργασίας επιδιώξαμε να έχει ως βάση τον ίδιο το μαθητή. Είναι σίγουρα αποδεκτό το γεγονός ότι έχει εντοπισθεί πρόβλημα στη διδασκαλία των Μαθηματικών στα Λύκεια μας. Καθημερινά γινόμαστε μάρτυρες της έμφασης που δίνεται στην ασκησιολογία δηλαδή της μηχανιστικής και αλγοριθμικής διαδικασίας με την οποία αντιμετωπίζονται τα μαθηματικά προάγοντας έτσι μια εργαλειακή και όχι εννοιολογική προσέγγιση στο μάθημα. Η μεν εργαλειακή προσέγγιση είναι αυτή της μηχανιστικής αντιμετώπισης που συνήθως είναι μόνο πράξεις χωρίς καμιά αιτιολόγηση του τι κάνει ο μαθητής, ενώ η εννοιολογική προσέγγιση δίνει τη βαρύτητα της στην ίδια τη μαθηματική έννοια και στην πολλαπλότητα των αναπαραστάσεων της με κύριο άξονα το να γνωρίζει ο μαθητής τι κάνει και γιατί το κάνει. Δεν θα μπορούσε φυσικά προς επίτευξη του πιο πάνω στόχου να μείνουν αμέτοχες οι νέες τεχνολογίες. Ειδικά στα μαθηματικά η πληθώρα λογισμικών προγραμμάτων δυναμικής κυρίως γεωμετρίας μπορούν πάντοτε μέσα από κατάλληλες δραστηριότητες και με την καθοδήγηση καταρτισμένων συναδέλφων στα συγκεκριμένα λογισμικά, να κινητοποιήσουν τους μαθητές να αναστοχαστούν, να κάνουν εικασίες και να φτάσουν σε γενικεύσεις, αποδείξεις και επίλυση προβλήματος που είναι και η καρδιά των μαθηματικών. Η δυναμική γεωμετρία που υπηρετεί ο Η/Υ και τα συγκεκριμένα λογισμικά θα δώσει τη δυνατότητα στον μαθητή να πειραματιστεί με ακριβή σχήματα και υπολογισμούς όχι με στόχο τον αυτό υπολογιστικό χαρακτήρα του προγράμματος ή την παθητική παρατήρηση «κινουμένων σχεδίων», αλλά τη διασύνδεση των εννοιών μεταξύ άλγεβρας και γεωμετρίας και άρα την καλύτερη κατανόηση εννοιών που εκ της φύσεως τους κρύβουν επιστημολογικά εμπόδια και δυσκολίες.

Βασικά ζητούμε από το μαθητή να πειραματιστεί με στόχο να διερευνήσει και να ανακαλύψει μια μαθηματική έννοια από μόνος του. Στην προσπάθειά μας να αναδείξουμε την εννοιολογική προσέγγιση των μαθηματικών, χωρίς κίόλας να αποκλείουμε εντελώς και την εργαλειακή, πιστεύουμε πως με αφόρμηση ένα πρόβλημα θα ωθήσουμε το μαθητή στην εξεύρεση διάφορων στρατηγικών προς επίλυση του, αλλά και στην ανακάλυψη ή διερεύνηση βασικών εννοιών μέσα από διαφορετικά πλαίσια και μορφές αναπαραστάσεων.

Αναμένουμε από τους μαθητές να κερδίσουν από τη χρήση του Η/Υ και ειδικά από τα πιο πάνω συγκεκριμένα λογισμικά την ελευθερία κινήσεων και την αυτονομία τους μέσα από την αλληλεπίδραση και την προσθετική αξία που διενεργείται μεταξύ Η/Υ και μαθητή.

Τα σχέδια μαθήματος καθώς και τα φύλλα εργασίας φροντίσαμε να είναι απλά και ρεαλιστικά με κύριο συστατικό τους τον πειραματισμό και προπάντων την εικασία του ίδιου μαθητή με στόχο να επιλύει προβλήματα, αλλά και την υπόδειξη προς τον εκπαιδευτικό ότι αποτελούν ενδεικτικές μαθηματικές προτάσεις και ιδέες σχετικά με το τι μπορεί να σημαίνει διδασκαλία μαθηματικών με τη χρήση και τη βοήθεια του Η/Υ. Δημιουργήσαμε σε κάποιες ενότητες από την άλγεβρα, την αναλυτική γεωμετρία, την ανάλυση και την Ευκλείδεια γεωμετρία εκείνα τα εργαλεία, ώστε να αναδείξουμε τη δυναμική και τον τρόπο χρησιμοποίησης των νέων τεχνολογιών στη μαθηματική εκπαίδευση, σε έννοιες που παραδοσιακά κρύβουν κάποιες δυσκολίες. Πιστεύουμε ότι ο Η/Υ θα μας αυξήσει τις εικόνες και τη διαίσθηση, ώστε να μας ευκολύνει να επιλύσουμε προβλήματα, να πειραματιστούμε και να κάνουμε εικασίες και σκέψεις παρόμοιες με αυτές των «πρόδρομων» στα μαθηματικά, αλλά πάντα με στόχο να μπορέσουν και οι ίδιοι οι μαθητές να αναβιώσουν παρόμοιες εμπειρίες και να απολαύσουν τη χαρά της ανακάλυψης και της μάθησης.

Τα σχεδιασμένα μαθήματα είναι ενδεικτικές προτάσεις και αποτελούν εφελτήριο για συμπλήρωση και εμπλουτισμό τους από συναδέλφους, αλλά και για συνέχιση σε σχεδιασμό άλλων μαθημάτων. Θα χαρούμε για τις οποιοσδήποτε παρατηρήσεις και υποδείξεις με στόχο τη βελτίωση των μαθημάτων. Ελπίζουμε τα μαθήματα αυτά να βοηθήσουν τόσο τους μαθητές να αγαπήσουν τα μαθηματικά, όσο και τους εκπαιδευτικούς να δουν με άλλο μάτι τη διδασκαλία του μαγευτικού κόσμου των Μαθηματικών.

ΜΕΡΟΣ Β΄

Β.1 - Συνοπτικός Πίνακας Εισηγήσεων Δραστηριοτήτων

	Τίτλος Δραστηριότητας	Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας
Δραστηριότητα 1	ΟΡΙΟ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ	ΟΧΙ
Δραστηριότητα 2	ΣΥΝΕΧΕΙΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ	ΝΑΙ
Δραστηριότητα 3	ΟΡΙΣΜΟΣ ΠΑΡΑΓΩΓΟΥ	ΝΑΙ
Δραστηριότητα 4	ΘΕΩΡΗΜΑ ΜΕΣΗΣ ΤΙΜΗΣ	ΝΑΙ
Δραστηριότητα 5	ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ	ΝΑΙ
Δραστηριότητα 6	ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ	ΟΧΙ
Δραστηριότητα 7	ΜΕΛΕΤΗ ΓΡΑΦΙΚΗΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗΣ ΕΥΘΕΙΑΣ	ΟΧΙ
Δραστηριότητα 8	ΜΕΛΕΤΗ ΘΕΣΗΣ ΔΥΟ ΕΥΘΕΙΩΝ (ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ 2 ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ΜΕ 2 ΑΓΝΩΣΤΟΥΣ)	ΟΧΙ
Δραστηριότητα 9	ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΟ ΟΡΙΣΜΕΝΟ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑ	ΝΑΙ
Δραστηριότητα 10	ΥΠΕΡΒΟΛΗ ($\psi = a/x$)	ΟΧΙ
Δραστηριότητα 11	ΜΕΛΕΤΗ και ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΤΗΣ $y=ax^2$	ΝΑΙ
Δραστηριότητα 12	ΜΕΛΕΤΗ και ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΤΗΣ $y=ax^2+\gamma$	ΟΧΙ
Δραστηριότητα 13	ΜΕΛΕΤΗ και ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΤΗΣ $y=(x+\gamma)^2$	ΝΑΙ
Δραστηριότητα 14	ΠΑΡΑΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΕΣ ΓΩΝΙΕΣ	ΝΑΙ
Δραστηριότητα 15	ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΓΩΝΙΩΝ ΤΕΤΡΑΠΛΕΥΡΩΝ	ΟΧΙ

	Τίτλος Δραστηριότητας	Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας
Δραστηριότητα 16	ΕΜΒΑΔΟΝ ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΟΥ	ΝΑΙ
Δραστηριότητα 17	ΊΣΑ ΣΧΗΜΑΤΑ	ΟΧΙ
Δραστηριότητα 18	ΕΜΒΑΔΑ ΟΜΟΙΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ	ΟΧΙ
Δραστηριότητα 19	ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟ ΘΕΩΡΗΜΑ	ΝΑΙ
Δραστηριότητα 20	ΕΓΓΕΓΡΑΜΜΕΝΕΣ ΓΩΝΙΕΣ	ΝΑΙ
Δραστηριότητα 21	ΓΩΝΊΕΣ ΠΟΥ ΣΧΗΜΑΤΙΖΟΝΤΑΙ ΑΠΟ ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΣ ΚΑΙ ΤΕΜΝΟΥΣΑ ΤΩΝ ΠΑΡΑΛΛΗΛΩΝ	ΝΑΙ
Δραστηριότητα 22	ΚΛΙΣΗ ΕΥΘΕΙΑΣ	ΝΑΙ
Δραστηριότητα 23	ΜΕΛΕΤΗ και ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΤΗΣ $y=ax^2$	ΝΑΙ
Δραστηριότητα 24	ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΓΩΝΙΩΝ ΤΡΙΓΩΝΟΥ	ΟΧΙ
Δραστηριότητα 25	ΜΕΣΟΚΑΘΕΤΗ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΥ ΤΜΗΜΑΤΟΣ	ΟΧΙ
Δραστηριότητα 26	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΘΕΣΕΙΣ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ	ΟΧΙ
Δραστηριότητα 27	ΕΓΓΕΓΡΑΜΜΕΝΑ ΤΕΤΡΑΠΛΕΥΡΑ	ΟΧΙ
Δραστηριότητα 28	ΕΜΒΑΔΑ ΕΠΙΠΕΔΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ - ΤΡΑΠΕΖΙΟ	ΟΧΙ
Δραστηριότητα 29	ΘΕΩΡΗΜΑ ΘΑΛΗ	ΟΧΙ
Δραστηριότητα 30	ΕΞΩΤΕΡΙΚΗ ΓΩΝΙΑ ΤΡΙΓΩΝΟΥ	ΟΧΙ

B.2.1 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 1

Μάθημα	Μαθηματικά Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης
Τίτλος Δραστηριότητας	Όριο Συνάρτησης
Τάξη	Β' Λυκείου, Κατεύθυνση
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	Το λογισμικό μας δίνει την ευκαιρία και τη δυνατότητα να μέσω κατάλληλων γραφικών παραστάσεων και συμπλήρωσης πίνακα να έχουμε μια πρώτη διαισθητική προσέγγιση της έννοιας του ορίου. Τα εργαλεία της μεγέθυνσης και τα ακριβή υπολογιστικά του μας οδηγούν σε εύρεση πλευρικών ορίων, και ορίων για $x \rightarrow \pm\infty$, ώστε να μας δώσουν την ευχέρεια να αποφασίσουμε αν «υπάρχει ή δεν υπάρχει» το όριο ή και ακόμη αν αποκλίνει προς το $\pm\infty$
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΟΧΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ3_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Όριο συνάρτησης
Λογισμικό που απαιτείται*	Derive

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.2 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 2

Μάθημα	Μαθηματικά Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης
Τίτλος Δραστηριότητας	Συνέχεια Συνάρτησης
Τάξη	Β' Λυκείου, Κατεύθυνση
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	Καταρχήν γίνεται διαπίστωση ότι οι γνωστές μας πολυωνυμικές, ρητές, τριγωνομετρικές, εκθετικές, κλπ συναρτήσεις είναι συνεχείς σε όλο το πεδίο ορισμού της, με την έννοια ότι δεν παρουσιάζουν κάποια «διακοπή» στη γραφική τους παράσταση. Ξεκαθαρίζεται, ότι οι συναρτήσεις με κατακόρυφες ασύμπτωτες $x = a$ στο a δεν μπορούμε να μιλούμε για συνέχεια αφού είναι εκτός ορισμού. Το λογισμικό μας δίνει την ευχέρεια να επεξεργαστούμε πιο «παθολογικές καταστάσεις» μέσα από τμηματικές κυρίως συναρτήσεις για να διαπιστώσουμε πως τελικά υπάρχουν συναρτήσεις που διακόπτονται παρουσιάζοντας «άλματα», ή και «οπές» στα διαγράμματα τους. Στόχος μας να οδηγηθούν οι μαθητές στον ορισμό της συνέχειας για την περαιτέρω κατανόηση της αξίας της συνέχειας σε βασικά θεωρήματα.
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΝΑΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ3_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Συνέχεια συνάρτησης, συνάρτηση, συνέχεια
Λογισμικό που απαιτείται*	Derive

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.3 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 3

Μάθημα	Μαθηματικά Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης
Τίτλος Δραστηριότητας	Ορισμός Παραγώγου
Τάξη	Β' Λυκείου, Κατεύθυνση
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	Το λογισμικό μας δίνει τη δυνατότητα μέσα από δυναμική μεταβολή της ποσότητας h ($h \rightarrow 0$), να διαπιστώσουμε ότι συνάρτηση $\Phi(x, h) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ μπορεί να προσεγγίσει την παράγωγο συνάρτησης της $f(x)$.
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΝΑΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ3_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Παράγωγος συνάρτησης, συνάρτηση, παράγωγος, συνέχεια, όριο
Λογισμικό που απαιτείται*	Derive

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.4 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 4

Μάθημα	Μαθηματικά Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης
Τίτλος Δραστηριότητας	Θεώρημα Μέσης τιμής
Τάξη	Β' Λυκείου, Κατεύθυνση
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	Ίσως ένα από τα σπουδαιότερα θεωρήματα της ανάλυσης, το λογισμικό μας δίνει τη δυνατότητα (πάντοτε με κατάλληλο φύλλο εργασίας) να το διατυπώσουμε αφού διαφανεί η αναγκαιότητα των προϋποθέσεων του με τα κατάλληλα παραδείγματα. Έτσι μπορούμε να φθάσουμε στο στόχο του να εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Τ «γεφυρώνοντας» τη Μέση μεταβολή μια συνάρτησης μεταξύ δύο σημείων της με την στιγμιαία μεταβολή της σε κάποιο ενδιάμεσο σημείο της.
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΝΑΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ3_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Θεώρημα Μέσης τιμής, συνάρτηση, παράγωγος, συνέχεια, όριο.
Λογισμικό που απαιτείται*	Derive

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.5 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 5

Μάθημα	Μαθηματικά Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης
Τίτλος Δραστηριότητας	Παραμετρικές συναρτήσεις
Τάξη	Γ' Λυκείου, Κατεύθυνση
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	Το λογισμικό μας παρέχει τη δυνατότητα κατασκευής παραμετρικής συνάρτησης μαζί με το πίνακα τιμών της, καθώς και την εύρεση της παραγώγου της. Επίσης μπορούμε να κατασκευάσουμε την εξίσωση της εφαπτομένης και της καθέτου σε συγκεκριμένο σημείο της.
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΝΑΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ3_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Παραμετρικές συναρτήσεις, συνάρτηση, παράγωγος, κλίση, εφαπτομένη
Λογισμικό που απαιτείται*	Derive

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.6 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 6

Μάθημα	Μαθηματικά Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης
Τίτλος Δραστηριότητας	Διανύσματα
Τάξη	Β' Λυκείου, Κατεύθυνση
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	Το λογισμικό μας παρέχει τη δυνατότητα κατασκευής διανύσματος σε δύο διαστάσεις, καθώς και στην εφαρμογή των διαφόρων πράξεων στα διανύσματα όπως πρόσθεση, πολλαπλασιασμός με πραγματικό αριθμό και εσωτερικό γινόμενο δύο διανυσμάτων, δίνοντας την ευκαιρία στους μαθητές να κατανοήσουν εύκολα τις πιο πάνω έννοιες.
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΟΧΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ3_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Διανύσματα, πράξεις διανυσμάτων
Λογισμικό που απαιτείται*	Derive

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.7 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 7

Μάθημα	Μαθηματικά Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης
Τίτλος Δραστηριότητας	Μελέτη Γραφικής Παράστασης Ευθείας
Τάξη	Α' Λυκείου
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	Η εξίσωση της ευθείας μπορεί να δοθεί με το γενικό τύπο της $\psi = \lambda\chi + \beta$ ή $a\chi + b\psi + \gamma = 0$, οπότε μεταβάλλοντας δυναμικά τις παραμέτρους (π.χ λ και β) να κατανοήσουμε τη σημασία των λ και β . Επίσης μπορούμε να διερευνήσουμε εκείνες τις περιπτώσεις όπου οι ευθείες τέμνουν του άξονες των χ και ψ
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΟΧΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ3_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Ευθεία, γραφική παράσταση.
Λογισμικό που απαιτείται*	Derive

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.8 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 8

Μάθημα	Μαθηματικά Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης
Τίτλος Δραστηριότητας	Μελέτη θέσης 2 ευθειών (Διερεύνηση συστήματος 2 εξισώσεων με 2 αγνώστους).
Τάξη	Α' Λυκείου
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	Η ευκολία και η πληθώρα κατασκευής ευθειών μπορεί να μας οδηγήσει στα συμπεράσματα για το πότε δύο ευθείες είναι παράλληλες, τεμνόμενες ή δεν τέμνονται γενικεύοντας τα αποτελέσματα μας. Επίσης στην περίπτωση κατά την οποία οι δύο ευθείες τέμνονται οι μαθητές να είναι σε θέση να βρίσκουν και να ερμηνεύουν το σημείο τομής τους και να είναι σε θέση να γνωρίζουν αν οι ευθείες τέμνονται κάθετα.
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΟΧΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ3_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Ευθεία, γραφική παράσταση, συστήματα
Λογισμικό που απαιτείται*	Derive

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.9 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 9

Μάθημα	Μαθηματικά Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης
Τίτλος Δραστηριότητας	Εισαγωγή στο ορισμένο ολοκλήρωμα
Τάξη	Γ' Λυκείου Κατεύθυνση
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	Το λογισμικό μας προσφέρει υπολογιστικό τρόπο εύρεσης εμβαδών ορθογώνιων λωρίδων. Η συνεχόμενη αύξηση των λωρίδων και η εύρεση των εμβαδών τους μας προσφέρει όλο και καλύτερη προσέγγιση σε εμβαδά που δεν υπολογίζονται με στοιχειώδη τρόπο. Αυτή η διαδικασία μας οδηγεί στον ορισμό του ορισμένου ολοκληρώματος με ένα διαισθητικό τρόπο που βοηθάει στην καλύτερη κατανόηση της βασικής για τα μαθηματικά έννοιας.
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΝΑΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ3_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Ολοκλήρωμα, ορισμένο Ολοκλήρωμα, εμβαδόν, καμπύλη
Λογισμικό που απαιτείται*	Derive

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.10 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 10

Μάθημα	Μαθηματικά Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης
Τίτλος Δραστηριότητας	Υπερβολή ($\psi = a/x$)
Τάξη	Α' Λυκείου
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	Οι μαθητές θα πρέπει να είναι σε θέση να γνωρίζουν πότε δύο ποσότητες x και ψ είναι ευθέως ανάλογες και πότε είναι αντιστρόφως ανάλογες. Η κατασκευή της ισοσκελούς υπερβολής $\psi = a/x$ μπορεί μέσα από το λογισμικό να παρουσιασθεί και με δυναμικό τρόπο μεταβάλλοντας την παράμετρο a , δίνοντας την ευκαιρία να διαπιστωθούν όλες οι χαρακτηριστικές της ιδιότητες.
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΟΧΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ3_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Υπερβολή, $\psi = a/x$, αντιστρόφως, ανάλογες ποσότητες
Λογισμικό που απαιτείται*	Derive

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

Β.2.11- Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 11

Μάθημα	Μαθηματικά Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης
Τίτλος Δραστηριότητας	Μελέτη της Γραφικής παράστασης της $y = ax^2$
Τάξη	Α' Λυκείου
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	Με δυναμικό τρόπο μας δίνεται η δυνατότητα να κατασκευάσουμε και να διερευνήσουμε όλες τις περιπτώσεις των παραβολών της μορφής $\psi = ax^2$.
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΝΑΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ3_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Γραφική παράσταση, παραβολή
Λογισμικό που απαιτείται*	Derive

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.12 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 12

Μάθημα	Μαθηματικά Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης
Τίτλος Δραστηριότητας	Μελέτη της γραφικής παράστασης $y=ax^2+\gamma$
Τάξη	Α' Λυκείου
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	Με δυναμικό τρόπο μας δίνεται η δυνατότητα να κατασκευάσουμε και να διερευνήσουμε όλες τις περιπτώσεις των παραβολών της μορφής $\psi = ax^2+\gamma$, αποδίδοντας τη σημασία και το ρόλο της κάθε παραμέτρου.
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΟΧΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ3_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Γραφική παράσταση, παραβολή
Λογισμικό που απαιτείται*	Derive

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.13 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 13

Μάθημα	Μαθηματικά Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης
Τίτλος Δραστηριότητας	Μελέτη της γραφικής παράστασης $y=(x+\gamma)^2$
Τάξη	Α' Λυκείου
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	Με δυναμικό τρόπο μας δίνεται η δυνατότητα να κατασκευάσουμε και να διερευνήσουμε όλες τις περιπτώσεις των παραβολών της μορφής $\psi = (x+\gamma)^2$, ερμηνεύοντας τη σημασία του γ και συγκρίνοντας την $\psi = (x+\gamma)^2$, ως κατάλληλο μετασχηματισμό της $\psi = x^2$.
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΝΑΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ3_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Γραφική παράσταση, παραβολή, τριώνυμο
Λογισμικό που απαιτείται*	Derive

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.14 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 14

Μάθημα	Μαθηματικά Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης
Τίτλος Δραστηριότητας	Παραπληρωματικές Γωνίες
Τάξη	Α' Γυμνασίου
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	Δίνεται ευθεία και ημιευθεία με την αρχή της πάνω στην ευθεία. Με την στροφή της ημιευθείας με κέντρο την αρχή της φαίνονται οι παραπληρωματικές γωνίες και τα μέτρα τους. Με παρατήρηση των μέτρων των γωνιών εικάζεται ότι το άθροισμα τους είναι 180° .
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΝΑΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ3_K07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Ευθεία γωνία, γωνιά, άθροισμα γωνιών, παραπληρωματικές
Λογισμικό που απαιτείται*	Crocodile Mathematics

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.15 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 15

Μάθημα	Μαθηματικά Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης
Τίτλος Δραστηριότητας	Άθροισμα Γωνιών Τετράπλευρου
Τάξη	Α' Γυμνασίου
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	Κατασκευή διαφορετικών τετραπλεύρων που φαίνεται το μέτρο των γωνιών τους. Με μεταβολή των κορυφών τους οι μαθητές συμπεραίνουν ότι το άθροισμα των γωνιών τυχαίου τετράπλευρου είναι ίσο με 360° .
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΟΧΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ3_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Τετράπλευρο, γωνιά, άθροισμα γωνιών
Λογισμικό που απαιτείται*	Crocodile Mathematics

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.16 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 16

Μάθημα	Μαθηματικά Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης
Τίτλος Δραστηριότητας	Εμβαδόν παραλληλόγραμμου
Τάξη	Α' Γυμνασίου
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	Παρουσιάζεται παραλληλόγραμμο και με την κατάλληλη μετατόπιση τριγώνου το παραλληλόγραμμο μετασχηματίζεται σε ισοδύναμο ορθογώνιο. Ο μαθητής με φύλλο εργασίας αιτιολογεί ότι το αρχικό εμβαδόν του παραλληλογράμμου είναι ίσο με το εμβαδόν του ορθογωνίου. Δηλαδή $E_{\text{παρ}} = E_{\text{ορθ}}$, δηλ $E_{\text{παρ}} = \beta \cdot \upsilon$
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΝΑΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ3_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Εμβαδόν, παραλληλόγραμμο, τετράπλευρο, ορθογώνιο, ύψος, βάση
Λογισμικό που απαιτείται*	Crocodile Mathematics

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

Β.2.17 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 17

Μάθημα	Μαθηματικά Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης
Τίτλος Δραστηριότητας	Ίσα σχήματα
Τάξη	Γ΄ Γυμνασίου
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	Παρουσιάζονται διαφορετικά σχήματα και οι μαθητές καλούνται να αναγνωρίσουν ποια είναι ίσα και ακολούθως με κατάλληλη μετατόπιση και περιστροφή γίνεται ο έλεγχος της ισότητας
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΟΧΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ3_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Ίσα σχήματα, ισότητα
Λογισμικό που απαιτείται*	Crocodile Mathematics

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.18 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 18

Μάθημα	Μαθηματικά Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης
Τίτλος Δραστηριότητας	Διερεύνηση του λόγου των εμβαδών δύο όμοιων τριγώνων
Τάξη	Β΄ Λυκείου
Ενότητα	Εμβαδά όμοιων σχημάτων
Σύντομη περιγραφή	Κατασκευάζονται δύο όμοια τρίγωνα και στην οθόνη φαίνεται ο λόγος των μηκών δύο αντίστοιχων πλευρών και των εμβαδών των δύο τριγώνων. Με μεταβολή του λόγου ομοιότητας (μήκος πλευράς του ενός τριγώνου) τότε ο μαθητής φτάνει στο συμπέρασμα ότι «Εάν δύο σχήματα είναι όμοια και η αναλογία των αντίστοιχων πλευρών είναι λ , τότε η αναλογία των εμβαδών τους είναι λ^2 .»
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΟΧΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ3_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Όμοια σχήματα, ομοιότητα, λόγος, εμβαδόν
Λογισμικό που απαιτείται*	Crocodile Mathematics

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.19 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 19

Μάθημα	Μαθηματικά Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης
Τίτλος Δραστηριότητας	Πυθαγόρειο θεώρημα
Τάξη	Α΄ Λυκείου
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	Ο μαθητής κατασκευάζει ορθογώνιο τρίγωνο και τα τετράγωνα με πλευρές του ορθογωνίου τριγώνου και συγκρίνει τα εμβαδά των τετραγώνων αυτών. Διερευνά τις σχέσεις αυτές και καταλήγει στην εικασία του Θεωρήματος του Πυθαγόρα.
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΝΑΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ3_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Πυθαγόρειο θεώρημα, Πυθαγόρας, Πυθαγόρειες τριάδες, εμβαδόν
Λογισμικό που απαιτείται*	Crocodile Mathematics

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.20 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 20

Μάθημα	Μαθηματικά Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης
Τίτλος Δραστηριότητας	Η διερεύνηση της σχέσης της εγγεγραμμένης γωνίας σε τόξο κύκλου με την αντίστοιχη επίκεντρη γωνία στο ίδιο τόξο.
Τάξη	A' Λυκείου
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	Κατασκευή κύκλου, εγγεγραμμένης και αντίστοιχης επίκεντρης γωνίας. Μέτρηση των γωνιών αυτών. Μετακίνηση της κορυφής της εγγεγραμμένης γωνίας ώστε οι μαθητές να παρατηρήσουν την σχέση ανάμεσα στα μέτρα της εγγεγραμμένης με την επίκεντρη γωνία και να εξαγάγουν τα ανάλογα θεωρήματα.
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΝΑΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ3_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Κύκλος, εγγεγραμμένη, επίκεντρη, γωνία
Λογισμικό που απαιτείται*	Crocodile Mathematics

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.21 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 21

Μάθημα	Μαθηματικά Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης
Τίτλος Δραστηριότητας	Γωνίες που σχηματίζονται από παράλληλες και τέμνουσα των παραλλήλων
Τάξη	Α΄ Γυμνασίου
Ενότητα	Εγγεγραμμένες Γωνίες
Σύντομη περιγραφή	Ο μαθητής κατασκευάζει τρεις παράλληλες και μια τέμνουσα αυτών. Μετρά όλες τις γωνίες που σχηματίζονται και κάνει συγκρίσεις και καταλήγει στις σχέσεις των γωνιών που σχηματίζονται.
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΝΑΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ3_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Ευθείες παράλληλες, εναλλάξ, εντός επί τα αυτά, γωνίες
Λογισμικό που απαιτείται*	Crocodile Mathematics

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.22 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 22

Μάθημα	Μαθηματικά Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης
Τίτλος Δραστηριότητας	Κλίση Ευθείας
Τάξη	Α' Λυκείου
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	Ο μαθητής κατασκευάζει ευθεία με το κατάλληλο εργαλείο και με το εργαλείο παραμέτρου της ευθείας την μετακινεί έτσι ώστε να διερευνήσει την κλίση ευθείας εποπτικά, αλγεβρικά και με την χρήση του κατάλληλου φύλλου εργασίας να εξαγάγει τα κατάλληλα συμπεράσματα.
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΝΑΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ3_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Ευθείες παράλληλες, κλίση, ευθεία
Λογισμικό που απαιτείται*	Crocodile Mathematics

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.23 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 23

Μάθημα	Μαθηματικά Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης
Τίτλος Δραστηριότητας	Μελέτη και γραφική παράσταση της $y=ax^2$
Τάξη	Α' Λυκείου
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	Ο μαθητής κατασκευάζει την τετραγωνική συνάρτηση $y=ax^2$ με το κατάλληλο εργαλείο και με τα εργαλεία παραμέτρου την μετακινεί έτσι ώστε να διερευνήσει την μορφή της εποπτικά, αλγεβρικά και με την χρήση του κατάλληλου φύλλου εργασίας να εξαγάγει τα κατάλληλα συμπεράσματα.
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΝΑΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ3_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Γραφική παράσταση, παραβολή, τριώνυμο
Λογισμικό που απαιτείται*	Crocodile Mathematics

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.24 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 24

Μάθημα	Μαθηματικά Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης
Τίτλος Δραστηριότητας	Άθροισμα γωνιών τριγώνου
Τάξη	A Γυμνασίου
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	<p>Ο μαθητής κατασκευάζει τρία διαφορετικά τρίγωνα και με το κατάλληλο εργαλείο εμφανίζει το μέτρο των γωνιών κάθε τριγώνου. Υπολογίζει το άθροισμα τους για κάθε τρίγωνο και σημειώνει τα αποτελέσματα σε φύλλο εργασίας.</p> <p>Ακολούθως με έτοιμη κατασκευή αποδεικνύει το κατάλληλο συμπέρασμα.</p>
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΟΧΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ3_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Τρίγωνο, γωνιά, άθροισμα γωνιών
Λογισμικό που απαιτείται*	Crocodile Mathematics

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.25 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 25

Μάθημα	Μαθηματικά Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης
Τίτλος Δραστηριότητας	Μεσοκάθετη ευθυγράμμου τμήματος
Τάξη	Α΄ Γυμνασίου
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	Ο μαθητής χρησιμοποιεί έτοιμη εφαρμογή CROCODILE MATHEMATICS που παρουσιάζει ευθύγραμμο τμήμα με τη μεσοκάθετο του. Μετακινεί το σημείο πάνω στη μεσοκάθετη και παρατηρεί τις μεταβολές στις μετρήσεις των αποστάσεων του από τα άκρα του ευθύγραμμου τμήματος. Επαναλαμβάνει την δραστηριότητα μερικές φορές και σημειώνει τις μετρήσεις του σε φύλλο εργασίας. Μεταβάλλει το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος και επαναλαμβάνει τη δραστηριότητα προσθέτοντας τις μετρήσεις στον ίδιο πίνακα στο φύλλο εργασίας. Παρατηρώντας τον πίνακα οι μαθητές καταλήγουν στο συμπέρασμα της βασικής ιδιότητας της μεσοκαθέτου.
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΟΧΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ3_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Ευθύγραμμο τμήμα, μέσο, μεσοκάθετος
Λογισμικό που απαιτείται*	Crocodile Mathematics

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.26 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 26

Μάθημα	Μαθηματικά Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης
Τίτλος Δραστηριότητας	Σχετικές θέσεις δύο κύκλων
Τάξη	Α' Λυκείου
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	Ο μαθητής χρησιμοποιεί έτοιμη εφαρμογή CROCODILE MATHEMATICS που παρουσιάζει δύο κύκλους στους οποίους είναι σχηματισμένες οι ακτίνες και η διάκεντρος τους. Ο μαθητής μεταβάλλοντας τους κύκλους αλλά και την διάκεντρο καλείται μέσω διαφόρων δραστηριοτήτων που περιλαμβάνουν και την πινακοποίηση μετρήσεων του να συμπεράνει τις πιθανές σχέσεις και να καταλήξει στις συνθήκες αλγεβρικής εξεύρεσης των σχετικών θέσεων δυο κύκλων.
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΟΧΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ3_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Κύκλος, διάκεντρος, ακτίνα
Λογισμικό που απαιτείται*	Crocodile Mathematics

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.27 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 27

Μάθημα	Μαθηματικά Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης
Τίτλος Δραστηριότητας	Εγγεγραμμένα τετράπλευρα
Τάξη	Α' Λυκείου
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	Ο μαθητής κατασκευάζει με το δυναμικό λογισμικό γεωμετρίας CROCODILE MATHEMATICS, κύκλο και εγγράφει τετράπλευρο σε αυτόν. Με πινακοποίηση των εσωτερικών και εξωτερικών γωνιών του εγγεγραμμένου τετραπλεύρου ανακαλύπτει τις σχέσεις μεταξύ τους.
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΟΧΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ3_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Κύκλος, διάκεντρος, ακτίνα, εγγεγραμμένο τετράπλευρο
Λογισμικό που απαιτείται*	Crocodile Mathematics

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.28 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 28

Μάθημα	Μαθηματικά Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης
Τίτλος Δραστηριότητας	Εμβαδά επίπεδων σχημάτων - Τραπεζίο
Τάξη	Α΄ Γυμνασίου
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	Ο μαθητής κατασκευάζει τραπέζιο με το λογισμικό CROCODILE MATHEMATICS, ενώνει κορυφή με το μέσο απέναντι πλευράς και με φύλλο εργασίας ανακαλύπτει και εικάζει τον τύπο του εμβαδού τραapeζίου (Το εμβαδόν τραapeζίου εξαρτάται από τις βάσεις του και την απόσταση τους) και προχωρά σε εποπτική απόδειξη.
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΟΧΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ3_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Τραπεζίο, εμβαδόν, βάσεις, ύψος
Λογισμικό που απαιτείται*	Crocodile Mathematics

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

Β.2.29 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 29

Μάθημα	Μαθηματικά Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης
Τίτλος Δραστηριότητας	Θεώρημα Θαλή
Τάξη	Α΄ Λυκείου
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	<ul style="list-style-type: none"> Κατασκευή τριών παραλλήλων ευθειών. Κατασκευή δύο τεμνουσών ευθειών. Μέτρηση και πινακοποίηση των τμημάτων που αποκόπτονται από τις παράλληλες και δημιουργία στον πίνακα των αντίστοιχων λόγων. Από τον πίνακα εξάγονται τα συμπεράσματα.
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΟΧΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ3_Κ07Μ
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Παράλληλες ευθείες, Θαλής, Θεώρημα, ανάλογα
Λογισμικό που απαιτείται*	Crocodile Mathematics

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

B.2.30 - Εισηγήσεις για Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 30

Μάθημα	Μαθηματικά Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης
Τίτλος Δραστηριότητας	Εξωτερική γωνία τριγώνου
Τάξη	Α΄ Γυμνασίου
Ενότητα	
Σύντομη περιγραφή	Ο μαθητής χρησιμοποιεί έτοιμη εφαρμογή CROCODILE MATHEMATICS, που παρουσιάζει τυχαίο τρίγωνο με τις εξωτερικές του γωνίες. Γίνονται μετρήσεις όλων των γωνιών, εσωτερικών και εξωτερικών γωνιών του τριγώνου. Επίσης γίνονται υπολογισμοί του αθροίσματος ανά δύο. Όλα τα αποτελέσματα τοποθετούνται σε κοινό πίνακα σε φύλλο εργασίας. Ο μαθητής επαναλαμβάνει τις μετρήσεις μερικές φορές, μετακινώντας τις κορυφές του τριγώνου και τοποθετεί τα αποτελέσματα στο ίδιο πίνακα. Διερευνώντας τον πίνακα, ο μαθητής καταλήγει στα συμπεράσματα των σχέσεων μεταξύ των γωνιών του τριγώνου.
Πλήρης Ανάπτυξη Δραστηριότητας στο Μέρος Γ	ΟΧΙ
Κωδικός Ομάδας	ΜΑΘ3_K07M
Λέξεις-Κλειδιά για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	Τρίγωνο, γωνιά, εξωτερική γωνιά
Λογισμικό που απαιτείται*	Crocodile Mathematics

* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.

ΜΕΡΟΣ Γ΄

Γ.1 - Συνοπτικός Πίνακας Αναπτυγμένων Δραστηριοτήτων

	Τίτλος Δραστηριότητας
Δραστηριότητα 1	ΣΥΝΕΧΕΙΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ
Δραστηριότητα 2	ΟΡΙΣΜΟΣ ΠΑΡΑΓΩΓΟΥ
Δραστηριότητα 3	ΘΕΩΡΗΜΑ ΜΕΣΗΣ ΤΙΜΗΣ
Δραστηριότητα 4	ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ
Δραστηριότητα 5	ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΟ ΟΡΙΣΜΕΝΟ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑ
Δραστηριότητα 6	ΜΕΛΕΤΗ και ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΤΗΣ $y=ax^2$
Δραστηριότητα 7	ΜΕΛΕΤΗ και ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΤΗΣ $y=(x+y)^2$
Δραστηριότητα 8	ΠΑΡΑΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΕΣ ΓΩΝΙΕΣ
Δραστηριότητα 9	ΕΜΒΑΔΟΝ ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΟΥ
Δραστηριότητα 10	ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟ ΘΕΩΡΗΜΑ
Δραστηριότητα 11	ΕΓΓΕΓΡΑΜΜΕΝΕΣ ΓΩΝΙΕΣ
Δραστηριότητα 12	ΓΩΝΙΕΣ ΠΟΥ ΣΧΗΜΑΤΙΖΟΝΤΑΙ ΑΠΟ ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΣ ΚΑΙ ΤΕΜΝΟΥΣΑ ΤΩΝ ΠΑΡΑΛΛΗΛΩΝ
Δραστηριότητα 13	ΚΛΙΣΗ ΕΥΘΕΙΑΣ
Δραστηριότητα 14	ΜΕΛΕΤΗ και ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΤΗΣ $y=ax^2$

Γ.2.1 - Αναπτυγμένες Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 1

Μάθημα	Μαθηματικά Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης
Τίτλος Δραστηριότητας	Συνέχεια συνάρτησης σε σημείο
Τάξη	Β΄ Λυκείου Κατεύθ.
Ενότητα	
Ενδεικτική Διάρκεια	2 Χ 45 λεπτά
Σκοπός	<ul style="list-style-type: none"> • Να αντιληφθούν μέσα από μια οπτική γωνία την έννοια της συνέχειας. Διαισθητικά και μέσα από γραφικές παραστάσεις παροτρύνουμε του μαθητές να καταλήξουν σε συμπεράσματα για το αν θα είναι ή όχι συνεχής μια συνάρτηση. • Να αντιληφθούν ότι όλες οι στοιχειώδεις συναρτήσεις που είναι γνωστές σ' αυτούς μέχρι τώρα δεν παρουσιάζουν κάποιο είδος ασυνέχειας. Ως γνωστές συναρτήσεις θεωρούμε τις πολυωνυμικές ($\psi = 2\chi+3$, $\psi = 1-2\chi+3\chi^2$), τις ρητές ($\psi = 1/\chi$, $\psi = 2\chi/(\chi+3)$) τις άρρητες ($y = \sqrt{x}$, $y = \sqrt{x-4}$) τις εκθετικές ($\psi = 2^x$, $y = e^{x+1}$), και είναι όλες συνεχείς σε κάθε σημείο του πεδίου ορισμού τους. • Να κατανοήσουν οι μαθητές ότι οι ρητές συναρτήσεις είναι συνεχείς παρόλο που το διάγραμμα τους διακόπτεται. Η διακοπή επειδή τυχαίνει σε σημείο εκτός του πεδίου ορισμού τους δεν τίθεται θέμα ασυνέχειας. • Να εξετάσουν οι μαθητές και πιο «παθολογικές καταστάσεις» συναρτήσεων που παρουσιάζουν «άλματα και διακοπές» σε σημεία του Π.Ο και να συμπεράνουν πότε μια συνάρτηση χαρακτηρίζεται ως ασυνεχής σε σημείο του Π.Ο • Τέλος να δουν τη χρησιμότητα των συνεχών συναρτήσεων σε ουσιώδεις εφαρμογές.
Κωδικός Δραστηριότητας στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy	ΜΑΘ3_K07M_Π2_2
Λέξεις-Κλειδιά (για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy)	Συνέχεια συνάρτησης, συνάρτηση, συνέχεια
Λογισμικό που απαιτείται*	<p>Derive</p> <p>* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.</p>
Πορεία Μαθησιακής Δραστηριότητας	<ol style="list-style-type: none"> 1. Δίδεται φύλλο εργασίας και οι μαθητές κάθονται ατομικά σε Η/Υ ή και δύο δύο για να απαντήσουν τις δραστηριότητες του φύλλου εργασίας. 2. Εξηγούμε στη βασική δραστηριότητα τον τρόπο με τον οποίο σχεδιάζεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης που δίνεται είτε με απλό τύπο είτε με τμηματικό (κλαδικό) τύπο. Ακολουθώντας αποφασίζουμε ποια συνάρτηση παρουσιάζει ασυνέχεια χρησιμοποιώντας εργαλεία του λογισμικού, όπως εύρεση αριθμητικής τιμής και ορίου.

Μέσα που χρειάζονται για υλοποίηση της δραστηριότητας (ηλεκτρονικά αρχεία, φυλλάδια, παρουσιάσεις):

- Φύλλο εργασίας, Η/Υ και το αρχείο στο Derive: SYNEXIA

Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου - Πορεία βήμα με βήμα (screen shots) για την αξιοποίηση του εργαλείου στη συγκεκριμένη δραστηριότητα.

Οι συγκεκριμένες εντολές και κατασκευές που προσφέρει το λογισμικό, επεξηγούνται επακριβώς την κατάλληλη στιγμή στη συγκεκριμένη δραστηριότητα μέσα στο φύλλο εργασίας.

Δείγματα Αναμενόμενων προϊόντων των μαθητών


- Στην 1η δραστηριότητα οι μαθητές αναμένεται να αναγράφουν ορθά τον τύπο μιας συνάρτησης, να μεταβαίνουν συγχρόνως στο παράθυρο γραφικών και σχεδιάζουν τη γραφική της παράσταση.
- Στην 2η και 3η δραστηριότητα οι μαθητές αναμένεται να αναγράφουν ορθά τον τύπο μιας τμηματικής συνάρτησης, να τη σχεδιάζουν και να υπολογίζουν τόσο αριθμητικές τιμές της συνάρτησης όσο και πλευρικά όρια. Ο στόχος εδώ είναι να κατανοήσουν οι μαθητές ότι η συνέχεια έχει να κάνει με σημεία που βρίσκονται εντός του Π.Ο της συνάρτησης και ότι στα διαστήματα, όπου αυτή ορίζεται, είναι συνεχής σε ένα σημείο ξ όταν η αριθμητική τιμή της συνάρτησης $f(\xi)$ συμπίπτει με τα πλευρικά όρια όταν το x τείνει στο ξ .
- Στην 4η και 5η δραστηριότητα αναμένεται οι μαθητές να δουν κάποιες συναρτήσεις που παρουσιάζουν κενά στη γραφική τους παράσταση και να μπορούν να είναι σε θέση να «άρουν» την ασυνέχεια της.
- Στην 6η δραστηριότητα οι μαθητές αναμένεται να χρησιμοποιήσουν το θεώρημα του Bolzano για να λύσουν δύσκολες εξισώσεις που είναι αδύνατον να λυθούν με απλούς αλγεβρικούς τρόπους.

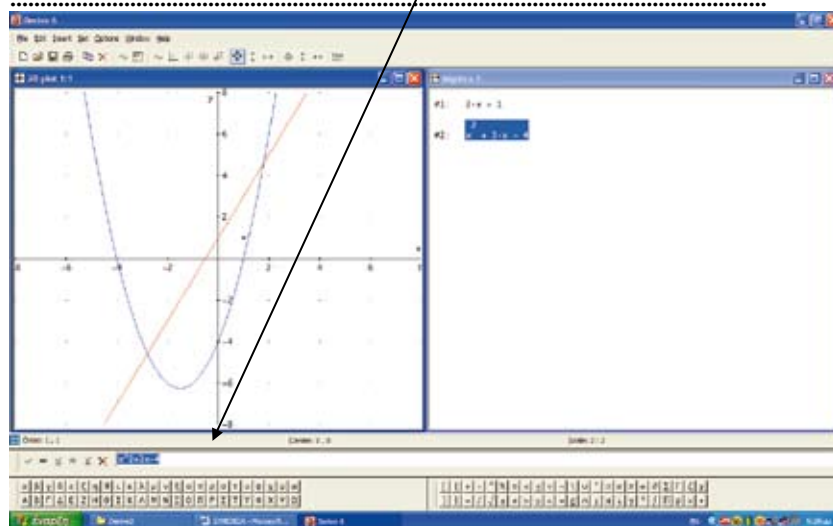
Συνοδευτικό Υλικό Δραστηριότητας 1

(τα αρχεία με * υπάρχουν μόνο σε ηλεκτρονική μορφή στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο)

	Τίτλος Δραστηριότητας Τίτλος αρχείου		Όνομα αρχείου στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο
Μέσα για υλοποίηση της δραστηριότητας	Γ.2.1.1	Φύλλο Εργασίας 1	Φ.Εργ.ΣΥΝΕΧΕΙΑ.doc
	*	Αρχείο derive 1	bOLZANO.dfw
	*	Αρχείο derive 2	Synexia.dfw
Δείγματα Αναμενόμενων προϊόντων των μαθητών			
Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου			



Γ.2.1.1 – Φύλλο Εργασίας 1

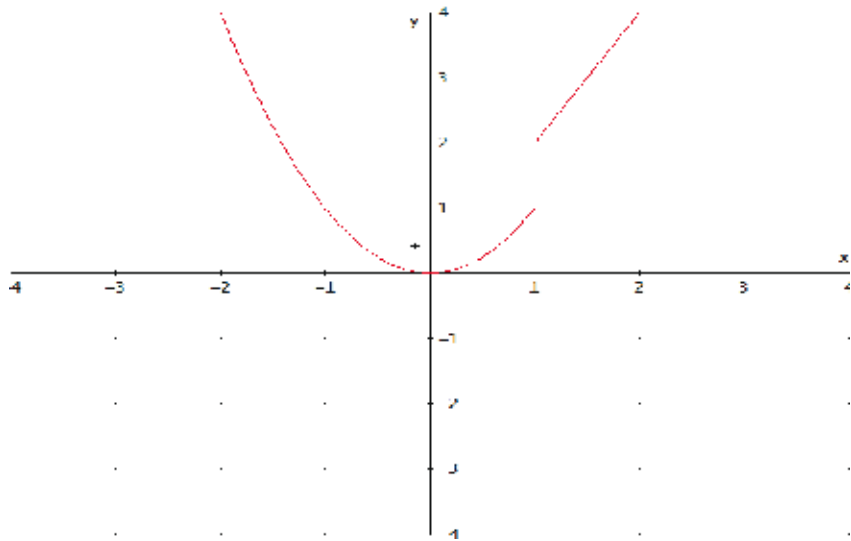
1. Να σχεδιάσετε τις πολυωνυμικές συναρτήσεις: $\psi = 2\chi + 1$ και $\psi = \chi^2 + 3\chi - 4$. Αν δυσκολεύεστε ανοίξτε το Derive γράψτε $2\chi + 1$ εδώ – enter- και μετά πατήστε το εικονίδιο . Κάντε το ίδιο γράφοντας τώρα $\chi^2 + 3\chi - 4$. (το περιβάλλον του Derive παρουσιάζεται πιο κάτω, έχοντας ανοικτά όμως και τα δύο του παράθυρα: Window-Tile Vertically) Νομίζετε ότι είναι συνεχείς σε κάθε σημείο του πεδίου ορισμού τους; Γιατί;



Κάντε το ίδιο με τις ρητές συναρτήσεις: $\psi = 1/\chi$ και $\psi = 2/(\chi - 2)$. Ποια η γνώμη σας τώρα; Έχει αλλάξει κάτι; Σχολιάστε.

Κάντε το ίδιο με τις άρρητες συναρτήσεις: $y = \sqrt{x}$ και $y = \sqrt{x+2}$ με την εκθετική $\psi = 2^x$ και με τη λογαριθμική $y = \ln x$. Τι σημαίνει για σας μια συνάρτηση είναι «συνεχής»;

2. Διαγράφοντας όλες τις πιο πάνω συναρτήσεις (πατώντας διαδοχικά το εικονίδιο ) να θεωρήσετε την τμηματική συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ 2x, & x > 1 \end{cases}$. Για να γράψουμε μια τέτοια συνάρτηση στο Derive και να την σχεδιάσουμε, θα πρέπει να γράψουμε στο Author Expression την εντολή: If ($x \leq 1, x^2, 2x$) και μετά να πατήσουμε enter. Μετά πατώντας το εικονίδιο  μεταφερόμαστε στο παράθυρο των γραφικών παραστάσεων και ξαναπατάμε το ίδιο εικονίδιο για να κατασκευαστεί η γραφική παράσταση που φαίνεται αμέσως πιο κάτω. Είναι συνεχής μια τέτοια συνάρτηση σύμφωνα με τη διαίσθηση σας;.....



Ας εξετάσουμε και πιο αυστηρά ίσως αυτά που έχετε «διαισθανθεί».

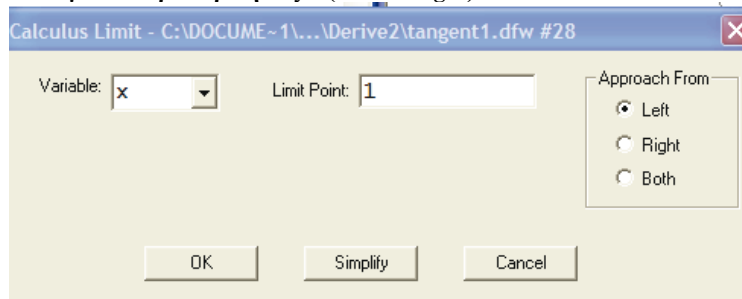
α) Στο $x = 1$, το διάγραμμα παρουσιάζει άλμα από το $y = \dots\dots$ στο $y = \dots\dots$

β) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) =$

γ) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) =$

Γιατί να παρουσιάζεται άραγε αυτή η διακοπή στη πιο πάνω συνάρτηση;

.....
 (Τα πιο πάνω όρια μπορούν να υπολογισθούν και από το Derive. Χρησιμοποιώντας το Calculus – Limit εμφανίζεται το πιο κάτω παράθυρο, οπότε και συμπληρώνουμε ανάλογα σε ποιο σημείο θέλουμε το limit (π.χ. στο $x=1$) και ακόμη αν το όριο το θέλουμε από αριστερά ή δεξιά (Left – Right) είναι



3.

Η συνάρτηση $g(x)$ ορίζεται και πάλι τμηματικά από την: $g(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ 2x-1, & x > 1 \end{cases}$. Όπως και

στην 1 δραστηριότητα κάνετε με τον ίδιο τρόπο τη γραφική της παράσταση.

α) Σε τι διαφέρει η $g(x)$ από την $f(x)$;


β) $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) =$ γ) $\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) =$

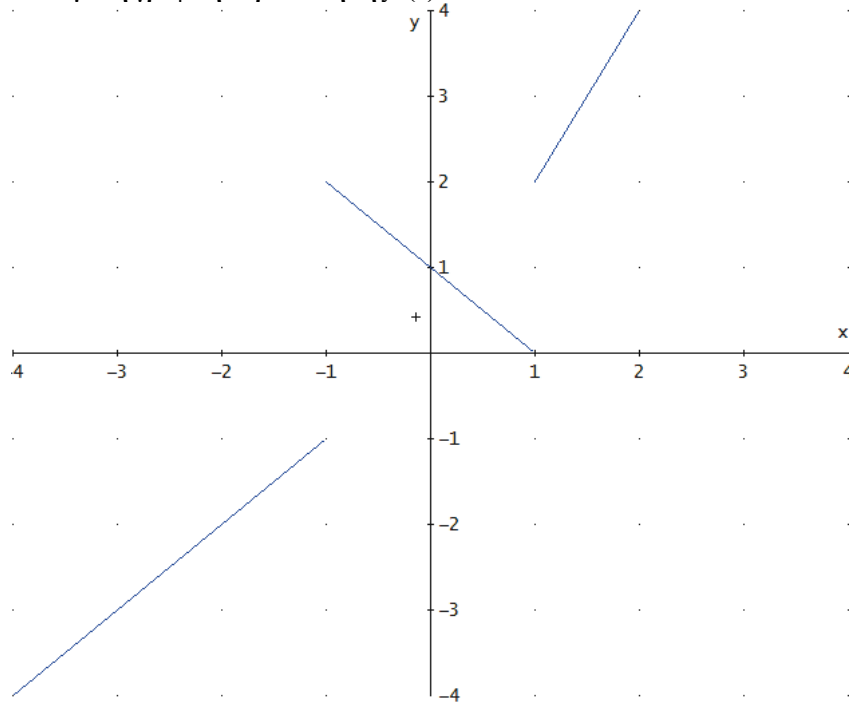
Τι συμβαίνει τώρα; Έχουμε το ίδιο φαινόμενο όπως και πιο πάνω;

.....

4

Ας ορίσουμε τη συνάρτηση: $h(x) = \begin{cases} x, & x < -1; \\ -x+1, & -1 \leq x < 1; \\ 2x, & x \geq 1 \end{cases}$ γράφοντας την εντολή

If(x < - 1, x, if(x < 1, -x+1, 2x)), πατώντας enter και μετά το εικονίδιο  για να μεταφερθούμε στο παράθυρο των γραφικών, οπότε και πάλι με το ίδιο εικονίδιο να κάνουμε τη γραφική παράσταση της $h(x)$.




α) Στο $x = -1$, το διάγραμμα παρουσιάζει άλμα από το $y = \dots\dots$ στο $y = \dots\dots$

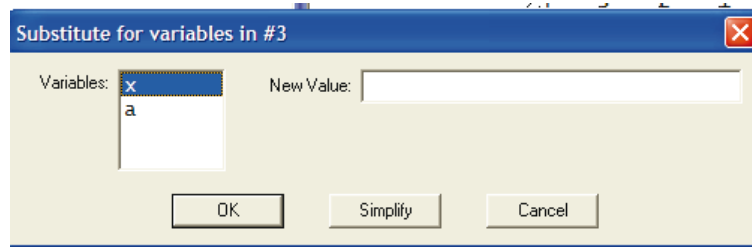
β) $\lim_{x \rightarrow -1^+} h(x) =$

γ) $\lim_{x \rightarrow -1^-} h(x) =$

δ) Αν θέλουμε να ενώσουμε το αριστερό μέρος της συνάρτησης με το μεσαίο κομμάτι, θα πρέπει να μεταφέρουμε το αριστερό κομμάτι a μονάδες προς τα πάνω. Ποια πρέπει να είναι η τιμή του a κατά τη γνώμη σας, ώστε να εξουδετερώσουμε το άλμα στο σημείο $x = -1$;

ε) Γράψτε και σχεδιάστε τη συνάρτηση:
$$h(x) = \begin{cases} x+a, & x < -1; \\ -x+1, & -1 \leq x < 1; \\ 2x, & x \geq 1 \end{cases}$$

στ) Ελέγξτε την εικασία σας στο (δ) κάνοντας αντικατάσταση στο a με την τιμή που ισχυριστήκατε. Η αντικατάσταση μπορεί να γίνει με το εικονίδιο , οπότε και θα μας ανοίξει το πιο κάτω παράθυρο. Πατώντας το a και μετά αντικαθιστώντας την τιμή που θέλουμε στο *New Value*, πατούμε (*Ok* ή *Simplify*). Τώρα να πατήσετε και πάλι το εικονίδιο για τη γραφική παράσταση και να τη σχεδιάσετε! Τι βλέπετε; Έχει εξαφανισθεί το άλμα στο $x = -1$;



ζ) Για τη νέα αυτή συνάρτηση να υπολογίσετε τα όρια $\lim_{x \rightarrow -1^+} h(x) =$ και $\lim_{x \rightarrow -1^-} h(x) =$

η) Στο $x=1$ η γραφική παράσταση παρουσιάζει άλμα από το $y = \dots\dots$ στο $y = \dots$

$\lim_{x \rightarrow 1^+} h(x) =$ $\lim_{x \rightarrow 1^-} h(x) =$

θ) Προσπαθήστε να βρείτε ένα αριθμό β έτσι ώστε η $h(x)$ να ξαναοριστεί στο διάστημα $x \geq 1$ και αντί $2x$ να έχει τύπο $2x+\beta$ και να αναιρεί το «άλμα» που παρουσίαζε προηγουμένως.

ι) Μεταφερθείτε στο παράθυρο των γραφικών παραστάσεων. Από το μενού (*Insert – slide bar*), θα μας ζητήσει να ορίσουμε μια παράμετρο στο παράθυρο που φαίνεται πιο κάτω:



και σχεδιάστε τη νεορισθείσα
$$h(x) = \begin{cases} x+3, & x \leq -1 \\ -x+1, & -1 < x \leq 1 \\ 2x+b, & x \geq 1 \end{cases}$$

Στο $\chi=1$ θα θέλαμε να αναιρέσουμε το άλμα . Το b αφού μπορεί να μεταβάλλεται όπως το είχαμε ορίσει από το -5 μέχρι 5, ας του δώσουμε τιμές μέχρι να ενωθεί το ένα κομμάτι της συνάρτησης με το άλλο και έτσι να εξαφανισθεί το άλμα που υπήρχε. Ποια τιμή είναι αυτή που αναιρεί αυτό το άλμα;

Ποια είναι τώρα τα όρια $\lim_{x \rightarrow 1^+} h(x) =$ και $\lim_{x \rightarrow 1^-} h(x) =$

Η αρχική συνάρτηση h(x) είχε «άλματα» στα σημεία $\chi = -1$ και $\chi = 1$. Στα μαθηματικά αυτά τα «άλματα» τα ονομάζουμε ασυνέχειες. Γενικεύοντας για μια συνάρτηση f(x) που θα παρουσιάζει ασυνέχεια (με άλμα) σε ένα σημείο του Π.Ο της στο $\chi = a$, τότε τα

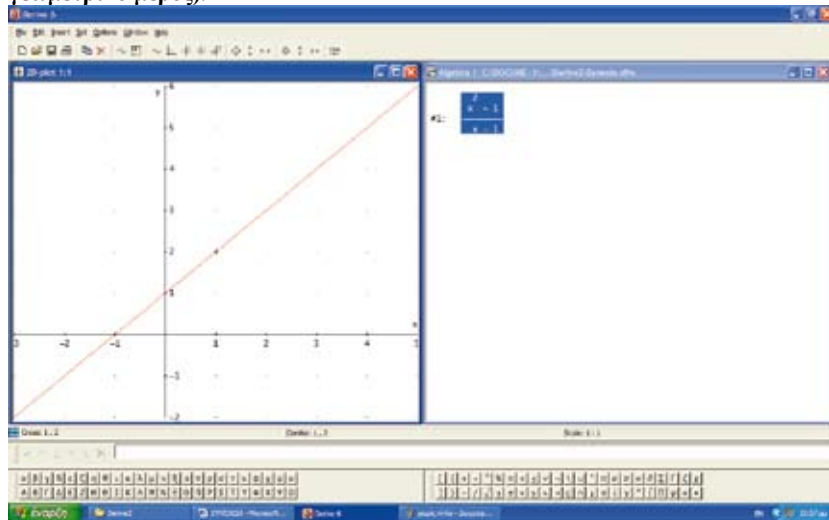
$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ και $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ θα πρέπει να είναι

Δηλαδή $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$.

4.

Στο παράθυρο της άλγεβρας να γράψετε τον τύπο της συνάρτησης $\frac{x^2-1}{x-1}$ και

ακολούθως να την σχεδιάσετε. (Μπορείτε να έχετε και τα δύο παράθυρα ανοικτά από το Window – Tile Vertically , ώστε να βλέπετε συγχρόνως και το αλγεβρικό αλλά και το γεωμετρικό μέρος).



α) Πως φαίνεται η συνάρτηση; Με ποια άλλη γνωστή σας συνάρτηση μοιάζει; Τι σας φαίνεται παράξενο;

.....

β) Η συνάρτηση ορίζεται στο $x = 1$; Γιατί όμως η γραφική να παρουσιάζεται ως μια συνεχόμενη ευθεία γραμμή; Ή μήπως δεν είναι έτσι τα πράγματα. Ας το εξετάσουμε μέσα από το πρόγραμμα του Derive τόσο αλγεβρικά όσο και γεωμετρικά

γ) Από την εντολή SUB («αντικατάσταση») μπορούμε να υπολογίσουμε κάποιες αριθμητικές τιμές. Αφού επιλέξετε τον τύπο της συνάρτησης και πατήσετε το εικονίδιο της («αντικατάσταση») επιλέξετε το x να αντικατασταθεί με το 1. Ποιο το αποτέλεσμα; Το αναμένετε;..... Γιατί;

δ) Ας μεταφερθούμε στο παράθυρο των γραφικών (πατάμε απλώς στο πάνω μέρος του παραθύρου) Μετακινήστε το σταυρουδάκι πάνω στην καμπύλη μέχρι να φθάσει σε ένα κοντινό μέρος του $x = 1$. Έχοντας το σταυρό στο $x=1$ κεντράρουμε την οθόνη σ' αυτό το σημείο χρησιμοποιώντας το εικονίδιο \dagger και μετά ακολουθούμε μια διαδικασία μεγέθυνσης της περιοχής που υποψιαζόμαστε ότι πιθανόν να υπάρχει κάποιο «κενό» στην «καμπύλη μας. Πατώντας το F9 (ή $*$) διαδοχικά μέχρι να φανεί ότι το διάγραμμα παρουσιάζει «σπάσιμο». Τι παρατηρείτε;

ε) Υπολογίστε το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} =$

στ) Να δείξετε ότι $\frac{x^2 - 1}{x - 1}$ ισούται με $x+1$ όταν το $x \neq 1$ και να εξηγήσετε τη σχέση του με το πιο πάνω όριο.

ζ) Δηλ. αν ορίσουμε ως $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ το κενό που παρουσιάζεται στον ορισμό του $f(1)$, μπορεί να «γεμίσει» αν ορίσουμε το $f(1) = \dots\dots\dots$

η) Η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ έχει πεδίο ορισμού (Π.Ο) το σύνολο.....

Είναι η συνάρτηση $f(x)$ συνεχής σε κάθε σημείο του Π.Ο;

Αν η συνάρτηση γίνει $g(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1}, & x \neq 1 \\ 3, & x = 1 \end{cases}$, τώρα θα έχει Π.Ο όλο το \mathbb{R} . Είναι όμως

συνεχής; Τι θα αλλάζατε ώστε να γίνει συνεχής;

.....

5. Σχεδιάστε την συνάρτηση $y = \frac{\eta\mu x}{x}$, $x \neq 0$, για να δείτε από την γραφική παράσταση την οριακή συμπεριφορά της συνάρτησης γύρω από το $x = 0$, ώστε να αφαιρέσετε την

ασυνέχεια της συνάρτησης $y = \begin{cases} \frac{\eta\mu x}{x}, & x \neq 0 \\ \alpha, & x = 0 \end{cases}$ δίνοντας την κατάλληλη τιμή στο α .

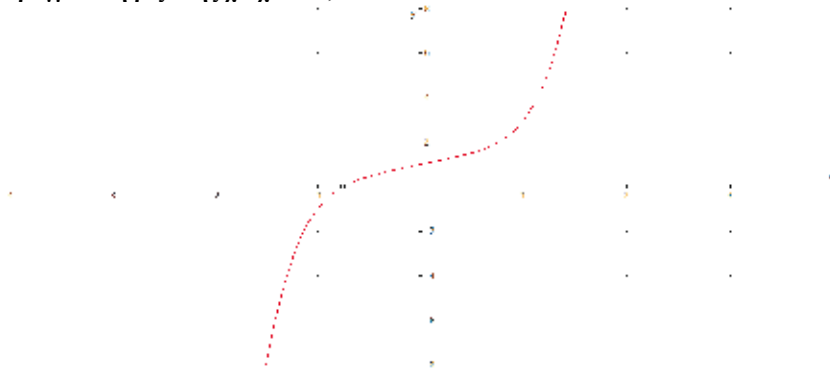


Επαναλάβετε τα ίδια για τη συνάρτηση:
$$y = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-2}{x-4}, & x \neq 4 \\ \alpha, & x = 4 \end{cases}$$

6. Μια βασική εφαρμογή είναι το επώνυμο θεώρημα του Bolzano.

Ας το αντιμετωπίσουμε χωρίς αλγεβρικές αυστηρότητες αλλά με μια εποπτική – γεωμετρική παρουσίαση. Όταν μία συνάρτηση $\psi = \varphi(x)$ είναι συνεχής σ' ένα διάστημα $[a, \beta]$ και $\varphi(a) < 0 < \varphi(\beta)$, τότε είναι «λογικό» αφού η καμπύλη μας είναι συνεχής και δεν παρουσιάζει κενά, ότι θατον άξονα των x .

Παράδειγμα: Έστω η συνάρτηση $\varphi(x) = x^5 + x + 1$. Οι δύο απλές συνθήκες του πιο πάνω θεωρήματος σίγουρα πληρούνται αφού: Η $\varphi(x)$ είναι..... ως πολυωνυμική και $\varphi(-1) = \dots\dots\dots$, $\varphi(0) = \dots\dots\dots$. Άρα η καμπύλη $\psi = \varphi(x)$ θα *τμήσει* σίγουρα (και τουλάχιστον μια φορά) τον άξονα των x , όπου θα είναι και μία πραγματική ρίζα της εξίσωσης. Σχεδιάστε με το Derive την $\psi = \varphi(x)$. Παρατηρήστε ότι η ρίζα της εξίσωσης βρίσκεται στο διάστημα $[-1,0]$. Πως θα μπορούσαμε να πετύχουμε άραγε ένα ακόμη πιο κλειστό διάστημα ώστε να βρούμε μια καλύτερη προσέγγιση στην πραγματική ρίζα της $x^5 + x + 1 = 0$;



Πάμε στο αλγεβρικό παράθυρο του Derive και γράφουμε $f(x) := x^5 + x + 1$ και πατάμε enter. Ακολούθως γράφουμε: VECTOR(|x,f(x)|,x,-1,0,0.1) enter – approximate ώστε να μας αποτυπωθούν τα σημεία μεταξύ του 1 και του 0 με βήμα 0.1 και να δούμε σε ποια διαδοχικά σημεία παρατηρείται αλλαγή του πρόσημου.

-1	-1
-0.9	-0.49049
-0.8	-0.12768
-0.7	0.13193
-0.6	0.32224
-0.5	0.46875
-0.4	0.58976
-0.3	0.69757
-0.2	0.79968
-0.1	0.89999
0	1

Η αλλαγή του πρόσημου παρατηρείται μεταξύ των -0.8 και -0.7

Επαναλαμβάνοντας την ίδια διαδικασία γράφουμε τώρα:
 VECTOR([x, f(x)], x, -0.8, -0.7, 0.01) και βλέπουμε τη ρίζα της εξίσωσης να περιορίζεται στο διάστημα
Ομοίως με VECTOR([x, f(x)], x, -0.76, -0.75, 0.001) παίρνουμε ακόμη καλύτερη προσέγγιση $x =$

Τέλος για να επαληθεύσουμε τα αποτελέσματά μας και να δούμε τις δυνατότητες του Derive λύνουμε «ψυχρά» την εξίσωση $x^5 + x + 1 = 0$, αν επιλέξουμε την αναγραφόμενη μας συνάρτηση ($x^5 + x + 1$) και πατώντας το *Solve* να μας δοθούν αυτόματα εκτός της πραγματικής ρίζας (που είναι και η μόνη πραγματική) και οι άλλες 4 μιγαδικές ρίζες Η $x = -0.7548776662$ δίνεται με 10 δεκαδικά ψηφία ως η πραγματική ρίζα της εξίσωσης.

Γ.2.2 - Αναπτυγμένες Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 2

Μάθημα	Μαθηματικά Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης
Τίτλος Δραστηριότητας	Ορισμός Παραγώγου
Τάξη	Β΄ Λυκείου Κατεύθ.
Ενότητα	
Ενδεικτική Διάρκεια	1 X 45 λεπτά
Σκοπός	<p>Οι μαθητές να αντιληφθούν την οριακή διαδικασία του ορισμού της παραγώγου.</p> <p>Να μπορούν να κατασκευάζουν γραφική παράσταση καμπύλης χρησιμοποιώντας το λογισμικό του Derive καθώς και της παραγώγου συνάρτησης.</p> <p>Να διαπιστώσουν ότι οι συναρτήσεις $f(x)$ και $(f(x)+k)$ έχουν την ίδια παράγωγο συνάρτηση.</p>
Κωδικός Δραστηριότητας στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy	ΜΑΘ3_K07M_Π2_3
Λέξεις-Κλειδιά (για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy)	Παράγωγος συνάρτησης, συνάρτηση, παράγωγος, συνέχεια, όριο
Λογισμικό που απαιτείται*	<p>Derive</p> <p>* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.</p>
Πορεία Μαθησιακής Δραστηριότητας	<p>Δίδεται φύλλο εργασίας και οι μαθητές κάθονται ατομικά σε Η/Υ ή και δύο δύο για να απαντήσουν τις δραστηριότητες του φύλλου εργασίας</p> <p>Εξηγούμε, πώς χρησιμοποιώντας κατάλληλα εργαλεία του λογισμικού, μπορούν να κατασκευαστούν με γρήγορο και απλό τρόπο οι γραφικές παραστάσεις που ζητούνται</p> <p>Μέσα που χρειάζονται για υλοποίηση της δραστηριότητας (ηλεκτρονικά αρχεία, φυλλάδια, παρουσιάσεις):</p> <p>Φύλλο εργασίας, Η/Υ και το αρχείο στο Derive: Paragogos</p> <p>Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου - Πορεία βήμα με βήμα (screen shots) για την αξιοποίηση του εργαλείου στη συγκεκριμένη δραστηριότητα.</p> <p>Οι συγκεκριμένες εντολές και κατασκευές που προσφέρει το λογισμικό, επεξηγούνται επακριβώς την κατάλληλη στιγμή στη συγκεκριμένη δραστηριότητα μέσα στο φύλλο εργασίας.</p>

Δείγματα Αναμενόμενων προϊόντων των μαθητών

Στην 1η δραστηριότητα οι μαθητές αναμένεται να ανακαλέσουν τον ορισμό της παραγώγου και να τον διατυπώσουν λεκτικά και με άλλο τρόπο.

Στην 2η δραστηριότητα οι μαθητές αναμένεται να αναγνωρίζουν τον ρόλο που μπορεί να παίξει η γραφική παράσταση της $f(x+h)-f(x)/h$, με ένα δυναμικό τρόπο μεταβολής του h . Αναμένεται να διαπιστώσουν ότι η μεταβολή του h σε όλο και μικρότερες τιμές προς το 0 τείνει στην παράγωγο συνάρτηση.

Τέλος, αναμένεται να διαπιστώσουν τις διαφορές που παρουσιάζονται στις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων που διαφέρουν κατά μία σταθερά ($f(x)$ και $f(x) + k$) και να δουν ότι παρουσιάζουν την ίδια παράγωγο συνάρτηση.

Συνοδευτικό Υλικό Δραστηριότητας 2

(τα αρχεία με * υπάρχουν μόνο σε ηλεκτρονική μορφή στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο)

	Τίτλος Δραστηριότητας Τίτλος αρχείου		Όνομα αρχείου στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο
Μέσα για υλοποίηση της δραστηριότητας	Γ.2.2.1	Φύλλο Εργασίας	Φ.ΕργΠαράγωγος.doc
	*	Αρχείο derive 1	Paragogos.dfw
	*	Αρχείο derive 2	derivative.dfw
Δείγματα Αναμενόμενων προϊόντων των μαθητών			
Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου			


Γ.2.2.1 – Φύλλο Εργασίας - Παράγωγος Συνάρτησης


1. Ας ανακαλέσουμε τον αρχικό μας ορισμό της παραγώγου συνάρτησης μιας συνεχούς συνάρτησης $y = f(x)$. Η παράγωγος συνάρτηση συμβολίζεται με $f'(x)$ και είναι:

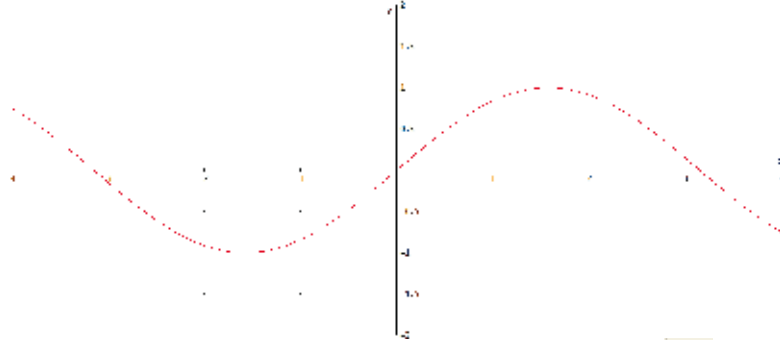
$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} . \text{Ονομάζεται επίσης}$$


..... Γεωμετρικά είναι η κλίση της

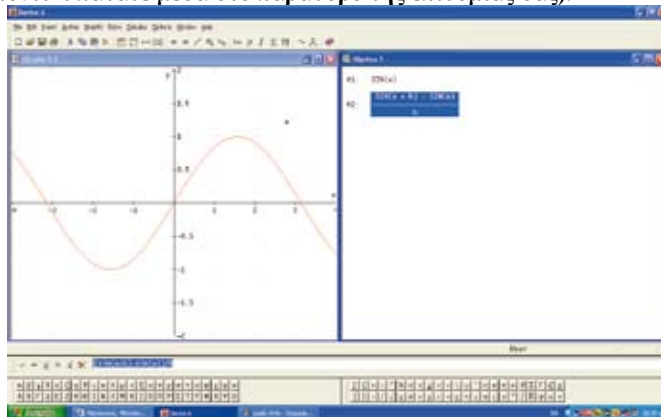
2. Ανοίξτε το αρχείο του Derive Paragogos.dfw και θα δείτε στο παράθυρο της άλγεβρας να είναι αναγραφόμενη η συνάρτηση $\psi = \eta\mu\chi$ στο #1. $y = \text{SIN}(X)$. Να την

επιλέξετε και να πατήσετε το Plot  για να μεταφερθείτε στο παράθυρο των

γραφικών και να πατήσετε ξανά το  για να γίνει η γνωστή γραφική της $\psi = \eta\mu\chi$ όπως φαίνεται πιο κάτω. (Πατήστε διαδοχικά το F7 μέχρι να γίνει η κατάλληλη και επιθυμητή η γραφική σας παράσταση).

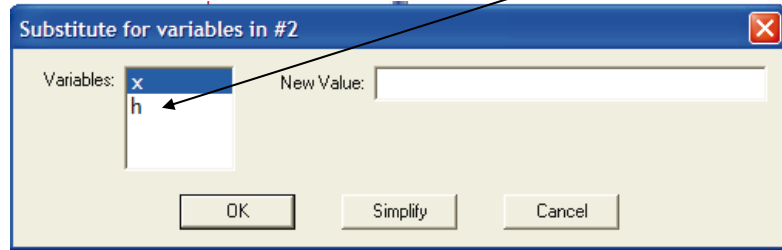


3. Στο παράθυρο της άλγεβρας (μπορείτε να πατάτε το κουμπί  για να μεταφέρετε αυτόματα στο παράθυρο άλγεβρας, ή και ακόμη από το Window – Tile Vertically) έχετε την ευχέρεια να βλέπετε συγχρόνως και τα δύο παράθυρα και να μεταφέρετε σ'αυτά όταν με το ποντίκι πατάτε μέσα στο παράθυρο της επιθυμίας σας).



Στο #2.είναι μια άλλη συνάρτηση η $\frac{\eta\mu(\chi+h) - \eta\mu\chi}{h}$. Πως νομίζετε ότι αυτή η συνάρτηση θα προσεγγίσει την παράγωγο του $\eta\mu\chi$

Ας αντικαταστήσουμε στο h την τιμή του 0.01. Από την εντολή της αντικατάστασης μας εμφανίζεται το πιο κάτω παράθυρο. Επιλέγουμε το h και στο New Value βάζουμε το 0.01 και πατάμε OK. Ποιος είναι ο τύπος της νέας αυτής συνάρτησης;.....
Πατάτε το κουμπί του = του παραθύρου της άλγεβρας για να ελέγξετε τον τύπο της συνάρτησης.



Τώρα που είναι επιλεγμένο μεταφερόμαστε στο παράθυρο των γραφικών και σχεδιάζουμε τη νέα συνάρτηση κατά τα γνωστά. Με ποια γνωστή σας συνάρτηση μοιάζει;

Στο #5 είναι αναγραφόμενη η συνάρτηση $\psi = \sin \chi$ (#5.COS(x)). Σχεδιάστε την. Τι παρατηρείτε;.....

4. Ας δοκιμάσουμε να ελέγξουμε με ένα γραφικό τρόπο ότι η συνάρτηση της παραγώγου μιας $y = f(\chi)$, μπορεί να προσεγγιστεί από την $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ με ένα οριακό τρόπο όταν

το h τείνει στο μηδέν. Διαγράψτε όλες τις άλλες γραφικές και γράψτε την $f(x)=x^3-3x$. Σχεδιάστε την και ακολούθως από το παράθυρο της άλγεβρας υπολογίστε τη

παράγωγο της πατώντας το $\frac{\partial}{\partial}$. Μετά σχεδιάστε την παράγωγο συνάρτηση. Στο παράθυρο των γραφικών από το Insert - Slide Bar ορίστε ως παράμετρο το h με χαμηλότερη τιμή το 0.01 και με υψηλότερη τιμή το 1 και με ένα διάστημα 99. Το h να το βάλετε να ξεκινά από το 1 και να κινείται τον δείκτη προς τα δεξιά μέχρι να φθάσει στο 0.01. Γράψτε την συνάρτηση $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ πατήστε το = για να απλοποιηθεί και

ακολούθως σχεδιάστε την. Αρχίστε να μεταβάλλετε το h από το 1 μέχρι να φθάσει στο 0.01 και κάντε τις παρατηρήσεις σας βλέποντας το h να παίρνει όλο και μικρότερες τιμές. Τι συμβαίνει;

.....
Ποια η γραφική παράσταση της $y = f(x)+3$ και της παραγώγου της; Τι συμπεραίνετε; Δοκιμάστε και την $y = f(x)+5$, $y=f(x)-2$

5. Δοκιμάστε τις πιο πάνω δραστηριότητες και με τις συναρτήσεις: $y = 2^x$, $\psi = \sqrt{x}$ και $y = \ln x$, αφού διαγράψετε όλες τις άλλες γραφικές. .

Γ.2.3 - Αναπτυγμένες Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 3

Μάθημα	Μαθηματικά Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης
Τίτλος Δραστηριότητας	Θεώρημα μέσης τιμής
Τάξη	Γ΄ Λυκείου Κατεύθ.
Ενότητα	
Ενδεικτική Διάρκεια	1-2 X 45 λεπτά
Σκοπός	<ul style="list-style-type: none"> • Να αντιληφθούν διαισθητικά και μέσα από γραφικές παραστάσεις το θεώρημα μέσης τιμής. • Να μπορούν να περιγράφουν το θεώρημα συμβολικά και λεκτικά ερμηνεύοντας τόσο αλγεβρικά όσο και γεωμετρικά βασικές έννοιες που σχετίζονται με τον μέσο ρυθμό και στιγμιαίο ρυθμό μεταβολής μιας συνάρτησης. • Να αναπαράγουν οι μαθητές τις συνθήκες και τις προϋποθέσεις του θεωρήματος, με ένα πιο διαισθητικό τρόπο μέσα από ανάλογα παραδείγματα.
Κωδικός Δραστηριότητας στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy	ΜΑΘ3_Κ07Μ_Π2_4
Λέξεις-Κλειδιά (για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy)	Θεώρημα Μέσης τιμής, συνάρτηση, παράγωγος, συνέχεια, όριο
Λογισμικό που απαιτείται*	Derive * Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.
Πορεία Μαθησιακής Δραστηριότητας	<ul style="list-style-type: none"> • Δίδεται φύλλο εργασίας και οι μαθητές κάθονται ατομικά σε Η/Υ ή και δύο δύο για να απαντήσουν τις δραστηριότητες του φύλλου εργασίας. • Εξηγούμε ότι μέχρι την 6η δραστηριότητα γίνεται μια προσπάθεια να στερεωθεί το θεωρητικό υπόβαθρο που κρύβεται πίσω από το Θ.Μ.Τ. Ακολούθως τους καθοδηγούμε να ανοίξουν τα συγκεκριμένα αρχεία του Derive και χρησιμοποιώντας κατάλληλα εργαλεία του λογισμικού, που είναι ήδη κατασκευασμένα να επαληθεύσουν ή να ανακαλύψουν τις προϋποθέσεις – εξετάσουν τις εικασίες που είχαν προηγηθεί. <p>Μέσα που χρειάζονται για υλοποίηση της δραστηριότητας (ηλεκτρονικά αρχεία, φυλλάδια, παρουσιάσεις):</p> <ul style="list-style-type: none"> • Φύλλο εργασίας, Η/Υ και τα αρχεία στο Derive: Th.Mesis timis1, Th.Mesis timis2, Th.Mesis timis3

Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου - Πορεία βήμα με βήμα (screen shots) για την αξιοποίηση του εργαλείου στη συγκεκριμένη δραστηριότητα.

Οι συγκεκριμένες εντολές και κατασκευές που προσφέρει το λογισμικό, επεξηγούνται επακριβώς την κατάλληλη στιγμή στη συγκεκριμένη δραστηριότητα μέσα στο φύλλο εργασίας.

Δείγματα Αναμενόμενων προϊόντων των μαθητών

- Στην 1η δραστηριότητα οι μαθητές αναμένεται να γνωρίζουν, να υπολογίζουν και να ερμηνεύουν τη μέση μεταβολή μιας συνάρτησης μεταξύ δύο σημείων της.
- Στην 2η δραστηριότητα οι μαθητές αναμένεται να γνωρίζουν και να υπολογίζουν το στιγμιαίο ρυθμό μεταβολής μιας συνάρτησης σε συγκεκριμένο της σημείο και να τον ερμηνεύουν γεωμετρικά.
- Στην 3η δραστηριότητα παροτρύνουμε τους μαθητές να συνδέουν τη βασική έννοια της παραγώγου και με άλλες συνώνυμες της έννοιες
- Στην 4η,5η και 6η δραστηριότητα αναμένεται οι μαθητές να κάνουν εκείνες τις εικασίες - προϋποθέσεις, που χρειάζονται για να διατυπωθεί το Θ.Μ.Τ
- Στην 7η,8η δραστηριότητα οι μαθητές ανοίγουν τρία συγκεκριμένα αρχεία του Derive και μέσα από κατάλληλα κατασκευασμένες δραστηριότητες να φθάσουν σε μια διαισθητική – οπτική ερμηνεία του Θ.Μ.Τ.
- Στις δύο τελευταίες δραστηριότητες προτρέπει τους μαθητές να εφαρμόσουν εκεί που μπορεί να είναι εφικτό το Θ.Μ.Τ σε κάποιες συναρτήσεις, όπου την «δυσκολία» ή την πολυπλοκότητα των πράξεων να την «αναλάβει» το λογισμικό.

Συνοδευτικό Υλικό Δραστηριότητας 3

(τα αρχεία με * υπάρχουν μόνο σε ηλεκτρονική μορφή στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο)

	Τίτλος Δραστηριότητας Τίτλος αρχείου		Όνομα αρχείου στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο
Μέσα για υλοποίηση της δραστηριότητας	Γ.2.3.1	Φύλλο Εργασίας	Φ.Ε(Θ.Μ.Τ).doc
	*	Αρχείο derive 1	Th.Mesis Timis1.dwf
	*	Αρχείο derive 2	Th.Mesis Timis2.dwf
	*	Αρχείο derive 3	Th.Mesis Timis3.dwf
Δείγματα Αναμενόμενων προϊόντων των μαθητών			
Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου			

Γ.2.3.1 – Φύλλο Εργασίας

ΘΕΩΡΗΜΑ ΜΕΣΗΣ ΤΙΜΗΣ

1.

Ένα κινητό κινείται ευθύγραμμα με εξίσωση $\psi = 6\chi - \chi^2$, όπου χ ο χρόνος και ψ η απόσταση. Μπορείτε να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα του κινητού ανάμεσα στις χρονικές στιγμές $t_1=0$ μέχρι $t_2 = 5$; Τι σημαίνει γεωμετρικά η μέση τιμή ταχύτητα του κινητού;

.....

2. Νομίζετε ότι κατά τη διάρκεια της κίνησης, από το $t_1 = 0$ μέχρι το $t_2 = 5$ μπορεί να υπάρξει κάποια χρονική χ_0 όπου η στιγμιαία ταχύτητα θα είναι ίση με τη μέση ταχύτητα που υπολογίσατε. (Προσπαθήστε να το εξηγήσετε γεωμετρικά)

.....

3. Ποια κοινή μαθηματική έννοια υπάρχει για όλες τις παρακάτω συνώνυμες εκφράσεις; (στιγμιαία ταχύτητα – ρυθμός μεταβολής, - κλίση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης σε ένα σημείο;)

.....

4. Γίνεται προσπάθεια να «γεφυρώσουμε» τη μέση μεταβολή μιας συνάρτησης ορισμένη σε ένα διάστημα $[a, \beta]$ με τη στιγμιαία μεταβολή σε κάποιο σημείο του $[a, \beta]$. Ζητούμε δηλαδή, κάτω από ποιες συνθήκες θα υπάρχουν λύσεις στο (a, β) μιας εξίσωσης της μορφής:

μέση μεταβολή μιας συνάρτησης ορισμένη σε ένα διάστημα $[a, \beta]$ = στιγμιαία μεταβολή σε κάποιο σημείο του $[a, \beta]$.

Συμβολικά γράφουμε : $\frac{f(\beta) - f(a)}{\beta - a} = f'(\xi), \xi \in (a, \beta)$

5. Ποια η γεωμετρική σημασία της εξίσωσης που εμφανίζεται στο 4;



.....
.....
6. Τι ιδιότητες πρέπει να έχει η πιο πάνω συνάρτηση $y = f(x), x \in [a, b]$, ώστε να ισχύει η

ισότητα $\frac{f(\beta) - f(a)}{b - a} = f'(\xi), \xi \in (a, \beta)$; Πως θα διατυπώνετε αυτή τη πρόταση;

Γράψτε τις εικασίες σας σχολιάζοντας τις.
.....

7. Ας ανοίξουμε το Derive για να δούμε αν επαληθεύονται οι εικασίες μας. Ανοίγοντας το αρχείο του Derive: Th.Mesis timis1, και πατώντας διπλά το #5, μεταφερόμαστε στη γραφική παράσταση της $\phi(x) = x^2 - 2x, x \in [-1, 2.5]$. Εκεί μεταβάλλουμε τις τιμές του c που εμφανίζεται στο slide-bar μέχρι να επαληθευτούν οι εικασίες μας. Μπορεί σ' αυτή την περίπτωση να επαληθευθεί; Ναι ή όχι .Σχολιάστε.
.....

8. Ας ανοίξουμε το αρχείο του Derive: Th.Mesis timis2(Να πατήσετε διπλά στη γραφική παράσταση #για να μεταφερθείτε στο παράθυρο των γραφικών και να μεταβάλετε την παράμετρο a, ώστε να προσπαθήσετε να φέρετε την εφαπτομένη σε «κατάλληλη θέση» και Th.Mesis timis3 για να ελέγξουμε αν ισχύουν οι εικασίες μας. Τι νομίζετε ότι τις «χαλάει»;
.....

Πως θα μπορούσατε να διατυπώσετε πιο ορθά την εικασία- Θεώρημα Μέσης τιμής
.....

9. Ας δούμε το πρόγραμμα του Derive απ' την υπολογιστική του πλευρά περισσότερο.

- Γράψτε και σχεδιάστε την $f(x) = x^3 - 12x, x \in [-2, 2]$
- Η κλίση λ της AB με $A(-2, f(-2)), B(2, f(2))$ είναι:
- Η εξίσωση της ευθείας AB είναι:
- Είναι συνεχής η $f(x)$ στο $[-2, 2]$;
- Είναι παραγωγίσιμη η $f(x)$ στο $[-2, 2]$;
- Μπορούμε τώρα να λύσουμε την εξίσωση του Θ.Μ.Τ $f'(\xi) = \lambda_{AB}$. Ποια είναι η λύση της; (Γράψτε στο Derive : $x^3 - 12x$ και μετά από το Calculus- Differentiate, βρείτε την παράγωγο της $x^3 - 12x$. Μετά λύστε την εξίσωση: παράγωγος της $x^3 - 12x = -8$ ($-8 = \lambda_{AB}$) και δώστε τις αποδεκτές λύσεις.

10. Επαναλάβετε τη δραστηριότητα 8 για τις συναρτήσεις:

✓ $\phi(x) = 8x^4 - 8x^2 + 1, x \in [-1, 0.5]$

✓ $f(x) = \frac{1}{(x-2)^2}, x \in [0, 3]$ και $g(x) = x^{\frac{2}{3}}, x \in [-2, 2]$

Γ.2.4 - Αναπτυγμένες Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 4

Μάθημα	Μαθηματικά Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης
Τίτλος Δραστηριότητας	Παραμετρικές εξισώσεις
Τάξη	Γ΄ Λυκείου Κατεύθ.
Ενότητα	
Ενδεικτική Διάρκεια	1-2 X 45 λεπτά
Σκοπός	<ul style="list-style-type: none"> • Να αντιληφθούν ότι κάθε σημείο της μορφής $P(f(t), g(t))$ με $t \in \Delta$,εκφράζει ένα κινητό σημείο που κινείται πάνω σε μια καμπύλη του επιπέδου. • Να μπορούν να κατασκευάζουν πίνακα τιμών και γραφική παράσταση καμπύλης που δίνεται με παραμετρικές εξισώσεις, χρησιμοποιώντας το λογισμικό του Derive. • Να κατασκευάζουν εφαπτομένη και κάθετη σε σημείο της καμπύλης που δίνεται παραμετρικά, με το Derive
Κωδικός Δραστηριότητας στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy	ΜΑΘ3_Κ07Μ_Π2_5
Λέξεις-Κλειδιά (για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τύπο www.e-epimorfosi.ac.cy)	Παραμετρικές συναρτήσεις, συνάρτηση, παράγωγος, κλίση, εφαπτομένη
Λογισμικό που απαιτείται*	<p>Derive</p> <p>* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.</p>
Πορεία Μαθησιακής Δραστηριότητας	<ul style="list-style-type: none"> • Δίδεται φύλλο εργασίας και οι μαθητές κάθονται ατομικά σε Η/Υ ή και δύο δύο για να απαντήσουν τις δραστηριότητες του φύλλου εργασίας. • Εξηγούμε πως χρησιμοποιώντας κατάλληλα εργαλεία του λογισμικού, μπορούν να κατασκευαστούν με γρήγορο και απλό τρόπο τόσο ο πίνακας τιμών όσο και η γραφική παράσταση μια καμπύλης που δίνεται παραμετρικά. <p>Μέσα που χρειάζονται για υλοποίηση της δραστηριότητας (ηλεκτρονικά αρχεία, φυλλάδια, παρουσιάσεις): Φύλλο εργασίας, Η/Υ</p> <p>Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου - Πορεία βήμα με βήμα (screen shots) για την αξιοποίηση του εργαλείου στη συγκεκριμένη δραστηριότητα.</p> <p>Οι συγκεκριμένες εντολές και κατασκευές που προσφέρει το λογισμικό, επεξηγούνται επακριβώς την κατάλληλη στιγμή στη συγκεκριμένη δραστηριότητα μέσα στο φύλλο εργασίας.</p>

Συνοδευτικό Υλικό Δραστηριότητας 4

(τα αρχεία με * υπάρχουν μόνο σε ηλεκτρονική μορφή στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο)

	Τίτλος αρχείου		Όνομα αρχείου στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο
Μέσα για υλοποίηση της δραστηριότητας	Γ.2.4.1	Φύλλο Εργασίας	Πραμετρικές εξισώσεις2.doc
Δείγματα Αναμενόμενων προϊόντων των μαθητών			
Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου			

Γ.2.4.1 – Φύλλο Εργασίας

Παραμετρικές εξισώσεις.

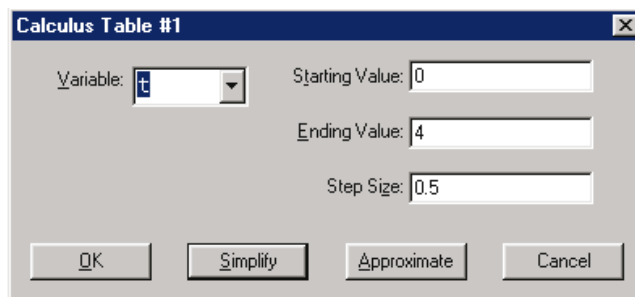
- Έστω ότι ένα έντομο κινείται στο επίπεδο έτσι ώστε η θέση του για κάθε στιγμή t (μετρημένη σε δευτερόλεπτα {sec}) να δίδεται από τις συντεταγμένες του σημείου $P(2t, t^2 - 2t)$ με $t \geq 0$. Για παράδειγμα τη στιγμή για $t=0$ το έντομο βρίσκεται στην αρχή των αξόνων $P_0 (2 \cdot 0 - 0^2 - 2 \cdot 0) = (0, 0)$, ενώ για $t = 4$ θα βρίσκεται στο σημείο $(4,0)$ (Εξηγήστε γιατί)

.....

- Ας συμπληρώσουμε τον πιο κάτω πίνακα και στη συνέχεια να σχεδιάσουμε την γραφική παράσταση της καμπύλης τροχιάς που θα διαγράψει το έντομο.

Χρόνος t	Τετμημένη ($\chi = 2t$)	Τεταγμένη ($\psi = t^2 - 2t$)
0	0	0
0,5		
1	2	-1
1,5		
2		
2,5		
3		
3,5		
4		

Οι «επίπונες και άχαρες» πράξεις τόσο στον πίνακα τιμών όσο και στη κατασκευή της γραφικής θα εγκαταλειφθούν κάνοντας χρήση του λογισμικού του Derive. Αφού ανοίξουμε το Derive αναγράφουμε τις συντεταγμένες $[2t, t^2-2t]$. Ακολουθώντας πατάμε το Calculus και με την επιλογή Table συμπληρώνουμε το πιο κάτω παράθυρο που μας ανοίγεται όπως φαίνεται ακριβώς πιο κάτω. Δηλαδή: Μεταβλητή = Variable t, αρχική τιμή -Starting Value = 0, τελική τιμή - Ending Value = 4 και με βήμα: Step Size = 0.5 και μετά πατώντας το Simplify

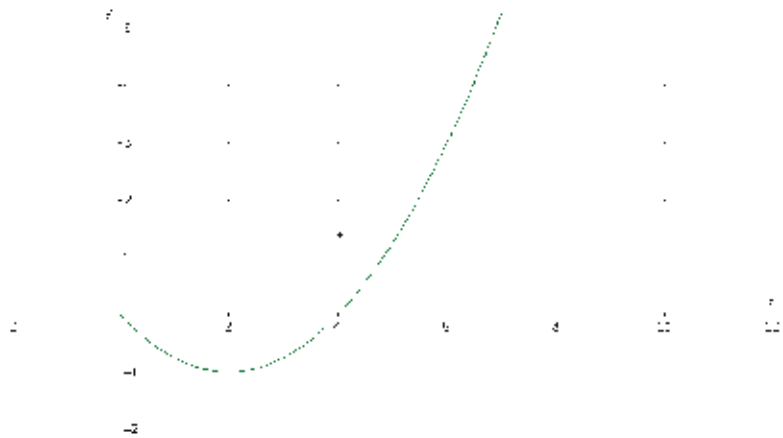




Τα αποτελέσματα μας θα είναι σε πίνακα με τρεις στήλες όπως και αναμενόταν, όπου στην πρώτη στήλη θα έχουμε τις τιμές του t, στην δεύτερη στήλη τις αντίστοιχες τιμές του χ και στην Τρίτη του ψ . Στη συνέχεια, για να σχεδιάσουμε τη γραφική παράσταση επιλέγουμε το παραμετρικό μας σημείο $[2t, t^2-2t]$, όπως το είχαμε ορίσει αρχικά στο παράθυρο άλγεβρας και πατώντας το κουμπί των γραφικών από το μας δίδεται η επιλογή να θέσουμε τις τιμές του t που θέλουμε ($0 \leq t \leq 4$) και

μετά πατάμε πάλι για να σχεδιασθεί η ζητούμενη καμπύλη που αναμένεται να είναι όπως φαίνεται πιο κάτω: Μπορείτε να βρείτε την αντίστοιχη καρτεσιανή εξίσωση $\psi = \varphi(\chi)$, που περιγράφεται από το παραμετρικό σημείο $P(2t, t^2 - 2t)$, δηλαδή $\chi = 2t$ και $\psi = t^2 - 2t$; Θα γίνει αυτό αν προσπαθήσετε να απαλείψετε την παράμετρο t από τις δύο εξισώσεις.

Τότε η καρτεσιανή εξίσωση είναι:

.....
.....



3. Ας μελετήσουμε την κίνηση άλλων δύο εντόμων $E_1(t, t^2)$ ($0 \leq t \leq 4$) και $E_2(2t, 4t^2)$. Όπως και προηγουμένως γράφουμε $[t, t^2]$ και πατάμε το Plot , θέτοντας $\min t=0$, $\max t=4$ Ok. Με τον ίδιο τρόπο για το E_2 γράφουμε $[2t, 4t^2]$ και πατάμε το Plot , θέτοντας $\min t=0$, $\max t=2$ Ok. Όπως και στη 2 δραστηριότητα να συμπληρώσετε τους ίδιους πίνακες και να σχεδιάσετε τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις τους. Τι συμβαίνει με τις γραφικές παραστάσεις;

Χρόνος t	Τετμημένη ($\chi = t$)	Τεταγμένη ($\psi = t^2$)
0	0	0
0,5		
1	2	-1
1,5		
2		
2,5		
3		
3,5		
4		
Χρόνος t	Τετμημένη ($\chi = t$)	Τεταγμένη ($\psi = t^2$)
0	0	0
0,5		
1	2	-1
1,5		
2		
2,5		
3		
3,5		
4		


Ποιες ομοιότητες και ποιες διαφορές παρατηρείτε στις τιμές τους και στις γραφικές τους παραστάσεις;

.....
.....
.....
.....

Ορισμός: Αν ένα κινούμενο σημείο στο επίπεδο έχει συντεταγμένες $(f(t), g(t))$ με συνεχείς συναρτήσεις σε διάστημα Δ , τότε το σύνολο των σημείων $(f(t), g(t))$ βρίσκεται πάνω σε μια καμπύλη που έχει όπως λέμε παραμετρικές εξισώσεις: $\chi = f(t)$ και $\psi = g(t)$. Το t λέγεται παράμετρος.

Ποια να είναι άραγε η ταχύτητα των δύο εντόμων όταν το $t=1$; Τι σας θυμίζει η λέξη ταχύτητα στο $t=1$ αφού είναι « ο στιγμιαίος ρυθμός μεταβολής»;

Ας επιχειρήσουμε μέσα από το Derive να βρούμε την εξίσωση της εφαπτομένης στο $t=1$ των δύο καμπύλων που δίνονται παραμετρικά και ας συγκρίνουμε την ταχύτητα των δύο εντόμων στη συγκεκριμένη στιγμή. Στο ίδιο αρχείο του Derive, όπου έχουμε σχεδιάσει την $\chi = t$, $y = t^2$ να γράψετε: TANGENT([t, t^2], t, 1) και να πατήσετε enter. Μετά να πατήσετε το = (Simplify) για να γραφεί η εξίσωση της εφαπτομένης και

ακολουθώντας το Plot  για να γίνει η γραφική παράσταση της εφαπτομένης. Επαναλάβετε την ίδια ακριβώς διαδικασία αλλά με $\chi = 2t$, $y = 4t^2$ και συγκρίνετε την κλίση των δύο εφαπτομένων. (Σχετίζονται με τις ταχύτητες των δύο εντόμων);

Δοκιμάστε να κατασκευάσετε τις γραφικές παραστάσεις των καμπύλων που δίνονται σε παραμετρική μορφή: α) $\chi = 3\cos t$, $y = 2\sin t$, β) $\chi = 2t^2$, $y = 4t$, γ) $\chi = 4/t$, $y = 4t$

4. Σ' ένα κλασικό πρόβλημα στη Φυσική που χρησιμοποιούμε παραμετρικές εξισώσεις είναι στην πλάγια βολή. Αν υποθέσουμε ότι ρίχνουμε μια μπάλα από την αρχή των αξόνων με αρχική ταχύτητα v_0 και υπό γωνία θ_0 , είναι γνωστό ότι αν η μόνη δύναμη που ασκείται στην μπάλα είναι η επίδραση της βαρύτητας, τότε οι συντεταγμένες (χ, ψ) της μπάλας ανά πάσα στιγμή t δίδονται από τους τύπους:

$\chi = (v_0 \cos \theta_0) \cdot t$ και $\psi = -1/2gt^2 + (v_0 \sin \theta_0) \cdot t$, όπου g η επιτάχυνση της βαρύτητας και είναι περίπου ίση με $9,8m/sec^2$.

- Να γράψετε τις παραμετρικές εξισώσεις που δίνουν τις συντεταγμένες της μπάλας αν γνωρίζουμε ότι $\theta_0 = 60^\circ$ (η γωνία βολής) και η αρχική ταχύτητα $v_0 = 20m/s$. Πάρτε $g = 10m/s^2$.
- Σε ποια χρονική στιγμή η μπάλα θα χτυπήσει στο έδαφος; ($\psi = 0$)
- Ποια η καρτεσιανή εξίσωση της τροχιάς;
- Ποιο το ψηλότερο σημείο που θα φθάσει η μπάλα;

Γ.2.5 - Αναπτυγμένες Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 5

Μάθημα	Μαθηματικά Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης
Τίτλος Δραστηριότητας	Ορισμένο ολοκλήρωμα
Τάξη	Γ΄ Λυκείου Κατεύθ.
Ενότητα	
Ενδεικτική Διάρκεια	1-2 X 45 λεπτά
Σκοπός	<ul style="list-style-type: none"> • Να αντιληφθούν οι μαθητές, ότι μια καμπύλη που δεν έχει στοιχειώδες γεωμετρικό σχήμα, έχουμε τη δυνατότητα να υπολογίσουμε το εμβαδόν του. • Να οδηγηθούν οι μαθητές στον διαχωρισμό ενός τέτοιου εμβαδού σε γνωστά σχήματα (ορθογώνια),καθώς και στη διαδικασία αύξησης των ορθογωνίων με στόχο την καλύτερη προσέγγιση του εμβαδού. • Χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα του Derive να σχεδιάζουν απλές γραφικές παραστάσεις τμηματικών συναρτήσεων και να υπολογίζουν αθροίσματα χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα. • Να φθάσουν στον ορισμό της αντιπαραγώγου και του αόριστου ολοκληρώματος μέσα από τη διαδικασία των αθροισμάτων Riemann
Κωδικός Δραστηριότητας στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy	ΜΑΘ3_Κ07Μ_Π2_9
Λέξεις-Κλειδιά (για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy)	Ολοκλήρωμα, ορισμένο Ολοκλήρωμα, εμβαδόν, καμπύλη
Λογισμικό που απαιτείται*	Derive * Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.
Πορεία Μαθησιακής Δραστηριότητας	<p>Δίδεται φύλλο εργασίας και οι μαθητές κάθονται ατομικά σε Η/Υ ή και δύο δύο για να απαντήσουν τις δραστηριότητες του φύλλου εργασίας.</p> <p>Η χρησιμοποίηση εντολών για τη γραφική παράσταση και τον υπολογισμό συγκεκριμένων ποσοτήτων είναι ήδη έτοιμα για πιο δύσκολες περιπτώσεις, ώστε να μη χάσει το συγκεκριμένο μάθημα το στόχο του, αλλά και να χρησιμοποιηθούν για μελλοντικές δραστηριότητες.</p> <p>Μέσα που χρειάζονται για υλοποίηση της δραστηριότητας (ηλεκτρονικά αρχεία, φυλλάδια, παρουσιάσεις):</p> <p>Φύλλο εργασίας, Η/Υ και τα αρχεία στο Derive: Olokliroma</p>

Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου - Πορεία βήμα με βήμα (screen shots) για την αξιοποίηση του εργαλείου στη συγκεκριμένη δραστηριότητα.

Οι συγκεκριμένες εντολές και κατασκευές που προσφέρει το λογισμικό, επεξηγούνται επακριβώς την κατάλληλη στιγμή στη συγκεκριμένη δραστηριότητα μέσα στο φύλλο εργασίας.

Δείγματα Αναμενόμενων προϊόντων των μαθητών

Στην 1η δραστηριότητα οι μαθητές αναμένεται να σχεδιάσουν απλή σταθερή συνάρτηση και να υπολογίσουν απλό εμβαδόν ορθογωνίου παραλληλογράμμου..

Στην 2η δραστηριότητα οι μαθητές αναμένεται σχεδιάζουν απλή τμηματική συνάρτηση και να υπολογίζουν και πάλι εμβαδά ορθογωνίων παραλληλογράμμων

Στην 3η δραστηριότητα οι μαθητές έρχονται σε επαφή με το πρόγραμμα και επαληθεύουν τις προηγούμενες δραστηριότητες.

Στην 4η,5η,6η δραστηριότητα αναμένεται οι μαθητές να εισέλθουν στην έννοια του διαχωρισμού χωρίου σε ορθογώνια, καθώς και στη συνεχόμενη αύξηση τους ώστε να επέλθει μια καλύτερη προσέγγιση στον υπολογισμό του ζητούμενου εμβαδού.

Στην 7η,8η και 9η δραστηριότητα οι μαθητές επαναλαμβάνουν τα πιο πάνω κάνοντας χρήση του Derive με άλλες συναρτήσεις.

Στις δύο τελευταίες δραστηριότητες προτρέπουμε τους μαθητές να φθάσουν στην έννοια του αόριστου ολοκληρώματος κάνοντας χρήση των πιο πάνω.

Συνοδευτικό Υλικό Δραστηριότητας 5

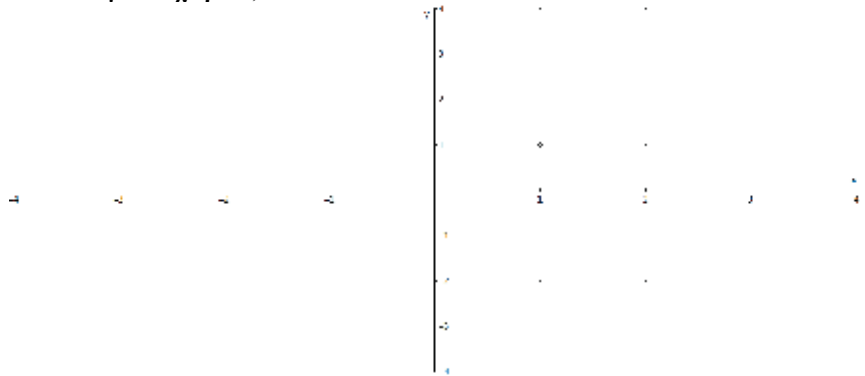
(τα αρχεία με * υπάρχουν μόνο σε ηλεκτρονική μορφή στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο)

	Τίτλος αρχείου		Όνομα αρχείου στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο
Μέσα για υλοποίηση της δραστηριότητας	Γ.2.5.1	Φύλλο Εργασίας	ορισμένο ολοκλήρωμα.doc
	*	Αρχείο Derive	olokliroma.dwf
Δείγματα Αναμενόμενων προϊόντων των μαθητών			
Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου			

Γ.2.5.1 – Φύλλο Εργασίας

Το ορισμένο ολοκλήρωμα.

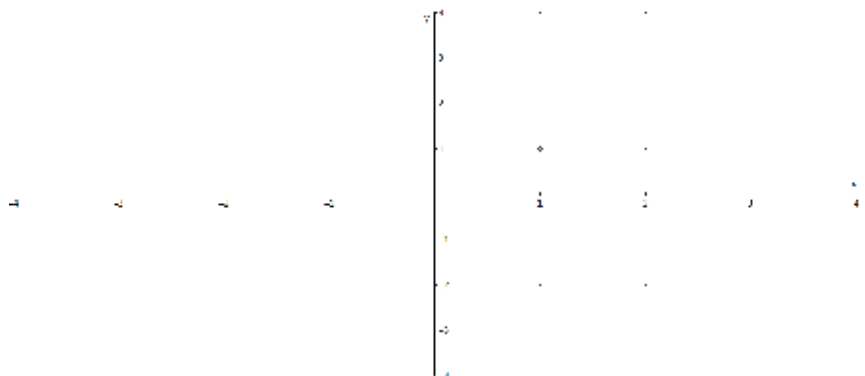
1. Σχεδιάστε τη $\psi = 2$ και σκιάστε το χωρίο που βρίσκεται κάτω από την ευθεία και πάνω από τον Οχ άξονα από το $\chi = -1$ μέχρι το $\chi = 3$. Πόσο είναι το εμβαδόν του σκιασμένου χωρίου;




2. Σχεδιάστε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)$, που ορίζεται από την

τμηματική συνάρτηση: $f(x) = \begin{cases} 1, & -2 \leq x < 1 \\ 3, & 1 \leq x < 2; \\ 2, & 2 \leq x \leq 4 \end{cases}$ Σκιάστε το χωρίο που είναι πάνω

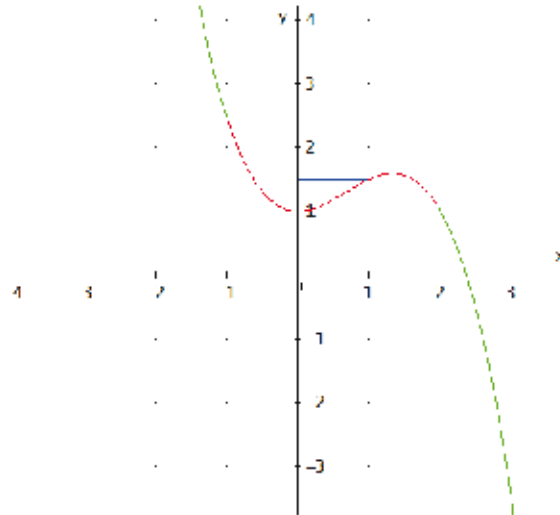
από τον Οχ άξονα και κάτω από την f , μεταξύ των $\chi = -2$, $\chi = 4$ και υπολογίστε το εμβαδόν του.



3. Ας επιχειρήσουμε να κατασκευάσουμε στο Derive την πιο πάνω τμηματική συνάρτηση. Ανοίξτε το αρχείο του Derive :olokliroma.dwf. Στο #1 είναι γραμμένη η εξίσωση της τμηματικής συνάρτησης που εμφανίζεται στο 2. (Να αναφέρουμε ότι η συνάρτηση $\chi(a,\chi,\beta)$ παριστάνει την $\psi=1$ από το $\chi=a$ μέχρι το $\chi=\beta$, ενώ η $2\chi(a,\chi,\beta)$ παριστάνει τη $\psi=2$ στο διάστημα $[a,\beta]$). Επιλέξτε την και σχεδιάστε την με την εντολή του Plot από το Insert Plot και μετά Plot για να σχεδιασθεί. Το σχήμα της αναμένεται όπως πιο κάτω. Ακολούθως επιλέξτε το #2 και σχεδιάστε το. Τι παρατηρείτε;..... Μετά διαγράψτε (Delete, ή πατώντας διαδοχικά το ) τις προηγούμενες γραφικές

και επιλέξτε το #3. Σχεδιάστε και μετά επιλέξτε το #4 και σχεδιάστε πάλι για να επαληθεύσετε τη 2 δραστηριότητα.

4. Έστω τώρα η συνάρτηση $f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + x^2 + 1$. Πως θα υπολογίζαμε το εμβαδόν που βρίσκεται κάτω από τη καμπύλη της f και πάνω από τον x άξονα από το -1 μέχρι το 2; Επιλέξτε το #7 και σχεδιάστε την $f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + x^2 + 1$.



Ας χωρίσουμε το διάστημα $[-1,2]$ σε 3 διαστήματα. Επιλέξτε το #9 και σχεδιάστε. Στη συνέχεια επιλέξτε το #10 και πάλι σχεδιάστε. Τι παρατηρείτε; Ποιο το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής;

.....
.....

Εμβαδόν ορθογώνιων = $\dots \times f(\dots) + \dots \times f(\dots) + \dots \times f(\dots) = \sum_{k=1}^3 \dots \times f(\dots) =$
 $= \dots \times \dots + \dots \times \dots + \dots \times \dots = \dots$

5. Ας προσπαθήσουμε να χωρίσουμε το χωρίο σε περισσότερα ορθογώνια. Από τρία ορθογώνια, να κάνουμε έξι. Πως μπορεί να γίνει; Δοκιμάστε στο πιο πάνω διάγραμμα να φτιάξετε τα 6 ορθογώνια από το -1 μέχρι το 2 και υπολογίστε το εμβαδόν. Είναι άραγε μια καλύτερη προσέγγιση προς το ζητούμενο εμβαδόν; Γιατί;

.....
.....

6. Αφού διαγράψετε όπως και προηγουμένως τα 3 ορθογώνια (όχι τη συνάρτηση

$f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + x^2 + 1$), επιλέξτε τώρα το #11 και σχεδιάστε. Αμέσως μετά επιλέξτε το #12

και επίσης σχεδιάστε. Αναμένουμε την πιο κάτω γραφική παράσταση με τα 6 ορθογώνια. Υπολογίστε :

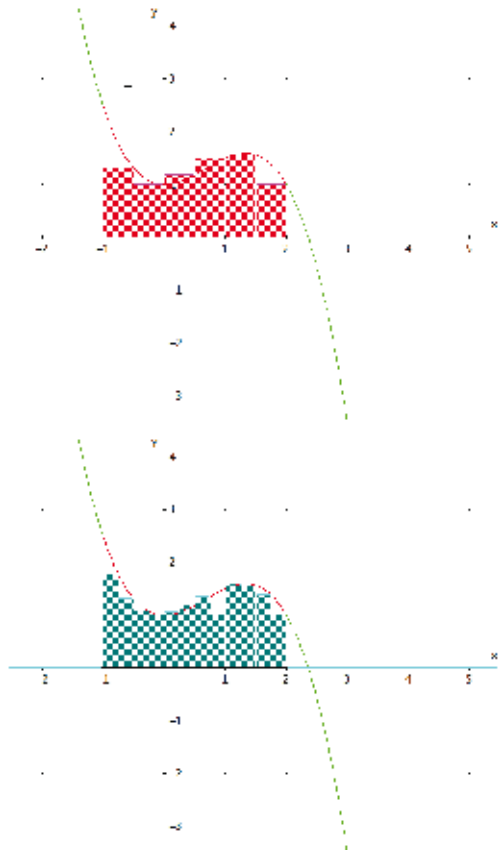
Εμβαδόν ορθογώνιων =

$$\dots \times f(\dots) + \dots \times f(\dots) + \dots \times f(\dots) + \dots \times f(\dots) + \dots \times f(\dots) + \dots \times f(\dots)$$

$$= \sum_{k=1}^6 \dots \times f(\dots) = \dots$$

7. Δοκιμάστε με 12 ορθογώνια τώρα. Αν φαίνεται δύσκολο ας αφήσουμε το Derive να μας το κάνει. Επιλέξτε το #13 και μετά το #14 και σχεδιάστε διαδοχικά αφού πρώτα διαγράψετε τα προηγούμενα 6 ορθογώνια. (Πατήστε διαδοχικά το Delete στο παράθυρο των γραφικών).

Ας το αντιμετωπίσουμε λίγο «τυπικά». Το $\chi_k = \alpha + (k-1)\delta$, όπου το $\delta = \frac{\beta - \alpha}{\nu}$ είναι τα σημεία πάνω στον άξονα των χ που αρχίζει το κάθε ένα από τα 12 ορθογώνια. Τα α, β είναι τα άκρα του διαστήματος μας και ν ο αριθμός των διαμερίσεων μας.



Δηλαδή $\delta = \frac{\beta - \alpha}{\nu} = \frac{2 - (-1)}{12} = 0.25$ και $\chi_k = -1 + (k-1)\delta = -1 + (k-1)(0.25)$



και $f(x_k) = \dots\dots\dots$ (Να υπολογίσετε το $f(x_k)$ επιλέγοντας το #19 και μετά πατώντας το = και μετά το \approx).

Τότε το Εμβαδόν των 12 ορθογωνίων = $\sum_{k=1}^{12} \delta \cdot f(x_k) = \dots\dots\dots$

.....

Να γράψετε τον τύπο που προκύπτει από το $\delta \cdot f(x_k)$ και να χρησιμοποιήσετε την εντολή Sum ή το εικονίδιο Σ δίνοντας τιμές στο κ από το 1 ως το 12.

8. Χρησιμοποιώντας την εντολή της αντικατάστασης (Substitution ή το εικονίδιο S_{UB}),

με $f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + x^2 + 1$, και έχοντας υπόψη τις πιο πάνω δραστηριότητες, να

υπολογίσετε τις προσεγγιστικές τιμές του εμβαδού που είναι κάτω από την καμπύλη και πάνω από τον χ άξονα, στις περιπτώσεις όπου,

- N=20.....
- N=100
- N=1000

Γενικεύοντας αυτή τη διαδικασία χρησιμοποιώντας n υποδιαστήματα σε ένα διάστημα $[a, \beta]$

με $y = f(x)$ το $\delta = \frac{\beta - \alpha}{n}$ και το χ_k να είναι οποιοσδήποτε αριθμός

$a + (k - 1)\delta \leq \chi_k \leq a + k \cdot \delta$ μπορούμε να προσεγγίσουμε το εμβαδόν που βρίσκεται κάτω από την καμπύλη $y = f(x)$, $\chi \in [a, \beta]$ από το άθροισμα

$\sum_{k=1}^n \delta \cdot f(x_k) = \sum_{k=1}^n \frac{\beta - \alpha}{n} \cdot f(a + k(b - a) / n)$ *, που λέγεται άθροισμα Riemann και το όριο

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{\beta - \alpha}{n} f(x_k)$ ονομάζεται ορισμένο ολοκλήρωμα και συμβολίζεται $\int_a^\beta f(x) dx$, όπου χ

η μεταβλητή του ολοκληρώματος.

9. Γράψτε στο Derive την συνάρτηση $F(x) = \sqrt{1 - x^2}$ και χρησιμοποιώντας τον πιο πάνω τύπο * για $\alpha = -1$, $\beta = 1$, να βρείτε προσεγγιστική τιμή για το εμβαδόν κάτω από την $F(x)$ για $n = 100$ και για $n = 1000$. Να κάνετε όλες τις σχετικές πράξεις με το λογισμικό του Derive όπως και πιο πάνω.

.....
.....

Χρησιμοποιήστε στοιχειώδη γεωμετρία για να υπολογίσετε την ακριβή τιμή του εμβαδού που βρίσκεται κάτω από την $y = \sqrt{1 - x^2}$ από το $x = -1$ μέχρι το $x = 1$.



Επαληθεύσατε την απάντησή σας χρησιμοποιώντας το Integrate με όρια από το -1, ως το 1.

9. Έστω η ειδική περίπτωση με $a=0$, $\beta=\chi$ και $\chi_k = \alpha + \frac{\beta-a}{\nu} \cdot k = \frac{\chi}{\nu} \cdot k$. Αν η $f(\chi) = \chi$, τότε

$$\int_0^{\chi} f(x) dx \approx \lim_{\nu \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{\nu} \frac{\beta-a}{\nu} f(x_k) = \lim_{\nu \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{\nu} \frac{\chi}{\nu} f\left(\frac{k\chi}{\nu}\right) = \dots$$

Για να υπολογίσετε το πιο πάνω όριο Γράψτε στο Derive: $F(x):=x$ (Enter),

$\frac{\chi}{\nu} F\left(\frac{k\chi}{\nu}\right)$ (Enter) και ακολούθως υπολογίστε το $\sum_{k=1}^{\nu} \frac{\chi}{\nu} F\left(\frac{k\chi}{\nu}\right)$ επιλέγοντας το Sum από 1

μέχρι ν , υπολογίστε το και ακολούθως με την εντολή του lim βρείτε το όριο για ν τείνει στο άπειρο. Συμπληρώστε τον πιο κάτω πίνακα αλλάζοντας κάθε φορά τη συνάρτηση $F(x)$.

F(x)	$\sum_{k=1}^{\nu} \frac{\chi}{\nu} f\left(\frac{k\chi}{\nu}\right) =$	$\int_0^{\chi} f(x) dx = \lim_{\nu \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{\nu} \frac{\chi}{\nu} f\left(\frac{k\chi}{\nu}\right) =$
x	$\frac{\chi^2(\nu+1)}{2\nu}$	$\frac{\chi^2}{2}$
x ²		
x ³		
x ⁴		
x ⁵		

Ποια η σχέση της πρώτης στήλης με το αποτέλεσμα της τρίτης στήλης.

Πρέπει (ελπίζοντας) να έχετε καταλήξει στο πολύ σημαντικό και κομψό αποτέλεσμα

$$\frac{d}{dx} \int_0^x f(u) du = f(x) \text{ που αποτελεί και το θεμελιώδες θεώρημα του ολοκληρωτικού λογισμού.}$$

Ορίζουμε επίσης ως αντιπαράγωγο ή αρχική συνάρτηση της $f(x)$ μια άλλη συνάρτηση $g(x)$ που έχει παράγωγο την $f(x)$. Το σύνολο όλων των αρχικών συναρτήσεων της $f(x)$ το ονομάζουμε αόριστο ολοκλήρωμα και το συμβολίζουμε: $\int f(x) dx$. Για παράδειγμα μια αντιπαράγωγος της

χ είναι η $\frac{1}{2}x^2$ επειδή $\left(\frac{1}{2}x^2\right)' = \chi$. Όμως και κάθε συνάρτηση της μορφής $\frac{1}{2}x^2 + c$ έχει

παράγωγο το χ . Εξηγήστε γιατί όταν $g(x)$ είναι αντιπαράγωγος της $f(x)$, τότε το ίδιο συμβαίνει και για την $g(x)+c$;

.....

Έτσι: $\int f(x)dx = g(x) + c \Leftrightarrow g'(x) = f(x)$

Ποιες οι αντιπαράγωγοι των συναρτήσεων:

α) $\varphi(\chi) = \chi^7$

.....

β) $\varphi(\chi) = \eta\mu\chi$

.....

γ) $\varphi(\chi) = \eta\mu 3\chi$

.....

δ) $\varphi(\chi) = e^x$

.....

Γ.2.6 - Αναπτυγμένες Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 6

Μάθημα	Μαθηματικά Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης
Τίτλος Δραστηριότητας	Η παραβολή $\psi = \alpha x^2$
Τάξη	Α΄ Λυκείου
Ενότητα	
Ενδεικτική Διάρκεια	1 X 45 λεπτά
Σκοπός	<ul style="list-style-type: none"> • Οι μαθητές να ανακαλύψουν τις βασικές ιδιότητες της παραβολής $\psi = \alpha x^2$ • Να μπορούν να κατασκευάζουν γραφική παράσταση καμπύλης χρησιμοποιώντας το λογισμικό του Derive και να παρατηρούν τις μεταβολές της παραβολής για τις διάφορες τιμές του $a \in \mathbb{R}$ • Να χρησιμοποιούν τη γραφική παράσταση της $\psi = \alpha x^2$ σε συνδυασμό με την γραμμική εξίσωση $\psi = \beta x + \gamma$ για να επιλύουν γραφικά (και με χρήση του Derive) εξισώσεις της μορφής $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$.
Κωδικός Δραστηριότητας στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy	ΜΑΘ3_Κ07Μ_Π2_11
Λέξεις-Κλειδιά (για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy)	Γραφική παράσταση, παραβολή
Λογισμικό που απαιτείται*	Derive * Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.
Πορεία Μαθησιακής Δραστηριότητας	<ul style="list-style-type: none"> • Δίδεται φύλλο εργασίας και οι μαθητές κάθονται ατομικά σε Η/Υ ή και δύο δύο για να απαντήσουν τις δραστηριότητες του φύλλου εργασίας. • Εξηγούμε πώς χρησιμοποιώντας κατάλληλα εργαλεία του λογισμικού, μπορούν να κατασκευαστούν με γρήγορο και απλό τρόπο τόσο οι γραφικές παραστάσεις όσο και να εισαχθεί η παράμετρος a για τη διερεύνηση της $\psi = \alpha x^2$. <p>Μέσα που χρειάζονται για υλοποίηση της δραστηριότητας (ηλεκτρονικά αρχεία, φυλλάδια, παρουσιάσεις): Φύλλο εργασίας, Η/Υ και το αρχείο στο Derive: $y = \alpha x^2$</p> <p>Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου - Πορεία βήμα με βήμα (screen shots) για την αξιοποίηση του εργαλείου στη συγκεκριμένη δραστηριότητα. Οι συγκεκριμένες εντολές και κατασκευές που προσφέρει το λογισμικό, επεξηγούνται επακριβώς την κατάλληλη στιγμή στη συγκεκριμένη δραστηριότητα μέσα στο φύλλο εργασίας.</p>

Δείγματα Αναμενόμενων προϊόντων των μαθητών

- Στην 1η δραστηριότητα οι μαθητές αναμένεται να μάθουν να κατασκευάζουν γραφική παράσταση και να απαντούν σε βασικά ερωτήματα για τις ιδιότητες μιας καμπύλης χρησιμοποιώντας τη γραφική της.
- Στην 2η δραστηριότητα οι μαθητές αναμένεται να αναγνωρίζουν τον ρόλο που μπορεί να παίξει η παράμετρος a σε μια συνάρτηση της μορφής $\psi = ax^2$ όπου το a είναι και θετικός και αρνητικός αριθμός.
- Στις τελευταίες δραστηριότητες αναμένεται να χρησιμοποιούν την γραφική της $\psi = ax^2$ σε συνδυασμό με τη γραφική παράσταση μιας ευθείας για να λύουν εξισώσεις της μορφής $ax^2 + bx + \gamma = 0$.



Συνοδευτικό Υλικό Δραστηριότητας 6

(τα αρχεία με * υπάρχουν μόνο σε ηλεκτρονική μορφή στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο)

	Τίτλος αρχείου		Όνομα αρχείου στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο
Μέσα για υλοποίηση της δραστηριότητας	Γ.2.6.1	Φύλλο Εργασίας	Φύλλο Εργασίας $y=ax^2.doc$
	*	Αρχείο Derive	$y=ax^2.dwf$
Δείγματα Αναμενόμενων προϊόντων των μαθητών			
Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου			

Γ.2.6.1 – Φύλλο Εργασίας

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ (Η συνάρτηση $\psi = ax^2$ (παραβολή))

1. Να κατασκευάσετε την παραβολή $\psi = x^2$. Να ανοίξετε το αρχείο του Derive $y = ax^2$. Στο παράθυρο της άλγεβρας είναι γραμμένη η εξίσωση #1 $f(x) = x^2$. Να την επιλέξετε και να μεταφερθείτε στο παράθυρο των γραφικών, με το , να πατήσετε και πάλι το Plot  και να τη σχεδιάσετε. Από τη γραφική παράσταση που βλέπετε να απαντήσετε τα πιο κάτω:

Ποιο το (ευρύτερο) πεδίο ορισμού και τιμών της συνάρτησης;

.....

Υπάρχει κάποια συμμετρία στην καμπύλη;

.....

Πως μεταβάλλεται η $\varphi(x) = x^2$ (ως προς τη μονοτονία);

.....

Παρουσιάζει κάποιο είδος ακρότατου; (Έχει δηλαδή χαμηλότερο ή ψηλότερο σημείο;

Πως ονομάζεται;)

.....

2. Από το παράθυρο των γραφικών και από την εντολή Insert – Slide Bar ορίζουμε την παράμετρο a δίνοντας τιμές από το -5 μέχρι το 5 και με 20 διαστήματα (intervals). Ακολούθως επιλέγουμε την #2 $g(x) = a \cdot f(x)$. Τι παρατηρείτε στη γραφική παράσταση όταν το a μεταβάλλεται από το 0 μέχρι το 5;

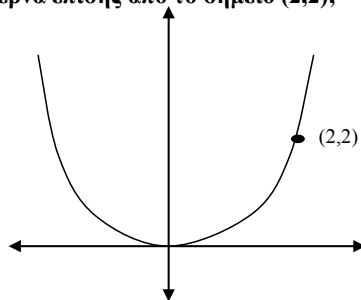
.....

Που βρίσκονται όλες αυτές οι παραβολές;.....

Ποιος ο άξονας συμμετρίας τους;.....

Ποια η ελάχιστη τιμή τους;.....

3. Δοκιμάστε να βρείτε ποια είναι η εξίσωση της παραβολής με κορυφή το (0,0) και που περνά επίσης από το σημείο (2,2);



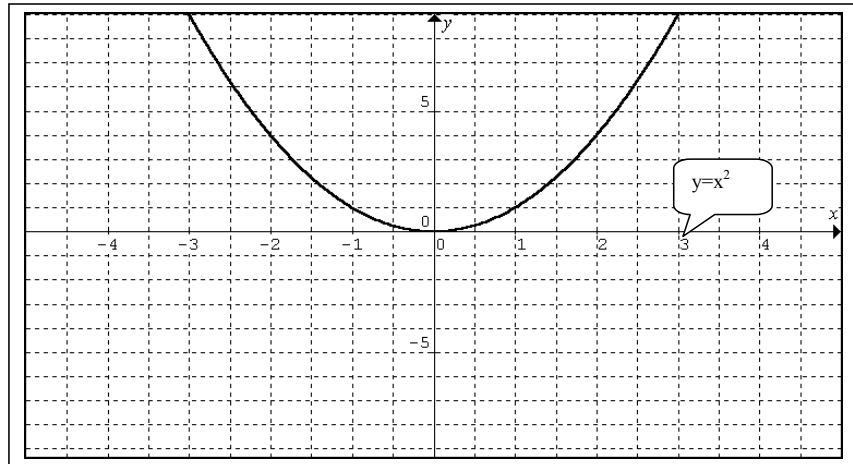
Η παραβολή έχει εξίσωση:

.....

Επαληθεύστε την εικασία σας κάνοντας την γραφική της παράσταση στο Derive

4. Δοκιμάστε και αρνητικές τιμές για το a . Βάλτε τις τιμές από το 0 μέχρι το -5 και περιγράψτε τη συμπεριφορά της καμπύλης. (Σχολιάστε και την περίπτωση $a=0$).....

5. Κάντε πρόχειρο διάγραμμα των παραβολών $\psi=2\chi^2$, $\psi=0,4\chi^2$, $\psi=-2\chi^2$ και $\psi=-5\chi^2$, στο ίδιο σύστημα αξόνων, στο πιο κάτω σχήμα χωρίς τη χρήση του Η/Υ. Κάνετε μετά τις επαληθεύσεις σας χρησιμοποιώντας το Derive.



6. Ως προς ποιο άξονα είναι συμμετρικές οι $\psi = a\chi^2$ και $\psi = -a\chi^2$

7. Πως μεταβάλλεται το σχήμα των παραβολών της μορφής $\psi = -a\chi^2$ όταν το a αυξάνεται ή ελαττώνεται κατ' απόλυτη τιμή;

- Όταν το a ελαττώνεται κατ' απόλυτη τιμή.....
- Όταν το a αυξάνεται κατ' απόλυτη τιμή.....

8. Να κάνετε πρόχειρη γραφική παράσταση των συναρτήσεων $\psi = -\chi^2$, $\psi = -2\chi^2$, $\psi = -1/2\chi^2$, $\psi = -1/4\chi^2$

9. Θα μπορούσαμε με τη χρήση της γραφικής παράστασης της $\psi = \chi^2$ να λύσουμε την εξίσωση $\chi^2=4$; Ποια ευθεία θα βοηθούσε στην επίλυση μιας τέτοιας εξίσωσης σε συνδυασμό με τη $\psi = \chi^2$;

10. Πως ερμηνεύεται γεωμετρικά το γεγονός ότι η εξίσωση $\chi^2 = -4$ δεν έχει πραγματικές ρίζες, ενώ η $\chi^2 = 4$ έχει δύο λύσεις; Να κάνετε στο Derive τις ανάλογες γραφικές.

11. Ποια ευθεία πρέπει να σχεδιασθεί σε συνδυασμό με την $\psi = \chi^2$ για να λυθεί η εξίσωση $\chi^2 - \chi - 6 = 0$;

12. (Πως μπορεί να γενικευθεί το πιο πάνω για την επίλυση της $\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$);

Γ.2.7 - Αναπτυγμένες Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 7

Μάθημα	Μαθηματικά Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης
Τίτλος Δραστηριότητας	Το τριώνυμο $\psi = a(x-k)^2 + c$
Τάξη	Α΄ Λυκείου
Ενότητα	
Ενδεικτική Διάρκεια	1-2 X 45 λεπτά
Σκοπός	<ul style="list-style-type: none"> • Να μπορούν να κατασκευάζουν χρησιμοποιώντας το Derive τη γραφική παράσταση καμπύλης της $\psi = \chi^2$ και να βρίσκουν τον άξονα συμμετρίας και την κορυφή της. • Να μπορούν να εισάγουν παράμετρος με το λογισμικό του Derive και να κατασκευάζουν γραφικές παραστάσεις των μορφών $\psi = (x-k)^2$, $\psi = (x+k)^2 + c$ με στόχο την ανακάλυψη εκείνου του μετασχηματισμού της $\psi = \chi^2$ που την μετατοπίζει στην $\psi = (x \pm k)^2 \pm c$ • Να αντιληφθούν ότι το τριώνυμο στη μορφή $\psi = (x \pm k)^2 \pm c$ έχει συγκεκριμένο άξονα συμμετρίας και συγκεκριμένο ακρότατο. • Να κατασκευάζουν χωρίς τη χρήση του Derive τις παραβολές με εξίσωση $\psi = a\chi^2 + b\chi + \gamma$, αφού τις μετασχηματίζουν στη μορφή $\psi = a(x \pm k)^2 \pm c$.
Κωδικός Δραστηριότητας στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy	ΜΑΘ3_Κ07Μ_Π2_13
Λέξεις-Κλειδιά (για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy)	Γραφική παράσταση, παραβολή, τριώνυμο
Λογισμικό που απαιτείται*	Derive * Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.
Πορεία Μαθησιακής Δραστηριότητας	<ul style="list-style-type: none"> • Δίδεται φύλλο εργασίας και οι μαθητές κάθονται ατομικά σε Η/Υ ή και δύο δύο για να απαντήσουν τις δραστηριότητες του φύλλου εργασίας • Εξηγούμε πως χρησιμοποιώντας κατάλληλα εργαλεία και εντολές του λογισμικού, μπορούν να κατασκευαστούν με γρήγορο και απλό τρόπο οι γραφικές παραστάσεις των $\psi = a(x \pm k)^2 \pm c$. <p>Μέσα που χρειάζονται για υλοποίηση της δραστηριότητας (ηλεκτρονικά αρχεία, φυλλάδια, παρουσιάσεις):</p> <p>Φύλλο εργασίας, Η/Υ και τα αρχεία στο Derive: $y = a(x-k)^2$</p>

Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου - Πορεία βήμα με βήμα (screen shots) για την αξιοποίηση του εργαλείου στη συγκεκριμένη δραστηριότητα.

Οι συγκεκριμένες εντολές και κατασκευές που προσφέρει το λογισμικό, επεξηγούνται επακριβώς την κατάλληλη στιγμή στη συγκεκριμένη δραστηριότητα μέσα στο φύλλο εργασίας.

Δείγματα Αναμενόμενων προϊόντων των μαθητών

- Στην 1η και 2η δραστηριότητα οι μαθητές αναμένεται να γνωρίζουν, να σχεδιάζουν γραφικές παραστάσεις, αφού μεταβούν από το παράθυρο της άλγεβρας στο παράθυρο των γραφικών
- Στην 3η 4η και 5η δραστηριότητα οι μαθητές αναμένεται να πειραματιστούν δίνοντας διάφορες τιμές σε παραμέτρους συνάρτησης έτσι ώστε να ερμηνεύουν τον ρόλο τους και τον γεωμετρικό αντίκτυπο τους σε κάθε μεταβολή μιας παραμέτρου.
- Στις επόμενες δραστηριότητες προτρέπουμε τους μαθητές να εφαρμόσουν τη μέθοδο της συμπλήρωσης τέλειου τετραγώνου, έτσι ώστε να μετασχηματίζουν τις παραβολές $\psi = ax^2 + bx + c$ στις αντίστοιχες $\psi = a(x-k)^2 + c$ για ευκολότερη γραφική και εύρεση τόσο του άξονα συμμετρίας όσο και του ακρότατου της.



Συνοδευτικό Υλικό Δραστηριότητας 7

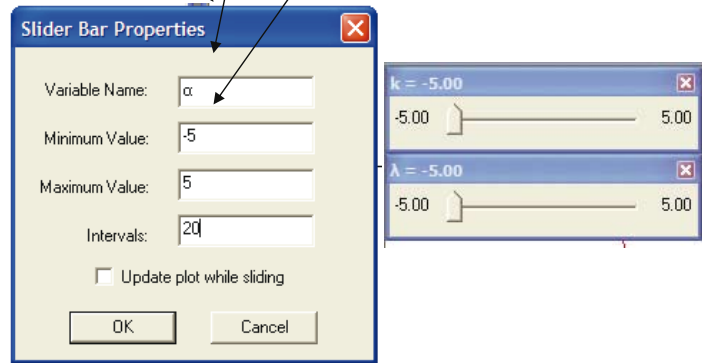
(τα αρχεία με * υπάρχουν μόνο σε ηλεκτρονική μορφή στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο)

	Τίτλος αρχείου		Όνομα αρχείου στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο
Μέσα για υλοποίηση της δραστηριότητας	Γ.2.7.1	Φύλλο Εργασίας	Φ.Ey=a(x+k)^2+c.doc
	*	Αρχείο Derive	y=a(x-k)^2+c.dwf
Δείγματα Αναμενόμενων προϊόντων των μαθητών			
Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου			

Γ.2.7.1 – Φύλλο Εργασίας

Οριζόντια και κατακόρυφη μετατόπιση της παραβολής $\psi = \chi^2$, και προσδιορισμός του ακροτάτου της $\psi = a\chi^2 + b\chi + \gamma$

1. Ο υπολογιστής σας θα είναι προγραμματισμένος να σχεδιάζει τη γραφική παράσταση κάθε παραβολής που έχει τη μορφή: $\psi = a(\chi + \kappa)^2 + \lambda$. Μπορούμε να αλλάζουμε τις **παραμέτρους a, κ, λ** και αναλόγως να έχουμε όποια παραβολή ζητήσουμε. Για ποιες τιμές των παραμέτρων a, κ και λ μπορούμε να πετύχουμε τη γραφική παράσταση της $\phi(\chi) = \chi^2$; $a = \dots$, $\kappa = \dots$, $\lambda = \dots$.
2. Αφού κάνετε τις κατάλληλες επιλογές για τα a, κ, λ , να σχεδιάσετε τις πιο κάτω καμπύλες και να γράψετε δίπλα από την κάθε μία τα **συμπεράσματα** σας, όσον αφορά την **σχέση της με την $\phi(\chi) = \chi^2$** . Σε κάθε περίπτωση να δίνετε τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής, καθώς και τον άξονα συμμετρίας τους. Να ανοίξετε το αρχείο $y = a(x + \kappa)^2 + c$ στο παράθυρο της άλγεβρας είναι γραμμένη η εξίσωση της **$f(x) = \chi^2$ στο #1**. Να την επιλέξετε και να μεταφερθείτε στο παράθυρο των γραφικών, με το , να πατήσετε και πάλι το Plot  και να τη σχεδιάσετε. Ας δημιουργήσουμε τώρα τις παραμέτρους a, κ και λ . Μένουμε στο παράθυρο των γραφικών και από την εντολή **Insert – Slide Bar** ορίζουμε τις παραμέτρους. Για το a , συμπληρώνουμε τον πίνακα που εμφανίζεται όπως δείχνει ο πιο κάτω πίνακας. (Για τη μεταβλητή (Variable Name) ονομάζουμε a , η ελάχιστη τιμή = -5, τη μέγιστη = 5 και τα διαστήματα διαχωρισμού = 20). Επαναλαμβάνουμε ακριβώς την ίδια διαδικασία για τις παραμέτρους κ και c και μετά αναγράφουμε τη συνάρτηση **$y = f(x + \kappa) + c$** .



3.
 - Ποιες τιμές των a, κ και c πρέπει να δώσουμε για να κατασκευάσουμε τη γραφική παράσταση της $y = f(x) = (\chi - 3)^2$; $a = 1$, $\kappa = \dots$, $\lambda = \dots$, ακρότατο :
 - Άξονας συμμετρίας:
 - σχέση με $\phi(\chi) = \chi^2$
4. Να επαναλάβετε την ίδια διαδικασία για τις:
 - $\psi = g(x) = (\chi + 1)^2$
 -
 -
 -
 - $\psi = h(x) = (\chi - 2)^2$
 -
 -
 -

5. *Πειραματιστείτε* και με άλλες τιμές για να εξασφαλίσετε το αληθές των πιο πάνω παρατηρήσεων σας και συμπερασμάτων σας. Δώστε ένα δικό σας παράδειγμα και γράψτε τις ανάλογες παρατηρήσεις όπως και στη δραστηριότητα 3 και 4

.....
.....
.....
.....

6. Έστω τώρα η συνάρτηση $\varphi(x) = -x^2$. Στο παράθυρο της άλγεβρας υπάρχει στο #5 $\varphi(x) := -x^2$. Να την επιλέξετε και να μεταφερθείτε στο παράθυρο των γραφικών για να την σχεδιάσετε, όπως κάναμε και στις δραστηριότητες 2 και 3. Τι *υποθέτετε* για την θέση των πιο κάτω καμπύλων, σε σχέση με την $\varphi(x)$;

- a. $F(x) = -(x-3)^2$; $a = \dots\dots\dots$ $\kappa = \dots\dots\dots$ και $c = \dots\dots\dots$
b. $G(x) = -(x+1)^2$;
c. $H(x) = -(x+\frac{3}{2})^2$;

Να *επαληθεύσετε* τις υποθέσεις σας με τον Η/Υ, δίνοντας και πάλι τις κατάλληλες τιμές στις παραμέτρους a , κ , και c αφού σχεδιάσετε τις καμπύλες και κάνετε τη σύγκριση με την $\varphi(x) = -x^2$.

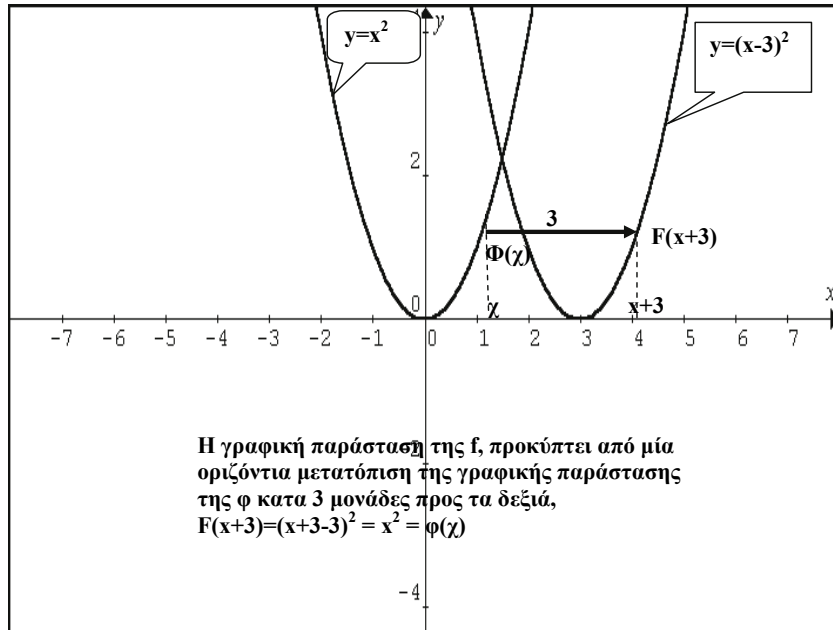
ΓΕΝΙΚΕΥΣΗ

Αν $\varphi(x) = x^2$, τότε για $\kappa > 0$ η $\varphi(x+\kappa) = \dots\dots\dots$ και η γραφική της παράσταση θα προκύπτει από μια οριζόντια της γραφικής παράστασης της $\varphi(x) = x^2$ κατά κ -μονάδες προς τα
Η κορυφή της $\varphi(x)$ $(0,0)$ μετατοπίζεται στο σημείο, και ο άξονας συμμετρίας της στην ευθεία.....
Ομοίως η $\varphi(x-\kappa) = \dots\dots\dots$ και η γραφική της παράσταση θα προκύπτει από μια

ΑΛΓΕΒΡΙΚΗ ΕΠΕΞΗΓΗΣΗ:

Όταν $\varphi(x) = x^2$ και $f(x) = (x-3)^2$ παρατηρούμε ότι $\forall x \in \mathbb{R}$
 $f(x) = \varphi(\dots\dots\dots)$, ή ισοδύναμα $f(x+3) = \dots\dots\dots = \varphi(\dots\dots)$
Αυτό σημαίνει ότι όποια τιμή έχει η συνάρτηση φ στη θέση x , την ίδια τιμή έχει η συνάρτηση f στη θέση.....,
δηλαδή 3 μονάδες δεξιότερα.

Πράγματι. Ας παρακολουθήσουμε το πιο κάτω σχεδιάγραμμα.



5. Δεδομένης της γραφικής παράστασης $φ(x) = x^2$, σχεδιάστε στον Η/Υ σας τις καμπύλες $ψ = x^2 + 2$, $ψ = x^2 + 6$, $ψ = x^2 - 4$, $ψ = x^2 - 8$ και **εξάγετε συμπέρασμα** για τη γραφική παράστασή της $ψ = φ(x) + λ$, για $λ > 0$ και για $λ < 0$,.....

.....

6. Αν είναι και πάλι δεδομένη η γραφική παράσταση $φ(x) = x^2$, **τι υποψιάζεστε** για τη θέση των πιο κάτω καμπύλων; Δίνοντας κατάλληλες τιμές στα α, κ και ε, δημιουργήστε τις πιο κάτω γραφικές παραστάσεις και απαντήστε τι είδους μετατοπίσεις διενεργούνται στη $ψ = x^2$ (σε κάθε περίπτωση που βρίσκεται η κορυφή τους και ο άξονας συμμετρίας τους;)

- ❖ $f(x) = (x-2)^2 + 1$
- ❖ $g(x) = (x+2)^2 - 1$
- ❖ $h(x) = (x-1)^2 + 2$
- ❖ $u(x) = (x-2)^2 - 4$

Επαληθεύσατε τις πιο πάνω **εικασίες** σας με γρήγορη σχεδίαση στον Η/Υ, (για τις κατάλληλες τιμές των α,κ,λ) και δώστε το **γενικό συμπέρασμα** για την καμπύλη $ψ = φ(x+κ) + λ = (x+κ)^2 + λ$, για τις περιπτώσεις:

- ❖ $κ > 0$, $λ > 0$
- ❖ $κ > 0$, $λ < 0$
- ❖ $κ < 0$, $λ > 0$
- ❖ $κ < 0$, $λ < 0$



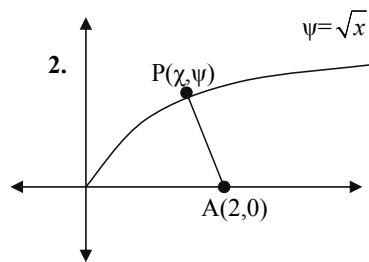
7. Αν $\varphi(x)$ είναι η καμπύλη $\varphi(x) = -x^2$, σχεδιάστε στον Η/Υ τις καμπύλες $\psi = -(x-1)^2+2$, $\psi = -(x+3)^2+1$, $\psi = -(x-2)^2-2$, $\psi = -(x+4)^2-1$ και **παρατηρήστε** τη συμπεριφορά τους, ως προς τις **μετατοπίσεις της $\varphi(x)$** , δίνοντας ιδιαίτερη έμφαση στην μετακίνηση της κορυφής τους, (ακρότατου) κάθε φορά.

8. Θα μπορούσαμε να δούμε την γραφική παράσταση της $\psi = x^2-6x+8$, σαν διαδοχικές μετατοπίσεις της $\varphi(x) = x^2$; Νομίζουμε πως η γραφή του τριωνύμου σε $\psi = x^2-6x+8$, δεν είναι και τόσο βοηθητική. Ας προσπαθήσουμε (με τη μέθοδο συμπλήρωσης τέλειου τετραγώνου) να γράψουμε το τριώνυμο $\psi = x^2-6x+8 = (x - \dots)^2 + \dots$. Ποια είναι η άποψη σας; Ποιες οι τιμές στα a , κ και c . Σχεδιάστε την τώρα.

Επαληθεύσατε στον Η/Υ και δοκιμάστε ακόμη το ίδιο για τις καμπύλες $\psi = x^2+2x-3$ και $\psi = -x^2+4x-3$. Ποια τα ακρότατα των δύο καμπύλων;.....

Πρόβλημα:

1. Ποιο απ'όλα τα ορθογώνια με σταθερή περίμετρο 20εκ. έχει το μεγαλύτερο δυνατό εμβαδόν;



Ποιο το πλησιέστερο σημείο της καμπύλης $\psi = \sqrt{x}$ από το σημείο $(2,0)$;
Σημ: $(AP) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Ανακεφαλαίωση, γενικό συμπέρασμα

Κάθε γραφική παράσταση της μορφής $\psi = ax^2+bx+c$ είναι τελικά μια μετατόπιση της $\psi = ax^2$ ως προς τους άξονες των συντεταγμένων της. Δηλαδή κάθε συνάρτηση $\psi = ax^2+bx+c$ που τίθεται στη μορφή $\psi = a(x+\kappa)^2+\lambda$, μας εξυπηρετεί για την

εύρεση του ακρότατου της που είναι:

- **ΕΛΑΧΙΣΤΟ (Min)** $(-\kappa, \lambda)$, όταν $a > 0$
- **ΜΕΓΙΣΤΟ (Max)** $(-\kappa, \lambda)$, όταν $a < 0$



Γ.2.8 - Αναπτυγμένες Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 8

Μάθημα	Μαθηματικά Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης
Τίτλος Δραστηριότητας	Παραπληρωματικές Γωνίες
Τάξη	Α΄ Γυμνασίου
Ενότητα	
Ενδεικτική Διάρκεια	1 X 45 λεπτά
Σκοπός	<ul style="list-style-type: none"> • Να ορίζει γωνίες με την ίδια κορυφή (κατακορυφή, εφεξής διαδοχικές). • Να ορίζει και αναγνωρίζει συμπληρωματικές και παραπληρωματικές γωνίες. • Να χρησιμοποιεί την πιο πάνω γνώση στη λύση προβλημάτων.
Κωδικός Δραστηριότητας στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy	ΜΑΘ3_Κ07Μ_Π2_14
Λέξεις-Κλειδιά (για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy)	Ευθεία γωνία, γωνιά, άθροισμα γωνιών, παραπληρωματικές
Λογισμικό που απαιτείται*	<p>Crocodile Mathematics</p> <p>* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.</p>
Πορεία Μαθησιακής Δραστηριότητας	<ul style="list-style-type: none"> • Δίδεται φύλλο εργασίας και οι μαθητές κάθονται ατομικά σε Η/Υ ή και δύο-δύο για να απαντήσουν τις δραστηριότητες του φύλλου εργασίας. • Οι μαθητές καλούνται να ανοίξουν το μοντέλο «gonies» στα Μοντέλα του Crocodile και να πειραματιστούν με τις παραπληρωματικές γωνίες. • Οι μαθητές ανακαλύπτουν την σχέση δύο παραπληρωματικών γωνιών. • Όμοια με τις συμπληρωματικές. <p>Μέσα που χρειάζονται για υλοποίηση της δραστηριότητας (ηλεκτρονικά αρχεία, φυλλάδια, παρουσιάσεις):</p> <ul style="list-style-type: none"> • Φύλλο εργασίας, Η/Υ και το αρχείο του Crocodile «gonies».

Συνοδευτικό Υλικό Δραστηριότητας 8

(τα αρχεία με * υπάρχουν μόνο σε ηλεκτρονική μορφή στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο)

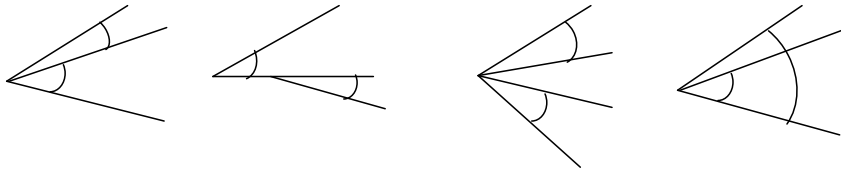
	Τίτλος αρχείου		Όνομα αρχείου στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο
Μέσα για υλοποίηση της δραστηριότητας	Γ.2.8.1	Φύλλο Εργασίας	Παραπληρωματικές φυλλο εργασίας_ crocodile.doc
	*	Αρχείο Crocodile Mathematics	Gonies.cym
Δείγματα Αναμενόμενων προϊόντων των μαθητών			
Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου			

Γ.2.8.1 – Φύλλο Εργασίας

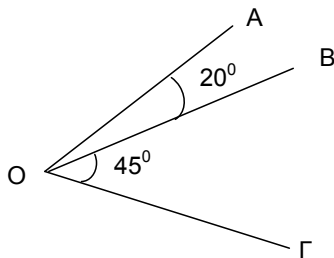
Θέμα: Παραπληρωματικές γωνίες

Εφεξής λέγονται γωνίες με

Να εξετάσετε ποιες από τις πιο κάτω γωνίες είναι εφεξής:



Ποιο το μέτρο των γωνιών ΑΟΒ, ΒΟΓ ΑΟΓ;



Συμπέρασμα : για να προσθέσω γωνίες τις κάνω εφεξής και προσθέτω τα μέτρα

Οι μαθητές καλούνται να ανοίξουν το μοντέλο «γωνίες» στα Μοντέλα του Crocodile και να πειραματιστούν με τις παραπληρωματικές γωνίες

Αφού ανοίξετε το αρχείο «γωνίες» μετακινήστε την κοινή πλευρά τους.
 Τι παρατηρείτε;
 Ποιο είναι πάντα το άθροισμα;
 Δύο γωνίες που έχουν άθροισμα 90° λέγονται συμπληρωματικές

Αφού ανοίξετε το αρχείο «γωνίες» μετακινήστε την κοινή πλευρά τους.
 Τι παρατηρείτε;
 Ποιο είναι πάντα το άθροισμα;
 Δύο γωνίες που έχουν άθροισμα 180° λέγονται παραπληρωματικές

Γ.2.9 - Αναπτυγμένες Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 9

Μάθημα	Μαθηματικά Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης
Τίτλος Δραστηριότητας	Εμβαδόν παραλληλογράμμου
Τάξη	Α΄ Γυμνασίου
Ενότητα	
Ενδεικτική Διάρκεια	1 X 45 λεπτά
Σκοπός	<ul style="list-style-type: none"> • Να βρίσκει το εμβαδόν του παραλληλογράμμου. • Να χρησιμοποιεί την πιο πάνω γνώση στη λύση προβλημάτων από την καθημερινή ζωή.
Κωδικός Δραστηριότητας στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy	ΜΑΘ3_Κ07Μ_Π2_16
Λέξεις-Κλειδιά (για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy)	Εμβαδόν, παραλληλόγραμμο, τετράπλευρο, ορθογώνιο, ύψος, βάση
Λογισμικό που απαιτείται*	<p>Crocodile Mathematics</p> <p>* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.</p>
Πορεία Μαθησιακής Δραστηριότητας	<ul style="list-style-type: none"> • Δίδεται φύλλο εργασίας και οι μαθητές κάθονται ατομικά σε Η/Υ ή και δύο-δύο για να απαντήσουν τις δραστηριότητες του φύλλου εργασίας. • Οι μαθητές καλούνται να ανοίξουν το μοντέλο «εμβαδόν παραλληλογράμμου» στα Μοντέλα του Crocodile και να πειραματιστούν με το εμβαδόν. • Οι μαθητές ανακαλύπτουν τον τύπο για το εμβαδόν του παραλληλογράμμου από τον τύπο για το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. <p>Μέσα που χρειάζονται για υλοποίηση της δραστηριότητας (ηλεκτρονικά αρχεία, φυλλάδια, παρουσιάσεις):</p> <ul style="list-style-type: none"> • Φύλλο εργασίας, Η/Υ και το αρχείο του Crocodile «εμβαδόν παραλληλογράμμου».

Συνοδευτικό Υλικό Δραστηριότητας 9

(τα αρχεία με * υπάρχουν μόνο σε ηλεκτρονική μορφή στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο)

	Τίτλος αρχείου		Όνομα αρχείου στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο
Μέσα για υλοποίηση της δραστηριότητας	Γ.2.9.1	Φύλλο Εργασίας	Εμβαδόν παραλληλογράμμου φύλλο εργασίας_crocodile.doc
	*	Αρχείο Crocodile Mathematics	Εμβαδόν παραλληλόγραμμου.cym
Δείγματα Αναμενόμενων προϊόντων των μαθητών			
Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου			

Γ.2.9.1 – Φύλλο Εργασίας

Θέμα: Εμβαδόν και περίμετρος παραλληλογράμμου

Παραλληλόγραμμο λέγεται κάθε τετράπλευρο που έχει τις απέναντι πλευρές του παράλληλες

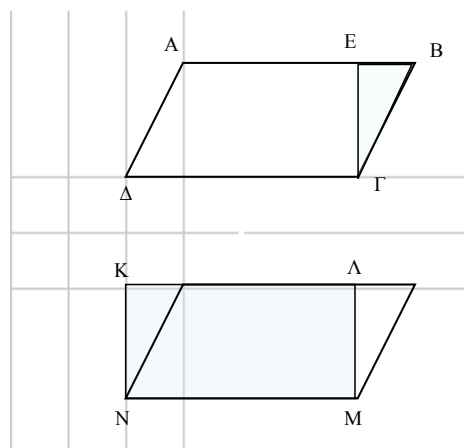
Ύψος λέγεται η απόσταση των απέναντι πλευρών.

Οι μαθητές καλούνται να ανοίξουν το μοντέλο «εμβαδόν παραλληλογράμμου» στα Μοντέλα του Crocodile και να πειραματιστούν με το εμβαδόν.

Εκκινήστε το Crocodile. Ανοίξτε τα δείγματα μοντέλων και από το Εμβαδόν επιλέξτε «εμβαδόν παραλληλογράμμου».

Μεταφέρετε το τρίγωνο που βρίσκεται στη δεξιά πλευρά του παραλληλογράμμου και ενώστε το με την δεξιά του πλευρά.

Τι παρατηρείτε; Έγινε ορθογώνιο!



- Ποιο το μήκος του ορθογωνίου ΚΛΜΝ;
- Ποιο το πλάτος;
- Το εμβαδόν του;
- Το εμβαδόν του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ;
- Το μήκος της ΔΓ;
- Το ύψος ΓΕ;
- Τι παρατηρείτε;

Γ.2.10 - Αναπτυγμένες Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 10

Μάθημα	Μαθηματικά Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης
Τίτλος Δραστηριότητας	Πυθαγόρειο Θεώρημα
Τάξη	Α΄ Γυμνασίου
Ενότητα	
Ενδεικτική Διάρκεια	1 X 45 λεπτά
Σκοπός	<ul style="list-style-type: none"> • Να διατυπώνει ορθά το Πυθαγόρειο Θεώρημα. • Να το εφαρμόζει σε ορθογώνια τρίγωνα για υπολογισμό της άγνωστης πλευράς. • Να χρησιμοποιεί τις πιο πάνω γνώσεις στη λύση προβλημάτων από την καθημερινή ζωή.
Κωδικός Δραστηριότητας στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy	ΜΑΘ3_Κ07Μ_Π2_19
Λέξεις-Κλειδιά (για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy)	Πυθαγόρειο θεώρημα, Πυθαγόρας, Πυθαγόρειες τριάδες, εμβαδόν
Λογισμικό που απαιτείται*	<p>Crocodile Mathematics</p> <p>* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.</p>
Πορεία Μαθησιακής Δραστηριότητας	<p>Δίδεται φύλλο εργασίας και οι μαθητές κάθονται ατομικά σε Η/Υ ή και δύο-δύο για να απαντήσουν τις δραστηριότητες του φύλλου εργασίας.</p> <p>Οι μαθητές καλούνται να ανοίξουν το μοντέλο «Πυθαγόρειο Θεώρημα» στα Μοντέλα του Crocodile και να πειραματιστούν.</p> <p>Μέσα που χρειάζονται για υλοποίηση της δραστηριότητας (ηλεκτρονικά αρχεία, φυλλάδια, παρουσιάσεις):</p> <p>Φύλλο εργασίας, Η/Υ και το αρχείο του Crocodile «Πυθαγόρειο Θεώρημα».</p>

Συνοδευτικό Υλικό Δραστηριότητας 10

(τα αρχεία με * υπάρχουν μόνο σε ηλεκτρονική μορφή στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο)

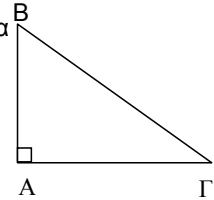
	Τίτλος αρχείου		Όνομα αρχείου στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο
Μέσα για υλοποίηση της δραστηριότητας	Γ.2.10.1	Φύλλο Εργασίας	Πυθαγόρειο θεώρημα Φύλλο εργασίας_crocodile.doc
	*	Αρχείο Crocodile Mathematics	Πυθαγόρειο θεώρημα.cym
Δείγματα Αναμενόμενων προϊόντων των μαθητών			
Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου			

Γ.2.10.1 – Φύλλο Εργασίας

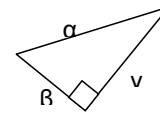
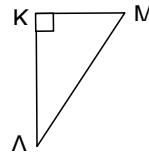
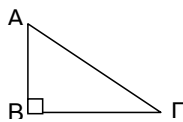
Πυθαγόρειο Θεώρημα

Ορθογώνιο τρίγωνο λέγεται το τρίγωνο που έχει

.....
 Στο τρίγωνο ΑΒΓ οι πλευρές ΑΒ και ΑΓ σχηματίζουν ορθή γωνία και ονομάζονται κάθετες πλευρές.
 Η πλευρά ΒΓ βρίσκεται απέναντι από την ορθή γωνία και ονομάζεται υποτείνουσα. Η υποτείνουσα είναι μεγαλύτερη από κάθε μία από τις κάθετες πλευρές.
 Πως αλλιώς συμβολίζονται οι πλευρές ;

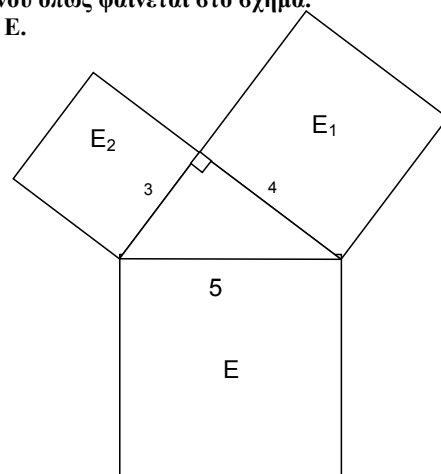


Στα πιο κάτω ορθογώνια τρίγωνα να ονομάσετε τις κάθετες πλευρές και την υποτείνουσα.



Κάθετες
 Υποτείνουσα

Στο πιο κάτω ορθογώνιο τρίγωνο σχηματίζουμε τα τετράγωνα που έχουν πλευρά ίση με μια από τις πλευρές του τριγώνου όπως φαίνεται στο σχήμα.
 Υπολογίστε εμβαδόν τους E_1 , E_2 και E .



$E_1 = \dots \dots \dots$ τ.μ.

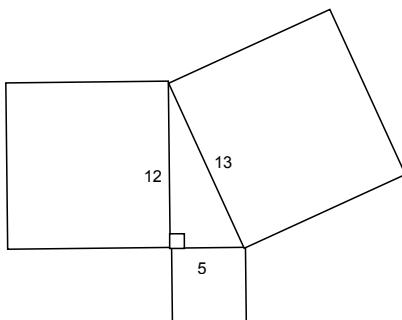
$E_2 = \dots \dots \dots$ τ.μ.

$E = \dots \dots \dots$ τ.μ.

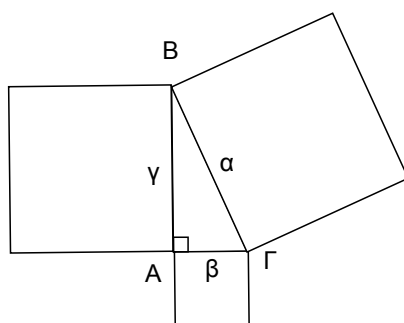


Συγκρίνετε τα E_1 , E_2 και E και βρείτε τη σχέση που τα συνδέει.

Ανοίξτε το πρόγραμμα Crocodile. Εκτελέστε τα «Δείγματα μοντέλων». Επιλέξτε Τρίγωνα και μετά την εφαρμογή Πυθαγόρειο Θεώρημα. Μετακινήστε οποιαδήποτε από τις κυκλωμένες κορυφές. Τι παρατηρείτε; Τι νομίζετε ότι θα ισχύει για το εμβαδόν των πλευρών του πιο κάτω ορθογωνίου τριγώνου; Υπολογίστε το εμβαδόν των τετραγώνων και επαληθεύστε την υπόθεσή σας.



Γενικά τι θα ισχύει για κάθε ορθογώνιο τρίγωνο;



Εφαρμόστε τη σχέση που βρήκατε προηγουμένως:

..... + =

αλλά $E_1 = \dots\dots\dots$ $E_2 = \dots\dots\dots$ $E = \dots\dots\dots$

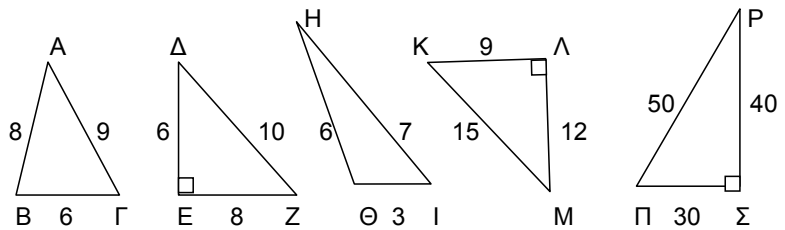
Άρα + =

Συμπέρασμα :

Το τετράγωνο της *ισούται με το*
των *των δύο* **πλευρών.**

Εργασία

Στα πιο κάτω τρίγωνα να εξετάσετε το είδος τους (ως προς τις γωνίες) και αν είναι ορθογώνια να γράψετε από κάτω την υποτίνουσα και τις κάθετες πλευρές.



Είδος

..

Κάθετες πλευρές

.

.....

.

Υποτίνουσα

.....



Χρησιμοποιώντας τα προηγούμενα τρίγωνα συμπληρώστε τον πιο κάτω πίνακα :

Τρίγωνο	Είδος τριγώνου	Πλευρές			Τετράγωνα πλευρών			παρατήρηση

Τι ισχύει για τα ορθογώνια τρίγωνα;

Ισχύει το ίδιο για τα οξυγώνια και αμβλυγώνια τρίγωνα;

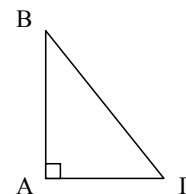
Συμπληρώστε όπου χρειάζεται:

Στα τρίγωνα ισχύει ότι το της
..... ισούται με το των τετραγώνων των δύο ...
..... πλευρών.

Αυτή η σχέση είναι γνωστή σαν Πυθαγόρειο Θεώρημα και ισχύει για κάθε ορθογώνιο τρίγωνο.

Δηλαδή σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει

$$\begin{aligned} (ΒΓ)^2 &= (ΑΒ)^2 + (ΑΓ)^2 \\ \text{ή} \\ \alpha^2 &= \beta^2 + \gamma^2 \end{aligned}$$



Το Πυθαγόρειο θεώρημα ισχύει μόνο στα ορθογώνια τρίγωνα. Επομένως αν σε κάποιο τρίγωνο που δεν ξέρουμε το είδος του διαπιστώσουμε ότι ισχύει για τις πλευρές του το Πυθαγόρειο Θεώρημα τότε το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

Γ.2.11 - Αναπτυγμένες Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 11

Μάθημα	Μαθηματικά Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης
Τίτλος Δραστηριότητας	Εγγεγραμμένη γωνία
Τάξη	Α' Λυκείου
Ενότητα	
Ενδεικτική Διάρκεια	1 X 45 λεπτά
Σκοπός	<ul style="list-style-type: none"> • Να ορίζουν και αναγνωρίζουν μια εγγεγραμμένη γωνία και το αντίστοιχο σε αυτή τόξο. • Αποδεικνύουν ότι κάθε εγγεγραμμένη είναι ίση με το μισό της αντίστοιχης επίκεντρης γωνίας.
Κωδικός Δραστηριότητας στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy	ΜΑΘ3_Κ07Μ_Π2_20
Λέξεις-Κλειδιά (για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy)	Κύκλος, εγγεγραμμένη, επίκεντρη, γωνία
Λογισμικό που απαιτείται*	<p>Crocodile Mathematics</p> <p>* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.</p>
Πορεία Μαθησιακής Δραστηριότητας	<p>Δίδεται φύλλο εργασίας και οι μαθητές κάθονται ατομικά σε Η/Υ ή και δύο-δύο για να απαντήσουν τις δραστηριότητες του φύλλου εργασίας.</p> <p>Οι μαθητές καλούνται να ανοίξουν το μοντέλο «εγγεγραμμένες γωνίες» στα Μοντέλα του Crocodile και να πειραματιστούν με την εγγεγραμμένη γωνία</p> <p>Μέσα που χρειάζονται για υλοποίηση της δραστηριότητας (ηλεκτρονικά αρχεία, φυλλάδια, παρουσιάσεις):</p> <p>Φύλλο εργασίας, Η/Υ και το αρχείο του Crocodile «εγγεγραμμένες γωνίες».</p>

Συνοδευτικό Υλικό Δραστηριότητας 11

(τα αρχεία με * υπάρχουν μόνο σε ηλεκτρονική μορφή στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο)

	Τίτλος αρχείου		Όνομα αρχείου στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο
Μέσα για υλοποίηση της δραστηριότητας	Γ.2.11.1	Φύλλο Εργασίας	Εγγεγραμμένη γωνία φύλλο εργασίας_crocodile.doc
	*	Αρχείο Crocodile Mathematics	Εγγεγραμμένες γωνίες.cym
Δείγματα Αναμενόμενων προϊόντων των μαθητών			
Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου			

Γ.2.11.1 – Φύλλο Εργασίας

Θέμα: Εγγεγραμμένη γωνία

Επίκεντρο λέγεται κάθε γωνία που έχει.....

Εγγεγραμμένη λέγεται κάθε γωνία που έχει.....

*Οι μαθητές καλούνται να ανοίξουν το μοντέλο «εγγεγραμμένες γωνίες» στα
Μοντέλα του Crocodile και να πειραματιστούν με την γωνία*

Εκκινήστε το Crocodile. Ανοίξτε τα δείγματα μοντέλων και από το «κύκλοι» επιλέξτε «εγγεγραμμένες γωνίες».

Μεταφέρετε την κυκλωμένη κορυφή.

Τι παρατηρείτε; **Η εγγεγραμμένη γωνία δεν αλλάζει μέτρο**

Από το «κύκλοι» επιλέξτε «εγγεγραμμένες γωνίες».

Μεταφέρετε τη την κυκλωμένη κορυφή.

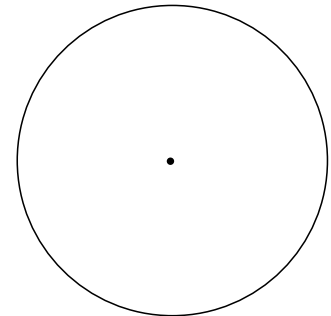
Τι παρατηρείτε; **Αλλαγή στην επίκεντρο και στην εγγεγραμμένη**

Ποια σχέση βλέπετε ανάμεσα εγγεγραμμένη στην γωνία και την αντίστοιχη επίκεντρο;

Η εγγεγραμμένη είναι η μισή της αντίστοιχης επίκεντρος.

Από το αρχείο «εγγεγραμμένες γωνίες» νομίζετε ότι θα μπορούσαμε να έχουμε τη μια από τις πλευρές επίκεντρος και εγγεγραμμένης να είναι διάμετρος του κύκλου; **Ναι**

Χρησιμοποιήστε τον διπλανό κύκλο για να φτιάξετε εγγεγραμμένη γωνία με πλευρά διάμετρο και την αντίστοιχη επίκεντρο. Προσπαθήστε να δείξετε τη σχέση που συνδέει εγγεγραμμένη και επίκεντρο.

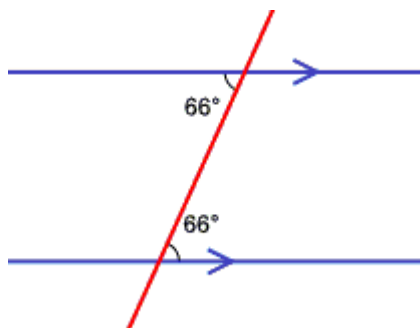


Ποιες άλλες θέσεις μπορεί να έχουν οι πλευρές εγγεγραμμένης και αντίστοιχης επίκεντρος;

Μπορείτε να αποδείξετε και σε αυτές την ίδια σχέση;

Γ.2.12 - Αναπτυγμένες Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 12

Μάθημα	Μαθηματικά Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης
Τίτλος Δραστηριότητας	Εγγεγραμμένη γωνία
Τάξη	Α΄ Γυμνασίου
Ενότητα	
Ενδεικτική Διάρκεια	1 X 45 λεπτά
Σκοπός	Αναγνώριση και ονομασία γωνιών που σχηματίζονται από δύο παράλληλες και μια τέμνουσα. Οι εντός εναλλάξ γωνίες είναι ίσες. Οι εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη γωνίες είναι ίσες.
Κωδικός Δραστηριότητας στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy	ΜΑΘ3_Κ07Μ_Π2_21
Λέξεις-Κλειδιά (για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy)	Ευθείες παράλληλες, εναλλάξ, εντός επί τα αυτά, γωνίες
Λογισμικό που απαιτείται*	Crocodile Mathematics * Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.
Πορεία Μαθησιακής Δραστηριότητας	Όταν μια τέμνουσα τέμνει παράλληλες ευθείες τότε οι γωνίες που σχηματίζονται σε μια μορφή «Ζ» καλούνται εντός και εναλλάξ γωνίες. Αυτές οι γωνίες είναι πάντα ίσες. Εντός και εναλλάξ γωνίες Ανοίξτε το αρχείο προσομοίωσης «Crocodile Mathematics» CROCM1a



1. Παρουσιάζονται παράλληλες ευθείες και μια τέμνουσα. Μπορείτε να δείτε τα ζεύγη των εντός και εναλλάξ γωνιών (τη μορφή «Z») που σχηματίζεται από τα μέρη αυτών των ευθειών;

.....
.....
.....

2. Τι παρατηρείτε για τις γωνίες εντός και εναλλάξ γωνίες;

.....
.....
.....

3. Μετακινήστε το σημείο για να αλλάξετε τις γωνίες. Πώς οι τιμές των γωνιών αυτών μεταβάλλονται τώρα;

.....
.....
.....

4. Προσδιορίστε το άλλο ζευγάρι των εντός εναλλάξ γωνιών.

.....
.....
.....

Οι εντός εναλλάξ γωνίες που σχηματίστηκαν από την τομή της τέμνουσας ευθείας με τις παράλληλες ευθείες είναι πάντα ίσες.

Εφαρμογή εντός εναλλάξ γωνιών.

Ανοίξτε την προσομοίωση του «Crocodile Mathematics» CROM1b

5. Οι ίδιες παράλληλες γραμμές με μια τέμνουσα παρουσιάζονται. Κινήστε το σημείο για να αλλάξετε τις γωνίες. Πώς μεταβάλλονται οι τιμές των γωνιών που παρουσιάζονται;

.....
.....
.....

6. Γιατί συμβαίνει αυτό;

.....
.....
.....

Δραστηριότητα επέκτασης

7. Σε μια νέα σελίδα, τραβήξτε ένα νέο παραλληλόγραμμα στην επιφάνεια εργασίας και αλλάξτε του μορφή. Προσδιορίστε οποιαδήποτε εντός και εναλλάξ ζευγάρια γωνιών.

8. Κάνετε το ίδιο πράγμα με μερικές άλλες μορφές.

Αξιολόγηση

Κατασκευάστε σχεδιάγραμμα με παράλληλες ευθείες και μια τέμνουσα. Αφού δοθεί η τιμή μια γωνιάς που σχηματίζεται, ζητείται από τους μαθητές να υπολογίσουν τις υπόλοιπες.

.....
.....
.....
.....

Συνοδευτικό Υλικό Δραστηριότητας 12

(τα αρχεία με * υπάρχουν μόνο σε ηλεκτρονική μορφή στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο)

	Τίτλος αρχείου		Όνομα αρχείου στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο
Μέσα για υλοποίηση της δραστηριότητας	*	Αρχείο Crocodile Mathematics	CROM1a.cym
	*	Αρχείο Crocodile Mathematics	CROM1b.cym
Δείγματα Αναμενόμενων προϊόντων των μαθητών			
Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου			

Γ.2.13 - Αναπτυγμένες Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 13

Μάθημα	Μαθηματικά Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης
Τίτλος Δραστηριότητας	Κλίση ευθείας
Τάξη	Γ΄ Γυμνασίου
Ενότητα	
Ενδεικτική Διάρκεια	1 X 45 λεπτά
Σκοπός	<ul style="list-style-type: none"> • Να αναπαριστά γραφικά τη συνάρτηση με τύπο $\psi = \alpha x + \beta$. • Να διακρίνει το ρόλο του συντελεστή α και του σταθερού όρου β.
Κωδικός Δραστηριότητας στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy	ΜΑΘ3_Κ07Μ_Π2_22
Λέξεις-Κλειδιά (για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy)	Ευθείες παράλληλες, κλίση, ευθεία
Λογισμικό που απαιτείται*	<p>Crocodile Mathematics</p> <p>* Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.</p>
Πορεία Μαθησιακής Δραστηριότητας	<ul style="list-style-type: none"> • Δίδεται φύλλο εργασίας και οι μαθητές κάθονται ατομικά σε Η/Υ ή και δύο-δύο για να απαντήσουν τις δραστηριότητες του φύλλου εργασίας. • Οι μαθητές καλούνται να ανοίξουν το μοντέλο «εξίσωση ευθείας» στα Μοντέλα του Crocodile και να πειραματιστούν με την γραφική παράσταση της ευθείας αλλάζοντας το α και β. <p>Μέσα που χρειάζονται για υλοποίηση της δραστηριότητας :</p> <ul style="list-style-type: none"> • Φύλλο εργασίας, Η/Υ και το αρχείο του Crocodile «εξίσωση ευθείας». <p>Δείγματα Αναμενόμενων προϊόντων των μαθητών</p> <ul style="list-style-type: none"> • Αφού μετακινήσουν διαδοχικά τα πορτοκαλί σημεία βλέπουν πως επηρεάζει αυτό την εξίσωση και τη γραφική της παράσταση. • Οι μαθητές αναμένεται να κατανοήσουν τη σημασία της κλίσης α και του σταθερού όρου β.

Συνοδευτικό Υλικό Δραστηριότητας 13

(τα αρχεία με * υπάρχουν μόνο σε ηλεκτρονική μορφή στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο)

	Τίτλος αρχείου		Όνομα αρχείου στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο
Μέσα για υλοποίηση της δραστηριότητας	Γ.2.13.1	Φύλλο Εργασίας	κλιση ευθείας φύλλο εργασίας_crocodile.doc
	*	Αρχείο Crocodile Mathematics	Εξίσωση ευθείας.cym
Δείγματα Αναμενόμενων προϊόντων των μαθητών			
Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου			

Γ.2.13.1 – Φύλλο Εργασίας

Θέμα: Κλίση ευθείας

Οι μαθητές καλούνται να ανοίξουν το μοντέλο «Εξίσωση ευθείας» από τα Γραφήματα και συντεταγμένες στα Μοντέλα του Crocodile και να πειραματιστούν με την κλίση.

Εκκινήστε το Crocodile. Ανοίξτε τα έτοιμα μοντέλα και από τα γραφήματα και συντεταγμένες επιλέξτε «εξίσωση ευθείας».

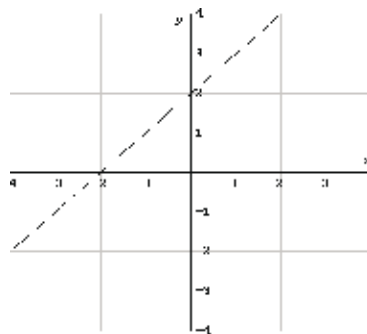
Μετακινήστε διαδοχικά τα πορτοκαλί σημεία για να δείτε πως επηρεάζει αυτό την εξίσωση και τη γραφική της παράσταση.

Τι αλλάζει με το α ; **Αλλάζει η κλίση της ευθείας**

Τι αλλάζει με το β ; **Αλλάζει το σημείο τομής με τον άξονα yy'**

Όταν η ευθεία είναι της μορφής $y = \alpha x + \beta$ η κλίση είναι το α δηλαδή ο **συντελεστής του x** .

Δίνεται η γραφική παράσταση. Αφού απαντήσετε τα ερωτήματα να βρείτε την εξίσωση της ευθείας.



α) Ποιο γενικό τύπο έχει η ευθεία;

β) Ποια η τεταγμένη του σημείου τομής της ευθείας με τον άξονα yy' ;

γ) Ποια η τετμημένη του σημείου τομής της ευθείας με τον άξονα xx' ;

Γ.2.14 - Αναπτυγμένες Δραστηριότητες: Δραστηριότητα 14

Μάθημα	Μαθηματικά Μέσης Γενικής Εκπαίδευσης
Τίτλος Δραστηριότητας	Η παραβολή $\psi = ax^2$
Τάξη	Α΄ Λυκείου
Ενότητα	
Ενδεικτική Διάρκεια	1 X 45 λεπτά
Σκοπός	Οι μαθητές να ανακαλύψουν τις βασικές ιδιότητες της παραβολής $\psi = ax^2$ μέσα από διερεύνηση γραφικών παραστάσεων Να μπορούν να παρατηρούν τις μεταβολές της παραβολής για τις διάφορες τιμές του $a \in \mathbb{R}$
Κωδικός Δραστηριότητας στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy	ΜΑΘ3_K07M_Π2_23
Λέξεις-Κλειδιά (για αναζήτηση στο Διαδικτυακό Τόπο www.e-epimorfosi.ac.cy)	Γραφική παράσταση, παραβολή, τριώνυμο
Λογισμικό που απαιτείται*	Crocodile Mathematics *Για να μπορέσετε να δείτε τα σχετικά με τη δραστηριότητα αρχεία που υπάρχουν στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο, πρέπει να έχετε εγκαταστήσει στον Ηλεκτρονικό σας Υπολογιστή το λογισμικό που απαιτείται.
Πορεία Μαθησιακής Δραστηριότητας	Δίδεται φύλλο εργασίας και οι μαθητές κάθονται ατομικά σε Η/Υ ή και δύο-δύο για να απαντήσουν τις δραστηριότητες του φύλλου εργασίας. Οι μαθητές καλούνται να ανοίξουν τα μοντέλα «AF99a.cym» και «AF99b.cym» στα Μοντέλα του Crocodile και να πειραματιστούν με τις γραφικές παραστάσεις της μορφής $\psi = ax^2$ Μέσα που χρειάζονται για υλοποίηση της δραστηριότητας (ηλεκτρονικά αρχεία, φυλλάδια, παρουσιάσεις): Φύλλο εργασίας, Η/Υ και τα αρχεία του Crocodile «AF99a.cym» και «AF99b.cym».

Συνοδευτικό Υλικό Δραστηριότητας 14

(τα αρχεία με * υπάρχουν μόνο σε ηλεκτρονική μορφή στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο)

	Τίτλος αρχείου		Όνομα αρχείου στο συνοδευτικό ψηφιακό δίσκο
Μέσα για υλοποίηση της δραστηριότητας	Γ.2.14.1	Φύλλο Εργασίας	GraphParabola2.doc
	*	Αρχείο Crocodile Mathematics 1	AF99a.cym
		Αρχείο Crocodile Mathematics 2	AF99b.cym
Δείγματα Αναμενόμενων προϊόντων των μαθητών			
Γενικές οδηγίες χρήσης του εργαλείου			

Γ.2.14.1 – Φύλλο Εργασίας

ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΤΡΙΩΝΥΜΟΥ Β' ΒΑΘΜΟΥ

$$y = ax^2$$

1. Θα εξετάσουμε τη γραφική παράσταση της τετραγωνικής συνάρτησης $y = ax^2$, $a \neq 0$

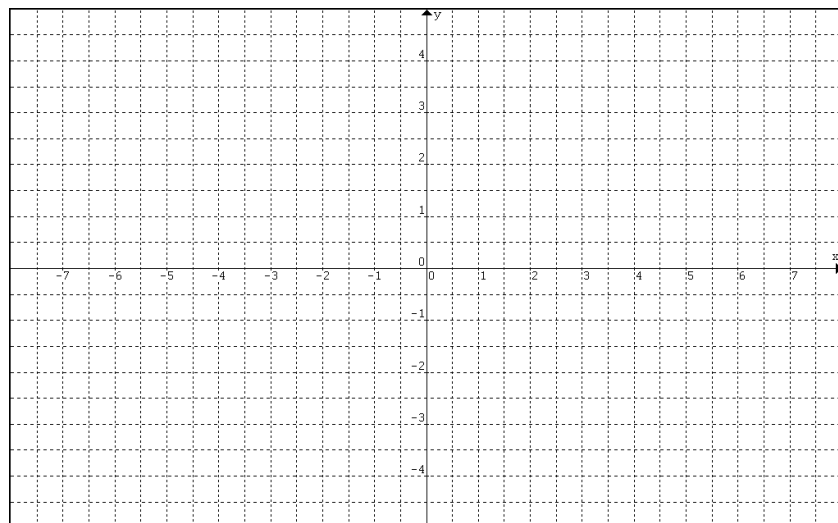
Χρησιμοποιείτε “*Crocodile Mathematics*” για να κατασκευάσετε το γράφημα των παρακάτω συναρτήσεων.

I. $y = ax^2$

Βρείτε το γράφημα της $y = ax^2$ για τις παρακάτω τιμές του a .

- (i) $a = 1 \Rightarrow y = x^2$ (ii) $a = 2 \Rightarrow y = \dots$
 (iii) $a = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \dots$ (iv) $a = -1 \Rightarrow y = \dots$
 (v) $a = -2 \Rightarrow y = \dots$ (vi) $a = -\frac{1}{2} \Rightarrow y = \dots$

Τυπώστε τις γραφικές παραστάσεις. Με τη βοήθεια του προγράμματος κατασκευάσετε όλα τα γραφήματα στο ίδιο φύλλο



Εξίσωση	Στρέφει η καμπύλη τα κοίλα προς τα επάνω ή προς τα κάτω?	Συντεταγμένες του σημείου κορυφής	Μέγιστο ή Ελάχιστο σημείο?	Άξονας συμμετρίας	Τομή με τον x-άξονα	Τομή με τον y-άξονα	Συγκρινόμενο με το γράφημα της $y = x^2$, είναι το γράφημα αυτό ίδιο, πλατύτερο ή στενότερο;
$y = x^2$	Προς τα επάνω	(0, 0)	Ελάχιστο σημείο	$x = 0$	0	0	ίδιο
$y = 2x^2$							
$y = \frac{1}{2}x^2$							
$y = -x^2$							
$y = -2x^2$							
$y = -\frac{1}{2}x^2$							

Παρατηρήσεις για : $y = ax^2$

Συμπληρώστε τον πίνακα και χρησιμοποιήστε τις πληροφορίες για να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις. Η πρώτη ερώτηση έχει απαντηθεί για να σας διευκολύνει.

a. Αλλάζοντας την τιμή του a στη γενική εξίσωση $y = ax^2$ επηρεάζονται τα κοίλα της συνάρτησης προς τα επάνω ή προς τα κάτω? Αν ναι, πώς;

b. Αλλάζοντας την τιμή του a επηρεάζεται η θέση της κορυφής; Αν ναι, πώς;

c. Μας πληροφορεί η τιμή του a πότε το σημείο κορυφής είναι μέγιστο ή ελάχιστο; Αν ναι, πώς;

d. Προσδιορίζει η τιμή του a τον άξονα συμμετρίας; Αν ναι, πώς;

e. Μας πληροφορεί η τιμή του a πότε η καμπύλη είναι στενότερη ή φαρδύτερη από το γράφημα της $y = x^2$ ή $y = -1x^2$; Αν ναι, πώς;

f. Μας πληροφορεί η τιμή του A (θετική ή αρνητική) αν το γράφημα βρίσκεται πάνω ή κάτω από τον άξονα $y'y$ και πώς;







Παιδαγωγικό Ινστιτούτο

<http://www.e-epimorfosi.ac.cy>

Τηλ.: 22-402300

Τ/Ο: 22-480505

Email: infoTPE@cyearn.pi.ac.cy

Το «Επιμορφωτικό Υποστηρικτικό Υλικό
για την ενσωμάτωση των ΤΠΕ στη μαθησιακή διαδικασία με θέμα
Μαθηματικά – Μέση Γενική Εκπαίδευση
και εργαλείο *Derive - Crocodile Mathematics*»
σχεδιάστηκε από τη Μονάδα MEDIAZONE του Πανεπιστημίου Λευκωσίας
και τυπώθηκε στο Τυπογραφείο Λιθογράφικα στη Λευκωσία σε 500 αντίτυπα