

# 1° ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ ΜΕΤΡΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ

**Όνοματεπώνυμο:**.....

**Μετρικές σχέσεις στο τρίγωνο**

## 9.1 Ορθές προβολές

Ας θεωρήσουμε μία ευθεία  $\epsilon$  και ένα σημείο  $A$  που δεν ανήκει σε αυτή. Το ίχνος  $A'$  της καθέτου που φέρουμε από το  $A$  προς την  $\epsilon$  το λέμε **ορθή προβολή** ή απλώς **προβολή** του  $A$  στην ευθεία  $\epsilon$ .

Ανοίξτε το αρχείο [Πίνακας](#) και μέσω του geogebra κάντε τις παρακάτω κατασκευές.

### Κατασκευή

Αν το σημείο είναι σημείο της ευθείας, π.χ. το  $B$ , τότε ως προβολή του  $B'$  πάνω στην  $\epsilon$  θεωρούμε το ίδιο το  $B$ .

### Κατασκευή

Τέλος ορθή προβολή του τμήματος  $\Gamma\Delta$  πάνω στην ευθεία  $\epsilon$  λέμε το τμήμα  $\Gamma'\Delta'$  που έχει ως άκρα τις ορθές προβολές  $\Gamma'$ ,  $\Delta'$  των άκρων  $\Gamma$ ,  $\Delta$ , αντίστοιχα, του τμήματος  $\Gamma\Delta$  πάνω στην  $\epsilon$ .

### Κατασκευή

### Θεώρημα I

**Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, το τετράγωνο μιας κάθετης πλευράς του είναι ίσο με το γινόμενο της υποτεινούσας επί την προβολή της πλευράς αυτής στην υποτεινούσα.**

Ανοίξτε το αρχείο [pithagoras1.html](#) πειραματιστείτε και παρατηρήστε τα τρίγωνα.

### Απόδειξη

Έστω λοιπόν ένα ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  και  $\Delta$  η προβολή της κορυφής  $A$  στην υποτεινούσα  $B\Gamma$ . Θέλουμε να αποδείξουμε ότι  **$AB^2 = B\Gamma \cdot B\Delta$  και  $A\Gamma^2 = B\Gamma \cdot \Gamma\Delta$ .**

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

### Πόρισμα

**Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, ο λόγος των τετραγώνων των κάθετων πλευρών του είναι ίσος με το λόγο των προβολών τους πάνω στην υποτεινούσα.**

Ανοίξτε το αρχείο [pithagoras2.html](#) πειραματιστείτε και παρατηρήστε τα τρίγωνα.

### Απόδειξη

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

### Θεώρημα ΙΙ (Πυθαγόρειο)

Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, το άθροισμα των τετραγώνων των κάθετων πλευρών του είναι ίσο με το τετράγωνο της υποτεινούςας.

Απόδειξη

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

### Ερωτήσεις Κατανόησης

- Ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ (Α = 1L) έχει ΑΒ=6 και ΑΓ=8. Ποιο το μήκος της διαμέσου ΑΜ;
- Αν ο λόγος των κάθετων πλευρών ενός ορθογώνιου τριγώνου είναι 4, τότε ο λόγος των προβολών τους στην υποτεινούσα είναι :  
**α. 2      β. 4      γ. 16      δ. 1/4**

Κυκλώστε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση και αιτιολογήστε την απάντησή σας.

.....  
.....  
.....

- Ένα ορθογώνιο τρίγωνο έχει κάθετες πλευρές ίσες με 9 cm και 12 cm. Η πλευρά ισόπλευρου τριγώνου που έχει ίση περίμετρο με το ορθογώνιο τρίγωνο είναι:  
**α. 10 cm      β. 12 cm      γ. 13 cm      δ. 14 cm.**

Κυκλώστε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση και αιτιολογήστε την απάντησή σας.

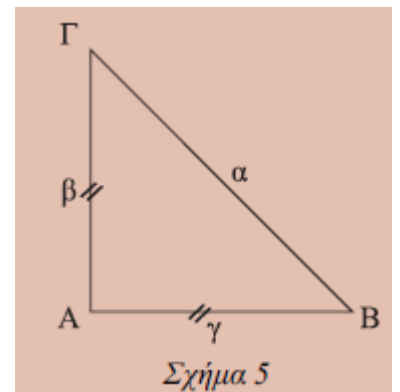
.....  
.....  
.....

### ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Αν το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές, τότε

$$\alpha = \sqrt{2}\beta .$$

Απόδειξη



.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**ΣΧΟΛΙΟ**

Η εφαρμογή αυτή αποδεικνύει την ύπαρξη τμημάτων με άρρητο λόγο. Είναι αξιοσημείωτο ότι ενώ είναι αδύνατη η μέτρηση με το υποδεκάμετρο τμημάτων άρρητου μήκους, ωστόσο είναι ακριβής ο προσδιορισμός τους με γεωμετρικές κατασκευές.