

ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ

1. Να δείξετε τις παρακάτω ταυτότητες:

$$a.(x+1)^2 - (x-1)(x+1) = 2(x+1)$$

$$b.(x+2)^2 + 2(x-2)(x+2) = 4x^2 - (x-2)^2$$

$$c.(a-2)^2 + 2 = 2(a-1)^2 - (a-2)(a+2)$$

$$d.(3x+2)^2 - (2x+3)^2 = 5(x+1)(x-1)$$

2. Να κάνετε τις πράξεις:

$$a.x \cdot (x+1)^2 - (2x)^2$$

$$b.(a+2\beta)^2 + (2\alpha - \beta)^2 - 10\alpha\beta$$

$$c.(3\alpha+1)^2 - (9\alpha^2+1)$$

3. Αν ισχύει ότι $(\alpha + \beta)^2 - (\alpha - \beta)^2 = 4$ να δείξετε ότι οι αριθμοί α και β είναι αντίστροφοι.

4. Αν για τους αριθμούς α και β ισχύει ότι $\alpha^2 + \beta^2 = 2$ να δείξετε ότι η παράσταση $(\alpha + 2\beta)^2 + (2\alpha - \beta)^2$ έχει σταθερή τιμή.

5. i) Να δείξετε την ταυτότητα: $\alpha^2 - (\alpha + 2)(\alpha - 2) = 4$

ii) Να βρείτε την τιμή της παράστασης: $A = 3,12345^2 - 1,12345 \cdot 5,12345$.

6. i) Να δείξετε την ταυτότητα: $\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)^2 - \left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)^2 = \alpha \cdot \beta$

ii) Να βρείτε πόσα μηδενικά έχει ο αριθμός $\left(\frac{5^{2012} + 2^{2011}}{2}\right)^2 - \left(\frac{5^{2012} - 2^{2011}}{2}\right)^2$

7. i) Να δείξετε την ταυτότητα: $(\alpha - \beta)(\alpha + \beta)(\alpha^2 + \beta^2) = \alpha^4 - \beta^4$

ii) Να βρείτε την τιμή της παράστασης: $99 \cdot 101 \cdot 10001$.

8. α) Να δείξετε την ταυτότητα: $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$

β) Με τη βοήθεια της παραπάνω να βρείτε την τιμή της παράστασης

$$A = x^2 + \frac{4}{x^2} \text{ αν ξέρουμε ότι } x + \frac{2}{x} = 3$$

9. α) Να δείξετε την ταυτότητα: $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha - \beta)^2 + 2\alpha\beta$.

β) Αν οι αριθμοί α και β είναι αντίστροφοι και ισχύει ότι $\alpha^2 + \beta^2 = 3$ να βρείτε την τιμή της παράστασης $A = (\alpha - \beta)^{2016}$

