

Διαγώνισμα Γ Τάξης Ενιαίου Λυκείου

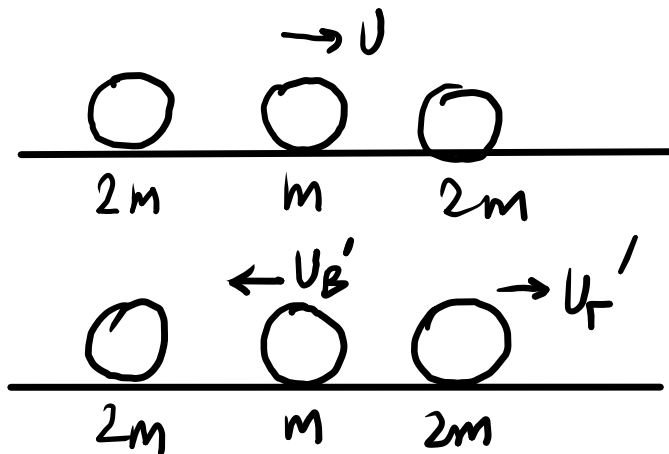
Κρούσεις - Μηχανική Στερεού Σώματος

Σύνολο Σελίδων: Δέκα (10) - Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

Σάββατο 2 Αυγούστου 2025

Θέμα Α: (β), (δ), (β), (δ) / Λ, Σ, Λ, Λ, Σ

B. 1.1 → (β)



① κρούση: B με Γ

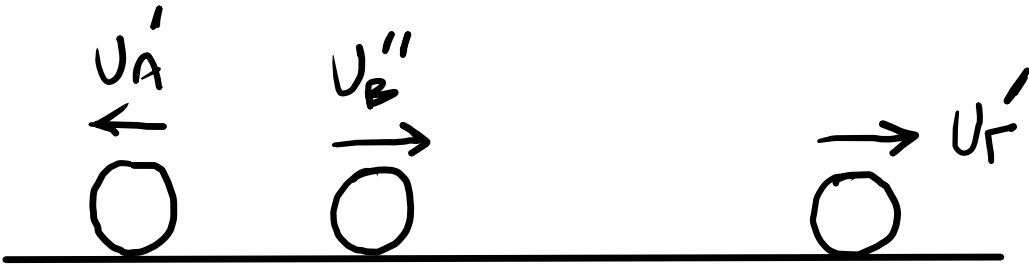
$$U_B' = \frac{m-2m}{m+2m} U \Rightarrow U_B' = -\frac{U}{3}$$

$$U_T' = \frac{2m}{m+2m} U \Rightarrow U_T' = \frac{2U}{3}$$

② κρούση: B με Α

$$U_B'' = \frac{m-2m}{m+2m} U_B' \Rightarrow U_B'' = +\frac{U}{9}$$

$$U_A' = \frac{2 \cdot 2m}{m+2m} U_B' = -\frac{4}{9}U$$



Αν θα γίνει άλλη κρούση
αφού $|U_C'| > |U_B''|$

αρα βεβαιώς θα γίνει
2 κρούσεις.

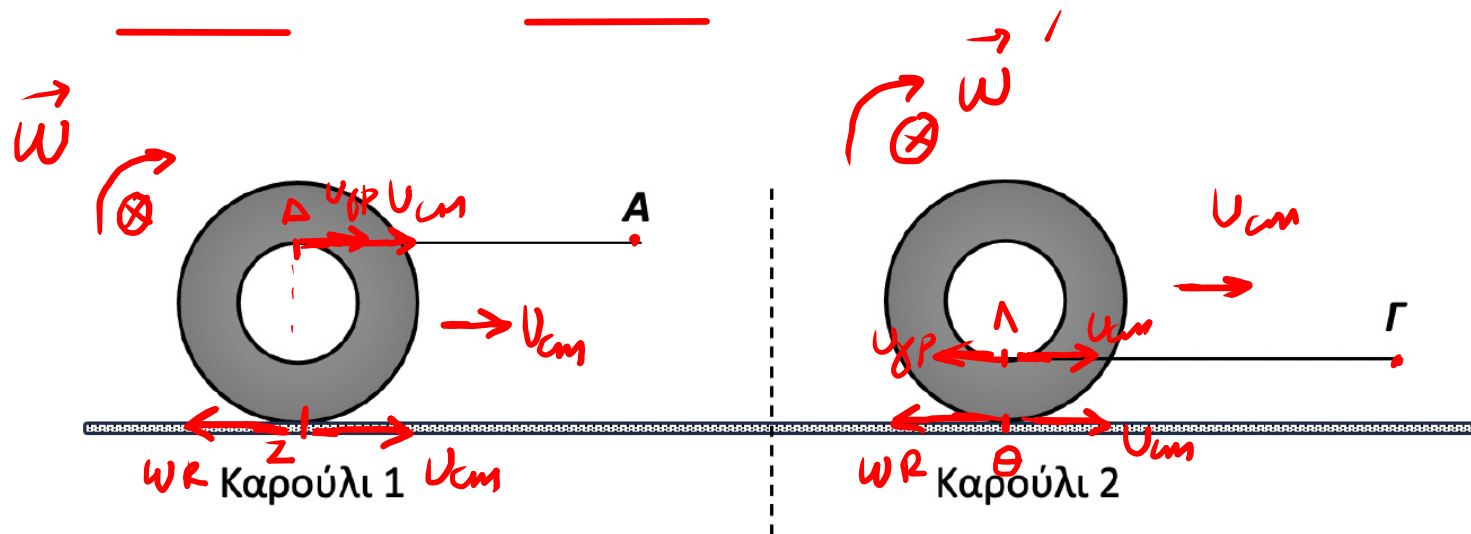
B.1.2 $\rightarrow$ (γ)

$$\frac{K_B''}{K_B} = \frac{\frac{1}{2} m U_B''^2}{\frac{1}{2} m U^2} = \frac{U_B''^2}{U^2} = \left(\frac{1}{9}\right)^2 \Rightarrow \frac{K_B''}{K_0} = \frac{1}{81}$$

$$K_B'' = \frac{K_0}{81}$$



B.2 → (β)



Εφαρμόζουμε Αρχή
της επαλληλίας
 $\vec{v} = \vec{v}_{μεζ} + \vec{v}_{περ}$

✓ Για το καρούλι 1 έχουμε κ.χ.ο. άρα $v_z = 0 \Rightarrow v_{cm} - \omega R = 0$
 $\Rightarrow v_{cm} = \omega R$

$$v_{\Delta} = v_A \Rightarrow v_{cm} + v_{\delta p} = v \Rightarrow v_{cm} + \omega \cdot r = v \Rightarrow \omega R + \omega \cdot \frac{R}{2} = v$$

$$\Rightarrow \underline{v = \frac{3}{2} \omega R}$$

✓ Για το καρούλι 2 έχουμε κ.χ.ο. άρα $v_{\theta} = 0$

$$\Rightarrow v_{cm} = \omega' R$$

$$U_A = U_T \Rightarrow U_{cm} - \omega' \cdot r = U \Rightarrow \omega' R - \omega' \frac{R}{2} = U \Rightarrow U = \underline{\underline{\frac{\omega' R}{2}}}$$

$$\text{Αρα } \frac{3}{2} \omega R = \frac{\omega' R}{2} \Rightarrow \underline{\underline{\omega' = 3\omega}}$$

B.3 $\rightarrow$ (a)

Μετά την κρούση το σύστημα κινητοποιείται αφού χάνει το σύνολο της ενέργειας του. Αρα $\omega' = 0$

Για την κρούση ισχύει η Α.Δ.Σ.

$$\overset{\text{πριν}}{L_g(0)} = \overset{\text{μετά}}{L_g(0)} \Rightarrow -m_1 v_1 d - m_2 v_2 (l-d) + m_3 v_0 (l-d) = 0$$

$$\Rightarrow -U_1 \frac{l}{3} - U_2 \frac{2l}{3} + U_0 \frac{2l}{3} = 0 \Rightarrow 2U_0 = U_1 + 2U_2$$

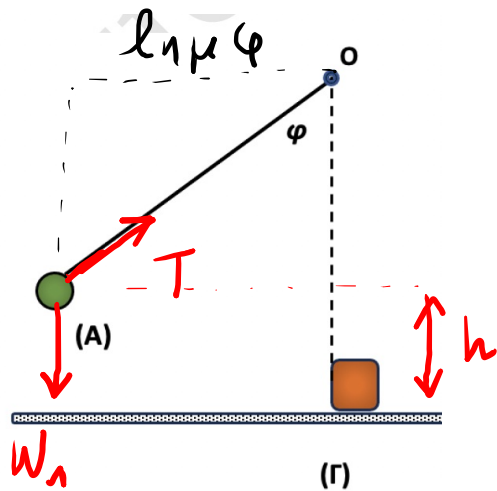
ομως $U_1 = \omega \cdot d$ και $U_2 = \omega(l-d)$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{d}{l-d} = \frac{\frac{l}{3}}{\frac{2l}{3}} \Rightarrow \frac{U_1}{U_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow U_2 = 2U_1$$

οπότε $2U_0 = 5U_1 \Rightarrow U_1 = \frac{2}{5}U_0$

Θέμα Γ

Γ.1



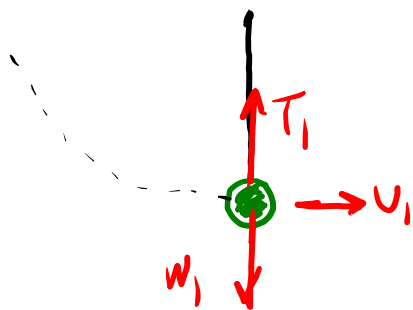
$$\frac{dL_{(0)}}{dt} = \sum \tau_{(0)} = \cancel{\tau_{(0)}} + \tau_{W(0)}$$

$$= m_1 g l \sin \phi \Rightarrow \frac{dL_{(0)}}{dt} = g \sqrt{3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$

Γ.2 ΘΥΚΕ για την καθόδο του m_1

$$\Delta K = \sum W \Rightarrow \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - 0 = m_1 g h \Rightarrow v_1 = \sqrt{2gh}$$

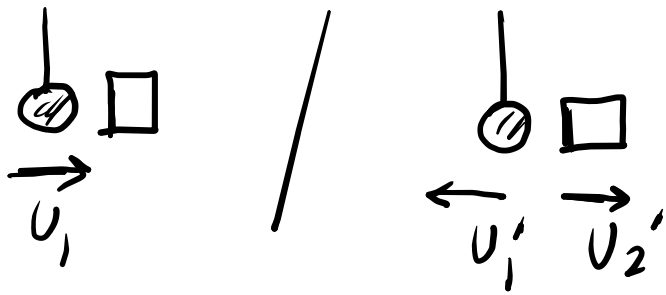
⊛ $l-h$ ϕ l 0 $6W\phi = \frac{l-h}{l} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{l-h}{l} \Rightarrow h = \frac{l}{2}$ / $v_1 = \sqrt{gl} = 3 \text{ m/s}$



$$\text{Κυκλική τροχιά} \Rightarrow T_1 - m_1 g = \frac{m v_1^2}{l}$$

$$\Rightarrow \underline{T_1 = 40 \text{ N}}$$

Γ.3



$$u_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} u_1 \Rightarrow \underline{u_1' = -1 \text{ m/s}}$$

$$u_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} u_1 \Rightarrow \underline{u_2' = 2 \text{ m/s}}$$

Γ.4

$$\frac{K_2'}{K_1} = \frac{\frac{1}{2} m_2 u_2'^2}{\frac{1}{2} m_1 u_1^2} = \frac{m_2 \cdot \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} u_1 \right)^2}{m_1 u_1^2} = \frac{4 m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}$$

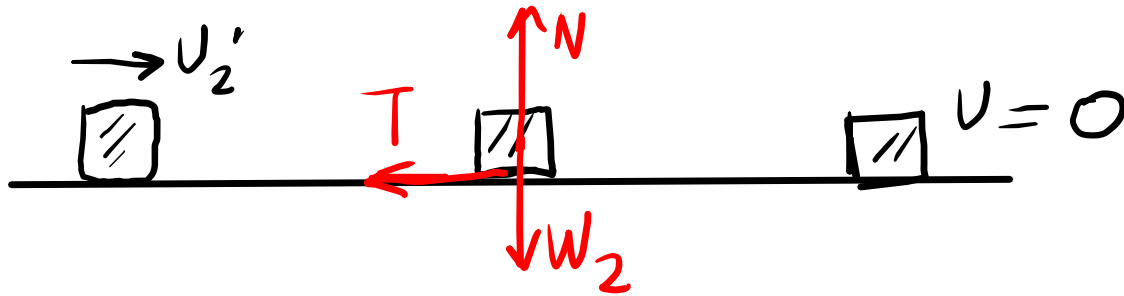
$$\Rightarrow \frac{K_2'}{K_1} = \frac{4 \frac{m_1}{m_2}}{\left(\frac{m_1}{m_2} + 1 \right)^2}$$

(Διαίρω με m_2^2 αριθμ. και παρνομ)

$$\lambda \vee \lambda = \frac{m_1}{m_2} \quad \text{προκύπτει} \quad \frac{K_2'}{K_1} = \frac{4 \lambda}{(\lambda + 1)^2}$$

Το ζητούμενο ποσοστό είναι το $\frac{K_2'}{K_1} \cdot 100\%$ που εξαρτάται μόνο από τον λόγο 1.

Γ.5



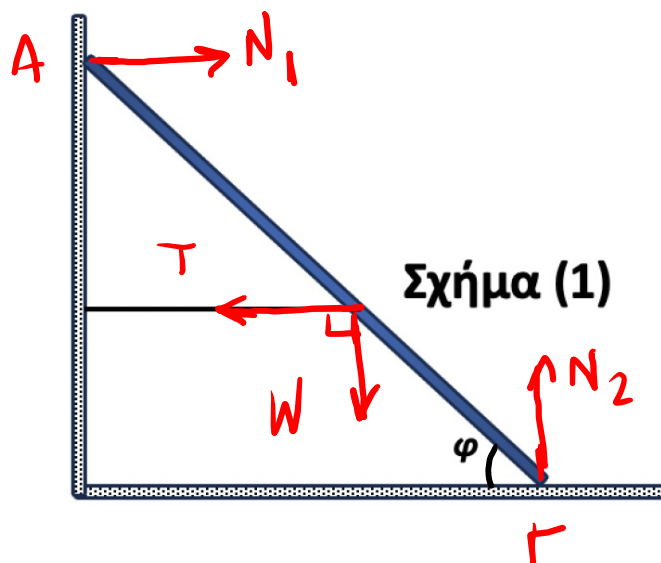
Διατήρηση Ενέργειας (Α.Δ.Ε.)

$$K_{\text{αρχ}} - Q_{\theta} = K_{\text{τελ}} \Rightarrow \frac{1}{2} m_2 u_2'^2 - Q_{\theta} = 0$$

$$Q_{\theta} = 8 \text{ J}$$

Θέμα Δ

Δ.1



Αφού ισορροπεί $\sum \tau(r) = 0 \Rightarrow$

$$\tau_{N_1}(r) + \tau_T(r) + \tau_W(r) + \tau_{N_2}(r) = 0$$

$$- N_1 D \eta \mu \phi + T \frac{D}{2} \eta \mu \phi + Mg \frac{D}{2} \sigma \omega \phi = 0$$

$$- N_1 \cdot \eta \mu \phi + T \cdot \frac{1}{2} \eta \mu \phi + Mg \frac{1}{2} \sigma \omega \phi = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow \underline{N_1 = T} \quad (2)$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_2 = W = Mg$$

$$\underline{N_2 = 20 \text{ N}}$$

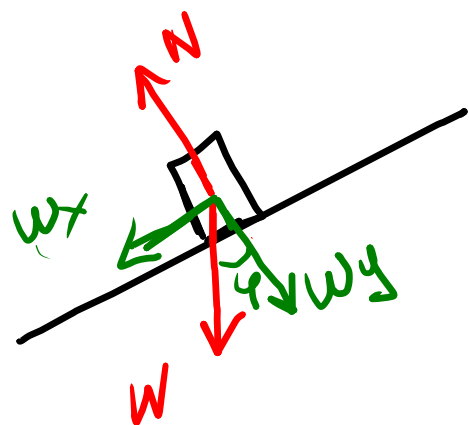
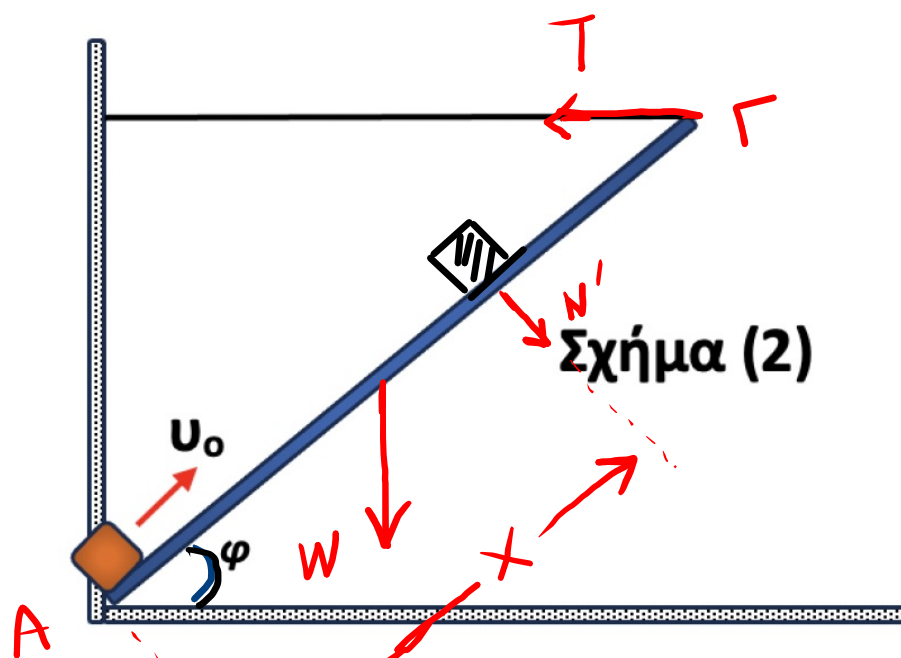
Από (1), (2) $\Rightarrow$

$$N_1 \eta \mu \phi - N_1 \frac{1}{2} \eta \mu \phi = Mg \frac{1}{2} \sigma \omega \phi$$

$$\Rightarrow N_1 \cdot \eta \mu \phi = Mg \sigma \omega \phi$$

$$\underline{N_1 = 15 \text{ N}}$$

Δ.2



Για το κιβώτιο

$$\Sigma F_y = 0$$

$$N = W_y = mg \cdot \sin \phi$$

Για την δοκό $\Sigma \tau(A) = 0 \Rightarrow$

$$T \cdot D \cdot \sin \phi - Mg \cdot \frac{D}{2} \cos \phi - N' \cdot x = 0$$

$$T = \frac{Mg \frac{D}{2} \cos \phi + N' \cdot x}{D \sin \phi}$$

Αρα $T = 22,5 + 1,25x \text{ (SI)}$

Δ.3 Την $t_1 = 0,5 \text{ sec}$ το νήμα σπάει άρα $T = T_{\text{op}}$

Για το κιβώτιο $\Sigma F_x = ma$

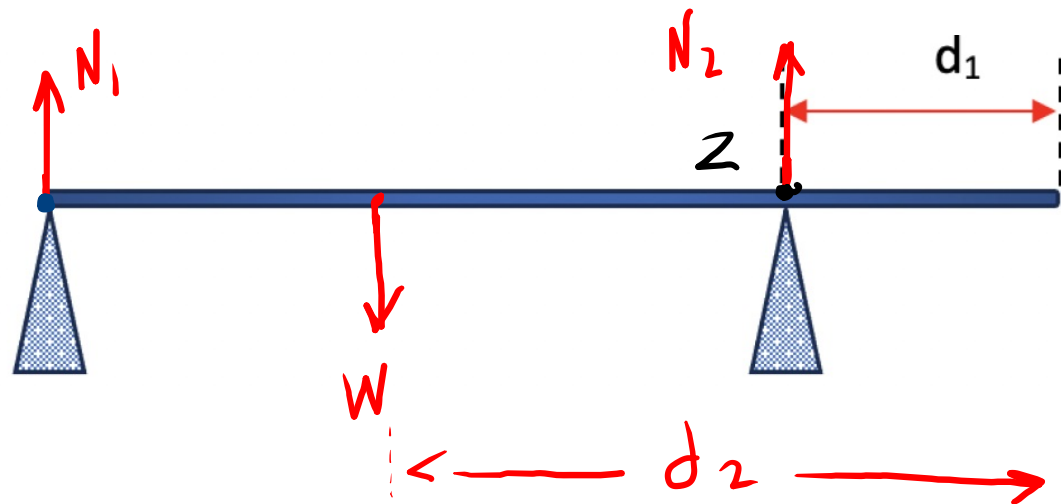
$$mg \cdot \sin \phi = ma \Rightarrow a = 8 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Οότε } x = v_0 t_1 - \frac{1}{2} a t_1^2$$

$$\Rightarrow x = 3 \text{ m}$$

$$A' \text{ pa } T_{\text{top}} = T(x=3) \Rightarrow \underline{T_{\text{top}} = 26,25 \text{ N}}$$

Δ.4



$N_1 = N_2 = N$ σύμφωνα
με την ευθύτητα

Αφού ισορροπεί: $\sum \tau_{(z)} = 0 \Rightarrow -N_1 \cdot (D - d_1) + Mg \cdot (d_2 - d_1) = 0$

και $\sum F_y = 0$

$$\Rightarrow -N_1 \cdot \frac{2D}{3} + Mg(d_2 - d_1) = 0$$

$$N_1 + N_2 = W$$

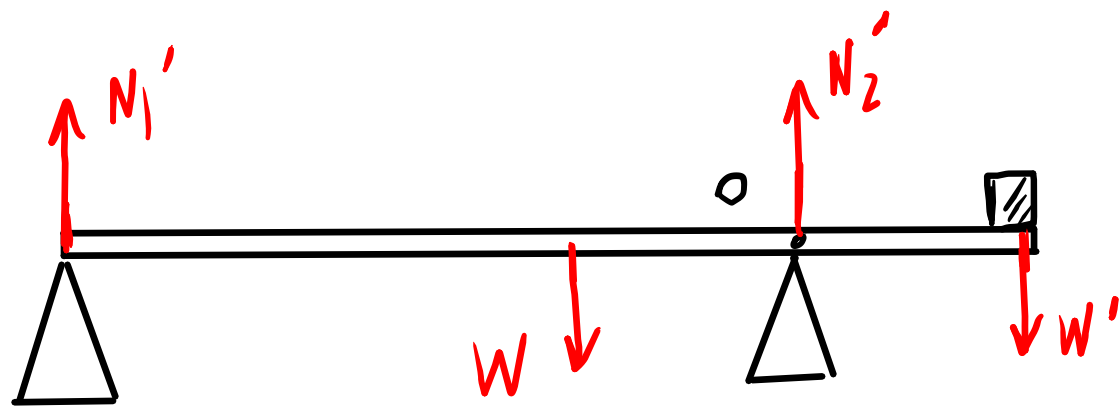
$$2N = Mg$$

$$N = \frac{Mg}{2}$$

$$-\frac{Mg}{2} \cdot \frac{2D}{3} + Mg(d_2 - \frac{D}{3}) = 0$$

$$\frac{D}{3} = d_2 - \frac{D}{3} \Rightarrow d_2 = \frac{2D}{3} = \underline{\underline{2 \text{ m}}}$$

Δ.5



Η ορισμένη κατάσταση ισορροπίας είναι να βρεθεί το m υπό την όρο δεξιά άκρο και $N_1' \geq 0$

Το γνωστό ισορροπία : $\sum \tau_{\epsilon \xi}(O) = 0$

$$\Rightarrow -W' \cdot \frac{D}{3} + W \cdot (d_2 - d_1) - N_1' \cdot (D - \frac{D}{3}) = 0$$

$$-m'g \cdot 1 + Mg \cdot 1 - N_1' \cdot 2 = 0$$

$$N_1' = \frac{Mg - m'g}{2} \geq 0 \Rightarrow M \geq m'$$

$\Rightarrow m' \leq M$ άρα η μέγιστη δύναμη είναι $m' = \underline{\underline{2 \text{ kg}}}$