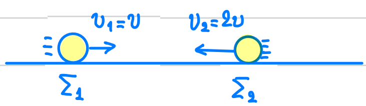
ΛΥΣΕΙΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ
29 ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΥ 2023

ΘΕΜΑ Α

A1. α (Μονάδες 5)
A2. β (Μονάδες 5)
A3. α (Μονάδες 5)
A4. δ (Μονάδες 5)
A5. α. Λάθος (Μονάδα 1)
β. Σωστό (Μονάδα 1)
γ. Σωστό (Μονάδα 1)
δ. Λάθος (Μονάδα 1)
ε. Σωστό (Μονάδα 1)

ΘΕΜΑ Β

B1. Σωστό το δ (Μονάδες 2)



$$K=\frac{1}{2}m_1\upsilon^2$$

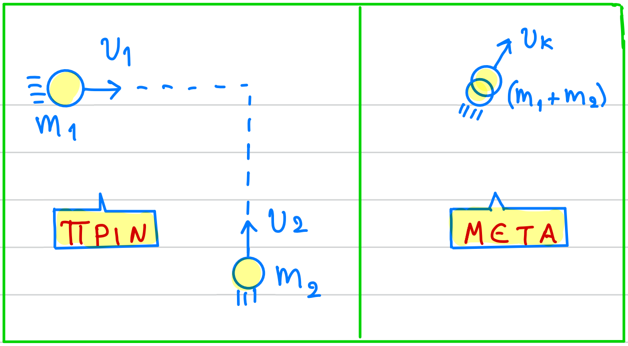
Ελαστική κρούση:

$$\upsilon_2'=0 \Rightarrow \frac{(m_2-m_1)\upsilon_2+2m_1\upsilon_1}{m_1+m_2}=0 \Rightarrow$$

$$(m_2-m_1)(-2\upsilon)+2m_1\upsilon=0 \Rightarrow$$

$$-2m_2\upsilon+2m_1\upsilon+2m_1\upsilon=0 \Rightarrow$$

$$4m_1\upsilon=2m_2\upsilon \Rightarrow m_2=2m_1$$ (Μονάδες 2)



Πλαστική κρούση

Α.Δ.Ο. $p_{\text{ολ,αρχ}} = p_{\text{ολ,τελ}} \Rightarrow$

$$\sqrt{p_1^2 + p_2^2} = (m_1 + m_2)\upsilon_\kappa \Rightarrow$$

$$m_1^2 \upsilon_1^2 + m_2^2 \upsilon_2^2 = (m_1 + m_2)^2 \upsilon_\kappa^2 \Rightarrow$$

$$\cancel{m_1^2}\upsilon^2 + 4\cancel{m_1^2}\,4\upsilon^2 = 9\cancel{m_1^2}\upsilon_\kappa^2 \Rightarrow$$

$\upsilon_\kappa^2 = \frac{17}{9}\upsilon^2$ (Μονάδες 2)

Είναι:

$E_{\text{απωλ}} = K_{\text{ολ,αρχ}} - K_{\text{ολ,τελ}}$ (1)

$$K_1 = \frac{1}{2} m_1 \upsilon^2 = K$$

$$K_2 = \frac{1}{2} 2m_1 (2\upsilon)^2 = 8K$$

$$K_{\text{συσσ}} = \frac{1}{2} 3m_1 \upsilon_\kappa^2 = \frac{1}{2}\cancel{3}m_1 \frac{17}{\cancel{9}\,3}\upsilon^2 = \frac{17}{3}K$$

Άρα (1) $\Rightarrow E_{\text{απωλ}} = (K + 8K) - \frac{17K}{3} \Rightarrow E_{\text{απωλ}} = \frac{10K}{3}$ (Μονάδες 2)

B2. Σωστό το α. (Μονάδες 2)

Γενική εξίσωση φάσης: $\varphi = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$

Από το διάγραμμα φ-t: $\varphi_\kappa = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_\kappa}{\lambda}\right) \xrightarrow[\varphi_\kappa = 3\pi\,rad]{t=11s}$

$3\cancel{\pi} = 2\cancel{\pi}\left(\frac{11}{T} - \frac{4}{\lambda}\right) \Rightarrow 1{,}5 = \frac{11}{T} - \frac{4}{\lambda}$ (1) (Μονάδες 2)

Απο το διάγραμμα φ-x: $\varphi = 2\pi\left(\frac{t_1}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \xrightarrow[\varphi = 6\pi\ rad]{x=2m}$

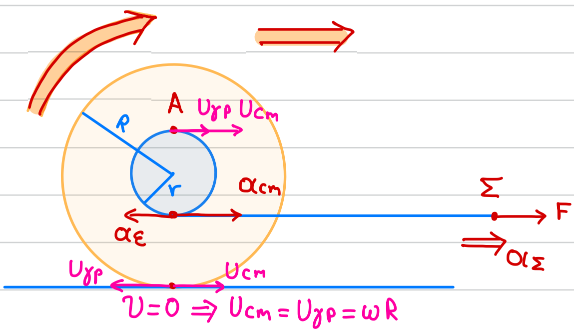
$\Rightarrow 6\cancel{\pi} = 2\cancel{\pi}\left(\frac{10}{T} - \frac{2}{\lambda}\right) \Rightarrow 3 = \frac{10}{T} - \frac{2}{\lambda}$ (2) (Μονάδες 2)

Πολλ/σω την (1) επι δυο:

$$\left.\begin{aligned} 3 &= \frac{22}{T} - \frac{8}{\lambda} \\ (2):\ 3 &= \frac{10}{T} - \frac{2}{\lambda} \end{aligned}\right] \Rightarrow \frac{22}{T} - \frac{8}{\lambda} = \frac{10}{T} - \frac{2}{\lambda} \Rightarrow \frac{12}{T} = \frac{6}{\lambda} \Rightarrow \frac{\lambda}{T} = \frac{6}{12} \Rightarrow$$

$\Rightarrow v_\delta = \frac{\lambda}{T} = 0{,}5\ m/s$ (Μονάδες 3)

B3. Σωστό το β. (Μονάδες 2)



Το σημείο Σ εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη μεταφορική κίνηση με επιτάχυνση:

$$\alpha_\Sigma = \alpha_{cm} - \alpha_E = \alpha_\gamma R - \alpha_\gamma r$$ (Μονάδα 1)

Ισχύει: $x_\Sigma = \frac{1}{2}\alpha_\Sigma t^2$ (1) (Μοναδα 1)

Το κέντρο μάζας εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη μεταφορική κίνηση με επιτάχυνση $\alpha_{cm} = \alpha_\gamma \cdot R$.

Ισχύει: $x_{cm} = \frac{1}{2}\alpha_{cm} t^2$ (2) (Μονάδα 1)

Για το χρονικό διαστημα απο $0 \rightarrow t_1$:

$$x_\Sigma = \frac{1}{2} a_\Sigma t_1^2 \Rightarrow 20\,cm = \frac{1}{2} a_\Sigma t_1^2$$
$$x_{cm} = \frac{1}{2} a_{cm} t_1^2 \Rightarrow 30\,cm = \frac{1}{2} a_{cm} t_1^2$$
$$\frac{a_\Sigma}{a_{cm}} = \frac{2}{3} \Rightarrow a_{cm} = \frac{3}{2} a_\Sigma \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cancel{a_\gamma} \cdot R = \frac{3}{2}\left(\cancel{a_\gamma} R - \cancel{a_\gamma} r\right) \Rightarrow 2R = 3R - 3r \Rightarrow r = \frac{R}{3}$$ (Μονάδα 1)

Για την ταχύτητα του σημείου Α ισχύει:

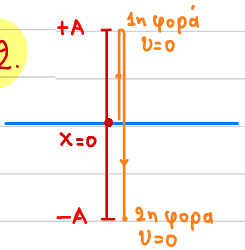
$$v_A = v_{cm} + v_{\gamma\rho} = \underbrace{\omega R + \omega r}_{\text{Μονάδα 1}} = \omega R + \omega \frac{R}{3} \Rightarrow \underbrace{v_A = \frac{4}{3} v_{cm}}_{\text{Μονάδα 1}}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Στη χρονική διάρκεια από $0 \rightarrow t_2 = 2t_1 = 0{,}6\,s$, το κύμα έχει φτάσει στη θέση $x_K = +0{,}6\,m$. Επομένως:

$$v_\delta = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0{,}6\,m}{0{,}6\,s} \Rightarrow v_\delta = 1\,m/s$$ (Μονάδες 3)

Γ2.



Του σημείου Ο μηδενίζει για 2η φορά η ταχύτητά του, όταν βρεθεί στην $y = -A$, δηλαδή μετά από χρόνο $t_1 = \frac{3T}{4}$. Επομένως $\frac{3T}{4} = 0{,}3 \Rightarrow T = 0{,}4\,s$ (Μονάδες 2)

Μέχρι τότε έχει διανύσει διάστημα: $S = 3A$

Επομένως: $3A = 0{,}6 \Rightarrow A = 0{,}2\,m$ (Μονάδες 2)

Ισχύει: $\upsilon_\delta = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow 1 = \frac{\lambda}{0,4} \Rightarrow \lambda = 0,4m$ (Μονάδες 2)

Η εξίσωση του κύματος είναι:

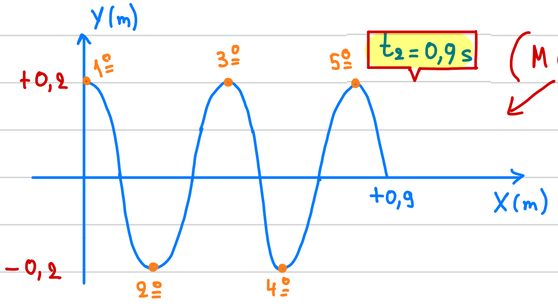
$$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \Rightarrow y = 0,2\eta\mu 2\pi(2,5t - 2,5x) \text{ S.I.}$$

(Μονάδες 1)

Γ3. Κατασκευάζουμε το στιγμιότυπο του κύματος για τη χρονική στιγμή $t_2 = 3t_1 = 0,9s$

Το κύμα έχει φτάσει στη θέση $x_2 = \upsilon_\delta t_2 = 1 \cdot 0,9m = 0,9m$

Ισχύει: $x_2 = N\lambda \Rightarrow 0,9 = N \cdot 0,4 \Rightarrow N = 2,25$ μήκη κύματος. Άρα:



(Μοναδες 4)

Παρατηρώ ότι 5 συνολικά σημεία τη χρονική στιγμή t_2 είναι σε ακραία θέση.

(Μονάδα 1)

Γ4. Για τη διαφορά φάσης των δύο σημείων ισχύει:

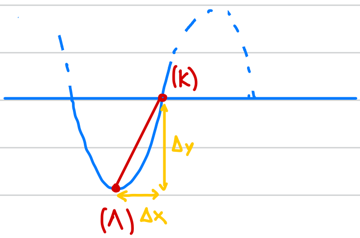
$$\left.\begin{aligned} \varphi_\Lambda &= 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_\Lambda}{\lambda}\right) \\ \varphi_K &= 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_K}{\lambda}\right) \end{aligned}\right\} \Delta\varphi = \varphi_\Lambda - \varphi_K = \frac{2\pi(x_K - x_\Lambda)}{\lambda} \Rightarrow \frac{\cancel{\pi}}{2} = \frac{2\cancel{\pi}(x_K - x_\Lambda)}{0,4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_K - x_\Lambda = 0,1m \Rightarrow x_\Lambda = 0,5m \quad \text{(Μοναδα 1)}$$

Την $t_4 = 0,8s$ η απομάκρυνση κάθε σημείου είναι:

$$y_K = 0,2ημ2π(2,5\cdot 0,8 - 2,5\cdot 0,6) = 0,2ημπ = 0$$ (Μονάδα 1)

$$y_Λ = 0,2ημ2π(2,5\cdot 0,8 - 2,5\cdot 0,5) = 0,2ημ1,5π = -0,2m$$ (Μονάδα 1)



Η ζητούμενη απόσταση είναι:

$$d = \sqrt{Δx^2 + Δy^2}$$ (Μονάδα 1)

$$= \sqrt{(0,1)^2 + (0,2)^2}$$

$$= \sqrt{0,05} \Rightarrow \boxed{d = 0,1\sqrt{5}\ m}$$ (Μονάδα 1)

Γ5. Τα σημεία που βρίσκονται σε αντίθεση φάσης με την πηγή απέχουν απ' αυτή $\frac{λ}{2}, \frac{3λ}{2}, \frac{5λ}{2}$ κτλ.

Αφού θέλουμε το σημείο Λ να είναι το 3ο σε αντίθεση φάσης, θα πρέπει:

$$x_Λ = \frac{5λ'}{2} \Rightarrow 0,5 = \frac{5λ'}{2} \Rightarrow λ' = 0,2m$$ (Μονάδες 2)

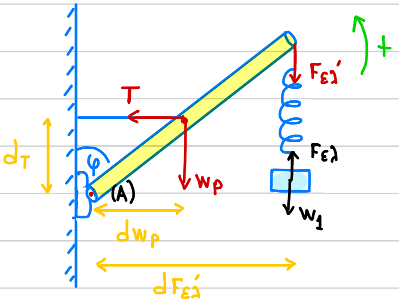
Η ταχύτητα διάδοσης δεν αλλάζει. Άρα:

$$υ_δ' = υ_δ \Rightarrow λ'f' = λ\cdot f \Rightarrow 0,2f' = 0,4f \Rightarrow f' = 2f$$ (Μονάδες 2)

Άρα: $$α\% = \frac{f'-f}{f}\cdot 100\% = \frac{2f-f}{f}\cdot 100\% \Rightarrow α\% = 100\%$$

(Μονάδα 1)

ΘΕΜΑ Δ



Δ1. Ισορροπία m_1:

$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = W_1 = m_1 g = 10N$ (Μονάδα 1)

Ισορροπία δοκού:

$\Sigma\tau_{(A)} = 0 \Rightarrow \cancel{\tau_{F_{\alpha\rho\theta}}} + \tau_{W_p} + \tau_{F_{\varepsilon\lambda}'} + \tau_T = 0 \Rightarrow$

$-W_p \cdot d_{W_p} - F_{\varepsilon\lambda}' \cdot d_{F_{\varepsilon\lambda}'} + T \cdot d_T = 0 \Rightarrow$

$d_{W_p} = \eta\mu\varphi \cdot \dfrac{\ell}{2}$ (Μονάδα 1)

$d_T = \sigma\upsilon\nu\varphi \cdot \dfrac{\ell}{2}$ (Μονάδα 1)

$d_{F_{\varepsilon\lambda}'} = \eta\mu\varphi \cdot \ell$ (Μονάδα 1)

$-W_p\, \eta\mu\varphi \cdot \dfrac{\cancel{\ell}}{2} - F_{\varepsilon\lambda}' \cdot \eta\mu\varphi\, \cancel{\ell} + T \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi\, \dfrac{\cancel{\ell}}{2} = 0 \Rightarrow$

$-50 \cdot 0{,}6 \cdot \dfrac{1}{2} - 10 \cdot 0{,}6 + T \cdot 0{,}8 \cdot \dfrac{1}{2} \Rightarrow$

$T = 52{,}5\,N$ (Μονάδες 2)

Δ2. Πλαστική κρούση: Α.Δ.Ο. $\vec{p}_{o\lambda,\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{o\lambda,\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow$

$\Rightarrow m_2 \upsilon_2 = (m_1 + m_2)\upsilon_K \Rightarrow 1 \cdot 4 = 2\upsilon_K \Rightarrow \upsilon_K = 2\,m/s.$

(Μονάδες 2)

Το ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του βλήματος είναι:

$$\alpha\% = \frac{\Delta K_2}{K_2} \cdot 100\% = \frac{\frac{1}{2}\cancel{m_2}\upsilon_K^2 - \frac{1}{2}\cancel{m_2}\upsilon_2^2}{\frac{1}{2}\cancel{m_2}\upsilon_2^2} \cdot 100\% = \frac{\upsilon_K^2 - \upsilon_2^2}{\upsilon_2^2} \cdot 100\% =$$

$$= \frac{2^2 - 4^2}{4^2} \cdot 100\% \Rightarrow \alpha\% = -75\%$$ (Μονάδες 2)

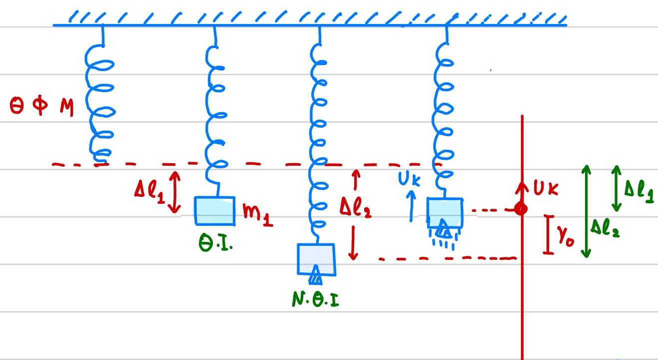
Δ3. Ισχύουν: $\left|\frac{\Delta p}{\Delta t}\right| = |\Sigma F| = |-Dy|$ και $\left|\frac{\Delta K}{\Delta t}\right| = |\Sigma F \cdot \upsilon| = |-(Dy)\cdot \upsilon|$

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας μηδενίζεται όταν $y=0$ ή όταν $\upsilon=0$.

Με δεδομένο ότι την $t=0$ το συσσωμάτωμα κινείται προς την πάνω ακραία θέση, για 3η φορά μηδενίζεται το $\frac{\Delta K}{\Delta t}$ στην κάτω ακραία θέση. Άρα: $\left|\frac{\Delta p}{\Delta t}\right| = KA$ (1)

(Μονάδα 1)

Ταλάντωση:



Θ.Ι. $\Sigma F = 0 \Rightarrow k\Delta\ell_1 = m_1 g \Rightarrow$

$100\,\Delta\ell_1 = 10 \Rightarrow \Delta\ell_1 = 0{,}1\,m$

Ν.Θ.Ι. $\Sigma F = 0 \Rightarrow k\Delta\ell_2 = (m_1 + m_2)g$

$100\,\Delta\ell_2 = 20 \Rightarrow \Delta\ell_2 = 0{,}2\,m$

Την $t=0$: $y_0 = \Delta\ell_2 - \Delta\ell_1 = 0{,}1\,m$

(Μοναδα 1)

Α.Δ.Ε.Τ. για $t=0$:

$$E_T = K_0 + U_0 \Rightarrow \cancel{\tfrac{1}{2}}kA^2 = \cancel{\tfrac{1}{2}}(m_1+m_2)\upsilon_K^2 + \cancel{\tfrac{1}{2}}ky_0^2 \Longrightarrow 100A^2 = 2\cdot 2^2 + 100\cdot 0{,}1^2 \Longrightarrow$$

$\Rightarrow A = 0{,}3\,m$ (Μονάδες 3)

Άρα: $\left|\frac{\Delta p}{\Delta t}\right| = kA = 100\cdot 0,3 \Rightarrow \left|\frac{\Delta p}{\Delta t}\right| = 30\ kg\cdot\frac{m}{s^2}$ (Μονάδες 1)

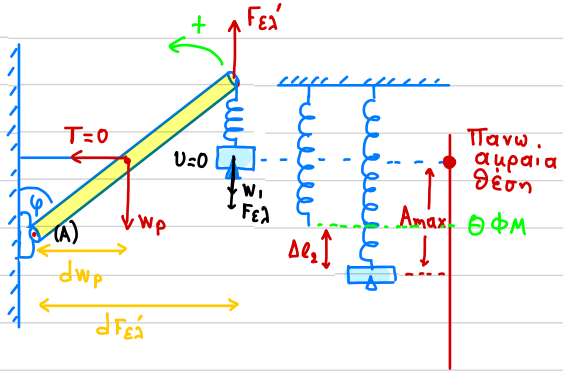
Δ4. Ισχύει: $U_{ελ} = \frac{1}{2}k\Delta\ell^2$, όπου $\Delta\ell$ η απόσταση από ΘΦΜ.
(Μονάδα 1)

Μέγιστη δυναμική ενέργεια έχει το ελατήριο, όταν το συσσωμάτωμα βρίσκεται στην κάτω ακραία θέση.

Άρα: $U_{ελ,max} = \underbrace{\frac{1}{2}k(\Delta\ell_2 + A)^2}_{\text{Μονάδες 2}} = \frac{1}{2}\cdot 100\cdot(0,2+0,3)^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow U_{ελ,max} = 12,5\ J$ (Μονάδα 1)

Δ5.



Ισορροπία δοκού:

$\Sigma\tau_{(A)} = 0 \xrightarrow{T=0}$

$\Rightarrow F_{ελ}'\cdot ημφ\cdot\cancel{\ell} - w_p\, ημφ\cdot\frac{\cancel{\ell}}{2} = 0$

$\Rightarrow F_{ελ}'\cdot 0,6 - 50\cdot 0,6\cdot\frac{1}{2} = 0$

$\Rightarrow F_{ελ}' = 25N$ (Μονάδες 2)

Στη θέση όπου T=0 θα πρέπει το συσσωμάτωμα να σταματά να κινείται.

Άρα: $F_{ελ}' = F_{ελ} = k(A_{max} - \Delta\ell_2) \Rightarrow 25 = 100(A_{max} - 0,2) \Rightarrow A_{max} = 0,45\,m$

(Μονάδες 3)