Διαγώνισμα *Γ Τάξης Ενιαίου Λυκείου*

Κρούσεις - Μηχανική Στερεού Σώματος

Σύνολο Σελίδων: εννέα (9) - Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

Κυριακή 10 Σεπτεμβρίου 2023

Ονοματεπώνυμο: **#frontistiri**

Θέμα Α

A.1 → (β)

A.2 → (α)

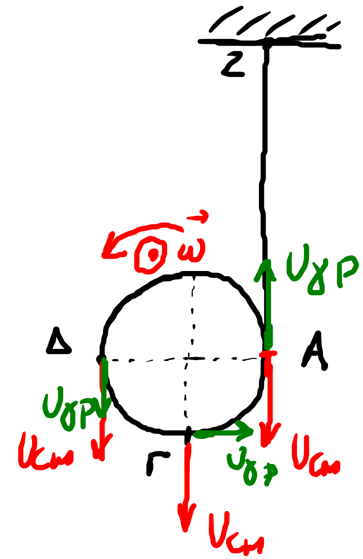
A.3 → (δ)

A.4 → (δ)

A.5 → Λ, Σ, Σ, Σ, Λ

$\boxed{B.1}$ → (α)

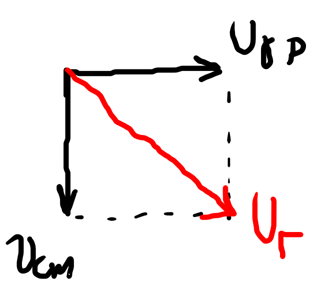
ο δίσκος εκτελεί σύνθετη κίνηση, άρα για κάθε σημείο $\vec{U} = \vec{U}_{περ} + \vec{U}_{μετ}$



$U_{περ} = U_{γρ}$, $\quad U_{μετ} = U_{cm}$

$$U_A = U_2 = 0 \Rightarrow U_{cm} - U_{γρ} = 0 \Rightarrow U_{cm} = ω \cdot R$$ (το νήμα είναι στερεωμένο)

$$U_Δ = U_{cm} + U_{γρ} = U_{cm} + ωR \Rightarrow \underline{U_Δ = 2U_{cm}}$$



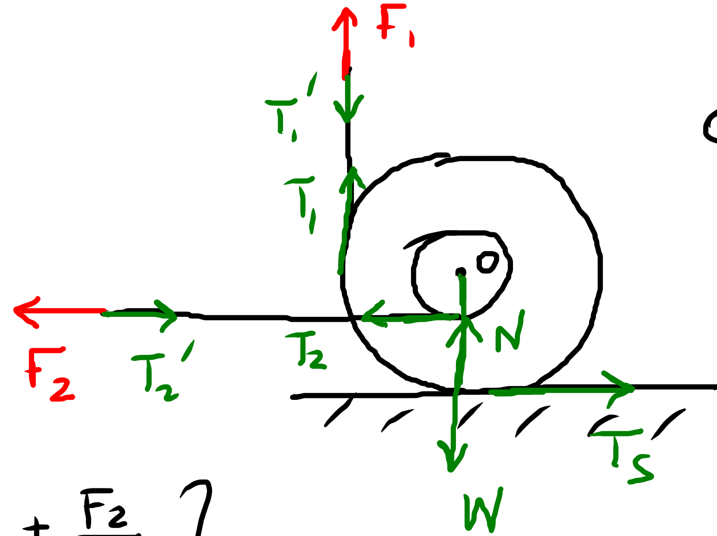
$$U_Γ = \sqrt{U_{cm}^2 + U_{γρ}^2} = \sqrt{U_{cm}^2 + (ωR)^2} = \sqrt{U_{cm}^2 + U_{cm}^2}$$

$$\Rightarrow \underline{U_Γ = \sqrt{2}\, U_{cm}}$$

Άρα $\dfrac{U_Γ}{U_Δ} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\boxed{B.2}$ → (β)

Το στερεό ισορροπεί



αβαρές νήμα

$F_1 = T_1 = T_1'$

$F_2 = T_2 = T_2'$

$$\Sigma \tau_{(O)} = 0 \Rightarrow T_s R - T_1 R - T_2 \frac{R}{2} = 0$$

$$\Rightarrow T_s = T_1 + \frac{T_2}{2} \Rightarrow T_s = F_1 + \frac{F_2}{2}$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_s = T_2 \Rightarrow T_s = F_2$$

$$F_2 = F_1 + \frac{F_2}{2} \Rightarrow \underline{F_1 = \frac{F_2}{2}}$$

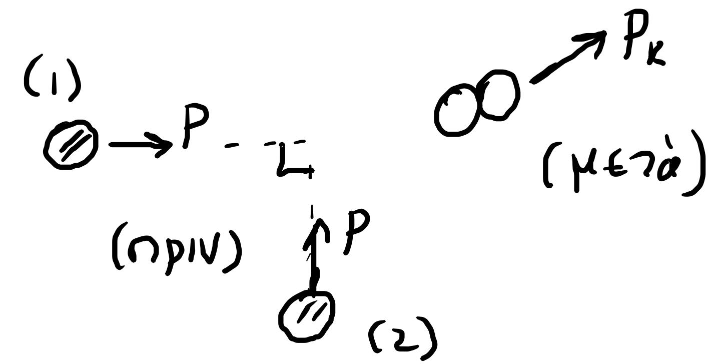
$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T_1 + N = W \Rightarrow N = W - F_1 = W - \frac{W}{4} \Rightarrow \underline{N = \frac{3W}{4}}$$

πρέπει για να μην ολισθαίνει

$$T_s \le T_{s(max)} \Rightarrow T_s \le \mu_s N \Rightarrow 2F_1 \le \mu_s N \Rightarrow 2\frac{W}{4} \le \mu_s \frac{3W}{4}$$

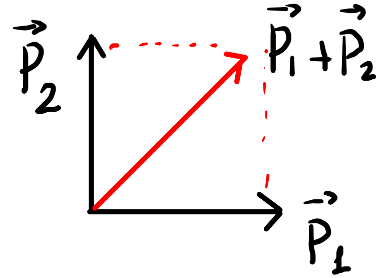
$$\Rightarrow \mu_s \ge \frac{2}{3}$$ οριακά $\underline{\mu_s = \frac{2}{3}}$

B.3 → (β)



Από την Α.Δ.Ο.

$$\vec{p}^{\,\text{πριν}}_{\text{ολ}} = \vec{p}^{\,\text{μετά}}_{\text{ολ}} \Rightarrow \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_\kappa$$



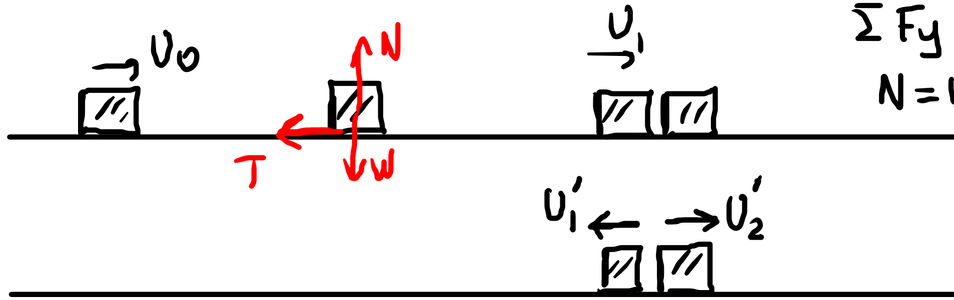
$$\Rightarrow \sqrt{p^2 + p^2} = p_\kappa \Rightarrow \underline{p_\kappa = p\sqrt{2}}$$

$$K^{\text{πριν}}_{\text{ολ}} = K_1 + K_2 = \frac{p^2}{2m} + \frac{p^2}{2m} \Rightarrow K^{\text{πριν}}_{\text{ολ}} = 2\,\frac{p^2}{2m}$$

$$K^{\text{μετά}}_{\text{ολ}} = K = \frac{p_\kappa^2}{2\,(2m)} = \frac{(p\sqrt{2})^2}{4m} \Rightarrow K^{\text{μετά}}_{\text{ολ}} = \frac{p^2}{2m}$$

$$K^{\text{πριν}}_{\text{ολ}} - K^{\text{μετά}}_{\text{ολ}} = 2\,\frac{p^2}{2m} - \frac{p^2}{2m} = \frac{p^2}{2m}$$

Θέμα Γ



$\Sigma F_y = 0$

$N = w \quad , T = \mu N$

Γ.1

Για την κρούση που είναι κεντρική και ελαστική ισχύει

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 \Rightarrow v_1' = \frac{m_1 - 3m_1}{m_1 + 3m_1} v_1$$

$$-2 = -\frac{v_1}{2} \Rightarrow \underline{v_1 = 4\,m/s}$$

ΘΜΚΕ για το Σ_1 πριν την κρούση

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow K_1 - K_0 = W_T + W_N + W_w$$

$$\frac{1}{2}m_1 v_1^2 - \frac{1}{2}m_1 v_0^2 = -\mu m_1 g \cdot d$$

$$\Rightarrow v_1^2 - v_0^2 = -2\mu g d$$

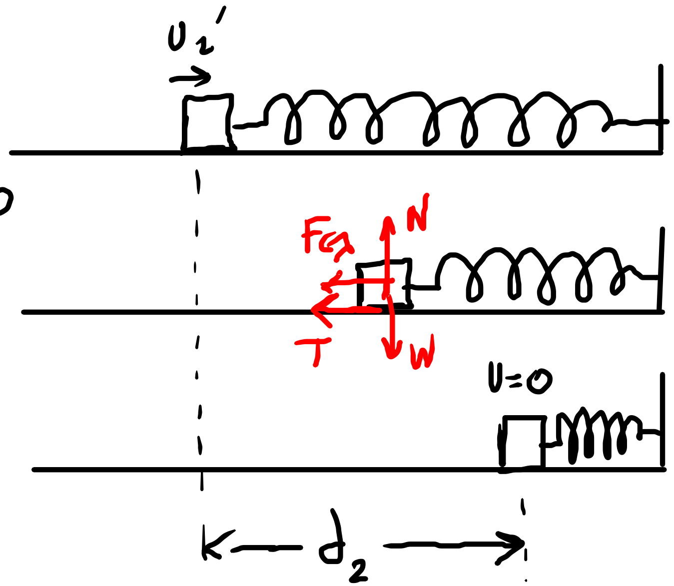
$$\Rightarrow \underline{v_0 = 6\,m/s}$$

Γ.2

$$v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot v_1 \Rightarrow v_2' = 2\,m/s$$

$$\Pi\% = \frac{K_2'}{K_1} \cdot 100\% = \frac{\frac{1}{2} m_2 v_2'^2}{\frac{1}{2} m_1 v_1^2} \cdot 100\% \Rightarrow \underline{\Pi\% = 75\%}$$

Γ.3



$\Sigma F_y = 0$

$N = m_2 g$

$T = \mu N$

Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ

$$\Delta K = W_N + W_w + W_{F_{ελ}} + W_T$$

$$0 - \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 = -\mu m_2 g d_2 + 0 - \frac{1}{2} k d_2^2$$

$$\Rightarrow -\frac{3}{2} 4 = -0{,}5 \cdot 3 \cdot 10 \, d_2 - \frac{1}{2} 150 \cdot d_2^2$$

$$\Rightarrow 25 d_2^2 + 5 d_2 - 2 = 0$$

$$d_2 = 0{,}2\,m = \Delta \ell_{max}$$

Γ.4

$$\frac{\Delta P}{\Delta t} = \Sigma F = -F_{ελ} = -k \cdot \Delta l_{max}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta P}{\Delta t} = -30\, kg \cdot m/s^2$$

Γ.5

Για την κρούση εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο.

$$\vec{P}_{ολ}^{\,πριν} = \vec{P}_{ολ}^{\,μετά} \Rightarrow m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v_K \Rightarrow v_K = 1\, m/s$$

$$Q_{\theta} = Q_{\tau\rho\iota\beta\acute{\eta}\varsigma} + Q_{\kappa\rho o\acute{\upsilon}\sigma\eta\varsigma}$$

$$Q_{\tau\rho\iota\beta\acute{\eta}\varsigma} = |W_T| = |-\mu \cdot m_1 g \cdot d| \Rightarrow Q_{\tau\rho\iota\beta\acute{\eta}\varsigma} = 10\,J$$

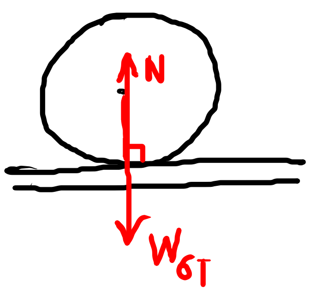
$$, \quad Q_{\kappa\rho o\acute{\upsilon}\sigma\eta\varsigma} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{1}{2}(m_1+m_2) v_K^2$$

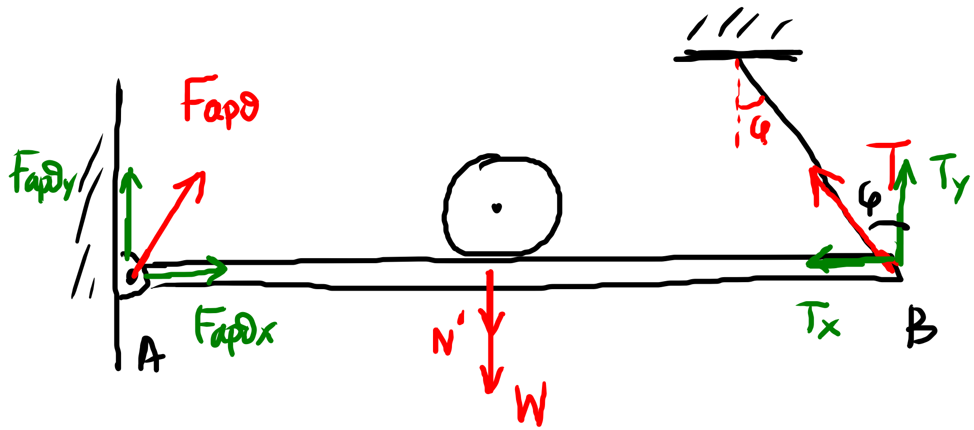
$$Q_{\kappa\rho o\acute{\upsilon}\sigma\eta\varsigma} = 6\,J$$

Άρα $\underline{Q_{\theta} = 16\,J}$

Θέμα Δ

Δ.1





η στεφάνη ισορροπεί $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = W_{\sigma\tau} = m_1 g$

$\underline{N' = N}$

η ράβδος ισορροπεί $\Big\}$ $\Sigma\tau_{(A)} = 0 \Rightarrow -mg\frac{L}{2} - N'\cdot\frac{L}{2} + T_y L = 0$

$$\Rightarrow T_y = \frac{mg}{2} + \frac{m_1 g}{2} \Rightarrow T\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{m+m_1}{2}\cdot g \Rightarrow \underline{T = 10\,N}$$

$\boxed{\Delta.2}$ Έστω ότι το τοποθετούμε σε απόσταση x από το άκρο A και ισορροπεί:

Άρα $\Sigma\tau_{(A)} = 0 \Rightarrow -mg\frac{L}{2} - N'\cdot x + T_y L = 0$

$$\Rightarrow T = \frac{mg\cdot\frac{L}{2} + m_1 g\cdot x}{\sigma\upsilon\nu\varphi} \Rightarrow \underline{T = 9 + 2x \quad (SI)}$$

Το νήμα δεν σπάει όσο $T \le T_{\theta\rho}$

άρα $9 + 2x \le 10{,}5 \Rightarrow \underline{x \le 0{,}75\,m}$

Άρα όταν απέχει 0,25 m από το άκρο B το νήμα οριακά σπάει.

$\boxed{\Delta.3}$ η τάση ως συνάρτηση της απόστασης x από το άκρο Γ είναι

$$T = 9 + 2\,(x + (A\Gamma))$$

$T \le 10{,}5$

$10 + 2x \le 10{,}5$

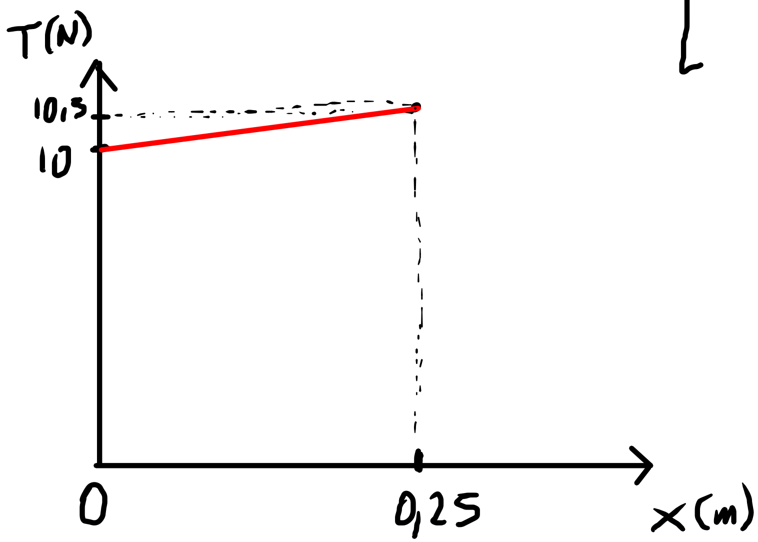
$2x \le 0{,}5$

$x \le 0{,}25\,m$

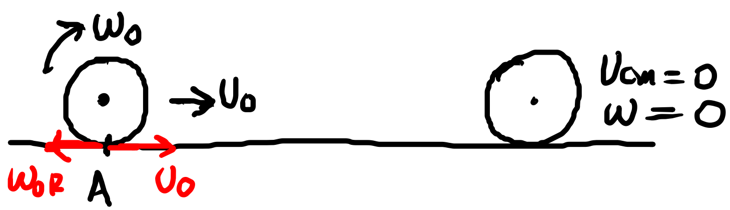
* Από το Δ.2

$x \rightarrow x + (A\Gamma)$

$$\left[\begin{array}{c} T = 10 + 2x \quad (SI) \\ 0 \le x \le 0{,}25\,m \end{array}\right]$$



$\boxed{\Delta.4}$



Σταματάει όταν $\upsilon_{cm} = 0$

$\upsilon_{cm} = \upsilon_0 - a_{cm}\Delta t = 0$

$\Rightarrow \upsilon_0 = 0{,}25\,m/s$

Κ.Χ.Ο $\Rightarrow \upsilon_A = 0 \Rightarrow \upsilon_0 - \omega_0 R = 0 \Rightarrow \underline{\omega_0 = 2{,}5\,r/s}$

$$\Delta\theta = \omega_0 \Delta t - \frac{1}{2} a_{\gamma\omega\nu} \Delta t^2 \quad , \qquad a_{cm} = \frac{dv_{cm}}{dt} = R \cdot \frac{d\omega}{dt} = R \cdot a_{\gamma\omega\nu}$$

$$\Delta\theta = 2{,}5 \cdot 1 - \frac{1}{2} 2{,}5 \cdot 1^2 \qquad \Longrightarrow \quad a_{\gamma\omega\nu} = 2{,}5 \, r/s^2$$

$$\Delta\theta = 1{,}25 \, rad = N \cdot 2\pi$$

$$\Longrightarrow \underline{N = \frac{1{,}25}{2\pi} \text{ στροφ}}$$