

ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

2^ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ (ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8) - ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1α. δ A1β. α

A2α. δ A2β. β

A3α. γ A3β. δ

A4α. α A4β. β

A5. α.Σ, β.Λ, γ.Λ, δ.Σ, ε.Λ

ΘΕΜΑ Β

B1. Σωστή απάντηση είναι η (γ).

Το νέο μήκος κύματος αιχμής διαφέρει κατά $3\lambda_{1\max}/4$ από το αρχικό, άρα θα είναι $\lambda_{2\max} = \lambda_{1\max} \pm \frac{3\lambda_{1\max}}{4}$. Αρχικά, σε θερμοκρασία T_1 το μήκος κύματος αιχμής, $\lambda_{1\max}$, της εκπεμπόμενης θερμικής ακτινοβολίας του μέλανος σώματος, βρίσκεται στην περιοχή του ορατού. Για να βρίσκεται μετά τη μεταβολή της θερμοκρασίας, το νέο μήκος κύματος αιχμής στην περιοχή του υπεριώδους, πρέπει η ακτινοβολία να έχει μεγαλύτερη ενέργεια και μικρότερο μήκος κύματος. Άρα, θα είναι

$$\lambda_{2\max} = \lambda_{1\max} - \frac{3\lambda_{1\max}}{4} = \frac{\lambda_{1\max}}{4}$$

Ο νόμος του Wien για την ακτινοβολία του μέλανος σώματος δίνει τη σχέση που συνδέει την απόλυτη θερμοκρασία του, T , με το μήκος κύματος αιχμής $\lambda_{\max}$, που αντιστοιχεί στη μέγιστη ένταση ακτινοβολίας του. Είναι $\lambda_{\max} T = \text{σταθ.}$ και τον εφαρμόζουμε για τις δύο θερμοκρασίες

$$\lambda_{1\max} T_1 = \lambda_{2\max} T_2 = \text{σταθ.} \quad \text{ή} \quad \lambda_{1\max} T_1 = \frac{\lambda_{1\max}}{4} T_2 \Rightarrow T_2 = 4T_1$$

$$\text{Η \% μεταβολή στη θερμοκρασία του σώματος είναι } \pi\% = \frac{T_2 - T_1}{T_1} 100\% = \frac{4T_1 - T_1}{T_1} 100\% = 300\%.$$

B2. Σωστή απάντηση είναι η (α).

Η φωτοηλεκτρική εξίσωση του Einstein, δηλαδή η αρχή διατήρησης της ενέργειας, δίνει για την πρώτη περίπτωση το έργο εξαγωγής, ϕ

$$K_{e,1} = E_{\phi,1} - \phi \Rightarrow 0,1E_{\phi,1} = E_{\phi,1} - \phi \Rightarrow \phi = 0,9E_{\phi,1}$$

και για τη δεύτερη περίπτωση την κινητική ενέργεια των ηλεκτρονίων

$$K_{e,2} = E_{\varphi,2} - \varphi = hf_2 - 0,9E_{\varphi,1} \Rightarrow K_{e,2} = \frac{hc}{\lambda_2} - 0,9E_{\varphi,1} = \frac{hc}{\frac{5\lambda_1}{17}} - 0,9E_{\varphi,1} \Rightarrow K_{e,2} = \frac{17}{5} \frac{hc}{\lambda_1} - 0,9E_{\varphi,1} \Rightarrow$$

$$K_{e,2} = 3,4E_{\varphi,1} - 0,9E_{\varphi,1} \Rightarrow K_{e,2} = 2,5E_{\varphi,1}$$

Η ορμή των ηλεκτρονίων συνδέεται με την κινητική τους ενέργεια με τη σχέση που προκύπτει από το σύστημα των εξισώσεων

$$p = m \cdot v \Rightarrow v = \frac{p}{m}$$

$$K = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \Rightarrow K = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow p = \sqrt{2mK}$$

Τελικά ο λόγος p_1/p_2 της ορμής των ηλεκτρονίων στις δύο περιπτώσεις αντίστοιχα είναι

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{\sqrt{2mK_{e,1}}}{\sqrt{2mK_{e,2}}} = \sqrt{\frac{0,1E_{\varphi,1}}{2,5E_{\varphi,1}}} = \frac{1}{5}$$

B3. Σωστή απάντηση είναι η (γ).

Η κινητική ενέργεια των ανακρουόμενων ηλεκτρονίων, σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας για τη σκέδαση, είναι

$$K_e = E_{\varphi} - E_{\varphi}' = hf - hf' = h \frac{c}{\lambda} - h \frac{c}{\lambda'} \quad (1)$$

Η μέγιστη μεταβολή του μήκους κύματος της σκεδαζόμενης δέσμης σε σχέση με το μήκος κύματος της προσπίπτουσας δέσμης, παρατηρείται σύμφωνα με τη σχέση $\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\varphi)$ για γωνία $\varphi=180^\circ$, με $\cos\varphi=-1$ και τότε το μήκος κύματος της σκεδαζόμενης δέσμης είναι

$$\lambda'_{\max} - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\varphi) = \frac{2h}{mc} \Rightarrow \lambda'_{\max} = \lambda + \frac{2h}{mc} \quad (2)$$

Το μέτρο της ορμής των φωτονίων μετά τη σκέδαση είναι το μισό από το μέτρο της αρχικής ορμής των φωτονίων, άρα για τα δύο μήκη κύματος και με τη χρήση της σχέσης (2) ισχύει

$$p_2 = \frac{p_1}{2} \Rightarrow \frac{h}{\lambda'_{\max}} = \frac{h}{2\lambda} \Rightarrow \lambda'_{\max} = 2\lambda \xrightarrow{(2)} \lambda + \frac{2h}{mc} = 2\lambda \Rightarrow \lambda = \frac{2h}{mc}$$

και από τη σχέση (2)

$$\lambda'_{\max} = \lambda + \frac{2h}{mc} \Rightarrow \lambda'_{\max} = \frac{4h}{mc}$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (1) προκύπτει η μέγιστη δυνατή κινητική ενέργεια των ανακρουόμενων ηλεκτρονίων

$$K_e = h \frac{c}{\lambda} - h \frac{c}{\lambda'_{\max}} = h \frac{c}{\lambda} - h \frac{c}{2\lambda} \Rightarrow K_e = h \frac{c}{2\lambda} = h \frac{c}{2 \frac{2h}{mc}} \Rightarrow K_e = \frac{mc^2}{4}$$

B4. Σωστή απάντηση είναι η (β).

Η αρχή της απροσδιοριστίας που συνδέει την αβεβαιότητα της τιμής της ορμής και της θέσης στον άξονα x'x είναι $\Delta p_x \cdot \Delta x \geq \frac{h}{2\pi}$, άρα για την ελάχιστη αβεβαιότητα στη γνώση της ορμής της μπάλας ισχύει η ισότητα της προηγούμενης σχέσης

$$\Delta p_{\min} \cdot \Delta x = \frac{h}{2\pi} \quad (1)$$

Η αβεβαιότητα στη θέση της μπάλας είναι ίση με το μισό του μήκους κύματος de Broglie, που αντιστοιχεί στην κίνησή της, άρα

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2} = \frac{h}{2p} \quad (2)$$

Η ορμή των ηλεκτρονίων συνδέεται με την κινητική τους ενέργεια με τη σχέση που προκύπτει από το σύστημα των εξισώσεων

$$p = m \cdot v \Rightarrow v = \frac{p}{m}$$

$$K = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \Rightarrow K = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow p = \sqrt{2mK} \quad (3)$$

και συνδυασμένες οι σχέσεις (1), (2) και (3) δίνουν

$$\Delta p_{\min} \cdot \Delta x = \frac{h}{2\pi} \Rightarrow \Delta p_{\min} \cdot \frac{h}{2p} = \frac{h}{2\pi} \Rightarrow \Delta p_{\min} = \frac{p}{\pi} = \frac{\sqrt{2mK}}{\pi}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Η συχνότητα κατωφλίου f_0 και το έργο εξαγωγής φ συνδέονται με τη σχέση $f_0 = \frac{\varphi}{h} \Rightarrow \varphi = hf_0$

Η φωτοηλεκτρική εξίσωση του Einstein, δηλαδή η αρχή διατήρησης της ενέργειας, δίνει τη συχνότητα κατωφλίου του μετάλλου της καθόδου

$$K_{e,\max} = E_{\varphi} - \varphi = hf - \varphi = h \frac{c}{\lambda} - hf_0 \Rightarrow f_0 = \frac{c}{\lambda} - \frac{K_{e,\max}}{h} = \frac{c}{\lambda} - \frac{m_e v_1^2}{2h} \Rightarrow$$

$$f_0 = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2,2 \cdot 10^{-7} \text{m}} - \frac{9 \cdot 10^{-31} \text{kg} \cdot \left(10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 6,6 \cdot 10^{-34} \text{Js}} \Rightarrow f_0 = \frac{15}{22} \cdot 10^{15} \text{Hz}$$

Γ2. Η τάση της πηγής έχει τέτοια πολικότητα, ώστε να επιταχύνει τα ηλεκτρόνια. Το ΘΜΚΕ για την επιταχυνόμενη κίνηση των ηλεκτρονίων, συνδέει την τελική κινητική τους ενέργεια $K_{\text{τελ}}$, όταν φτάνουν στην άνοδο, μετά την επιτάχυνσή τους από διαφορά δυναμικού μεταξύ ανόδου - καθόδου V , με την ενέργεια $W_{\text{Fηλ}}$ που προσλαμβάνουν από το πεδίο. Έτσι προκύπτει η διαφορά δυναμικού μεταξύ ανόδου - καθόδου V

$$\begin{aligned} K_{\text{τελ}} - K_{\text{e,max}} &= W_{\text{Fηλ}} = (-e)V_{\text{καθ} \rightarrow \text{αν}} \Rightarrow \frac{m_e v_2^2}{2} - \frac{m_e v_1^2}{2} = -eV_{\text{καθ} \rightarrow \text{αν}} \Rightarrow \\ \frac{m_e (2v_1)^2}{2} - \frac{m_e v_1^2}{2} &= -eV_{\text{καθ} \rightarrow \text{αν}} \Rightarrow V_{\text{καθ} \rightarrow \text{αν}} = -\frac{3m_e v_1^2}{2e} \Rightarrow \\ V_{\text{καθ} \rightarrow \text{αν}} &= -\frac{3 \cdot 9 \cdot 10^{-31} \text{kg} \cdot \left(10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}} \Rightarrow V_{\text{καθ} \rightarrow \text{αν}} = -\frac{135}{16} \text{V} \Rightarrow V_{\text{αν} \rightarrow \text{καθ}} = \frac{135}{16} \text{V} \end{aligned}$$

Γ3. Η ένταση ακτινοβολίας δίνεται από τη σχέση $I = \frac{E_{\text{ολ}}}{t \cdot S} = \frac{Nhf}{t \cdot S} = \frac{N}{t} \frac{h}{S} f$

Για να διπλασιάσουμε την ένταση της ακτινοβολίας που προσπίπτει στην κάθοδο, διατηρώντας σταθερό τον αριθμό των φωτονίων που προσπίπτουν σε αυτήν ανά μονάδα χρόνου, θα διπλασιάσουμε τη συχνότητα της ακτινοβολίας, η οποία θα γίνει

$$f' = 2f = 2 \frac{c}{\lambda} = 2 \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2,2 \cdot 10^{-7} \text{m}} \Rightarrow f' = \frac{30}{11} \cdot 10^{15} \text{Hz}$$

Για την τάση αποκοπής V_0 , από το ΘΜΚΕ για την επιβραδυνόμενη κίνηση των ηλεκτρονίων, ισχύει

$$K_{\text{τελ}} - K'_{\text{e,max}} = W_{\text{Fηλ}} \Rightarrow 0 - K'_{\text{e,max}} = -eV_0 \Rightarrow K'_{\text{e,max}} = eV_0 \Rightarrow V_0 = \frac{K'_{\text{e,max}}}{e} \quad (1)$$

Η φωτοηλεκτρική εξίσωση του Einstein, δίνει τη νέα μέγιστη κινητική ενέργεια των ηλεκτρονίων

$$K'_{\text{e,max}} = hf' - hf_0 \quad (2)$$

$$K'_{\text{e,max}} = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{Js} \left(\frac{30}{11} \cdot 10^{15} \text{Hz} - \frac{15}{22} \cdot 10^{15} \text{Hz} \right) = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{Js} \cdot \frac{45}{22} \cdot 10^{15} \text{Hz} \Rightarrow K'_{\text{e,max}} = 13,5 \cdot 10^{-19} \text{J}$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (1) υπολογίζουμε την τάση αποκοπής

$$V_0 = \frac{K'_{e, \max}}{e} = \frac{13,5 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} \Rightarrow V_0 = \frac{135}{16} \text{ V}$$

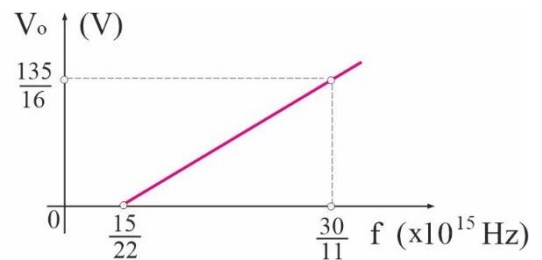
Γ4. Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει η συνάρτηση της τάσης αποκοπής σε συνάρτηση με τη συχνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας

$$V_0 = \frac{hf - hf_0}{e} = \frac{h}{e}f - \frac{hf_0}{e} \quad \mu\epsilon \quad f \geq f_0$$

$$V_0 = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} f - \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot \frac{15}{22} \cdot 10^{15} \text{ Hz}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}}$$

$$V_0 = \frac{33 \cdot 10^{-15}}{8} f - \frac{45}{16} \quad (\text{S.I}) \quad \mu\epsilon \quad f \geq \frac{15}{22} \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

Το γράφημα της συνάρτησης, που φαίνεται στο σχήμα, είναι ευθεία, που για να τη χαράξουμε χρειαζόμαστε δύο σημεία. Το ένα προκύπτει από το προηγούμενο ερώτημα και είναι το $(\frac{30}{11} \cdot 10^{15} \text{ Hz}, \frac{135}{16} \text{ V})$. Το δεύτερο σημείο είναι το σημείο τομής με τον άξονα της συχνότητας, δηλαδή όταν μηδενίζεται η τάση αποκοπής. Έτσι προκύπτει το σημείο $(\frac{15}{22} \cdot 10^{15} \text{ Hz}, 0 \text{ V})$, που αντιστοιχεί στη



συχνότητα κατωφλίου, στην οποία τα εξερχόμενα ηλεκτρόνια δεν έχουν κινητική ενέργεια και δεν απαιτείται τάση αποκοπής για να διακοπεί το ηλεκτρικό ρεύμα.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Η συχνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας θα υπολογιστεί από την ένταση ακτινοβολίας

$$I = \frac{E_{\text{ολ}}}{t \cdot S} = \frac{Nhf}{t \cdot S} \Rightarrow f = \frac{IS}{\frac{N}{t}h} = \frac{33 \cdot 10^{-3} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cdot 10^{-4} \text{ m}^2}{10^8 \frac{\text{phot}}{\text{s}} \cdot 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js}} \Rightarrow f = 5 \cdot 10^{19} \text{ Hz}$$

Από τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής υπολογίζουμε το μήκος κύματος της προσπίπτουσας ακτινοβολίας

$$c = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{5 \cdot 10^{19} \text{ Hz}} \Rightarrow \lambda = 6 \cdot 10^{-12} \text{ m} = 6 \text{ pm}$$

Δ2. Από τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής υπολογίζουμε το μήκος κύματος της σκεδαζόμενης ακτινοβολίας

$$c = \lambda' f' \Rightarrow \lambda' = \frac{c}{f'} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{\frac{15}{36} \cdot 10^{20} \text{ Hz}} \Rightarrow \lambda' = 7,2 \cdot 10^{-12} \text{ m} = 7,2 \text{ pm}$$

Τη γωνία φ που σχηματίζουν οι δέσμες των φωτονίων πριν και μετά τη σκέδαση θα την υπολογίσουμε από τη σχέση του φαινομένου Compton

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \varphi) \Rightarrow 7,2 \cdot 10^{-12} \text{ m} - 6 \cdot 10^{-12} \text{ m} = 2,4 \cdot 10^{-12} \text{ m} (1 - \cos \varphi) \Rightarrow$$

$$1,2 \cdot 10^{-12} \text{ m} = 2,4 \cdot 10^{-12} \text{ m} (1 - \cos \varphi) \Rightarrow \cos \varphi = 0,5 \Rightarrow \varphi = 60^\circ$$

Δ3. Η κινητική ενέργεια κάθε ηλεκτρονίου προκύπτει από την αρχή διατήρησης της ενέργειας για τη σκέδαση του φωτονίου με το ηλεκτρόνιο και είναι

$$K_e = E_\varphi - E_\varphi' = hf - hf' = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \left(5 \cdot 10^{19} \text{ Hz} - \frac{150}{36} \cdot 10^{19} \text{ Hz} \right) \Rightarrow K_e = 5,5 \cdot 10^{-15} \text{ J}$$

Δ4. Για τη σκέδαση του φωτονίου με το ηλεκτρόνιο ισχύει η ΑΔΟ και γενικά, $\vec{p} = \vec{p}_e + \vec{p}'$ και ανά άξονα.

Στον άξονα x:

$$p = p_{e,x} + p'_x \Rightarrow$$

$$p_{e,x} = p - p'_x = \frac{h}{\lambda} - \frac{h}{\lambda'} \cos \varphi \Rightarrow$$

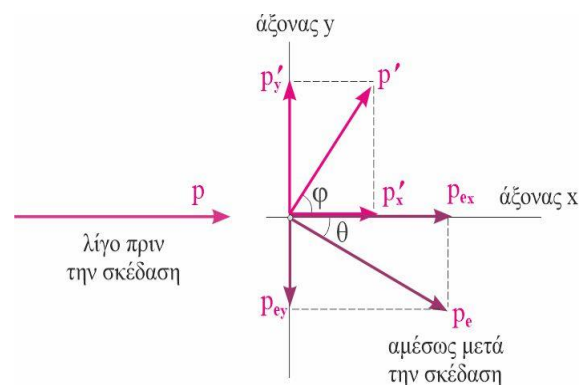
$$p_{e,x} = h \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \cos \varphi \right) = h \frac{\lambda' - \lambda \cos \varphi}{\lambda \lambda'}$$

$$p_{e,x} = p_e \cos \theta = h \frac{\lambda' - \lambda \cos \varphi}{\lambda \lambda'} \quad (1)$$

Στον άξονα y:

$$0 = p_{e,y} - p'_y \Rightarrow p_{e,y} = p'_y = \frac{h}{\lambda'} \sin \varphi \Rightarrow$$

$$p_{e,y} = p_e \sin \theta = \frac{h}{\lambda'} \sin \varphi \quad (2)$$



Διαιρώντας τις σχέσεις (2) και (1) κατά μέλη προκύπτει η εφαπτομένη της γωνίας θ που σχηματίζει η δέσμη των ανακρουόμενων ηλεκτρονίων με τη διεύθυνση της προσπίπτουσας ακτινοβολίας

$$\frac{p_{e,y}}{p_{e,x}} = \frac{p_e \eta \mu \theta}{p_e \sigma \nu \theta} = \frac{\frac{h}{\lambda'} \eta \mu 60^\circ}{h \frac{\lambda' - \lambda \sigma \nu 60^\circ}{\lambda \lambda'}} \Rightarrow \epsilon \phi \theta = \frac{\lambda \eta \mu 60^\circ}{\lambda' - \lambda \sigma \nu 60^\circ} \Rightarrow$$

$$\epsilon \phi \theta = \frac{6 \text{ pm} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{7,2 \text{ pm} - 6 \text{ pm} \cdot \frac{1}{2}} \Rightarrow \epsilon \phi \theta = \frac{5}{7} \sqrt{3}$$

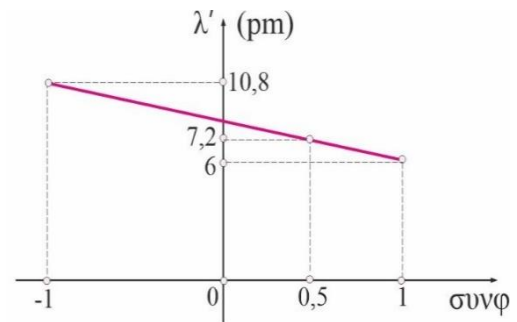
Δ5. Από τη σχέση του φαινομένου Compton προκύπτει η συνάρτηση του μήκους κύματος της σκεδαζόμενης δέσμης σε σχέση με το συνφ, όπου φ η γωνία μεταξύ της σκεδαζόμενης και της προσπίπτουσας ακτινοβολίας

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \sigma \nu \phi) \Rightarrow \lambda' = \lambda + \frac{h}{mc} - \frac{h}{mc} \sigma \nu \phi \Rightarrow$$

$$\lambda' = 6 \cdot 10^{-12} \text{ m} + 2,4 \cdot 10^{-12} \text{ m} - 2,4 \cdot 10^{-12} \text{ m} \cdot \sigma \nu \phi \Rightarrow$$

$$\lambda' = 8,4 \text{ pm} - 2,4 \text{ pm} \cdot \sigma \nu \phi$$

Το γράφημα της συνάρτησης, που δείχνεται στο σχήμα, είναι ευθεία, που για να τη χαράξουμε χρειαζόμαστε δύο σημεία. Για $\phi=0$ και $\sigma \nu \phi=1$ έχουμε την τιμή $\lambda'=\lambda=6 \text{ pm}$ και για $\phi=60^\circ$ και $\sigma \nu \phi=0,5$ έχουμε την τιμή $\lambda'=7,2 \text{ pm}$. Η μέγιστη τιμή για το μήκος κύματος της σκεδαζόμενης δέσμης προκύπτει όταν μετά τη σκέδαση τα φωτόνια κινούνται σε αντίθετη κατεύθυνση από αυτή της προσπίπτουσας ακτινοβολίας. Τότε $\phi=180^\circ$, $\sigma \nu \phi=-1$ και έχουμε την τιμή $\lambda'=10,8 \text{ pm}$.



Η εκπόνηση του διαγωνίσματος έγινε με τη βοήθεια Εθελοντών Εκπαιδευτικών:

Τα θέματα επιμελήθηκαν οι Βανταράκης Θάνος, Γκιοκάς Κώστας, Μπετσάκος Παναγιώτης και Πασσαλίδης Δημοσθένης, Φυσικοί.

Ο επιστημονικός έλεγχος πραγματοποιήθηκε από τον Παλόγο Αντώνιο, Φυσικό.