ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

2ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ (ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6) - ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1α. γ **Α1β.** β

Α2α. γ **Α2β.** β

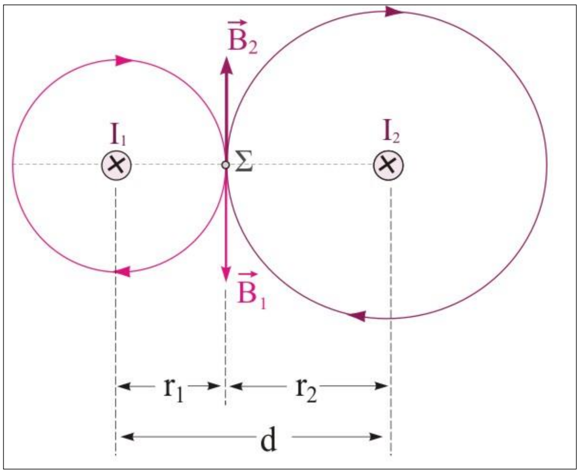
Α3α. α **Α3β.** β

Α4α. γ **Α4β.** δ

Α5. Σ, Λ, Σ, Λ, Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή απάντηση είναι η (**γ**).



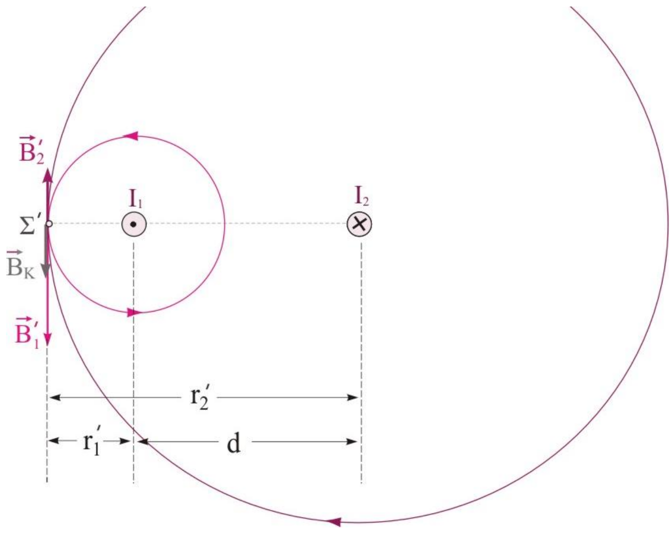
Έστω ένα επίπεδο κάθετο στους δύο αγωγούς. Πάνω στο επίπεδο φαίνονται οι κυκλικές διατομές των αγωγών με σημειωμένη τη φορά των ηλεκτρικών ρευμάτων. Όταν τα ηλεκτρικά ρεύματα είναι ομόρροπα, το σημείο Σ, όπου η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι μηδέν, βρίσκεται πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα κέντρα των δύο διατομών. Το σημείο Σ απέχει από τον πρώτο αγωγό απόσταση r_1 τέτοια ώστε

$$B_1 = B_2 \Rightarrow \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1}{r_1} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_2}{r_2} \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{I_1}{I_2} \qquad (1)$$

Αν η απόσταση μεταξύ των αγωγών είναι d, τότε

$r_1 + r_2 = d$ και με εφαρμογή της ιδιότητας αναλογιών παίρνουμε

$$\frac{r_1}{r_1 + r_2} = \frac{I_1}{I_1 + I_2} \Rightarrow r_1 = d \cdot \frac{I_1}{I_1 + I_2}$$



Όταν τα ηλεκτρικά ρεύματα είναι αντίρροπα το σημείο Σ', όπου η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι μηδέν, βρίσκεται πάνω στην ευθεία που περνάει από τα κέντρα των δύο διατομών και είναι εκτός του ευθύγραμμου τμήματος που ενώνει τα δύο κέντρα και προς την πλευρά του ρεύματος μικρότερης έντασης. Το σημείο Σ΄ απέχει από τον πρώτο αγωγό απόσταση r_1' τέτοια ώστε

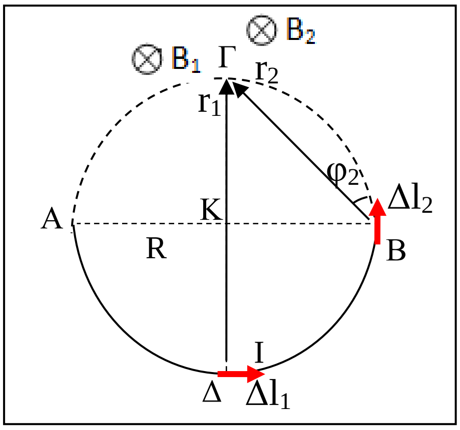
$$B_1' = B_2' \Rightarrow \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1}{r_1'} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_2}{r_2'} \Rightarrow \frac{r_1'}{r_2'} = \frac{I_1}{I_2} \Rightarrow \frac{r_1'}{r_2' - r_1'} = \frac{I_1}{I_2 - I_1} \Rightarrow \frac{r_1'}{d} = \frac{I_1}{I_2 - I_1} \Rightarrow r_1' = d\cdot\frac{I_1}{I_2 - I_1} \quad (2)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε

$$\frac{r_1}{r_1'} = \frac{d\cdot\frac{I_1}{I_1+I_2}}{d\cdot\frac{I_1}{I_2-I_1}} \Rightarrow \frac{r_1}{r_1'} = \frac{I_2-I_1}{I_2+I_1}$$

Β2. Σωστή απάντηση είναι η (**α**).

Τα μέτρο των εντάσεων των μαγνητικών πεδίων, B_1 και B_2, αντίστοιχα, που δημιουργούν τα στοιχειώδη τμήματα Δl_1 και Δl_2, στο σημείο Γ, δίνονται από τον νόμο Biot-Savart και είναι



$$B_1 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\cdot\Delta l_1}{r_1^2}\eta\mu 90^o = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\cdot\Delta l_1}{(2R)^2}\eta\mu 90^o = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\cdot\Delta l_1}{4R^2} \quad (1)$$

$$B_2 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\cdot\Delta l_2}{r_2^2}\eta\mu\varphi_2$$

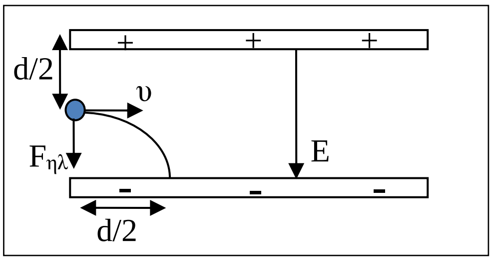
Το τρίγωνο ΚΒΓ είναι ισοσκελές και κατά συνέπεια η γωνία $\varphi_2=45^o$, οπότε έχουμε

$$B_2 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\cdot\Delta l_2}{(R^2+R^2)}\eta\mu 45^o \Rightarrow B_2 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\cdot\Delta l_2}{2R^2}\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (2)$$

Διαιρώντας τις σχέσεις (1) και (2) κατά μέλη και επειδή $\Delta l_1=\Delta l_2$, προκύπτει

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\cdot\Delta l_1}{4R^2}}{\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\cdot\Delta l_2}{2R^2}\frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow \frac{B_1}{B_2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Β3. Σωστή απάντηση είναι η (**β**).



Στην πρώτη περίπτωση είναι μηδενισμένη η ένταση του μαγνητικού πεδίου, άρα υπάρχει μόνο το ηλεκτρικό πεδίο, που ασκεί σταθερή δύναμη, $F_{\eta\lambda}=Eq$, στα πρωτόνια, που είναι θετικά φορτισμένα και τα αναγκάζει να εκτελέσουν οριζόντια βολή μέχρι να προσπέσουν στην κάτω αρνητική πλάκα. Η επιτάχυνσή τους είναι

$$\Sigma F = F_{\eta\lambda} = m\alpha \Rightarrow Eq = m\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{Eq}{m}$$

Η μετατόπισή τους στον κατακόρυφο άξονα, της επιταχυνόμενης κίνησης, αν t ο χρόνος κίνησής τους, είναι

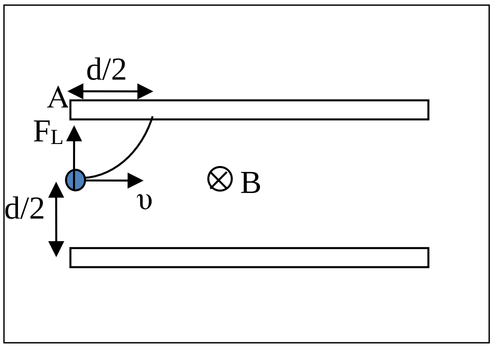
$$\frac{d}{2} = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow \frac{d}{2} = \frac{1}{2}\frac{Eq}{m}t^2 \qquad (1)$$

Η μετατόπισή τους στον οριζόντιο άξονα, της ομαλής κίνησης, είναι $\frac{d}{2} = \upsilon t$ (2)

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (1) και (2) και απαλείφοντας τον χρόνο, προκύπτει

$$\frac{d}{2} = \frac{2m\upsilon^2}{Eq} \qquad (3)$$

Στη δεύτερη περίπτωση είναι μηδενισμένη η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου, άρα υπάρχει μόνο το μαγνητικό πεδίο, που ασκεί στα πρωτόνια δύναμη Lorentz, $F_L=B\upsilon q$, διαρκώς κάθετη στη ταχύτητα και τα αναγκάζει να εκτελέσουν ομαλή κυκλική κίνηση, μέχρι να προσπέσουν στην πάνω θετική πλάκα. Επειδή το κέντρο της κυκλικής τροχιάς βρίσκεται στη διεύθυνση της F_L, το σημείο Α, στην άκρη της πλάκας, θα είναι το κέντρο της τροχιάς, αφού ισαπέχει από δύο σημεία της τροχιάς, που θα είναι τεταρτοκύκλιο ακτίνας R=d/2, για την οποία ισχύει



$$R = \frac{d}{2} = \frac{m\upsilon}{Bq} \qquad (4)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (3) και (4) προκύπτει

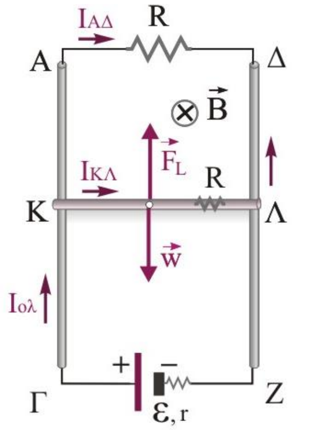
$$\frac{d}{2} = \frac{2m\upsilon^2}{Eq} = \frac{m\upsilon}{Bq} \Rightarrow \upsilon = \frac{E}{2B} \qquad (5)$$

Η ταχύτητα υ_1, με την οποία πρέπει να εισέλθουν τα πρωτόνια στον επιλογέα, ώστε να μην εκτρέπονται από τα δύο πεδία, Ε και Β, σύμφωνα με τη θεωρία είναι ίση με $\upsilon_1 = \frac{E}{B} = 2\upsilon$.

Β4. Σωστή απάντηση η (**β**).

Η δύναμη Laplace $F_L = BI_{K\Lambda}l$ είναι κάθετη στην οριζόντια ράβδο με φορά προς τα πάνω και πρέπει να εξισορροπεί το βάρος, $W = mg$. Άρα

$$F_L = W \Rightarrow BI_{K\Lambda}l = mg \Rightarrow B = \frac{mg}{I_{K\Lambda}l} \qquad (1)$$

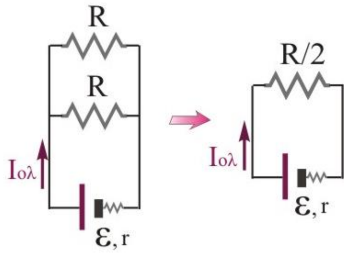


Από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα, η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την ηλεκτρική πηγή είναι: $I_{ολ} = \frac{\mathcal{E}}{R_{ολ}}$ (2)

Η εξωτερική αντίσταση του κυκλώματος προκύπτει από την παράλληλη σύνδεση του αντιστάτη R και της ράβδου με αντίσταση R και ισούται με $R_{εξ} = \frac{R \cdot R}{R+R} = \frac{R}{2}$

Άρα, $R_{ολ} = \frac{R}{2} + r$ και με αντικατάσταση στη σχέση (2) παίρνουμε

$$I_{ολ} = \frac{2\mathcal{E}}{R+2r}$$



Ο αντιστάτης R και η ράβδος με αντίσταση R έχουν την ίδια τάση στα άκρα τους, άρα

$$V_1 = V_{K\Lambda} \Rightarrow I_1 R = I_{K\Lambda}R_{K\Lambda} \Rightarrow I_1 = I_{K\Lambda}.$$

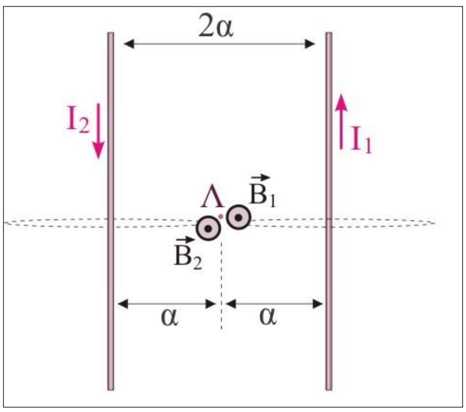
Το ηλεκτρικό ρεύμα που διαρρέει τη ράβδο έχει τη μισή ένταση από εκείνη του συνολικού ρεύματος που διαρρέει την ηλεκτρική πηγή. Οπότε $I_{K\Lambda} = \frac{I_{ολ}}{2} \Rightarrow I_{K\Lambda} = \frac{\mathcal{E}}{R+2r}$ (3)

Αντικαθιστώντας τη σχέση (3) στην (1) έχουμε $B = \frac{mg(R+2r)}{\mathcal{E}\, l}$.

ΘΕΜΑ Γ

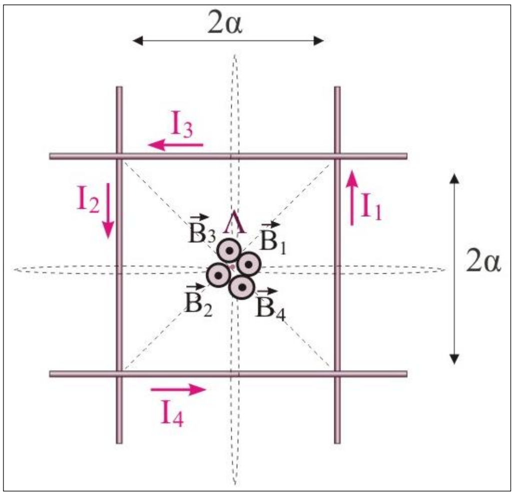
Γ1. Το ρεύμα I_1 δημιουργεί μαγνητικό πεδίο που στο σημείο Λ η ένταση είναι κάθετη στο επίπεδο της σελίδας και με φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη. Το μέτρο της έντασης του πεδίου εκεί είναι

$$B_1 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1}{a} = \left(10^{-7}\,\frac{\text{N}}{\text{A}^2}\right)\frac{2\cdot 10\text{A}}{0{,}1m} \Rightarrow B_1 = 20\cdot 10^{-6}T$$



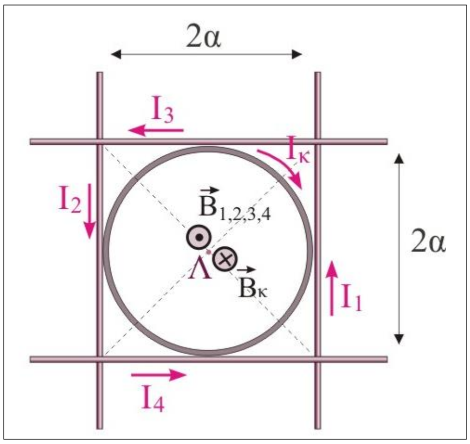
Το ρεύμα I_2, δημιουργεί μαγνητικό πεδίο, που στο σημείο Λ η ένταση $\vec{B}_2 = \vec{B}_1$ και επομένως τα δύο ρεύματα I_1 και I_2 δημιουργούν μαγνητικό πεδίο, που στο σημείο Λ η ένταση είναι $\vec{B}_{1,2} = 2\vec{B}_1$, με φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη και το μέτρο της είναι $B_{1,2} = 40\cdot 10^{-6}T$.

Γ2. Τα ρεύματα I_3 και I_4 δημιουργούν μαγνητικό πεδίο, που στο σημείο Λ η ένταση είναι κάθετη στο επίπεδο της σελίδας και με φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη. Επειδή οι εντάσεις των ρευμάτων είναι ίσες με αυτές του προηγούμενου ερωτήματος είναι $\vec{B}_{3,4} = 2\vec{B}_1$.
Άρα το μέτρο της έντασης του πεδίου στο σημείο Λ είναι



$$B_{1,2,3,4} = 4\left(20\cdot10^{-6}T\right) \Rightarrow B_{1,2,3,4} = 80\cdot10^{-6}T\ .$$

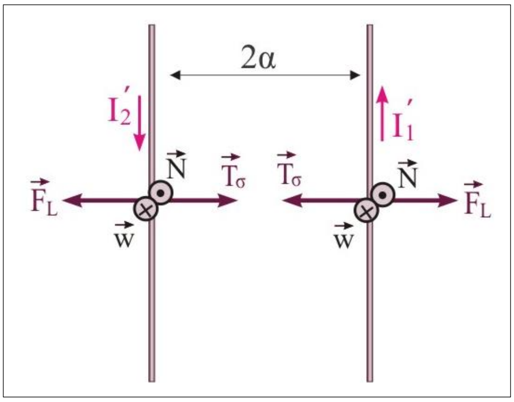
Γ3. Ο κυκλικός αγωγός δημιουργεί στο σημείο Λ μαγνητικό πεδίο του οποίου το μέτρο δίνεται από την σχέση $B_\kappa = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{2\pi I_\kappa}{a}$



Για να μηδενίζεται η ολική ένταση του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Λ, σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού, ο κυκλικός αγωγός θα πρέπει να διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα έντασης I_κ τέτοιο ώστε, η ένταση στο κέντρο του κυκλικού αγωγού να έχει μέτρο $80\cdot10^{-6}T$ και η φορά του να είναι ίδια με αυτήν των δεικτών του ρολογιού. Άρα,

$$\mathrm{B}_\kappa = \left(10^{-7}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A}^2}\right)\frac{2\pi I_\kappa}{0{,}1m} = 80\cdot10^{-6}T \Rightarrow \quad I_\kappa = \frac{40}{\pi}\,A$$

Γ4. Έχουμε δύο παράλληλους ρευματοφόρους αγωγούς πάνω σε οριζόντιο επίπεδο που διαρρέονται από αντίρροπα ρεύματα, οπότε και αναπτύσσεται μεταξύ τους απωστική δύναμη, που το διάνυσμά της βρίσκεται πάνω στο οριζόντιο επίπεδο, είναι κάθετο στους αγωγούς και έχει μέτρο $\mathrm{F_L} = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{2I_1'I_2'}{2\alpha}\cdot l$, όπου ℓ είναι το μήκος των αγωγών.



Στο σχήμα δείχνονται οι δύο αγωγοί σε ισορροπία και οι 4 τέσσερις δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε έναν. Στον αγωγό που διαρρέεται από το ηλεκτρικό ρεύμα έντασης I_1': (το βάρος του $W = mg$ με κατεύθυνση από τον αναγνώστη προς τη σελίδα, η κάθετη αντίδραση από το οριζόντιο επίπεδο N με κατεύθυνση από τη σελίδα προς τον αναγνώστη, η δύναμη Laplace F_L προς τα δεξιά και η δύναμη της στατικής τριβής T_σ προς τ' αριστερά). Η ισορροπία του αγωγού απαιτεί για τις δυνάμεις να ισχύει $W = N$ και $F_L = T_\sigma$

Οι αγωγοί είναι φτιαγμένοι από σύρμα που έχει μάζα ανά μονάδα μήκους λ=10g/m, άρα η μάζα του αγωγού μήκους ℓ ισούται με $\lambda = \frac{m}{\ell} \Rightarrow m = \lambda\ell$

Η μέγιστη τιμή της στατικής τριβής που αναπτύσσεται σε κάθε αγωγό είναι

$$T_{\sigma,\max} = \mu_\sigma N = \mu_\sigma W = \mu_\sigma mg = \mu_\sigma \lambda \ell g$$

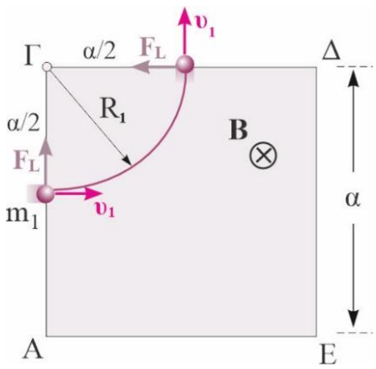
Για να μην ολισθήσουν οι αγωγοί πρέπει

$$F_L \le T_{\sigma,\max} \Rightarrow \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1'I_2'}{2a}\cdot\ell \le \mu_\sigma\lambda\ell g \Rightarrow \mu_\sigma \ge \frac{\frac{\mu_o}{4\pi}I_1'I_2'}{\lambda a g} = \frac{\left(10^{-7}N/A^2\right)\cdot 100A\cdot 100A}{\left(10\times10^{-3}kg/m\right)\cdot 0{,}1m\cdot\left(10m/s^2\right)} = 0{,}1 \Rightarrow$$

$$\mu_{\sigma(\min)} = 0{,}1$$

ΘΕΜΑ Δ

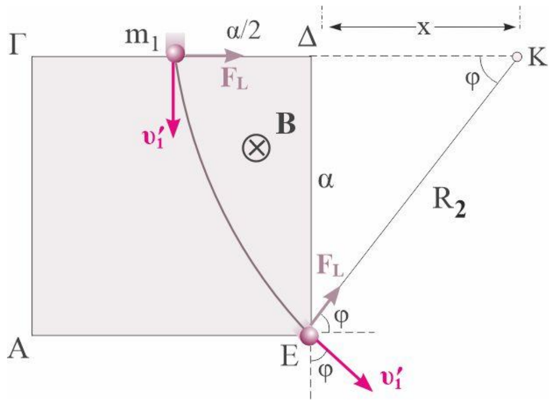
Δ1. Η πρώτη κίνηση του σωματιδίου με μάζα m_1, πριν την κρούση, είναι ομαλή κυκλική. Το κέντρο της κυκλικής τροχιάς προσδιορίζεται αν προεκτείνουμε τους φορείς της δύναμης Lorentz στην αρχική και τελική θέση του σωματιδίου. Το σημείο τομής των δύο φορέων είναι το κέντρο της κυκλικής τροχιάς που στην περίπτωσή μας συμπίπτει με το σημείο Γ και η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς είναι $R_1=\alpha/2$.



Το μέτρο της ταχύτητας υ_1 του σωματιδίου μάζας m_1 προκύπτει από τη σχέση της με την ακτίνα R_1

$$R_1 = \frac{m_1\upsilon_1}{Bq} = \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \upsilon_1 = \frac{Bq\alpha}{2m_1} \Rightarrow \upsilon_1 = \frac{10^{-2}T\cdot10^{-6}C\cdot4\cdot10^{-2}m}{2\cdot10^{-12}Kg} \Rightarrow \upsilon_1 = 200m/s$$

Δ2. Η δύναμη Lorentz που δέχεται το σωματίδιο με μάζα m_1 από το πεδίο έχει κατεύθυνση προς το κέντρο του κύκλου και είναι κάθετη στην ταχύτητά του, υ_1', μετά την κρούση. Άρα, το κέντρο K βρίσκεται πάνω στην ευθεία ΓΔ και έστω απέχει από το Δ κατά x. Είναι



$$R_2^2 = \alpha^2 + x^2 \Rightarrow \left(x + \frac{\alpha}{2}\right)^2 = \alpha^2 + x^2 \Rightarrow$$

$$x^2 + \frac{\alpha^2}{4} + \alpha x = \alpha^2 + x^2 \Rightarrow \alpha x = \frac{3\alpha^2}{4} \Rightarrow x = \frac{3\alpha}{4}$$

Η ακτίνα R_2 της δεύτερης κυκλικής τροχιάς είναι

$$R_2 = x + \frac{\alpha}{2} = \frac{3\alpha}{4} + \frac{\alpha}{2} \Rightarrow R_2 = \frac{5\alpha}{4} = \frac{5\cdot4cm}{4} \Rightarrow R_2 = 5cm$$

Δ3. Το μέτρο της ταχύτητας υ_1' του σωματιδίου μάζας m_1 προκύπτει από τη σχέση της με την ακτίνα R_2

$$R_2=\frac{m_1\upsilon_1'}{Bq}\Rightarrow\upsilon_1'=\frac{BqR_2}{m_1}\Rightarrow\upsilon_1'=\frac{10^{-2}T\cdot 10^{-6}C\cdot 5\cdot 10^{-2}m}{10^{-12}Kg}\Rightarrow\upsilon_1'=500m/s$$

Από την ταχύτητα του πρώτου σωματιδίου μετά την ελαστική κρούση θα προκύψει το μέτρο της ταχύτητας υ_2 του σωματιδίου μάζας $m_2=3m_1$, πριν την κρούση. Θεωρώντας θετική φορά προς τα πάνω, η $\upsilon_1'=-500m/s$, οπότε

$$\upsilon_1'=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\upsilon_1+\frac{2m_2}{m_1+m_2}\upsilon_2\Rightarrow\upsilon_1'=\frac{m_1-3m_1}{m_1+3m_1}\upsilon_1+\frac{2\cdot 3m_1}{m_1+3m_1}\upsilon_2\Rightarrow$$
$$\upsilon_1'=-\frac{1}{2}\upsilon_1+\frac{3}{2}\upsilon_2\Rightarrow\frac{3}{2}\upsilon_2=\upsilon_1'+\frac{1}{2}\upsilon_1\Rightarrow\upsilon_2=\frac{\upsilon_1}{3}+\frac{2}{3}\upsilon_1'\Rightarrow$$
$$\upsilon_2=\frac{200m/s}{3}+\frac{2}{3}(-500m/s)\Rightarrow\upsilon_2=-\frac{800}{3}m/s$$

δηλαδή το μέτρο της ταχύτητας υ_2 του σωματιδίου μάζας m_2, πριν την κρούση είναι 800/3 m/s.

Δ4. Η χρονική διάρκεια της κίνησης εξαρτάται από τη γωνία του τόξου της κυκλικής τροχιάς. Είναι $\varphi=\omega t=\frac{2\pi}{T}t\Rightarrow t=\frac{\varphi}{2\pi}T$

Στην πρώτη κίνηση το σωματίδιο μάζας m_1 διαγράφει ένα τεταρτοκύκλιο, άρα είναι $\varphi=\pi/2$ rad και $t_1=\frac{T}{4}=\frac{\pi m}{2Bq}=\frac{\pi 10^{-12}Kg}{2\cdot 10^{-2}T\cdot 10^{-6}C}\Rightarrow t_1=\frac{\pi}{2}10^{-4}s$

Η χρονική διάρκεια της δεύτερης κίνησης είναι $t_2=\frac{\varphi}{2\pi}T$, όπου φ, η γωνία με ημίτονο,

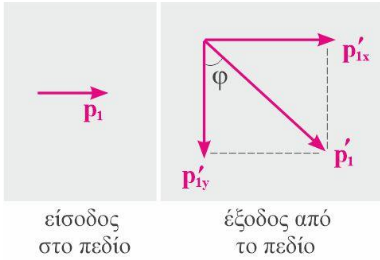
$$\eta\mu\varphi=\frac{\alpha}{R_2}=\frac{\alpha}{\frac{5\alpha}{4}}=\frac{4}{5}=0,8\Rightarrow\varphi=\frac{\pi}{3,4}rad$$ άρα

$$t_2=\frac{\frac{\pi}{3,4}T}{2\pi}=\frac{\pi m}{3,4Bq}=\frac{\pi 10^{-12}Kg}{3,4\cdot 10^{-2}T\cdot 10^{-6}C}\Rightarrow t_2=\frac{\pi}{3,4}10^{-4}s$$

Άρα, ο συνολικός χρόνος παραμονής του σωματιδίου μάζας m_1, μέσα στο μαγνητικό πεδίο είναι

$$t_{o\lambda}=t_1+t_2=\frac{\pi}{2}10^{-4}s+\frac{\pi}{3,4}10^{-4}s=\frac{54\pi}{68}10^{-4}s=\frac{27\pi}{34}10^{-4}s$$

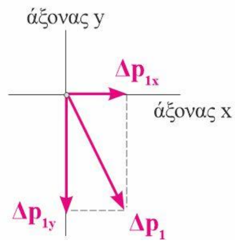
Δ5. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σωματιδίου μάζας m_1, είναι



$$\Delta p_1 = \sqrt{(\Delta p_{1x})^2 + (\Delta p_{1y})^2} \qquad (1)$$

$$\Delta p_{1x} = m_1 \upsilon'_{1x} - m_1 \upsilon_1 = m_1 \upsilon'_1 \eta\mu\vartheta - m_1 \upsilon_1 \Rightarrow$$

$$\Delta p_{1x} = 10^{-12}\,kg\left(500\frac{m}{s}\cdot 0,8 - 200\frac{m}{s}\right) \Rightarrow \Delta p_{1x} = 2\cdot 10^{-10}\,kg\frac{m}{s}$$



$$\Delta p_{1y} = m_1 \upsilon'_{1y} = m_1 \upsilon'_1\, \sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow$$

$$\Delta p_{1y} = 10^{-12}\,kg\cdot 500\frac{m}{s}\cdot 0,6 \Rightarrow \Delta p_{1y} = 3\cdot 10^{-10}\,kg\frac{m}{s}$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (1) προκύπτει

$$\Delta p_1 = \sqrt{\left(2\cdot 10^{-10}\,kg\frac{m}{s}\right)^2 + \left(3\cdot 10^{-10}\,kg\frac{m}{s}\right)^2} \Rightarrow \Delta p_1 = \sqrt{13}\cdot 10^{-10}\,kg\frac{m}{s}.$$

Η εκπόνηση του διαγωνίσματος έγινε με τη βοήθεια Εθελοντών Εκπαιδευτικών:

Τα θέματα επιμελήθηκαν οι **Μπετσάκος Παναγιώτης, Τσάδαρης Θανάσης και Χατζηθεοδωρίδης Στέλιος, Φυσικοί.**

Ο επιστημονικός έλεγχος πραγματοποιήθηκε από τον **Παλόγο Αντώνιο, Φυσικό.**