

Διαγώνισμα Γ Τάξης Ενιαίου Λυκείου

Ταλαντώσεις

Σύνολο Σελίδων: εννέα (9) - Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

Κυριακή 2 Οκτωβρίου 2022

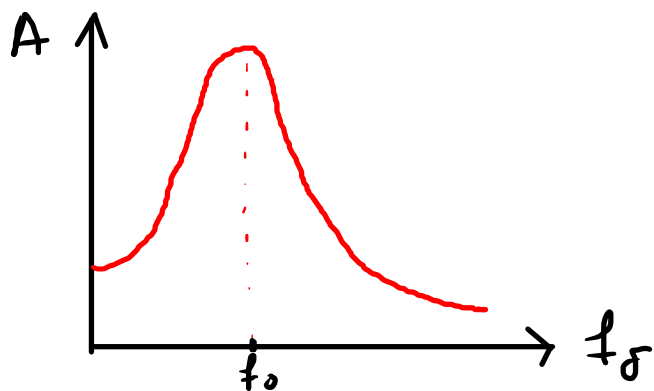
Θέμα Α

A.1 → (δ), A.2 → (α), A.3 → (β), A.4 → (δ) | A.5 → Σ, Σ, Λ, Λ, Σ

B.1

$$D = k = m \omega_0^2 \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{100}{T}} \Rightarrow f_0 = \frac{5}{\pi} \text{ Hz}$$

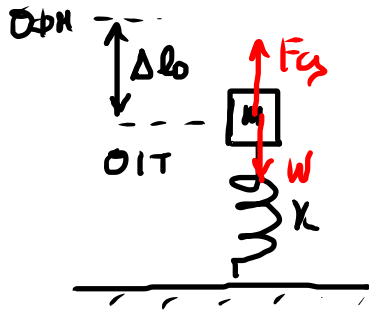
↓
(α)



αφού $f > f_0$ αν αυξηθεί, τότε ω
πίδατος θα μειωθεί, σύμφωνα με ω διάγραμμα
συντονισμού πίδατος

B.2.

↓ (x)



για σώμα μάζας m που ισορροπεί σε ελατήριο
 σταθερός k (σχήμα) συνεθίτ ισχύει ότι

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_s = W \Rightarrow k \Delta l_0 = mg \Rightarrow \left[\Delta l_0 = \frac{mg}{k} \right]$$

$$D = k = m \omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ και } T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Τα Σ_1, Σ_2 ξεκινούν και τα δύο από αμείβια θέση με ίδιο πλάτος d

$$\Delta t_1 = \Delta t_2 \Rightarrow \frac{T_1}{4} = \frac{T_2}{2} \Rightarrow T_1 = 2T_2 \Rightarrow \frac{2\pi}{\omega_1} = 2 \cdot \frac{2\pi}{\omega_2} \Rightarrow \omega_2 = 2\omega_1$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{k_2}{m}} = 2\sqrt{\frac{k_1}{m}} \Rightarrow \underline{k_2 = 4k_1} \quad (m_1 = m_2) = m$$

$$\frac{\Delta l_1}{\Delta l_2} = \frac{\frac{mg}{k_1}}{\frac{mg}{k_2}} = \frac{k_2}{k_1} = \frac{4k_1}{k_1} \Rightarrow \boxed{\Delta l_1 = 4\Delta l_2}$$

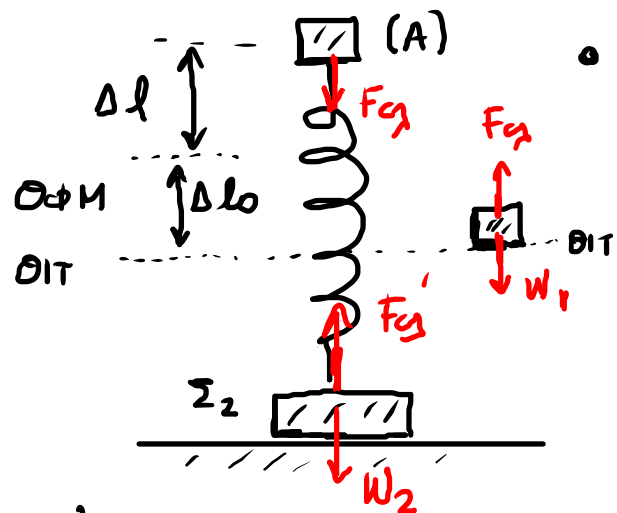
B.3.

(P)

στην ΘIT του Σ1

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{G1} = W_1$$

$$k \Delta l_0 = mg \quad (1)$$



• Για να μην χάσει επαφή το Σ2 με το έδαφος

$$\text{αρκεί } W_2 \geq F_{G1}' \Rightarrow mg \geq k \Delta l \Rightarrow \Delta l \leq \frac{mg}{k} \quad (2)$$

• Αν ορισμένα δυν χάσει επαφή, τότε η θέση (A) είναι η πάνω άκραιο θέση.

$$\Delta y. \quad A = \Delta l_0 + \Delta l \xrightarrow[(2)]{(1)} \quad A = \frac{mg}{k} + \frac{mg}{k} = 2 \Delta l_0 \quad (3)$$

• Στην κάτω άκραιο θέση το ελατήριο έχει την μέγιστη συστολή

$$\Delta l_{\max} = \Delta l_0 + A = 2h \xrightarrow{(3)} \Delta l_0 + 2 \Delta l_0 = 2h \Rightarrow 3 \Delta l_0 = 2h$$

$$\Rightarrow h = \frac{3}{2} \Delta l_0 \xrightarrow{(1)}$$

$$h = \frac{3}{2} \frac{mg}{k}$$

Θέμα Γ

$$\Gamma.1) \quad 2A = 0,2 \text{ m} \Rightarrow \boxed{A = 0,1 \text{ m}} \quad \text{και} \quad \frac{T}{2} = 1 \text{ s} \Rightarrow \underline{T = 2 \text{ s}}$$

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow \boxed{f = 0,5 \text{ Hz}}, \quad D = k = (m_1 + m_2) \omega^2 \Rightarrow \boxed{k = 2 \text{ N/m}}$$

$$\omega = 2\pi f = \pi \text{ rad/s}$$

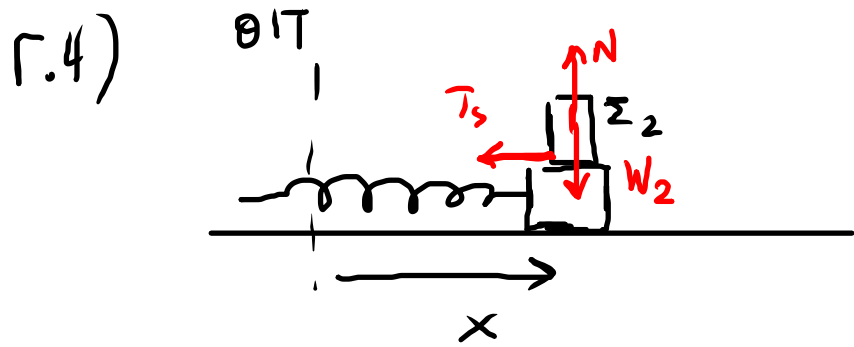
$$\Gamma.2) \quad \text{στις } t_0 = 0 \quad x = +A \Rightarrow \cos \varphi_0 = 1 \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

$$\boxed{x = 0,1 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (SI)}, \quad v = 0,1\pi \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (SI)}, \quad a = -1 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (SI)}}$$

$$\Gamma.3) \quad E = \frac{1}{2} DA^2 \Rightarrow \boxed{E = 0,01 \text{ J}} \quad \text{στις } t = 1 \text{ s} = \frac{T}{2} \quad \text{βρίσκεται στην άσημνη αμείβη δεξιά}$$

οπότε το 100% της ενέργειας είναι

$$\text{δυναμική ενέργεια} \quad \left(U = \frac{1}{2} D x^2 = \frac{1}{2} DA^2 \right)$$



Για το Σ_2 $\Sigma F_{2x} = m_2 a = m_2 (-\omega^2 x)$

$\Rightarrow \underline{T_s = -m_2 \omega^2 x}$ και $\Sigma F_{2y} = 0$

$\underline{N = W_2 = m_2 g}$

Για να μην ολισθαίνει το Σ_2 πρέπει $|T_s| \leq \mu_s N$

$\Rightarrow m_2 \omega^2 |x| \leq \mu_s m_2 g \rightarrow \mu_s \geq \frac{\omega^2 |x|}{g} \xrightarrow{|x|=A} \mu_s \geq 0,1$

$\Rightarrow \boxed{\mu_{s(\min)} = 0,1}$

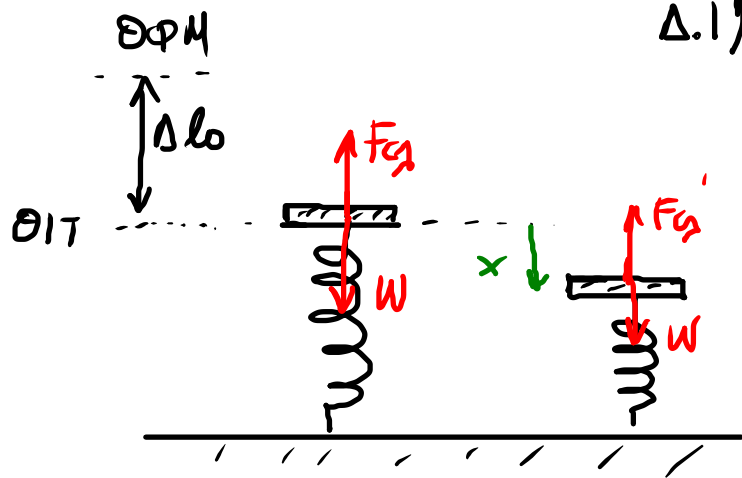
Γ.5) $\frac{dP_1}{dt} = \Sigma \bar{F}_1 = m_1 \cdot a = m_1 (-\omega^2 x)$

στην $t_0 = 0$
 $x = +A$

$\left. \vphantom{\frac{dP_1}{dt}} \right\} \boxed{\left| \frac{dP_1}{dt} \right| = 0,1 \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{s}^2}$

Θέμα Δ

Εάν θιτ του δίσκου
 $\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{\alpha} = W$
 $k \Delta l_0 = Mg \quad (1)$
 $\Delta l_0 = 0,1 \text{ m}$



Δ.1) Σε μια τυχαία θέση x κάτω από την θιτ

$$\Sigma F = F_{\alpha}' - W = k(\Delta l_0 + x) - Mg$$

$$= k\Delta l_0 - kx - Mg \stackrel{(1)}{\Rightarrow} \underline{\Sigma F = -k \cdot x}$$

Ευθεία ααα με $D = k = M\omega^2 \Rightarrow \omega = 10 \text{ rad/s}$

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow \boxed{f = \frac{5}{\pi} \text{ Hz}}$$

$$\hookrightarrow T = \frac{\pi}{5} \text{ s}$$

Δ.2) Ο δίσκος διέρχεται από την θιτ σε $\Delta t_1 = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{20} \text{ s}$

το σώμα θα ευθεία ελεύθερη πτώση και θα φτάσει

στο σημείο κρούσης όταν $y = h = \frac{1}{2} g (\Delta t_2)^2 \Rightarrow \Delta t_2 = 0,4 \text{ s}$

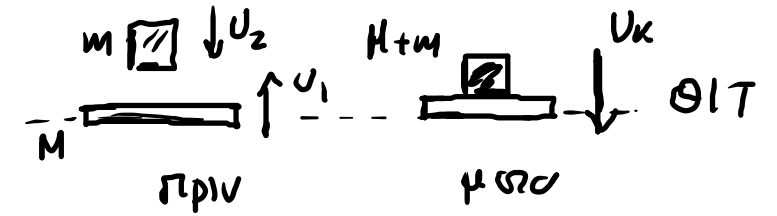
Άρα $\Delta t_1 < \Delta t_2$, πρώτος αγγίζει ο δίσκος, ώστε να γίνει η συνάντηση στην θιτ του δίσκου.

Την στιγμή της βάνισης τα μέτρα των ταχυτήτων θα είναι

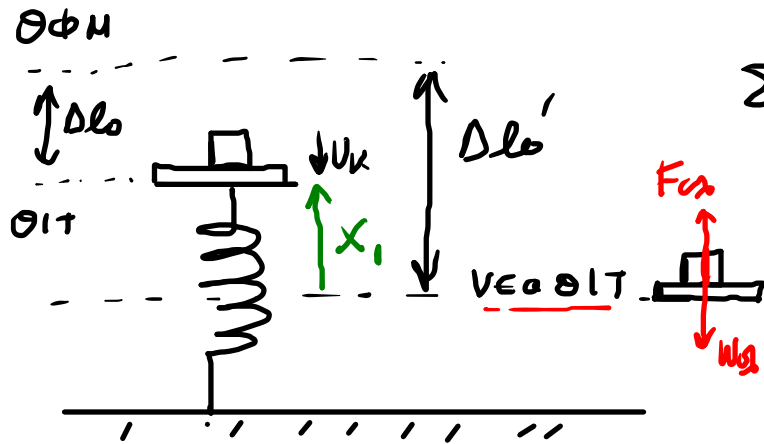
για τον δίσκο: $v_1 = \omega \cdot A \Rightarrow \underline{v_1 = 4 \text{ m/s}}$ (ο δίσκος έχει ακτίνα $A = \Delta l = 0,4 \text{ m}$)

για το σώμα: $v_2 = g \Delta t_2 \Rightarrow \underline{v_2 = 4 \text{ m/s}}$

Δ.3 | Εφαρμοσώ Α.Δ.Ο για την κρούση



$$\vec{p}_{\alpha}^{\text{πρ}} = \vec{p}_{\alpha}^{\text{μετ}} \Rightarrow m v_2 - M v_1 = (m+M) v_k \Rightarrow \underline{v_k = 2 \text{ m/s}}$$



Στην vea θlt $\Sigma F = 0$

$$k \Delta l_0' = (m+m)g$$

$$\Delta l_0' = 0,4 \text{ m}$$

Η θέση μετά την κρούση είναι τυχαία με $x_1 = \Delta l_0' - \Delta l_0 = 0,3 \text{ m}$

Εφαρμοσώ ΑΔΕΤ στην ίδια θέση

$$\frac{1}{2} D A'^2 = \frac{1}{2} (m+m) v_k^2 + \frac{1}{2} D x_1^2$$

$$\Rightarrow \boxed{A' = 0,5 \text{ m}}$$

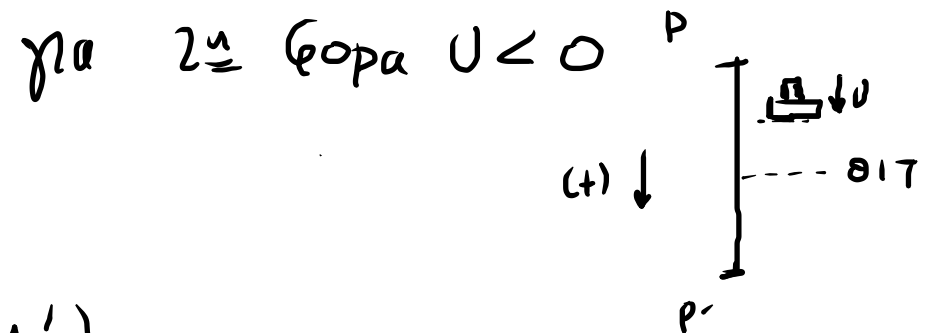
Απο $\Sigma F_{\max} = D \cdot A' \Rightarrow \boxed{\Sigma F_{\max} = 200 \text{ N}}$

Δ.4 | $\frac{dK}{dt} = \Sigma F \cdot v = -D \cdot x \cdot v$ | οταν $x = -0,25 \text{ m}$ ε Γραμμόζουμα ΑΔΕΤ

$$\frac{1}{2} D A'^2 = \frac{1}{2} (M+m) v^2 + \frac{1}{2} D x^2$$

απο $\frac{dK}{dt} = -400(-0,25)\left(-\frac{5\sqrt{3}}{4}\right)$ $\Rightarrow v^2 = \frac{K}{M+m} (A'^2 - x^2) \Rightarrow v = \pm \frac{5\sqrt{3}}{4} \text{ m/s}$

$\Rightarrow \boxed{\frac{dK}{dt} = -125\sqrt{3} \text{ J/s}}$



Δ.5 | $\Sigma m v$ και η αμρσια $F_G = k \Delta l = k (\Delta l_0' + A')$

$\boxed{F_G = 360 \text{ N}}$

ΟΗΚΕ
 $W_{F_G} = \Delta K = 0 - \frac{1}{2} (M+m) v_k^2 \Rightarrow$

$\boxed{W_{F_G} = -32 \text{ Joule}}$

Δ.6] Για να είχαμε το ελάχιστο πλάτος ταξάνωσος θα έπρεπε μετά την κρούση το συσσωμάτωμα να βρεθεί σε ακραίο θέση ($v_k = 0$)

$$\text{Από την ΑΔΟ } m v_2' - M v_1 = 0 \Rightarrow v_2 = \frac{M v_1}{m} \Rightarrow v_2' = \frac{4}{3} \text{ m/s}$$

Από ΘΗΚΕ για την πτώση $\Delta K = \Sigma \omega$

$$\frac{1}{2} m v_2'^2 - 0 = m g h' \Rightarrow h' = \frac{v_2'^2}{2g} \Rightarrow \boxed{h' = \frac{8}{30} \text{ m}}$$