ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

3ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ (ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4) – ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1α. (γ)	Α1β. (β)			
Α2α. (β)	Α2β. (δ)			
Α3α. (α)	Α3β. (β)			
Α4α. (δ)	Α4β. (γ)			
Α5. α. Σ	β. Λ	γ. Σ	δ. Σ	ε. Σ

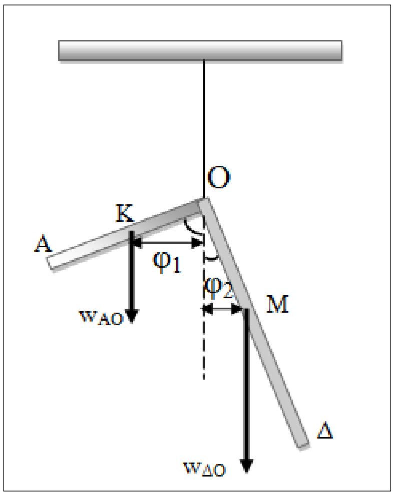
ΘΕΜΑ Β

Β1. Η σωστή επιλογή είναι η **β.**

Οι δύο ομογενείς ράβδοι είναι φτιαγμένοι από το ίδιο υλικό, άρα έχουν την ίδια πυκνότητα ρ και επειδή έχουν το ίδιο εμβαδό διατομής S, οι μάζες τους είναι ανάλογες του μήκους τους

$$\rho_{AO}=\rho_{\Delta O}\Rightarrow\frac{m_{AO}}{V_{AO}}=\frac{m_{\Delta O}}{V_{\Delta O}}\Rightarrow\frac{m_{AO}}{SL_{AO}}=\frac{m_{\Delta O}}{SL_{\Delta O}}\Rightarrow\frac{m_{AO}}{m_{\Delta O}}=\frac{L_{AO}}{L_{\Delta O}}$$

Οι μόνες δυνάμεις που έχουν ροπή ως προς το σημείο Ο είναι τα βάρη των δύο ράβδων. Λόγω της ισορροπίας του στερεού ΑΟΔ για τη συνολική ροπή των δυνάμεων, ως προς το σημείο Ο, ισχύει



$$\Sigma\tau_{(O)}=0\Rightarrow w_{AO}\frac{L_{AO}}{2}\eta\mu\varphi_1-w_{\Delta O}\frac{L_{\Delta O}}{2}\eta\mu\varphi_2=0\Rightarrow$$

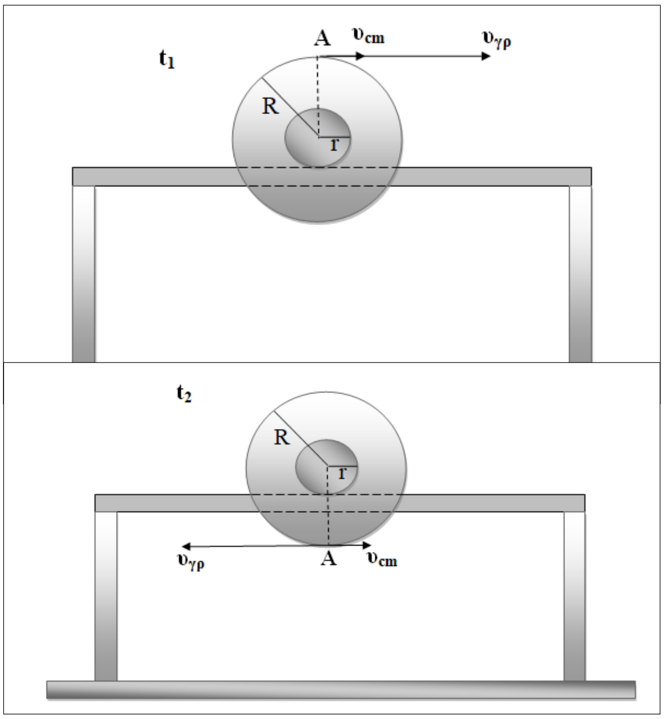
$$m_{AO}g\frac{L_{AO}}{2}\eta\mu\varphi_1=m_{\Delta O}g\frac{L_{\Delta O}}{2}\eta\mu\varphi_2\Rightarrow$$

$$\frac{m_{AO}}{m_{\Delta O}}\frac{L_{AO}}{L_{\Delta O}}4\eta\mu\varphi_2=\eta\mu\varphi_2\Rightarrow\frac{L_{AO}}{L_{\Delta O}}\frac{L_{AO}}{L_{\Delta O}}=\frac{1}{4}\Rightarrow\frac{L_{AO}}{L_{\Delta O}}=\frac{1}{2}$$

Άρα, σωστή είναι η σχέση **β.**

Β2. Η σωστή επιλογή είναι η **γ.**

Τη χρονική στιγμή t_1, το υλικό σημείο Α του καρουλιού βρίσκεται στην ψηλότερη θέση και έχει ταχύτητα ίση με το διανυσματικό άθροισμα της μεταφορικής ταχύτητας του στερεού, $\upsilon_{cm}=\omega r$, και της γραμμικής ταχύτητας του σημείου, λόγω της στροφικής κίνησης του στερεού, $\upsilon_{\gamma\rho}=\omega R=\omega 4r=4\upsilon_{cm}$

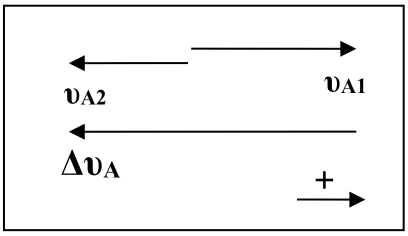


Οι δύο ταχύτητες είναι ομόρροπες, άρα η ταχύτητα του υλικού σημείου Α τη χρονική στιγμή t_1 έχει φορά προς τα δεξιά και μέτρο

$$\upsilon_{A1} = \upsilon_{cm} + \upsilon_{\gamma\rho} = \upsilon_{cm} + 4\upsilon_{cm} = 5\upsilon_{cm}$$

Όταν το καρούλι, τη χρονική στιγμή t_2, εκτελέσει μισή περιστροφή, το υλικό σημείο Α θα βρεθεί στην κατώτερη θέση και έχει ταχύτητα ίση με το διανυσματικό άθροισμα της μεταφορικής ταχύτητας του στερεού, $\upsilon_{cm}=\omega r$, και της γραμμικής ταχύτητας του σημείου, $\upsilon_{\gamma\rho}= 4\upsilon_{cm}$.
Οι δύο ταχύτητες τώρα είναι αντίρροπες, άρα η ταχύτητα του υλικού σημείου Α, τη χρονική στιγμή t_2, έχει φορά προς τα αριστερά και μέτρο

$$\upsilon_{A2} = \upsilon_{\gamma\rho} - \upsilon_{cm} = 4\upsilon_{cm} - \upsilon_{cm} = 3\upsilon_{cm}$$



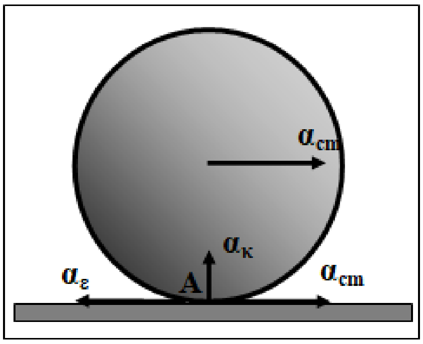
Η μεταβολή της ταχύτητας του υλικού σημείου Α ισούται με $\overrightarrow{\Delta\upsilon_A} = \overrightarrow{\upsilon_{A2}} - \overrightarrow{\upsilon_{A1}}$

Αν θεωρήσουμε θετική φορά προς τα δεξιά, αλγεβρικά η μεταβολή της ταχύτητας του υλικού σημείου Α ισούται με

$$\Delta\upsilon_A = \upsilon_{A2} - \upsilon_{A1} = -3\upsilon_{cm} - 5\upsilon_{cm} = -8\upsilon_{cm}$$

και αφού προέκυψε αρνητική έχει φορά προς τα αριστερά και το μέτρο της είναι ίσο με $8\upsilon_{cm}$.
Άρα, σωστή είναι η επιλογή **γ.**

Β3. Η σωστή επιλογή είναι η **β.**



Ο δίσκος κυλίεται (χωρίς να ολισθαίνει) και κάθε χρονική στιγμή το μέτρο της μεταφορικής του ταχύτητας, υ_{cm}, ισούται με το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας των σημείων της περιφέρειας, $\upsilon_{\gamma\rho}$. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα, το σημείο επαφής Α του δίσκου με το δάπεδο να έχει επιτρόχιο επιτάχυνση, α_ε, λόγω της στροφικής κίνησης του στερεού, αντίθετη με την επιτάχυνση λόγω της μεταφορικής κίνησής του, α_{cm}, αφού για τα μέτρα τους ισχύει

$$\alpha_{\varepsilon\pi} = \frac{d\upsilon_{\gamma\rho}}{dt} = \frac{d\upsilon_{cm}}{dt} = \alpha_{cm}$$

Άρα η συνολική επιτάχυνση του σημείου Α, α_A, ισούται με την κεντρομόλο επιτάχυνση, α_κ, αφού η επιτρόχιος και η μεταφορική έχουν μηδενική συνισταμένη.

Τη χρονική στιγμή t_1 το σημείο Α έχει συνολική επιτάχυνση $\alpha_{A1}=\alpha_{\kappa1}=\alpha$, ενώ τη χρονική στιγμή t_2 έχει συνολική επιτάχυνση $\alpha_{A2}=\alpha_{\kappa2}=4\alpha$. Η κεντρομόλος επιτάχυνση των σημείων της περιφέρειας του δίσκου ακτίνας R, τη χρονική στιγμή t_1, δίνεται από τη σχέση

$$\alpha_{\kappa1} = \frac{\upsilon_{\gamma\rho,1}^2}{R} = \frac{\upsilon_{cm,1}^2}{R} = \alpha$$

ενώ, από την ίδια σχέση, τη χρονική στιγμή t_2, προκύπτει η σχέση των μεταφορικών ταχυτήτων του δίσκου, για τις δύο χρονικές στιγμές

$$\alpha_{\kappa 2}=4\alpha \Rightarrow \frac{\upsilon_{\gamma\rho,2}^{2}}{R}=\frac{\upsilon_{cm,2}^{2}}{R}=4\alpha \Rightarrow \frac{\upsilon_{cm,2}^{2}}{R}=\frac{4\upsilon_{cm,1}^{2}}{R} \Rightarrow \upsilon_{cm,2}^{2}=4\upsilon_{cm,1}^{2} \Rightarrow \upsilon_{cm,2}=2\upsilon_{cm,1}$$

Η μεταφορική κίνηση που εκτελεί ο δίσκος είναι ομαλά επιταχυνόμενη και το διάστημα που έχει διανύσει μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 είναι

$$x_1=\frac{1}{2}\alpha_{cm}t_1^{2}=\frac{1}{2}\alpha_{cm}\left(\frac{\upsilon_{cm,1}}{\alpha_{cm}}\right)^{2}=\frac{\upsilon_{cm,1}^{2}}{2\alpha_{cm}}=S$$

Ομοίως, το διάστημα που έχει διανύσει ο δίσκος μέχρι τη χρονική στιγμή t_2 είναι

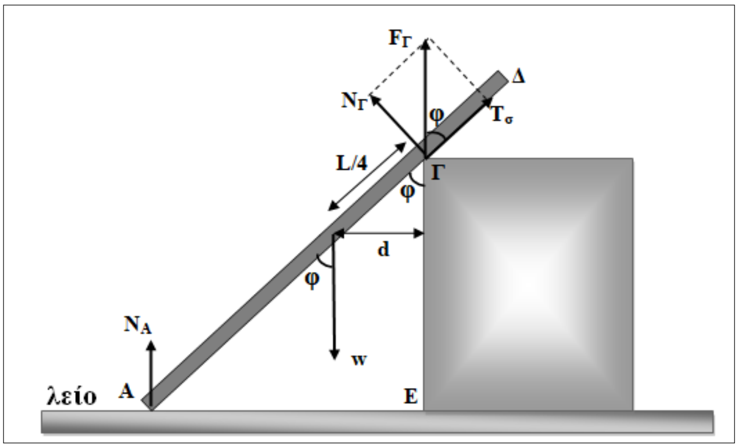
$$x_2=\frac{1}{2}\alpha_{cm}t_2^{2}=\frac{1}{2}\alpha_{cm}\left(\frac{\upsilon_{cm,2}}{\alpha_{cm}}\right)^{2}=\frac{4\upsilon_{cm,1}^{2}}{2\alpha_{cm}}=4S$$

Άρα, το διάστημα που έχει διανύσει ο δίσκος από τη χρονική στιγμή t_1 έως τη χρονική στιγμή t_2 είναι ίσο με
$\Delta x=x_2-x_1=4S-S=3S$.
Άρα, σωστή είναι η επιλογή **β.**

Β4. Η σωστή επιλογή είναι η **γ.**

Στην ομογενή ράβδο ασκούνται οι εξής δυνάμεις:

- το βάρος της w, στο κέντρο της και κατακόρυφο.
- η κατακόρυφη δύναμη στήριξης N_A, από το έδαφος στο σημείο Α.
- η κατακόρυφη δύναμη F_Γ, που ασκεί το κιβώτιο στη ράβδο, στο σημείο επαφής τους Γ, η οποία μπορεί να αναλυθεί σε δύο κάθετες συνιστώσες: την κάθετη στη ράβδο δύναμη στήριξης N_Γ, και τη στατική τριβή T_σ, παράλληλη στη ράβδο και προς τα πάνω.



Η ράβδος ισορροπεί, άρα θα ισχύει για τη στροφική ισορροπία και για τις ροπές ως προς το σημείο Α, η σχέση

$$\Sigma\tau_{(A)}=0 \Rightarrow N_\Gamma\frac{3L}{4}-w\frac{L}{2}\eta\mu\varphi=0 \Rightarrow N_\Gamma=\frac{w\frac{L}{2}\eta\mu 30^{0}}{\frac{3L}{4}} \Rightarrow N_\Gamma=\frac{w}{3}$$

<u>Α΄ τρόπος</u>
Η στροφική ισορροπία για τις ροπές ως προς το σημείο Γ δίνει

$$\Sigma\tau_{(\Gamma)}=0 \Rightarrow wd-N_A\frac{3L}{4}\eta\mu\varphi=0 \Rightarrow = w\frac{L}{4}\eta\mu\varphi-N_A\frac{3L}{4}\eta\mu\varphi=0 \Rightarrow N_A=\frac{w\frac{L}{4}\eta\mu\varphi}{\frac{3L}{4}\eta\mu\varphi} \Rightarrow N_A=\frac{w}{3}$$

Επειδή οι δυνάμεις του βάρους και της δύναμης στήριξης N_A είναι κατακόρυφες, πρέπει και η συνολική δύναμη F_Γ από το κιβώτιο στη ράβδο στο σημείο Γ, δηλαδή η συνισταμένη της στατικής τριβής και της δύναμης στήριξης N_Γ, να είναι κατακόρυφη, για να ισχύει η σχέση ισορροπίας στον οριζόντιο άξονα x, $\Sigma F_x=0$. Άρα, για τον κατακόρυφο άξονα ισχύει

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow w = N_A + F_\Gamma \Rightarrow F_\Gamma = w - N_A = w - \frac{w}{3} \Rightarrow F_\Gamma = \frac{2w}{3} \Rightarrow \sqrt{N_\Gamma{}^2 + T_\sigma{}^2} = \frac{2w}{3} \Rightarrow$$

$$\sqrt{\left(\frac{w}{3}\right)^2 + T_\sigma{}^2} = \frac{2w}{3} \Rightarrow T_\sigma{}^2 = \left(\frac{2w}{3}\right)^2 - \left(\frac{w}{3}\right)^2 = \frac{3w^2}{9} \Rightarrow T_\sigma = w\frac{\sqrt{3}}{3}$$

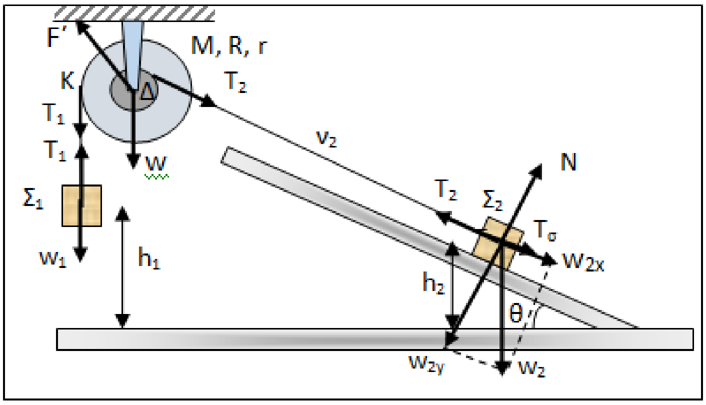
<u>Β΄ τρόπος</u>
Για να είναι η συνολική δύναμη F_Γ από το κιβώτιο στη ράβδο κατακόρυφη, πρέπει να σχηματίζει γωνία $\varphi=30^0$ με τη ράβδο. Άρα, από την εφαπτομένη της γωνίας φ ισχύει

$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{N_\Gamma}{T_\sigma} \Rightarrow \varepsilon\varphi 30^0 = \frac{N_\Gamma}{T_\sigma} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow T_\sigma = \sqrt{3}N_\Gamma = \sqrt{3}\frac{w}{3} \Rightarrow T_\sigma = w\frac{\sqrt{3}}{3}$$

Άρα, σωστή είναι η επιλογή **γ**.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Στο διπλανό σχήμα έχουν σημειωθεί οι δυνάμεις που ασκούνται σε όλα τα σώματα, πριν κοπεί το νήμα v_2. Στο σώμα Σ_1 ασκούνται το βάρος του και η τάση του νήματος T_1 και λόγω της ισορροπίας του ισχύει



$$\Sigma F = 0 \Rightarrow w_1 - T_1 = 0 \Rightarrow m_1 g = T_1 \Rightarrow$$

$$T_1 = 1kg \cdot 10\frac{m}{s^2} \Rightarrow T_1 = 10N$$

Λόγω της ισορροπίας της τροχαλίας, για τη συνολική ροπή των δυνάμεων, ισχύει ως προς το κέντρο της τροχαλίας Δ, $\tau_{\text{ολ}(\Delta)}=0$, απ' όπου υπολογίζουμε την τάση T_2

$$\tau_{\text{ολ}(\Delta)} = 0 \Rightarrow \tau_{T_1} + \tau_{T_2} = 0 \Rightarrow T_1 R - T_2 r = 0 \Rightarrow T_2 = \frac{T_1 R}{r} \Rightarrow T_2 = 2T_1 \Rightarrow T_2 = 20N$$

Αναλύουμε το βάρος του σώματος Σ_2 σε δύο κάθετες συνιστώσες. Η συνιστώσα που είναι παράλληλη με το πλάγιο επίπεδο έχει μέτρο

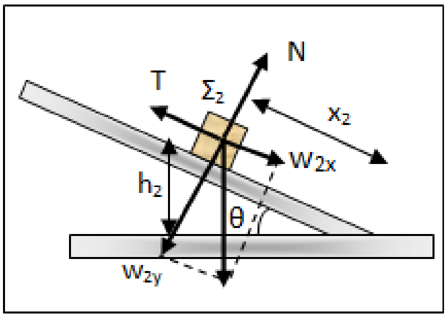
$$w_{2x} = m_2 g\eta\mu\theta = 3kg \cdot 10\frac{m}{s^2} \cdot 0,5 \Rightarrow w_{2x} = 15N$$

Η συνιστώσα w_{2x} έχει μέτρο μικρότερο από την T_2. Για να εξασφαλιστεί η ισορροπία του σώματος ασκείται σ' αυτό στατική τριβή προς τα κάτω στο πλάγιο επίπεδο που το μέτρο της ισούται με

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow w_{2x} + T_{\sigma\tau} - T_2 = 0 \Rightarrow T_{\sigma\tau} = T_2 - w_{2x} = 20N - 15N \Rightarrow T_{\sigma\tau} = 5N$$

Ας παρατηρήσουμε σ' αυτό το σημείο ότι η στατική τριβή που υπολογίσαμε είναι μικρότερη από την οριακή τριβή που ισούται με $T_{\text{ορ}} = \mu_\sigma N = \frac{\sqrt{3}}{5} \cdot 15\sqrt{3}N \Rightarrow T_{\text{ορ}} = 9N$

Γ2. Στο σώμα $Σ_2$ ασκούνται το βάρος του, η τριβή ολίσθησης Τ και η δύναμης στήριξης Ν, κάθετη στο κεκλιμένο επίπεδο. Για τον άξονα y που είναι κάθετος στο πλάγιο επίπεδο ισχύει



$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = w_{2y} = m_2 g συν30^0 \Rightarrow$$

$$N = 3kg \cdot 10\frac{m}{s^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow N = 15\sqrt{3}N$$

Η τριβή ολίσθησης ισούται με

$$T = \mu N = \frac{\sqrt{3}}{5} \cdot 15\sqrt{3}N \Rightarrow T = 9N$$

Για την επιτάχυνση του σώματος $Σ_2$ ισχύει

$$\Sigma F_x = m_2 \alpha_2 \Rightarrow w_{2x} - T = m_2 \alpha_2 \Rightarrow \alpha_2 = \frac{w_{2x} - T}{m_2} = \frac{15N - 9N}{3kg} \Rightarrow \alpha_2 = 2\frac{m}{s^2}$$

Το σώμα $Σ_2$ φτάνει στο οριζόντιο επίπεδο αφού διανύσει απόσταση ίση με

$$h_2 = x_2 ημθ \Rightarrow x_2 = \frac{h_2}{ημ30^0} = \frac{2m}{0,5} = 4m$$

Η κίνηση που εκτελεί το σώμα $Σ_2$ είναι ομαλά επιταχυνόμενη και θα φτάσει στο οριζόντιο επίπεδο σε χρόνο

$$x_2 = \frac{1}{2}\alpha_2 t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2x_2}{\alpha_2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4m}{2\frac{m}{s^2}}} \Rightarrow t = 2s$$

Στον ίδιο χρόνο φτάνει και το σώμα $Σ_1$ στο οριζόντιο επίπεδο, αφού διανύσει απόσταση ίση με h_1, κινούμενο ομαλά επιταχυνόμενα με επιτάχυνση $α_1$ η οποία ισούται με

$$h_1 = \frac{1}{2}\alpha_1 t^2 \Rightarrow \alpha_1 = \frac{2h_1}{t^2} = \frac{2 \cdot 6,4m}{(2s)^2} \Rightarrow \alpha_1 = 3,2\frac{m}{s^2}$$

Το μέτρο της ταχύτητας με την οποία φτάνει το σώμα $Σ_1$ στο οριζόντιο επίπεδο είναι

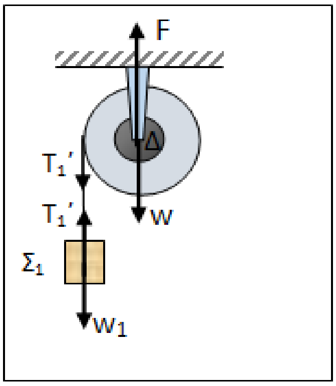
$$\upsilon_1 = \alpha_1 t \Rightarrow \upsilon_1 = 3,2\frac{m}{s^2} \cdot 2s \Rightarrow \upsilon_1 = 6,4\frac{m}{s}$$

Γ3. Το σώμα $Σ_1$ κατέρχεται με επιτάχυνση $α_1$=3,2m/s^2, που ισούται με την επιτρόχιο επιτάχυνση της τροχαλίας στο σημείο Κ που εφάπτεται το σκοινί, απ' όπου προκύπτει η γωνιακή επιτάχυνση της τροχαλίας

$$\alpha_1 = \alpha_{επ} = \frac{d\upsilon_{γρ}}{dt} = \frac{d(\omega R)}{dt} = \frac{d\omega}{dt}R = \alpha_{γων}R \Rightarrow \alpha_{γων} = \frac{\alpha_1}{R} = \frac{3,2\frac{m}{s^2}}{0,1m} \Rightarrow \alpha_{γων} = 32\frac{rad}{s^2}$$

Γ4. Στην τροχαλία ασκούνται οι εξής δυνάμεις:

- η δύναμη F, από τον άξονά της.
- το βάρος της, w.
- η τάση του νήματος, T_1', η οποία λόγω της επιτάχυνσης του σώματος $Σ_1$ ισούται με



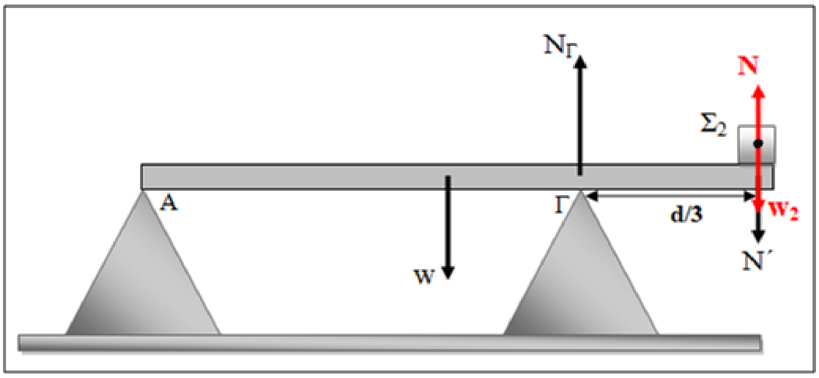
$$\Sigma F = m_1\alpha_1 \Rightarrow w_1 - T_1' = m_1\alpha_1 \Rightarrow$$

$$T_1' = m_1 g - m_1\alpha_1 = 1kg \cdot 10\frac{m}{s^2} - 1kg \cdot 3,2\frac{m}{s^2} \Rightarrow T_1' = 6,8N$$

Η τροχαλία περιστρέφεται, αλλά δεν μετακινείται, άρα ΣF=0 και η δύναμη F ισούται με

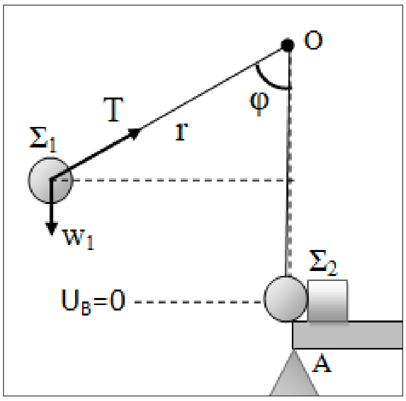
$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F = w + T_1' = Mg + T_1' = 4,25\text{kg}\cdot 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 6,8\text{N} \Rightarrow F = 49,3\text{N}$$

ΘΕΜΑ Δ



Δ1. Κατά τη διάρκεια της κίνησης του Σ_2, η δοκός δεν χάνει την επαφή οριακά στο υποστήριγμα στο άκρο της Α, όταν το σώμα Σ_2 φτάσει στο άκρο Β της ράβδου. Αυτό συμβαίνει διότι κατά τη διάρκεια της κίνησης του σώματος Σ_2, το μέτρο της δύναμης που δέχεται η δοκός από το υποστήριγμα στο Α διαρκώς μειώνεται. Όταν το σώμα Σ_2 φτάσει στο άκρο Β της δοκού, μηδενίζεται η δύναμης στήριξης στο Α και στη δοκό ασκούνται τρεις δυνάμεις: η κάθετη δύναμη στήριξης N_Γ, από το υποστήριγμα στη θέση Γ, το βάρος της ράβδου, w, και μία δύναμη επαφής από το Σ_2, ίση με το βάρος του, λόγω δράσης αντίδρασης και της ισορροπίας του. Άρα για την ισορροπία της ράβδου ως προς το σημείο Γ ισχύει

$$\Sigma\tau_{(\Gamma)} = 0 \Rightarrow -w_2\cdot\frac{d}{3} + w\left(\frac{d}{2}-\frac{d}{3}\right) = 0 \Rightarrow m_2 g\frac{d}{3} = Mg\frac{d}{6} \Rightarrow m_2 = \frac{M}{2} = \frac{2\text{kg}}{2} \Rightarrow m_2 = 1\text{kg}$$



Δ2. Κατά την κίνηση της σφαίρας διατηρείται η μηχανική της ενέργεια, γιατί η μόνη δύναμη που παράγει έργο είναι το βάρος της (συντηρητική δύναμη), αφού η τάση του νήματος είναι διαρκώς κάθετη στην ταχύτητα της σφαίρας και το έργο της είναι μηδέν. Εφαρμόζουμε τη Διατήρηση της Μηχανικής Ενέργειας για την κίνηση της σφαίρας από τη θέση που το νήμα σχηματίζει με την κατακόρυφο που διέρχεται από το Ο γωνία φ, μέχρι τη θέση που θα συγκρουστεί με το σώμα Σ_2. Θεωρούμε στάθμη μηδενικής δυναμικής ενέργειας τη χαμηλότερη θέση της σφαίρας. Έτσι βρίσκουμε την ταχύτητα υ_A της σφαίρας όταν φτάσει σ' αυτή τη θέση

$$E_{\mu\eta\chi,\alpha\rho\chi} = E_{\mu\eta\chi,\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow 0 + m_1 g(r - r\sigma\upsilon\nu\varphi) = \frac{1}{2}m_1\upsilon_A{}^2 + 0 \Rightarrow$$

$$g(r - r\sigma\upsilon\nu\varphi) = \frac{1}{2}\upsilon_A{}^2 \Rightarrow \upsilon_A{}^2 = 2gr(1-\sigma\upsilon\nu\varphi) \Rightarrow \upsilon_A = \sqrt{2gr(1-\sigma\upsilon\nu\varphi)} \Rightarrow$$

$$\upsilon_A = \sqrt{2\cdot 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot\frac{4}{3}\text{m}(1-0,4)} \Rightarrow \upsilon_A = 4\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Η κρούση των δύο σωμάτων είναι μετωπική ελαστική. Τα σώματα μετά την κρούση θα κινηθούν στην ίδια διεύθυνση με ταχύτητες που δίνονται από τις σχέσεις:

$$\upsilon_A{}' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_A \qquad (1) \quad \text{και}$$

$$\upsilon_B{}' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_A \qquad (2)$$

Αμέσως μετά τη στιγμιαία κρούση, το Σ_1 αλλάζει φορά κίνησης και αποκτά ταχύτητα μέτρου 2,4m/s, άρα η αλγεβρική τιμή της ταχύτητάς του είναι -2,4m/s. Η σχέση (1) δίνει

$$\upsilon_A{}' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_A \Rightarrow -2,4\frac{m}{s} = \frac{m_1 - 1kg}{m_1 + 1kg}4\frac{m}{s} \Rightarrow m_1 = 0,25kg$$

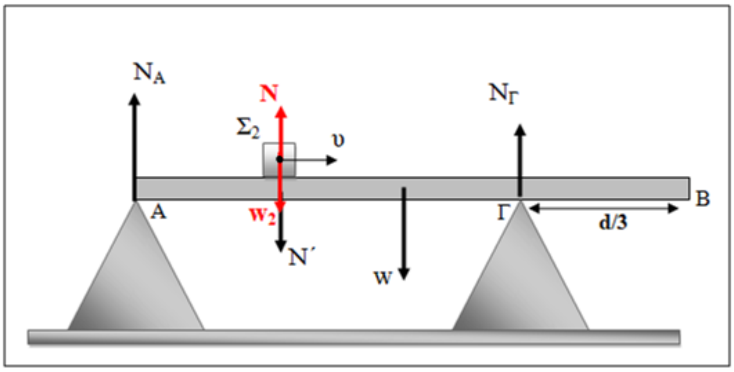
Δ3. Η σχέση (2) δίνει

$$\upsilon_B{}' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_A \Rightarrow \upsilon_B{}' = \frac{2 \cdot 0,25kg}{1kg + 0,25kg} \cdot 4\frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon_B{}' = 1,6\frac{m}{s}$$

Το σώμα Σ_2 κινείται πάνω στη δοκό και σταματά στο άκρο της Β λόγω των τριβών. Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ για την κίνησή του για να βρούμε το μήκος d της δοκού

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_T \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}m_2\upsilon_B'^{\,2} = -Td = -\mu m_2 g d \Rightarrow d = \frac{\upsilon_B'^{\,2}}{2\mu g} = \frac{\left(1,6\frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot \frac{4}{25} \cdot 10\frac{m}{s^2}} \Rightarrow d = 0,8m$$

Δ4. Κατά τη διάρκεια της κίνησης του σώματος Σ_2 πάνω στη δοκό, ασκούνται σ' αυτή οι δυνάμεις που είχαμε δει σε προηγούμενο ερώτημα, καθώς και η δύναμη που δέχεται η δοκός από το υποστήριγμα στο σημείο Α, N_A. Λόγω της στροφικής ισορροπίας της δοκού, η συνολική ροπή των δυνάμεων ως προς οποιοδήποτε σημείο της είναι ίση με μηδέν. Η συνθήκη στροφικής ισορροπίας ως προς το άκρο της Α, για μια τυχαία χρονική στιγμή που το σώμα Σ_2 έχει μετατοπιστεί κατά x δίνει



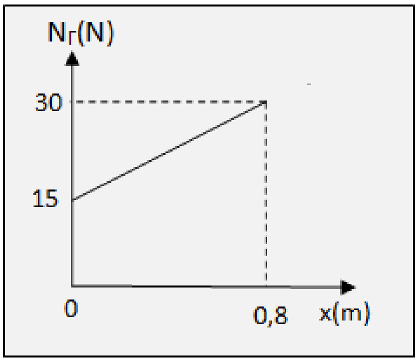
$$\Sigma\tau_{(A)} = 0 \Rightarrow w_2 x + w\frac{d}{2} - N_\Gamma\frac{2d}{3} = 0 \Rightarrow$$

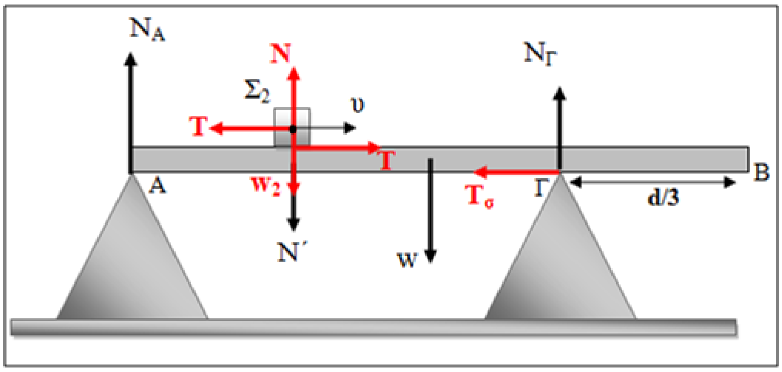
$$N_\Gamma = \frac{3}{2d}\left(m_2 g x + Mg\frac{d}{2}\right) \Rightarrow$$

$$N_\Gamma = \frac{3}{2 \cdot 0,8m}\left(1kg \cdot 10\frac{m}{s^2}x + 2kg \cdot 10\frac{m}{s^2}\frac{0,8m}{2}\right) \Rightarrow$$

$$N_\Gamma = 18,75x + 15 \quad (S.I.) \qquad (3)$$

και η αντίστοιχη γραφική παράσταση σε αριθμημένους άξονες δείχνεται στο διπλανό διάγραμμα.





Δ5. Καθώς κινείται το σώμα $Σ_2$ δέχεται τριβή ολίσθησης Τ από τη δοκό προς τα αριστερά και αντίστοιχα η δοκός δέχεται από το σώμα $Σ_2$ αντίθετη δύναμη προς τα δεξιά (δράση - αντίδραση). Η δοκός ισορροπεί στον άξονα x, γιατί δέχεται από το υποστήριγμα Γ οριζόντια στατική τριβή $T_σ$, προς τα αριστερά, η οποία κάποια στιγμή παίρνει την οριακή της τιμή, δηλαδή $T_σ=T_{ορ}$, αφού η δοκός δεν γλιστράει οριακά πάνω στο υποστήριγμα Γ. Η ισορροπία της δοκού στον άξονα x δίνει

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_σ = T = μN = μm_2 g = \frac{4}{25}1\text{kg}\cdot 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow T_σ = 1,6\text{N} = T_{ορ}$$

Η οριακή τριβή μεταξύ δοκού και υποστηρίγματος Γ δίνεται από τη σχέση

$$T_{ορ} = μ_σ N_Γ \Rightarrow μ_σ = \frac{T_{ορ}}{N_Γ} = \frac{1,6\text{N}}{(18,75x+15)\text{N}} \Rightarrow μ_σ = \frac{1,6}{18,75x+15} \quad (\text{S.I.}) \ \ με \ \ 0 \le x \le 0,8\text{m}$$

Ο ελάχιστος επιτρεπτός συντελεστής οριακής τριβής μεταξύ δοκού και υποστηρίγματος στο Γ, για να μην γλιστρήσει σε καμιά περίπτωση η δοκός, προκύπτει από την παραπάνω σχέση για x=0, που η $N_Γ$ γίνεται ελάχιστη και ισούται με

$$μ_σ = \frac{1,6}{15} = \frac{16}{150}$$

Με αυτό τον συντελεστή οριακής τριβής εξασφαλίζεται ότι η δοκός δεν θα γλιστρήσει σε καμιά περίπτωση. Όσο το σώμα κινείται προς τα δεξιά η δύναμη επαφής $N_Γ$, όπως φαίνεται από τη σχέση (3), μεγαλώνει, άρα και η οριακή τριβή μεγαλώνει και είναι μεγαλύτερη από τη στατική τριβή που απαιτεί η ισορροπία της δοκού, δηλαδή τα 1,6 N.

Η εκπόνηση του διαγωνίσματος έγινε με τη βοήθεια Εθελοντών Εκπαιδευτικών.

Τα θέματα επιμελήθηκαν οι **Βανταράκης Θάνος, Γκιόκας Κώστας**, **Μπετσάκος Παναγιώτης** και **Πασσαλίδης Δήμος,** Φυσικοί.

Ο επιστημονικός έλεγχος πραγματοποιήθηκε από τον **Αντώνιο Παλόγο,** Φυσικό.