ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

2^{ο} ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ (ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4) – ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

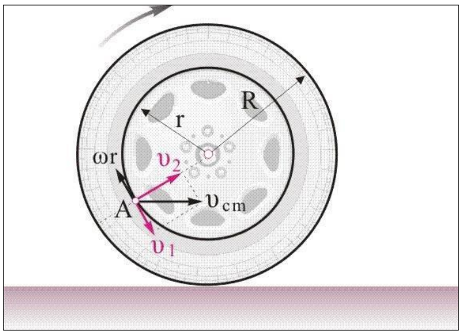
ΘΕΜΑ Α

Α1α. (β)	Α1β. (γ)			
Α2α. (γ)	Α2β. (δ)			
Α3α. (δ)	Α3β. (α)			
Α4α. (β)	Α4β. (α)			
Α5. α. Λ	β. Σ	γ. Σ	δ. Λ	ε. Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Η σωστή επιλογή είναι η **β.**

Η $υ_{cm}$ έχει σταθερή κατεύθυνση, ενώ η γραμμική ταχύτητα ενός σημείου $υ_{γρ}$, μπορεί να έχει οποιαδήποτε διεύθυνση, αλλά πάντα κάθετη στην επιβατική ακτίνα. Για να είναι το διάνυσμα της συνολικής ταχύτητας με κατεύθυνση προς το κέντρο του δίσκου, η $υ_{cm}$ πρέπει να αναλύεται σε δύο κάθετες συνιστώσες από τις οποίες η μία, η $υ_1$, να αναιρεί την $υ_{γρ}$(=ωr) και η άλλη, η ακτινική, η $υ_2$, να αποτελεί τη συνολική ταχύτητα του σημείου Α.



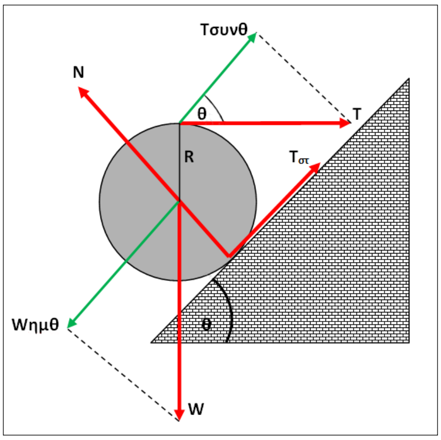
Από το ορθογώνιο τρίγωνο που σχηματίζεται παίρνουμε:

$$\upsilon_{cm}^2=\upsilon_1^2+\upsilon_2^2\Rightarrow\upsilon_2^2=\upsilon_{cm}^2-\upsilon_1^2=\upsilon_{cm}^2-\left(\omega R\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2\Rightarrow\upsilon_2^2=\frac{\upsilon_{cm}^2}{4}\Rightarrow\upsilon_2=\frac{\upsilon_{cm}}{2}$$

Άρα, σωστή είναι η σχέση **β.**

Β2. Η σωστή επιλογή είναι η **γ.**

Στον τροχό ασκούνται οι εξής δυνάμεις: η τάση του οριζόντιου νήματος Τ, το βάρος του W και η αντίδραση του επιπέδου που αναλύεται στην κάθετη συνιστώσα Ν και στη στατική τριβή $Τ_{στ}$. Η στατική τριβή έχει φορά προς τα πάνω για να δημιουργεί αριστερόστροφη ροπή ως προς το κέντρο μάζας του τροχού, η οποία να εξουδετερώνει τη δεξιόστροφη ροπή της τάσης του νήματος. Επειδή ο τροχός ισορροπεί ισχύουν οι σχέσεις:



$$\Sigma\tau_{(cm)}=0\Rightarrow TR-T_{στ}R=0\Rightarrow T=T_{στ} \qquad (1)$$

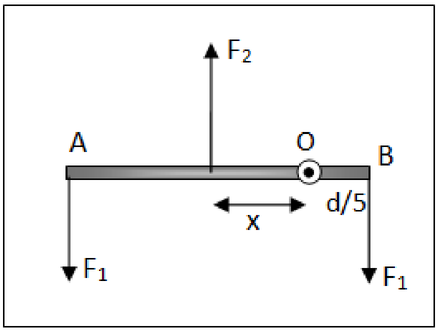
$$\Sigma F_x=0\Rightarrow Tσυνθ+T_{στ}-Wημθ=0$$

η οποία με τη βοήθεια της σχέσης (1) γράφεται

$$\frac{T_{στ}}{2}+T_{στ}=W\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\frac{3T_{στ}}{2}=W\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow T_{στ}=\frac{W}{\sqrt{3}}.$$

Άρα, σωστή είναι η επιλογή **γ.**

Β3. Η σωστή επιλογή είναι η **γ.**



Η ράβδος για να συνεχίσει να ηρεμεί, θα ισχύει η σχέση ισορροπίας ΣF=0. Γι' αυτό η δύναμη F_2 πρέπει να είναι αντίρροπη από τις δύο δυνάμεις F_1 και να ασκείται κάθετα στη ράβδο, αριστερά του σημείου Ο για να διατηρεί και τη στροφική ισορροπία. Ο άξονας περιστροφής Ο δεν δέχεται καμία οριζόντια δύναμη. Ισχύουν οι σχέσεις ισορροπίας

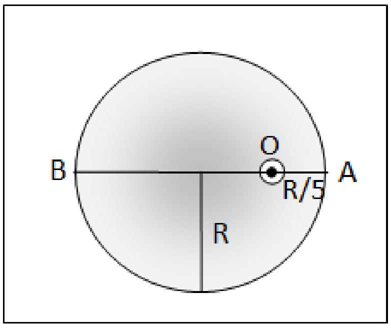
$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_2 - 2F_1 = 0 \Rightarrow F_2 = 2F_1$$

και για τις ροπές ως προς το σημείο Ο

$$\Sigma\tau_{(O)} = 0 \Rightarrow F_1\frac{4d}{5} - F_1\frac{d}{5} - F_2 x = 0 \Rightarrow x = \frac{F_1\frac{3d}{5}}{F_2} = \frac{F_1\frac{3d}{5}}{2F_1} \Rightarrow x = \frac{3d}{10}$$

Άρα, σωστή είναι η επιλογή **γ.**

Β4. Η σωστή επιλογή είναι η **β.**



Ο δίσκος εκτελεί ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση και μετά από χρονικό διάστημα t_1 σταματάει. Άρα, αν $\alpha_{γων}$ είναι η γωνιακή του επιτάχυνση, ισχύει

$$\omega = \omega_0 + \alpha_{γων} t_1 = 0 \Rightarrow \alpha_{γων} = -\frac{\omega_0}{t_1} \qquad (1)$$

Τη χρονική στιγμή t=0 το σημείο Α έχει κεντρομόλο επιτάχυνση με μέτρο ίσο με

$$\alpha_{κA,0} = \frac{\upsilon_{γρA,0}{}^2}{\frac{R}{5}} = \omega_0{}^2\frac{R}{5}$$

Τη χρονική στιγμή t_2, που ο δίσκος περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω, το σημείο Β έχει κεντρομόλο επιτάχυνση ίση με

$$\alpha_{κB} = \frac{\upsilon_{γρB}{}^2}{\frac{9R}{5}} = \omega^2\frac{9R}{5}$$

Από τη ισότητα των δύο μέτρων προκύπτει

$$\alpha_{κB} = \alpha_{κA,0} \Rightarrow \omega^2\frac{9R}{5} = \omega_0{}^2\frac{R}{5} \Rightarrow \omega = \frac{\omega_0}{3}$$

Η χρονική στιγμή t_2, που ο δίσκος περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω, με χρήση και της σχέσης (1) είναι

$$\omega = \omega_0 + \alpha_{γων} t_2 \Rightarrow \frac{\omega_0}{3} = \omega_0 - \frac{\omega_0}{t_1}t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{2t_1}{3}$$

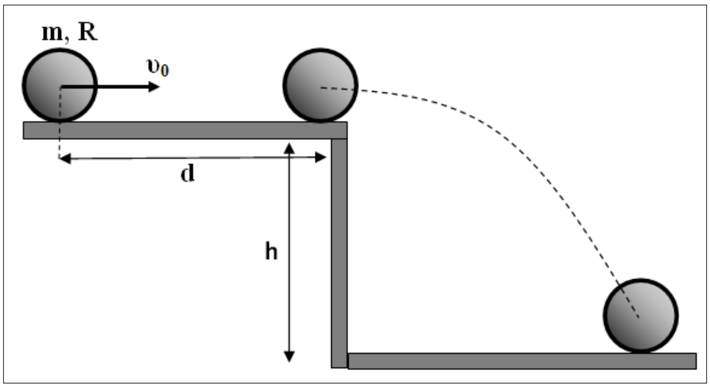
Άρα, σωστή είναι η επιλογή **β.**

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Ο χρόνος t της οριζόντιας βολής του δίσκου προκύπτει από το ύψος h και είναι

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \Rightarrow$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}8\text{m}}{10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} \Rightarrow t = 0{,}6\text{s}$$



Ο δίσκος εγκαταλείπει το οριζόντιο επίπεδο τη χρονική στιγμή t_1, που ισούται με $t_1=t_2-t=1s-0{,}6s=0{,}4s$.
Η κίνηση πάνω στο οριζόντιο επίπεδο είναι ομαλή και η αρχική ταχύτητα υ_0 είναι ίση με

$$d = \upsilon_0 t_1 \Rightarrow \upsilon_0 = \frac{d}{t_1} = \frac{3{,}2\text{m}}{0{,}4\text{s}} \Rightarrow \upsilon_0 = 8\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Το μέτρο της αρχικής γωνιακής ταχύτητας ω_0 του δίσκου είναι

$$\upsilon_0 = \omega_0 R \Rightarrow \omega_0 = \frac{\upsilon_0}{R} = \frac{8\frac{\text{m}}{\text{s}}}{0{,}1\text{m}} \Rightarrow \omega_0 = 80\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

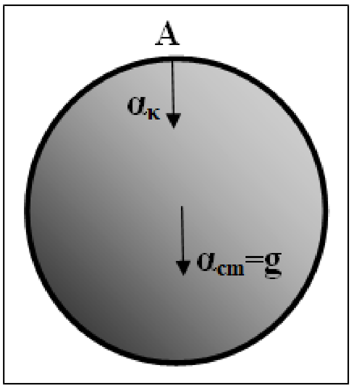
Γ2. Η στροφική κίνηση του δίσκου είναι ομαλή και στο οριζόντιο επίπεδο και στην οριζόντια βολή με την ίδια γωνιακή ταχύτητα ω_0. Η συνολική γωνία που διαγράφει ο δίσκος θ, στο χρονικό διάστημα από t=0s μέχρι t_2=1s είναι

$$\theta = \omega_0 \cdot t_2 = 80\frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 1\text{s} \Rightarrow \theta = 80\,\text{rad}$$

Ο συνολικός αριθμός των περιστροφών του δίσκου μέχρι να φτάσει στο έδαφος είναι

$$N = \frac{\theta}{2\pi} = \frac{80\text{rad}}{2\pi} \Rightarrow N = \frac{40}{\pi}\,\text{στροφές}$$

Γ3. Τη χρονική στιγμή t_3=0,5s ο δίσκος έχει αφήσει το οριζόντιο επίπεδο και βρίσκεται στον αέρα, εκτελώντας οριζόντια βολή. Το ανώτερο σημείο Α του δίσκου έχει δύο επιταχύνσεις. Την επιτάχυνση της βαρύτητας, ως α_{cm}, και την κεντρομόλο επιτάχυνσή του, λόγω της ομαλής στροφικής κίνησης του δίσκου. Οι δύο επιταχύνσεις είναι ομόρροπες άρα το μέτρο της επιτάχυνσης α_A του σημείου Α ισούται με



$$\alpha_A = \alpha_{cm} + \alpha_\kappa = g + \frac{\upsilon_{\gamma\rho}^{\;2}}{R} = g + \frac{(\omega_0 R)^2}{R} \Rightarrow \alpha_A = g + \omega_0^{\;2} R \Rightarrow$$

$$\alpha_A = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2} + \left(80\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2 \cdot 0{,}1\text{m} \Rightarrow \alpha_A = 650\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

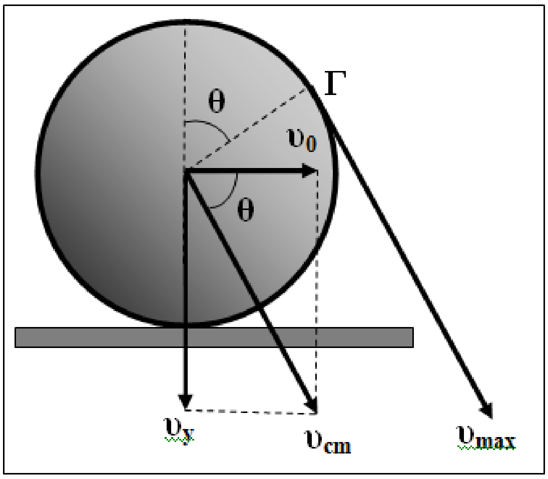
Γ4. Η ταχύτητα του δίσκου στον άξονα y, ελάχιστα πριν φτάσει στο έδαφος, είναι

$$\upsilon_y = gt = 10\frac{m}{s^2}\cdot 0,6s \Rightarrow \upsilon_y = 6\frac{m}{s}$$

Το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας, υ_{cm}, του δίσκου όταν φτάνει στο έδαφος μπορεί να βρεθεί με τη σύνθεση των ταχυτήτων ανά άξονα

$$\upsilon_{cm} = \sqrt{\upsilon_0^{\,2} + \upsilon_y^{\,2}} \Rightarrow \upsilon_{cm} = \sqrt{\left(8\frac{m}{s}\right)^2 + \left(6\frac{m}{s}\right)^2} \Rightarrow \upsilon_{cm} = 10\frac{m}{s}$$

Το κάθε σημείο του δίσκου μπορεί να θεωρηθεί ότι έχει ταχύτητα, που είναι σύνθεση της ταχύτητας υ_{cm}, λόγω της μεταφορικής κίνησης του δίσκου και της γραμμικής του ταχύτητας, λόγω της στροφικής κίνησης του δίσκου. Η γραμμική ταχύτητα $\upsilon_{\gamma\rho}$ των σημείων της περιφέρειας του δίσκου έχει μέτρο σταθερό, όσο είχε και στην κύλιση του δίσκου και ισούται με $\upsilon_{\gamma\rho} = \upsilon_0$.



Το σημείο της περιφέρειας που έχει μέγιστη ταχύτητα, υ_{max}, τη χρονική στιγμή που φτάνει στο έδαφος ο δίσκος, είναι εκείνο στο οποίο η υ_{cm} και η $\upsilon_{\gamma\rho}$ έχουν ίδια κατεύθυνση, τότε το διανυσματικό άθροισμα των δύο ταχυτήτων έχει μέτρο που συμπίπτει με το άθροισμα των μέτρων τους και είναι ίσο με

$$\upsilon_{max} = \upsilon_{cm} + \upsilon_{\gamma\rho} = \upsilon_{cm} + \upsilon_0 \Rightarrow \upsilon_{max} = 10\frac{m}{s} + 8\frac{m}{s} = 18\frac{m}{s}$$

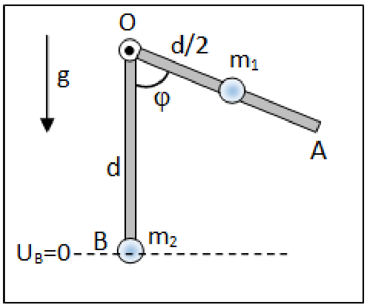
Η επίκεντρη γωνία που σχηματίζει η επιβατική ακτίνα του σημείου Γ με την κατακόρυφο είναι ίση με την επίκεντρη γωνία που σχηματίζει η υ_{cm} με το οριζόντιο επίπεδο (γωνίες με κάθετες πλευρές). Για να προσδιορίσουμε το σημείο Γ της περιφέρειας του δίσκου θα πρέπει να βρούμε τη διεύθυνση της υ_{cm}

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{\upsilon_y}{\upsilon_0} = \frac{6\frac{m}{s}}{8\frac{m}{s}} = \frac{3}{4}$$

Το σημείο της περιφέρειας του δίσκου που θα έχει μέγιστη ταχύτητα θα είναι το Γ, όπου η ακτίνα του δίσκου που βαίνει σ' αυτό, σχηματίζει γωνία θ, με εφθ=3/4, με την κατακόρυφη, διότι τότε η γραμμική του ταχύτητα είναι ομόρροπη με την ταχύτητα του κέντρου μάζας του δίσκου.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Για την κίνηση της ράβδου ΟΑ με τη μάζα m_1 χρησιμοποιούμε την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας, αφού η μόνη δύναμη που παράγει έργο είναι το βάρος της μάζας m_1 και είναι συντηρητική δύναμη. Το επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας ορίζεται στο κάτω άκρο της ράβδου στην κατακόρυφη θέση. Το μέτρο της αρχικής γραμμικής ταχύτητας υ_0 της μάζας m_1 είναι



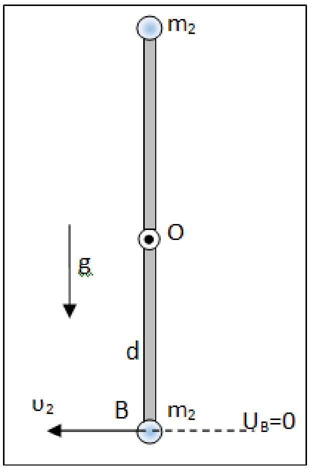
$$\upsilon_0 = \omega_0\frac{d}{2} \Rightarrow \upsilon_0 = 5\sqrt{14}\frac{rad}{s}\cdot\frac{0,4m}{2} \Rightarrow \upsilon_0 = \sqrt{14}\frac{m}{s}$$

Η ΑΔΜΕ θα δώσει τη γραμμική ταχύτητα υ_1 της μάζας m_1, όταν η ράβδος ΟΑ φτάσει στην κατακόρυφη θέση, ελάχιστα πριν την κρούση

$$E_{\alpha\rho\chi} = E_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m_1 \cdot \upsilon_0^2 + m_1 g\left(d - \frac{d}{2}\sigma\upsilon\nu 60^0\right) = \frac{1}{2}m_1 \cdot \upsilon_1^2 + m_1 g\frac{d}{2} \Rightarrow \upsilon_1^2 = \upsilon_0^2 + gd - gd\sigma\upsilon\nu 60^0 \Rightarrow$$

$$\upsilon_1 = \sqrt{\upsilon_0^2 + \frac{1}{2}gd} \Rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{\left(\sqrt{14}\frac{m}{s}\right)^2 + \frac{1}{2}10\frac{m}{s^2}\cdot 0,4m} \Rightarrow \upsilon_1 = 4\frac{m}{s}$$



Δ2. Μετά την κρούση η ράβδος ΟΒ εκτελεί οριακά ανακύκλωση, δηλαδή θα φτάσει στην πάνω κατακόρυφη θέση με μηδενική ταχύτητα. Η ΑΔΜΕ θα δώσει τη γραμμική ταχύτητα υ_2 της μάζας m_2, ελάχιστα μετά την κρούση

$$E_{\alpha\rho\chi} = E_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m_2 \cdot \upsilon_2^2 + 0 = 0 + m_2 g 2d \Rightarrow \upsilon_2^2 = 4gd \Rightarrow$$

$$\upsilon_2 = \sqrt{4gd} = \sqrt{4\cdot 10\frac{m}{s^2}\cdot 0,4m} \Rightarrow \upsilon_2 = 4\frac{m}{s}$$

Το μέτρο της στροφορμής της μάζας m_2, ως προς τον άξονα περιστροφής Ο, αμέσως μετά την κρούση είναι

$$L_2 = m_2\upsilon_2 d = 1kg\cdot 4\frac{m}{s}\cdot 0,4m \Rightarrow L_2 = 1,6kg\frac{m^2}{s}$$

Δ3. Κατά τη στιγμιαία κρούση των δύο ράβδων θεωρούμε ότι ασκούνται μόνο οι εσωτερικές δυνάμεις αλληλεπίδρασης μεταξύ τους, άρα ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Στροφορμής του συστήματος των δύο ράβδων, αφού $\Sigma\tau_{\varepsilon\xi}=0$,

$$L_{\alpha\rho\chi} = L_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow L_1 = L_1' + L_2' \Rightarrow m_1\upsilon_1\frac{d}{2} = m_1\upsilon_1'\frac{d}{2} + m_2\upsilon_2 d \Rightarrow$$

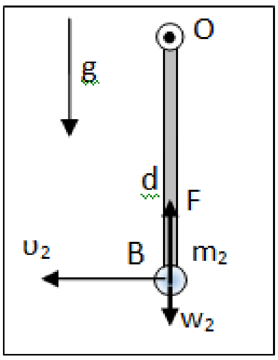
$$2kg\cdot 4\frac{m}{s}\cdot\frac{0,4m}{2} = 2kg\cdot\upsilon_1'\cdot\frac{0,4m}{2} + 1kg\cdot 4\frac{m}{s}\cdot 0,4m \Rightarrow \upsilon_1' = 0$$

δηλαδή η σημειακή μάζα m_1 αμέσως μετά την κρούση έχει γραμμική ταχύτητα μηδέν και κατά συνέπεια και το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της ράβδου ΟΑ θα είναι μηδέν.

Δ4. Το μέτρο της δύναμης που δέχεται η μάζα m_2 από τη ράβδο ΟΒ τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την κρούση θα το υπολογίσουμε από την κεντρομόλο δύναμη που δέχεται η μάζα m_2 σ' αυτή τη θέση

$$\Sigma F = F_\kappa \Rightarrow F - w_2 = \frac{m_2\cdot\upsilon_2^2}{d} \Rightarrow$$

$$F = \frac{1kg\left(4\frac{m}{s}\right)^2}{0,4m} + 1kg\cdot 10\frac{m}{s^2} \Rightarrow F = 50N$$



Δ5. Η θερμική ενέργεια που ελευθερώθηκε κατά την κρούση ισούται με τη μείωση της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων

$$Q = K_{αρχ} - K_{τελ} = \frac{1}{2}m_1 \cdot υ_1^2 - \frac{1}{2}m_2 \cdot υ_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 2kg \cdot \left(4\frac{m}{s}\right)^2 - \frac{1}{2} \cdot 1kg \cdot \left(4\frac{m}{s}\right)^2 \Rightarrow Q = 8J$$

Η εκπόνηση του διαγωνίσματος έγινε με τη βοήθεια Εθελοντών Εκπαιδευτικών.

Τα θέματα επιμελήθηκαν οι **Μπετσάκος Παναγιώτης** και **Σδρίμας Ιωάννης,** Φυσικοί**.**

Ο επιστημονικός έλεγχος πραγματοποιήθηκε από τον **Παλόγο Αντώνιο,** Φυσικό