ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

6° ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ (ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1) - ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1α. (α) Α1β. (γ)

Α2α. (Β) Α2β. (δ)

Α3α. (α) Α3β. (γ)

Α4α. (β) Α4β. (δ)

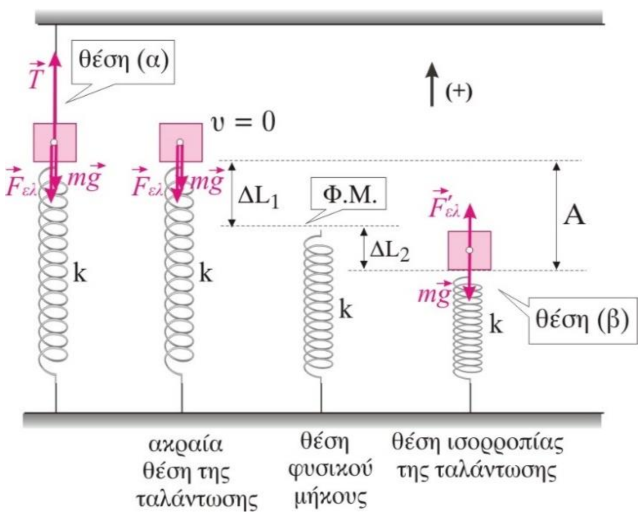
Α5. α. Λ β. Σ γ. Σ δ. Σ ε. Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή επιλογή είναι η (β).

Στη θέση (α) το σώμα ισορροπεί. Επομένως

$$\Sigma F = 0 \;\Rightarrow\; T - mg - F_{\varepsilon\lambda} = 0 \;\Rightarrow$$
$$3mg - mg - F_{\varepsilon\lambda} = 0 \;\Rightarrow$$
$$F_{\varepsilon\lambda} = 2mg \;\Rightarrow k \cdot \Delta L_1 = 2mg \;\Rightarrow$$
$$\Delta L_1 = \frac{2mg}{k} \;, \quad (1)$$



Άρα, πριν κοπεί το νήμα το ελατήριο είναι επιμηκυμένο κατά $\Delta L_1 = 2mg/k$ από το φυσικό του μήκος.

Όταν το νήμα κοπεί το σώμα εκτελεί α.α.τ. γύρω από θέση ισορροπίας για την οποία ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \;\Rightarrow\; mg - F'_{\varepsilon\lambda} = 0 \;\Rightarrow\; F'_{\varepsilon\lambda} = mg \;\Rightarrow\; k \cdot \Delta L_2 = mg \;\Rightarrow\; \Delta L_2 = \frac{mg}{k} \;, \quad (2)$$

Άρα, στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης το ελατήριο είναι συμπιεσμένο κατά $\Delta L_2 = \dfrac{mg}{k}$ από το φυσικό του μήκος.

Όταν το νήμα κοπεί, το σώμα ξεκινά να ταλαντώνεται από τη θέση (α) η οποία αντιστοιχεί στην πάνω ακραία θέση της ταλάντωσης, η οποία απέχει $\Delta L_1 + \Delta L_2$ από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης. Άρα, το πλάτος της ταλάντωσης είναι

$$A = \Delta L_1 + \Delta L_2 \;\Rightarrow\; A = \frac{3mg}{k}$$

Στην πάνω ακραία θέση της ταλάντωσης, η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου είναι

$$U_{\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}k\cdot\Delta L_1^2 = \frac{1}{2}k\cdot\left(\frac{2mg}{k}\right)^2, \quad (4)$$

Η ενέργεια της ταλάντωσης είναι $E_T = \frac{1}{2}D\cdot A^2$ όπου *D*=*k*.

$$E_T = \frac{1}{2}k\cdot A^2 = \frac{1}{2}k\cdot\left(\frac{3mg}{k}\right)^2, \quad (5)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις (4) και (5) παίρνουμε

$$\frac{U_{\varepsilon\lambda}}{E_T} = \frac{\frac{1}{2}k\left(\frac{2mg}{k}\right)^2}{\frac{1}{2}k\left(\frac{3mg}{k}\right)^2} = \frac{4}{9}$$

Β2. Σωστή απάντηση είναι η (β)

Από το σχήμα προκύπτει $T = 10\text{s}$, $A = 2\text{m}$ και ότι τη χρονική στιγμή t=0s , x=+A, άρα το σώμα έχει αρχική φάση π/2.

Η κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης είναι

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = 0,2\pi\frac{\text{rad}}{\text{s}} ,$$

οπότε η σχέση της απομάκρυνσης με τον χρόνο είναι $x = 2\eta\mu(0,2\pi t + \frac{\pi}{2})$ (S.I.) .

$$\upsilon_{max} = A\cdot\omega \Rightarrow \upsilon_{max} = 0,4\pi\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Άρα, η εξίσωση της ταχύτητας με τον χρόνο είναι

$$\upsilon = \upsilon_{max}\cdot\sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow \upsilon = 0,4\pi\cdot\sigma\upsilon\nu(0,2\pi t + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow$$

$$\upsilon = -0,4\pi\cdot\eta\mu\frac{\pi}{5}t \text{ (S.I.)}$$

Β3. Σωστή επιλογή είναι η (γ).

Από την καμπύλη συντονισμού (διάγραμμα πλάτους - συχνότητα του διεγέρτη) παρατηρούμε τα εξής:

$$f_{oA} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m_A}} = 4 f_1 \text{ , } (1)$$

$$f_{oB} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m_B}} = 3 f_1 \text{, } (2)$$

Διαιρώντας τις (1), (2) κατά μέλη παίρνουμε:

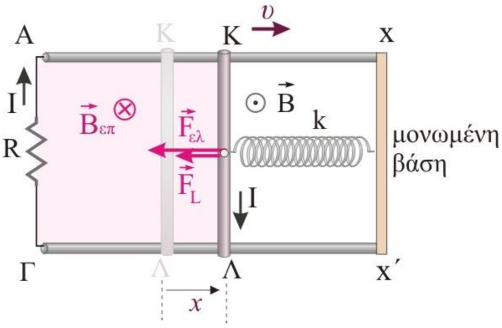
$$\frac{f_{oA}}{f_{oB}} = \sqrt{\frac{m_B}{m_A}} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{m_B}{m_A} = \frac{16}{9} \Rightarrow m_B = \frac{16}{9} m_A$$

Με τα δύο σώματα τοποθετημένα στον δίσκο, η καμπύλη συντονισμού παρουσιάζει μέγιστο στη συχνότητα

$$f_o = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m_A + m_B}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m_A + \frac{16}{9}m_A}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{\frac{25}{9}m_A}} \Rightarrow f_o = \frac{3}{5}\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m_A}} = \frac{3}{5} f_{oA} \Rightarrow f_o = 0{,}6 f_{oA}$$

Άρα, το ζητούμενο ποσοστό μεταβολής είναι:

$$\Pi\% = \frac{f_o - f_{oA}}{f_{oA}} 100\% = \frac{0{,}6 f_{oA} - f_{oA}}{f_{oA}} 100\% \Rightarrow \Pi\% = -40\%$$



Β4. Σωστή επιλογή είναι η (α).

Όταν αφήσουμε τον αγωγό ΚΛ ελεύθερο, θα κινηθεί προς τη θέση του φυσικού μήκους του ελατηρίου με αποτέλεσμα η μαγνητική ροή που διέρχεται από το κλειστό πλαίσιο ΑΚΛΓΑ να αυξηθεί και να εμφανιστεί επαγωγική τάση η οποία δίνεται από τη σχέση

$$E_{επ} = \left|\frac{d\Phi}{dt}\right| = \frac{\Phi_{τελ} - \Phi_{αρχ}}{dt} = \frac{BS_{τελ} - BS_{αρχ}}{dt} \Rightarrow$$

$$E_{επ} = \frac{B\left(S_{τελ} - S_{αρχ}\right)}{dt} \Rightarrow E_{επ} = \frac{BLdx}{dt}$$

Όμως, $\frac{dx}{dt}$ μας κάνει την ταχύτητα του αγωγού, άρα η σχέση γίνεται:

$$E_{επ} = B\upsilon L$$

Επειδή έχουμε κλειστό κύκλωμα, κυκλοφορεί επαγωγικό ρεύμα του οποίου η ένταση είναι

$$I = \frac{E_{επ}}{R} = \frac{B\upsilon L}{R}$$

Εξαιτίας του επαγωγικού ρεύματος εμφανίζεται δύναμη Laplace η οποία, σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz, αντιτίθεται στην κίνηση του αγωγού ΚΛ και το μέτρο της δίνεται από τη σχέση

$$F_L = BIL = B\frac{B\upsilon L}{R}L \Rightarrow F_L = \frac{B^2L^2}{R}\upsilon .$$

Στην τελευταία σχέση τα μεγέθη B^2, L^2, Rείναι χρονικά σταθερά και το μόνο μέγεθος που μεταβάλλεται είναι η ταχύτητα *υ*.

Παρατηρούμε ότι στην τυχαία θέση που απέχει *x* από τη Θ.Ι., που είναι και η θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου, στον αγωγό ασκούνται εκτός από τη δύναμη επαναφοράς, που στην περίπτωσή μας είναι η δύναμη του ελατηρίου και μια δύναμη που αντιτίθεται στην κίνηση του αγωγού και είναι της μορφής $F_{αντ}=-bυ$ με $b=B^2L^2/R$.

Επομένως ο αγωγός θα εκτελέσει φθίνουσα ταλάντωση με τη δύναμη αντίστασης να είναι της μορφής $F_{αντ}= -bυ$.

Θέμα Γ

Γ1. Η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης *x=f(t)* του ξύλινου σώματος $Σ_1$, γύρω από τη θέση ισορροπίας του Ο, είναι της μορφής:

$$x = A\cdot ημ(ωt+φ_ο) \quad , \quad (1)$$

Από τη γραφική παράσταση παίρνουμε τις τιμές $υ_{max}=0,2m/s$ και $T=π/5\ s$.

Από την περίοδο βρίσκουμε την κυκλική συχνότητα, $ω = \frac{2π}{T} = 10\ rad/s$

Από την $υ_{max}$ υπολογίζουμε το πλάτος της ταλάντωσης.

$$υ_{max} = ω\cdot A \Rightarrow A = \frac{υ_{max}}{ω} = \frac{0,2\frac{m}{s}}{10\frac{rad}{s}} \Rightarrow A = 0,02m$$

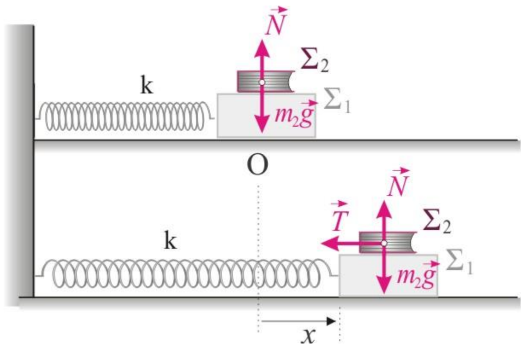
Επίσης παρατηρούμε ότι την *t=0* η ταχύτητα του σώματος είναι μηδενική και μετά από *T/4* έχει μέγιστη αρνητική τιμή, άρα το σώμα την *t=0* βρίσκεται στην ακραία θετική θέση (*x=+A*) και έχει αρχική φάση $φ_ο=π/2\ rad$.

Αντικαθιστώντας στη σχέση (1) παίρνουμε

$$x = 0,02\cdot ημ\left(10t+\frac{π}{2}\right) \ , \ (S.I.)$$

Γ2. Το $Σ_2$ είναι μέρος ενός συστήματος που ταλαντώνεται, επομένως πρέπει η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα $Σ_2$ στον άξονα κίνησής του να δημιουργούν την απαιτούμενη δύναμη επαναφοράς, η οποία περιγράφεται από τη σχέση $F_{επ} = -D_2 x = -m_2\,\omega^2 x$ και μεγιστοποιείται όταν το σώμα βρίσκεται στις ακραίες θέσεις.

Σε μια τυχαία θέση που απέχει x από τη θέση ισορροπίας, στο σώμα $Σ_2$ ασκούνται οι εξής δυνάμεις:



- το βάρος του $m_2\vec{g}$
- η κάθετη δύναμη στήριξης $\vec{N}$ από το $Σ_1$.
- η τριβή $\vec{T}$ που αναπτύσσεται μεταξύ των δύο επιφανειών.

Άρα, τη δύναμη επαναφοράς για το σώμα $Σ_2$ μπορεί να τη δημιουργήσει μόνο η τριβή .

Για να δείξουμε ότι το $Σ_2$ δεν ολισθαίνει πάνω στο $Σ_1$ αρκεί να αποδείξουμε ότι η T παραμένει στατική, δηλαδή οι απαιτήσεις για $\left|F_{επ(\max)}\right|$ παραμένουν μικρότερες από την $T_{ορ}$.

$$\left|F_{επ(\max)}\right| = m_2\,\omega^2 A = 0{,}1kg \cdot \left(10\frac{rad}{s}\right)^2 \cdot 0{,}02m \Rightarrow \left|F_{επ(\max)}\right| = 0{,}2N$$

Η οριακή τριβή μεταξύ των $Σ_1$ και $Σ_2$ δίνεται από τη σχέση

$$T_{ορ} = \mu_o \cdot N = \mu_o \cdot m_2 g = 0{,}5 \cdot 0{,}1kg \cdot 10\frac{m}{s^2} \Rightarrow T_{ορ} = 0{,}5N$$

Εφόσον $\left|F_{επ(\max)}\right| < T_{ορ}$, η T είναι στατική και το $Σ_2$ δεν ολισθαίνει ως προς το $Σ_1$.

Γ3. Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του $Σ_2$ ισούται με

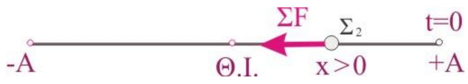
$$\frac{dp}{dt} = \Sigma F = -Dx = -m_2\omega^2 x \quad , \quad (2)$$

Αφού το $Σ_2$ δεν ολισθαίνει, έχει την ίδια ταχύτητα με το σώμα $Σ_1$. Με εφαρμογή της αρχής διατήρησης της ενέργειας για την ταλάντωση του $Σ_2$ θα υπολογίσουμε τη θέση x_1 όπου αυτό αποκτά ταχύτητα μέτρου $υ_1 = 10\sqrt{3}\ cm/s$ για πρώτη φορά.

$$K_1 + U_1 = E_T \Rightarrow \frac{1}{2}m_2 υ_1^2 + \frac{1}{2}m_2\omega^2 x_1^2 = \frac{1}{2}m_2\omega^2 A^2 \Rightarrow$$

$$x_1 = \pm\sqrt{\frac{\omega^2 A^2 - υ_1^2}{\omega^2}} = \pm\sqrt{\frac{\left(10\frac{rad}{s}0{,}02m\right)^2 - \left(0{,}1\sqrt{3}\frac{m}{s}\right)^2}{\left(10\frac{rad}{s}\right)^2}} \Rightarrow x_1 = \pm 0{,}01m$$

Το σώμα ξεκινάει τη χρονική στιγμή *t=0* από τη θέση *x=+A* και θα βρεθεί για πρώτη φορά στη θέση x_1 πλησιάζοντας προς τη θέση ισορροπίας του, άρα $x_1>0$ και αποδεκτή τιμή είναι $x_1 = +0,01m$



Αντικαθιστώντας στη σχέση (2) παίρνουμε

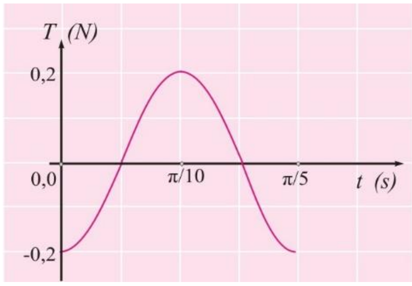
$$\frac{dp}{dt} = -0,1kg\left(10rad/s\right)^2 \cdot 0,01m \Rightarrow \frac{dp}{dt} = -0,1\frac{kg\,m}{s^2}$$

Γ4. Η στατική τριβή, *Τ*, είναι η δύναμη επαναφοράς για το $Σ_2$ και δίνεται από τη σχέση

$$T = -D_2 \cdot x = -m_2\omega^2 x \Rightarrow$$

$$T = -0,1kg \cdot \left(10rad/s\right)^2 \cdot 0,02m \cdot ημ\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow$$

$$T = -0,2 \cdot ημ\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \;,\; (S.I.)$$



Η γραφική παράσταση δίνεται στο διπλανό σχήμα.

Θέμα Δ

Δ₁. Με εφαρμογή του θεωρήματος έργου-ενέργειας βρίσκουμε την ταχύτητα του σώματος μάζας m_1 ελάχιστα πριν την κρούση.

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 - \frac{1}{2}m_1\upsilon_0^2 = -m_1 \cdot gημφ \cdot s \Rightarrow$$

$$\upsilon_1 = \sqrt{\upsilon_0^2 - 2g \cdot ημφ \cdot s} = \sqrt{(\sqrt{17}\frac{m}{s})^2 - 2 \cdot (10\frac{m}{s^2}) \cdot ημ\frac{\pi}{6} \cdot 0,8m} \Rightarrow$$

$$\upsilon_1 = 3\frac{m}{s}$$

Από τους τύπους της κεντρικής ελαστικής κρούσης με ακίνητο το ένα σώμα προκύπτουν οι ταχύτητες των σωμάτων μετά την κρούση.

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_1' = -1\frac{m}{s}$$

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_2' = 2\frac{m}{s}$$

Δ₂. Επειδή η κρούση είναι ελαστική η θέση ισορροπίας του σώματος μάζας m_2 μένει αμετάβλητη, οπότε η ταχύτητα που αποκτά μετά την κρούση είναι και η μέγιστη ταχύτητα της ταλάντωσης.

$$\upsilon_2{}' = \upsilon_{2max} = 2\frac{m}{s}$$

Όμως , $\upsilon_{2max} = \omega\cdot A \Rightarrow A = \frac{\upsilon_{2max}}{\omega}$ (1)

όπου, $\omega = \frac{2\pi}{T}$ (2)

Την περίοδο θα την βρούμε από την πληροφορία ότι, όταν το σώμα μάζας m_1 επιστρέφει στην αρχική του θέση, τότε το σώμα μάζας m_2 βρίσκεται στη μέγιστη προς τα πάνω απομάκρυνση για δεύτερη φορά.

Το σώμα μάζας m_2 βρίσκεται στη μέγιστη προς τα πάνω απομάκρυνση για δεύτερη φορά τη χρονική στιγμή $t_{καθ} = \frac{5T}{4}$. (3)

Το σώμα μάζας m_1 επιστρέφει στην αρχική του θέση εκτελώντας κίνηση ομαλά επιταχυνόμενη με αρχική ταχύτητα, οπότε

$$s = \upsilon_1{}' \cdot t_κ + \frac{1}{2} g\cdot ημφ\cdot t_κ{}^2 \Rightarrow 0{,}8 = t_κ + \frac{1}{2}10\cdot ημ\frac{\pi}{6}\cdot t_κ{}^2 \Rightarrow$$
$$2{,}5t_κ{}^2 + t_κ - 0{,}8 = 0$$

Από τις δύο ρίζες της δευτεροβάθμιας εξίσωσης απορρίπτουμε την αρνητική, οπότε ο χρόνος καθόδου είναι

$$t_κ = 0{,}4\,s$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (3) προκύπτει

$T = 0{,}32\,s$ και από τη σχέση (2), $\omega = 6{,}25\pi\frac{rad}{s}$

Τελικά, από τη σχέση (1) παίρνουμε: $A = \frac{0{,}32}{\pi}m$

Δ3. Τη χρονική στιγμή t=0 το σώμα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του και κινείται προς τη θετική κατεύθυνση, οπότε δεν έχει αρχική φάση.

Η απομάκρυνση δίνεται από τη σχέση

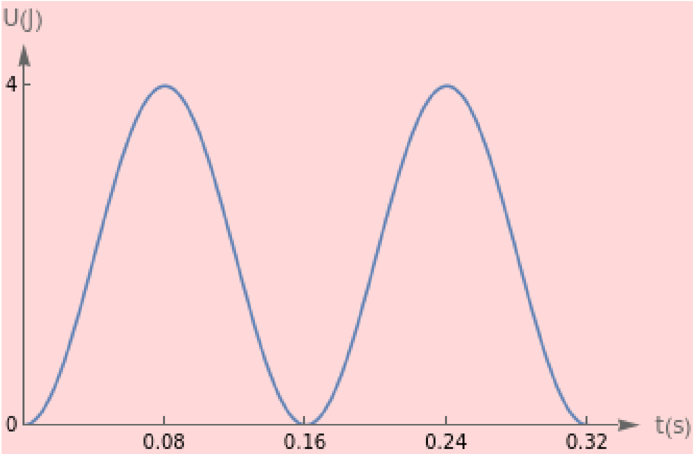
$$x = \frac{0{,}32}{\pi} ημ6{,}25\pi t \text{ (S.I.)}$$

Δ4. Η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης είναι

$U = \frac{1}{2}Dx^2$ όπου $D = m \cdot \omega^2$. Άρα η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης αν αντικαταστήσουμε τη σταθερά επαναφοράς και τη στιγμιαία απομάκρυνση είναι

$$U = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \cdot \eta\mu^2\omega t = \frac{1}{2}(2kg)\cdot(6,25\pi\frac{rad}{s})^2\cdot(\frac{0,32}{\pi}m)^2\cdot\eta\mu^2 6,25\pi t \Rightarrow$$

$$U = 4\cdot\eta\mu^2 6,25\pi t \text{ (S.I.)}$$



Η εκπόνηση του διαγωνίσματος έγινε με τη βοήθεια Εθελοντών Εκπαιδευτικών:
Τα θέματα επιμελήθηκαν οι **Πετρίδης Παναγιώτης** και **Ποντικός Ηλίας, Φυσικοί.**
Ο επιστημονικός έλεγχος πραγματοποιήθηκε από τον **Παλόγο Αντώνιο, Φυσικό.**