ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

4° ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ (ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1) - ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1α. (δ) Α1β. (β)

Α2α. (γ) Α2β. (δ)

Α3α. (α) Α3β. (β)

Α4α. (β) Α4β. (δ)

Α5. α.Λ β.Λ γ.Σ δ.Λ ε.Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή απάντηση είναι η (β).

Όταν αφήσουμε κάθε σώμα από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου να κάνει ταλάντωση, το πλάτος Α θα ισούται με την αρχική επιμήκυνσή του $\Delta\ell$.

Στη θέση ισορροπίας έχουμε: $\Sigma F = 0 \Rightarrow k \cdot \Delta\ell - mg = 0 \Rightarrow \Delta\ell = A = \dfrac{mg}{k}$, (1)

Η κινητική ενέργεια στη θέση ισορροπίας είναι μέγιστη και ίση με την ενέργεια ταλάντωσης, επομένως

$$K = K_{max} = U_{max} \Rightarrow K = \frac{1}{2}kA^2 \text{ , (2)}$$

Αντικαθιστώντας τη σχέση (1) στη (2) παίρνουμε: $K = \dfrac{m^2 g^2}{2k}$

Για το σώμα Α έχουμε $K_A = \dfrac{m_A^2 g^2}{2k}$

Για το σώμα Β έχουμε $K_B = \dfrac{m_B^2 g^2}{2k}$

Επειδή $m_B > m_A$ παίρνουμε $K_B > K_A$.

Β2. Σωστή απάντηση είναι η (β).

$$E_o = \frac{1}{2}kA_o^2 = 0{,}5J \;,(1)$$

$$E_1 = E_o - Q = 0{,}08J \Rightarrow E_1 = \frac{1}{2}kA_1^2 = 0{,}08J \;,(2)$$

Διαιρώντας τις σχέσεις (1),(2) κατά μέλη παίρνουμε:

$$\frac{E_1}{E_0} = \frac{\frac{1}{2}kA_1^2}{\frac{1}{2}kA_0^2} \Rightarrow \frac{0{,}08}{0{,}5} = \frac{A_1^2}{A_0^2} \Rightarrow \frac{8}{50} = \frac{A_1^2}{A_0^2} \Rightarrow \frac{16}{100} = \frac{A_1^2}{A_0^2} \Rightarrow A_1 = 0{,}4A_o$$

Β3. Σωστή απάντηση είναι η (α).

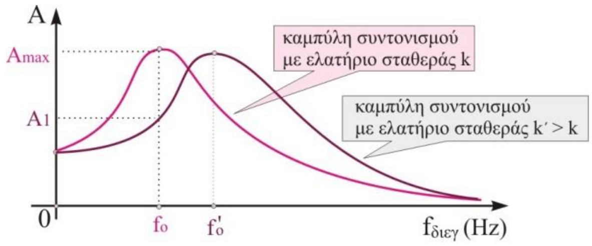
Η ιδιοσυχνότητα f_o του ταλαντωτή είναι $f_o = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$.

Το σύστημα βρίσκεται σε συντονισμό, άρα ο διεγέρτης βρίσκεται σε συχνότητα fo και το πλάτος ταλάντωσης είναι A_{max}.

Αν το ελατήριο αντικατασταθεί με ένα σκληρότερο σταθεράς k'> k, η νέα ιδιοσυχνότητα γίνεται

$$f'_o = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k'}{m}} \;,$$

Είναι $f'_o > f_o$,



επομένως το μέγιστο της καμπύλης συντονισμού μετατοπίζεται δεξιότερα. Ο διεγέρτης βρίσκεται στη συχνότητα f_o , άρα το πλάτος ταλάντωσης από A_{max} γίνεται $A_1 < A_{max}$ (δες σχήμα), καθώς η συχνότητα ταλάντωσης παραμένει σταθερή και ίση με τη συχνότητα του διεγέρτη.

Β4. Σωστή είναι η (γ)

Το μέτρο της μέγιστης ορμής δίνεται από τη σχέση

$P_{max} = mu_{max} = m\omega A$ όπου $\omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$

Από το διάγραμμα παρατηρούμε ότι το πλάτος ταλάντωσης Α είναι το ίδιο για τα δύο σώματα και $U_{max1} = 2U_{max2}$, άρα για τις δύο σταθερές επαναφοράς έχουμε:

$$\frac{1}{2}D_1A^2 = 2\frac{1}{2}D_2A^2 \Rightarrow D_1 = 2D_2$$

Επομένως $\omega_1 = \sqrt{\frac{D_1}{m_1}}$ και $\omega_2 = \sqrt{\frac{D_2}{m_2}} = \sqrt{\frac{\frac{D_1}{2}}{2m_1}} = \frac{\omega_1}{2}$

$$\left|\frac{p_{max1}}{p_{max2}}\right| = \left|\frac{m_1\omega_1A}{m_2\omega_2A}\right| = \left|\frac{m_1 2\omega_2}{2m_1\omega_2}\right| \Rightarrow \left|\frac{p_{max1}}{p_{max2}}\right| = 1$$

ΘΕΜΑ Γ

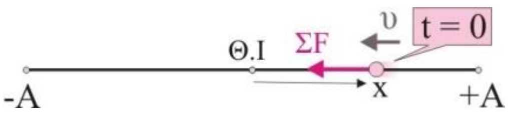
Γ1)

Η συχνότητα της ταλάντωσης είναι $f = \frac{f'}{2} = \frac{5}{\pi}Hz$ άρα ω=2πf=10 rad/s.

$$D = m\omega^2 = 1kg\cdot\left(10\frac{rad}{s}\right)^2 \text{ ή } D = 100\frac{N}{m}$$

Γ2)

Εφόσον τη χρονική στιγμή t=0 ο ρυθμός μεταβολής της ορμής (η συνισταμένη δύναμη ΣF) είναι αρνητικός το σώμα βρίσκεται σε θετική απομάκρυνση. Το σώμα επιταχύνεται, άρα πλησιάζει προς τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσής του.



$$\Sigma F = -Dx \Rightarrow -20N = -100\frac{N}{m}x \Rightarrow x = 0,2m$$

Εφαρμόζουμε τη διατήρηση της ενέργειας για την ταλάντωση.

$$K + U = E \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}Dx^2 = \frac{1}{2}DA^2 \Rightarrow A = \sqrt{x^2 + \frac{m\upsilon^2}{D}} \Rightarrow$$

$$A = \sqrt{(0,2m)^2 + \frac{1kg\cdot\left(2\sqrt{3}\frac{m}{s}\right)^2}{100\frac{N}{m}}} \Rightarrow A = 0,4m$$

Γ3) Η συχνότητα της ταλάντωσης είναι f = f΄/2 και η γωνιακή ταχύτητα είναι

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \frac{5}{\pi} rad/s \Rightarrow \omega = 10\frac{rad}{s}$$

Εφόσον τη χρονική στιγμή t=0s το σώμα βρίσκεται στην ακραία θετική θέση, έχουμε αρχική φάση π/2 και η εξίσωση θέσης δίνεται από τη συνάρτηση

$$x = A\eta\mu\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow x = 0,4\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right),\ (S.I.)$$

Τη χρονική στιγμή t_1 το σώμα βρίσκεται στη θέση x_1=0,2m. Επομένως

$$0,2 = 0,4\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \frac{1}{2} = \eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \eta\mu\frac{\pi}{6} = \eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Η εξίσωση έχει δύο λύσεις

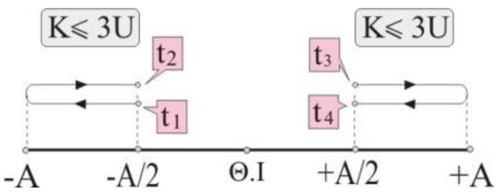
$$\frac{\pi}{6} + 2\kappa\pi = 10t + \frac{\pi}{2},\ (1)$$
$$\frac{5\pi}{6} + 2\kappa\pi = 10t + \frac{\pi}{2},\ (2)$$

Η εξίσωση (2) για κ=0 δίνει την λύση με το μικρότερο δυνατό χρόνο. Επομένως

$$\frac{5\pi}{6} = 10t_1 + \frac{\pi}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{\pi}{30}s$$

Γ4)

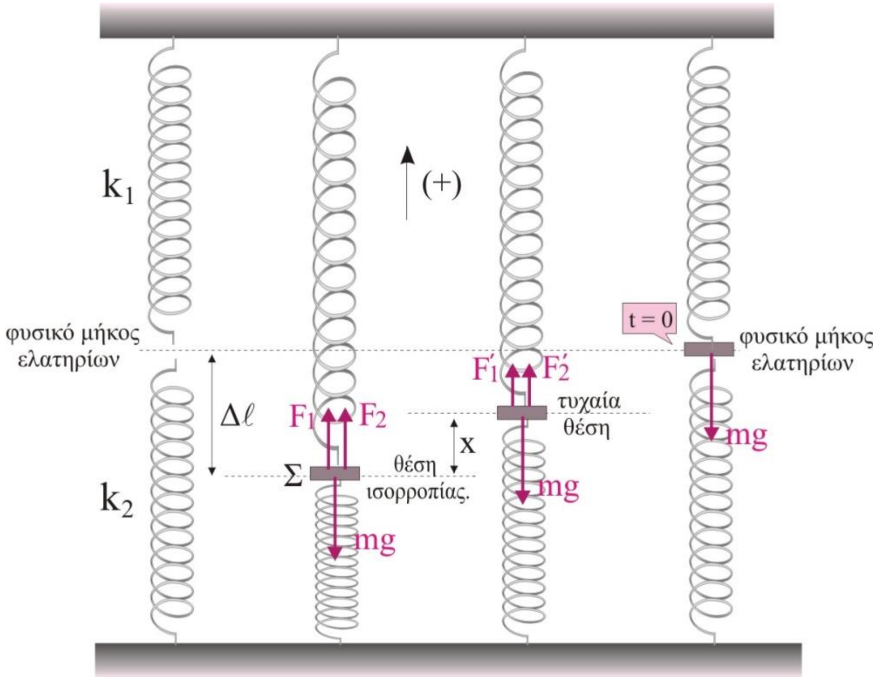
$$\left.\begin{matrix} K \le 3U \\ K + U = E \Rightarrow K = E - U \end{matrix}\right\} E - U \le 3U \Rightarrow U \ge \frac{E}{4} \Rightarrow \frac{1}{2}Dx^2 \ge \frac{1}{4}\frac{1}{2}DA^2 \Rightarrow |x| \ge \frac{A}{2}$$



Το μήκος, s, της διαδρομής σε μια περίοδο για το οποίο ικανοποιείται η συνθήκη $x \ge \frac{A}{2}$ είναι 4 φορές το A/2, δηλαδή s=2A.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1)



Στη θέση ισορροπίας όπου τα ελατήρια έχουν παραμορφωθεί κατά $\Delta\ell$ έχουμε:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_1 + F_2 - mg = 0 \Rightarrow k_1\Delta\ell + k_2\Delta\ell = mg \Rightarrow 2k\Delta\ell = mg \ , (1)$$

Σε μια τυχαία θέση της ταλάντωσης που απέχει x από τη θέση ισορροπίας ισχύει:

$$\Sigma F = F_1' + F_2' - mg = k(\Delta\ell - x) + k(\Delta\ell - x) - mg \Rightarrow$$
$$\Sigma F = 2k\Delta\ell - 2kx - mg \xrightarrow{(1)} \Sigma F = -2kx$$

Άρα το Σ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με D=2k.

Δ2) Τη χρονική στιγμή t=0, το σώμα Σ βρίσκεται στην πάνω ακραία θέση (+A), τα ελατήρια βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος και δεν έχουν δυναμική ενέργεια. Όταν το ελατήριο 1 έχει τη μέγιστη δυναμική του ενέργεια το σώμα Σ βρίσκεται στην κάτω αρνητική του θέση (-A) για πρώτη φορά. Άρα, το χρονικό διάστημα Δt=π/10s αντιστοιχεί σε χρονικό διάστημα μισής περιόδου της ταλάντωσης του Σ.

$$\frac{T}{2} = \frac{\pi}{10} \Rightarrow \pi\sqrt{\frac{m}{D}} = \frac{\pi}{10} \Rightarrow \frac{m}{2k} = \frac{1}{100} \Rightarrow k = 100\frac{N}{m}$$

Από τη σχέση (1) έχουμε $\Delta\ell = A = \dfrac{mg}{2k} = 0{,}1m$

Δ3) Βρίσκουμε πρώτα την εξίσωση θέσης για την ταλάντωση του σώματος Σ.

Τη χρονική στιγμή t=0 το σώμα Σ είναι στο x=+A, άρα $\varphi_o=\pi/2$.

Επίσης $\omega=\sqrt{\dfrac{D}{m}}=10\dfrac{rad}{s}$

Η εξίσωση θέσης του σώματος Σ είναι:

$$x=A\cdot\eta\mu\left(\omega t+\varphi_o\right)\ \Rightarrow\ x=0{,}1\eta\mu\left(10t+\frac{\pi}{2}\right),\ (SI)$$

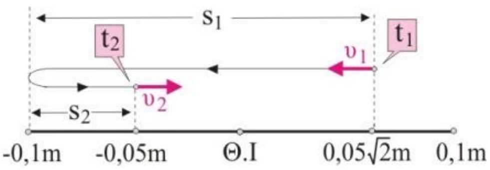
Τη χρονική στιγμή $t_1=T/8$:

$$x_1=0{,}1\eta\mu\left(\frac{2\pi}{T}\cdot\frac{T}{8}+\frac{\pi}{2}\right)=0{,}1\eta\mu\left(\frac{3\pi}{4}\right)=0{,}05\sqrt{2}\,m\,,\qquad \upsilon_1=\upsilon_{max}\cdot\sigma\upsilon\nu\left(\frac{3\pi}{4}\right)<0$$

Τη χρονική στιγμή $t_2=2T/3$:

$$x_2=0{,}1\eta\mu\left(\frac{2\pi}{T}\cdot\frac{2T}{3}+\frac{\pi}{2}\right)=0{,}1\eta\mu\left(\frac{11\pi}{6}\right)=-0{,}05m\,,\qquad \upsilon_2=\upsilon_{max}\cdot\sigma\upsilon\nu\left(\frac{11\pi}{6}\right)>0$$

Το μήκος της τροχιάς που διένυσε το σώμα Σ από τη χρονική στιγμή t_1 έως τη στιγμή t_2 (δες σχήμα) είναι



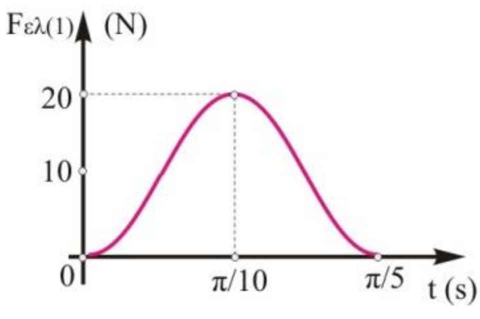
$$s_{o\lambda}=s_1+s_2=0{,}05\sqrt{2}\,m+0{,}01m+\left(0{,}01m-0{,}05m\right)\ \Rightarrow\ s_{o\lambda}=0{,}05(\sqrt{2}+3)m$$

Δ4) $T=2\pi\sqrt{\dfrac{m}{2k}}=\dfrac{\pi}{5}s$

Άρα, η γραφική παράσταση αντιστοιχεί σε χρόνο από 0 μέχρι Τ. Στην τυχαία θέση που η απομάκρυνση του σώματος είναι x από τη θέση ισορροπίας έχουμε

$$F_1=k_1(\Delta\ell-x)=k_1\Delta\ell-k_1A\cdot\eta\mu\left(\omega t+\varphi_o\right)\ \Rightarrow\ F_1=10-10\eta\mu\left(10t+\frac{\pi}{2}\right),\ (SI)$$

Η γραφική παράσταση της δύναμης του ελατηρίου (1) σε σχέση με το χρόνο δίνεται στο διπλανό σχήμα.



Δ5) $\frac{dU_1}{dt} = -\frac{dW_{F_1}}{dt} = -\frac{F_1 dx}{dt} = -F_1 \cdot \upsilon_1$, (2)

Την t_1=5Τ/6:

$$F_1 = 10 - 10\eta\mu\left(\frac{2\pi}{T}\cdot\frac{5T}{6} + \frac{\pi}{2}\right) = 10 - 10\eta\mu\frac{13\pi}{6} = 10 - 10\eta\mu\frac{\pi}{6} \Rightarrow F_1 = 5N$$

Η ταχύτητα υ_1 του σώματος Σ τη χρονική στιγμή 5Τ/6 είναι

$$\upsilon_1 = \omega A \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi}{T}\cdot\frac{5T}{6} + \frac{\pi}{2}\right) = 10\frac{rad}{s}\cdot 0{,}1m \cdot \sigma\upsilon\nu\frac{13\pi}{6} \Rightarrow \upsilon_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{m}{s}$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (2) παίρνουμε

$$\frac{dU_1}{dt} = -5N\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{m}{s} \Rightarrow \frac{dU_1}{dt} = -2{,}5\sqrt{3}\frac{J}{s}.$$

Η εκπόνηση του διαγωνίσματος έγινε με τη βοήθεια Εθελοντών Εκπαιδευτικών:

Τα θέματα επιμελήθηκαν οι **Ιστάπολος Βασίλειος και Ποντικός Ηλίας, Φυσικοί.**

Ο επιστημονικός έλεγχος πραγματοποιήθηκε από τον **Παλόγο Αντώνιο, Φυσικό.**