ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

3° ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ (ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1) – ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1α. γ.

Α1β. α.

Α2α. β.

Α2β. β.

Α3α. β.

Α3β. α.

Α4α. δ.

Α4β. γ.

Α5.

α. Σωστό

β. Λάθος

γ. Σωστό

δ. Λάθος

ε. Σωστό

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή απάντηση είναι η α.
Για να μεταφέρεται η ενέργεια από το δίσκο στο ταλαντούμενο σύστημα με το βέλτιστο τρόπο πρέπει το σύστημα να βρεθεί σε συντονισμό. Άρα:

$$f_\delta = f_0' = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m_{ολ}}} \Rightarrow \frac{\omega_\delta}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m_{ολ}}} \Rightarrow \omega_\delta^2 = \frac{k}{m_{ολ}} \Rightarrow m_{ολ} = \frac{k}{\omega_\delta^2} \Rightarrow m_{ολ} = \frac{200}{100}\text{kg} \Rightarrow m_{ολ} = 2\text{kg}$$

$$M + m = 2\text{kg} \Rightarrow m = 0,8\text{kg}.$$

Β2. Σωστή απάντηση είναι η β.
Το έργο της δύναμης αντίστασης είναι ίσο με τη μείωση της ενέργειας ταλάντωσης του συστήματος.
Η αρχική ενέργεια του συστήματος είναι:

$$E_0 = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow E_0 = \frac{1}{2}200\cdot 0,3^2\,\text{J} \Rightarrow E_0 = 9\,\text{J}$$

Την χρονική στιγμή t_1 η ενέργεια του συστήματος είναι:

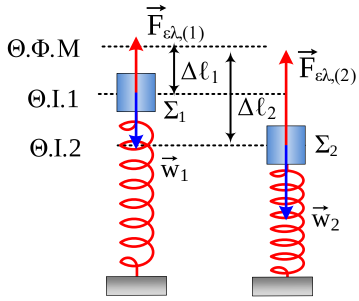
$$E = K + U = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + 0 \Rightarrow E = \frac{1}{2}2\cdot 2^2\,J \Rightarrow E = 4\,J$$

Άρα, το έργο της δύναμης αντίστασης είναι:

$W_{Fαντ}$=- $E_{απ}$ = E- E_0 ή $W_{Fαντ} = 4J - 9J \Rightarrow W_{Fαντ} = -5J$.

Β3. Σωστή απάντηση είναι η α.

Το πλάτος της επιτάχυνσης μιας α.α.τ. βρίσκεται από τη σχέση $\alpha_{max} = \omega^2 A$. Πρέπει να βρούμε τα πλάτη, Α και τις γωνιακές συχνότητες, ω, των δύο ταλαντώσεων.



Και οι δύο ταλαντώσεις ξεκινούν από ακραία θέση, αφού υ = 0, άρα τα πλάτη ταλάντωσης συμπίπτουν με την συμπίεση των ελατηρίων που προκαλούν τα σώματα όταν αυτά βρίσκονται στις θέσεις ισορροπίας, δηλαδή

$A_1 = \Delta\ell_1$ και $A_2 = \Delta\ell_2$.

Η θέση ισορροπίας του συστήματος k – m, είναι μετατοπισμένη από το φυσικό μήκος του ελατηρίου κατά $\Delta\ell_1$, για το οποίο ισχύει:

$$\Sigma\vec{F} = \vec{0} \Rightarrow F_{ελ(1)} = w_1 \Rightarrow k\Delta\ell_1 = mg \Rightarrow \Delta\ell_1 = \frac{mg}{k}$$

Αντίστοιχα, η θέση ισορροπίας του συστήματος k – 4m, είναι μετατοπισμένη από το φυσικό μήκος του ελατηρίου κατά $\Delta\ell_2$, για το οποίο ισχύει:

$$\Sigma\vec{F} = \vec{0} \Rightarrow F_{ελ(2)} = w_2 \Rightarrow k\Delta\ell_2 = 4mg \Rightarrow \Delta\ell_2 = \frac{4mg}{k}$$

Η γωνιακή συχνότητα μιας α.α.τ βρίσκεται από τη σχέση $D = m\omega^2$. Επειδή έχουμε σύστημα μάζας ελατηρίου $D = k$ και η σχέση γίνεται $k = m\omega^2 \Rightarrow \omega^2 = \frac{k}{m}$.

Άρα, ο ζητούμενος λόγος γίνεται:

$$\frac{\alpha_{1(max)}}{\alpha_{2(max)}} = \frac{\omega_1^2 A_1}{\omega_2^2 A_2} = \frac{\frac{k}{m}\frac{mg}{k}}{\frac{k}{4m}\frac{4mg}{k}} \Rightarrow \frac{\alpha_{1(max)}}{\alpha_{2(max)}} = 1$$

Β4. Σωστή απάντηση είναι η β.
Για την χρονική στιγμή t_1 έχουμε:

$$x = A\eta\mu(\omega t) \Rightarrow \frac{A}{2} = A\eta\mu(\omega t_1) \Rightarrow \frac{1}{2} = \eta\mu(\omega t_1) \Rightarrow \left.\begin{matrix} \omega t_1 = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{6} \\ \omega t_1 = 2\kappa\pi + \frac{5\pi}{6} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{matrix} t_1 = \frac{12\kappa\pi + \pi}{6\omega} \\ t_1 = \frac{12\kappa\pi + 5\pi}{6\omega} \end{matrix}$$

Άρα ο ελάχιστος χρόνος είναι: $t_1 = \frac{\pi}{6\omega} = \frac{\pi}{6\cdot\frac{2\pi}{T}} = \frac{T}{12}$

Από τη θέση ισορροπίας μέχρι τη θέση A χρειαζόμαστε χρόνο T/4. Άρα από τη θέση A/2 μέχρι το άκρο χρειαζόμαστε χρόνο $t_2 = \frac{T}{4} - t_1 = \frac{T}{4} - \frac{T}{12} = \frac{2T}{12} \Rightarrow t_2 = 2t_1$.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Η επιτάχυνση του ταλαντούμενου σώματος μηδενίζεται όταν περνά από τη Θ.Ι. Άρα από την πάνω ακραία θέση ως τη Θ.Ι. χρειάζεται ελάχιστος χρόνος

$\Delta t = \frac{T}{4} \Rightarrow \frac{\pi}{20} = \frac{T}{4} \Rightarrow T = 0,2\pi\,s$

Επίσης $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = 10\frac{rad}{s}$.

Άρα $D = k = m\omega^2 \Rightarrow k = 200$ N/m.

Γ2. Ισχύει: $F_{\varepsilon\pi(max)} = kA \Rightarrow A = \frac{F_{\varepsilon\pi(max)}}{k} = \frac{80N}{200N/m} \Rightarrow A = 0,4m$

Εφαρμόζουμε τη διατήρηση της ενέργειας για τη ταλάντωση μεταξύ της θέσης εκτόξευσης και της θέσης μέγιστης απομάκρυνσης.

$$E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 + \frac{1}{2}kx_0^2 \Rightarrow \upsilon_0 = \sqrt{\frac{k(A^2 - x_0^2)}{m}} = \sqrt{\frac{200\frac{N}{m}\left[(0,4m)^2 - (0,2m)^2\right]}{2kg}} \Rightarrow$$

$$\upsilon_0 = 2\sqrt{3}\,\frac{m}{s}$$

Γ3. Για τον ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας έχουμε:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt} \Rightarrow \frac{dK}{dt} = \frac{\Sigma F\cdot dx}{dt} \Rightarrow \frac{dK}{dt} = F_{\varepsilon\pi}\upsilon \qquad (2).$$

Πρέπει να βρούμε την ταχύτητα υ.

Από την Α.Δ.Ε. για την ταλάντωση έχουμε:

$$E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow kA^2 = m\upsilon^2 + kx^2 \Rightarrow \upsilon = \pm\sqrt{\frac{k(A^2 - x^2)}{m}} \qquad (3)$$

Θα βρούμε την τιμή του x όταν $F_{\varepsilon\pi} = 48$ N .

Από τη σχέση της δύναμη επαναφοράς παίρνουμε: $F_{\varepsilon\pi} = -Dx \Rightarrow x = -0,24$ m.

Με αντικατάσταση στην σχέση (3) προκύπτει:

$$\upsilon = \pm\sqrt{\frac{200(0,16-0,0576)}{2}}\frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon = \pm 3,2\frac{m}{s}$$

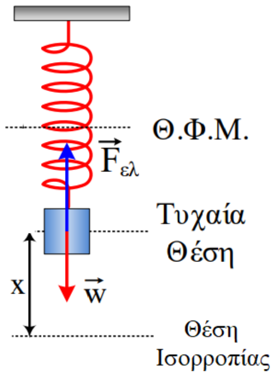
Το σώμα κινείται επιταχυνόμενα, δηλαδή κατευθύνεται προς την Θ.Ι. βρισκόμενο στον αρνητικό ημιάξονα, άρα υ > 0, οπότε υ = 3,2 m/s.

Με αντικατάσταση στη σχέση (2) παίρνουμε:

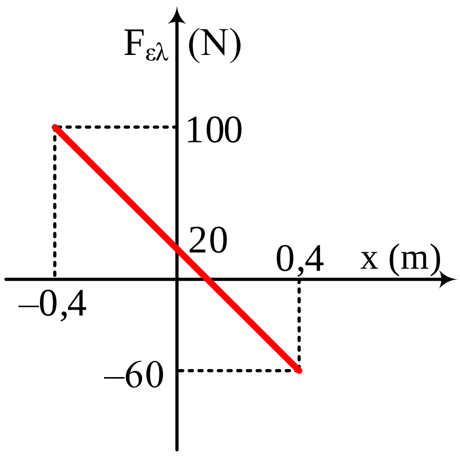
$$\frac{dK}{dt} = -200\frac{N}{m}(-0,24m)\cdot 3,2\frac{m}{s} \Rightarrow \frac{dK}{dt} = 153,6\frac{J}{s}$$

Γ4. Κάθε χρονική στιγμή ισχύει:

$$\Sigma\vec{F} = -D\vec{x} \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} - w = -kx \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = w - kx \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = 20 - 200x \,(SI)$$

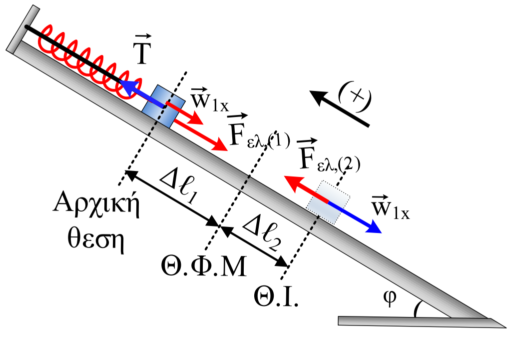


Η γραφική παράσταση φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα.



ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Πριν κόψουμε το νήμα το σώμα ισορροπεί άρα: $\Sigma\vec{F}_x = 0 \Rightarrow \vec{T} + \vec{F}_{\varepsilon\lambda,1} + \vec{w}_{1,x} = 0$ (1)



Η δύναμη $\vec{T}$ έχει μέτρο 20N και φορά προς την κορυφή του πλάγιου επιπέδου.

Η δύναμη $\vec{w}_{1,x}$ έχει μέτρο 5N και φορά προς τη βάση του πλάγιου επιπέδου.

Η $\vec{F}_{\varepsilon\lambda,1}$ έχει φορά προς τη βάση του πλάγιου επιπέδου , αφού το ελατήριο είναι συμπιεσμένο.

Η σχέση (1) γίνεται:

$$T = F_{\varepsilon\lambda,1} + w_{1,x} \Rightarrow T = k\Delta\ell_1 + m_1 g\eta\mu\varphi \Rightarrow \Delta\ell_1 = \frac{T - m_1 g\eta\mu\varphi}{k} \Rightarrow$$

$$\Delta\ell_1 = \frac{20\mathrm{N} - 1\mathrm{kg}\cdot 10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot 0,5}{100\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}} \Rightarrow \Delta l_1 = 0,15\,\mathrm{m}\,.$$

Αφού κόψουμε το νήμα, το σώμα εκτελεί ταλάντωση γύρω από θέση ισορροπίας στην οποία το ελατήριο είναι επιμηκυμένο από το φυσικό του μήκος κατά $\Delta\ell_2$.

$$\Sigma\vec{F}_x = 0 \Rightarrow \vec{F}_{\varepsilon\lambda,2} + \vec{w}_x = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda,2} = w_{1,x} \Rightarrow k\Delta\ell_2 = m_1 g\eta\mu\varphi \Rightarrow \Delta\ell_2 = \frac{m_1 g\eta\mu\varphi}{k} \Rightarrow \qquad (2)$$

$$\Delta\ell_2 = \frac{1\mathrm{kg}\cdot 10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot 0,5}{100\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}} \Rightarrow \Delta l_2 = 0,05\,\mathrm{m}$$

Το σώμα ξεκινά την ταλάντωση του από ακραία θέση αφού υ = 0, οπότε η αρχική θέση ισορροπίας αποτελεί και άκρο της ταλάντωσης, συνεπώς πλάτος ταλάντωσης είναι:

$$A = \Delta\ell_1 + \Delta\ell_2 \Rightarrow A = 0,2\,\mathrm{m}.$$

Δ2. Η μέγιστη παραμόρφωση που υφίσταται το ελατήριο είναι

$\Delta\ell_{max} = \Delta\ell_2 + A = 0{,}05\mathrm{m} + 0{,}20\mathrm{m}$ ή $\Delta\ell_{max} = 0{,}25$ m.

$$\frac{K_{max}}{U_{\varepsilon\lambda,max}} = \frac{U_{max}}{U_{\varepsilon\lambda,max}} = \frac{\frac{1}{2}kA^2}{\frac{1}{2}k\Delta\ell^2_{max}} = \frac{A^2}{\Delta\ell^2_{max}} = \frac{(0,2\mathrm{m})^2}{(0,25\mathrm{m})^2} \Rightarrow \frac{K_{max}}{U_{\varepsilon\lambda,max}} = 0,64 = \frac{16}{25}$$

Δ3. Για να μείνει το συσσωμάτωμα ακίνητο μετά την κρούση θα πρέπει στη θέση αυτή να ισχύουν ταυτόχρονα:

$\Sigma\vec{F} = \vec{0}$ και $\vec{p}_{\sigma\upsilon\sigma} = 0$.

Η προσθήκη του σώματος Σ_2 προκάλεσε πρόσθετη επιμήκυνση του ελατηρίου κατά x_1, η οποία θα προσδιοριστεί από τη συνθήκη ισορροπίας στη θέση αυτή. Έτσι, υπολογίζοντας την πρόσθετη επιμήκυνση x_1 του ελατηρίου βρίσκουμε σε ποια θέση της ταλάντωσης έγινε η κρούση και στη συνέχεια εφαρμόζοντας τη διατήρηση της ενέργειας στην ταλάντωση θα βρούμε την ταχύτητα του σώματος Σ_1 πριν την κρούση.

$$\Sigma\vec{F}_x = 0 \Rightarrow \vec{F}_{\varepsilon\lambda,3} + \vec{w}_{o\lambda,x} = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda,3} = w_{o\lambda,x} \Rightarrow k(\Delta\ell_2 + x_1) = (m_1 + m_2)g\eta\mu\varphi \Rightarrow$$

$$k\Delta\ell_2 + kx_1 = m_1 g\eta\mu\varphi + m_2 g\eta\mu\varphi \overset{(2)}{\Rightarrow} kx_1 = m_2 g\eta\mu\varphi \Rightarrow x_1 = \frac{m_2 g\eta\mu\varphi}{k} \Rightarrow x_1 = \frac{2,4\mathrm{kg}\cdot 10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot 0,5}{100\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}} \Rightarrow$$

$$x_1 = 0,12\,\mathrm{m}\,.$$

Εφαρμόζουμε τη διατήρηση της ενέργειας για την ταλάντωση του Σ_1 για να βρούμε το μέτρο της ταχύτητας $\vec{\upsilon}_1$.

$$E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}kx_1^2 \Rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{\frac{k(A^2 - x_1^2)}{m_1}} \Rightarrow$$

$$\upsilon_1 = \sqrt{\frac{100\frac{N}{m}\left((0,2m)^2 - (0,12m)^2\right)}{1kg}} \Rightarrow \upsilon_1 = 1,6\frac{m}{s}.$$

Δ4. Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για την πλαστική κρούση με θετική την φορά προς τα πάνω.

Για να είναι $\vec{p}_{\sigma\upsilon\sigma} = 0$, πρέπει το σώμα $Σ_1$ πριν την κρούση να κατέρχεται ώστε τα σώματα να έχουν αντίθετες ορμές.

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{0} \Rightarrow -m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 = 0 \Rightarrow \upsilon_2 = \frac{m_1\upsilon_1}{m_2} \Rightarrow \upsilon_2 = \frac{1kg \cdot 1,6\frac{m}{s}}{2,4kg} \Rightarrow \upsilon_2 = \frac{2}{3}\frac{m}{s}$$

Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για το $Σ_2$ από την στιγμή της εκτόξευσης του μέχρι ελάχιστα πριν την κρούση.

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = \Sigma W \Rightarrow \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 - \frac{1}{2}m_2\upsilon_0^2 = -m_2 g\eta\mu\varphi \cdot s \Rightarrow \frac{1}{2}\upsilon_2^2 - \frac{1}{2}\upsilon_0^2 = -g\frac{1}{2}s \Rightarrow \upsilon_2^2 - \upsilon_0^2 = -gs \Rightarrow$$

$$s = \frac{\upsilon_0^2 - \upsilon_2^2}{g} \Rightarrow s = \frac{\left(\frac{7}{3}\frac{m}{s}\right)^2 - \left(\frac{2}{3}\frac{m}{s}\right)^2}{10\frac{m}{s^2}} \Rightarrow s = 0,5m$$

Τα θέματα επιμελήθηκε ο **Δουκατζής Βασίλειος, Φυσικός.**

Ο επιστημονικός έλεγχος πραγματοποιήθηκε από τον **Παλόγο Αντώνιο, Φυσικό.**