ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

1° ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ (ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1) – ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

1. β.

2. α.

3. δ.

4. α.

5. α-Λ, β-Σ, γ-Λ, δ-Λ, ε-Σ.

ΘΕΜΑ Β

1. Σωστή απάντηση είναι η (β).

Ο λόγος των περιόδων είναι ίσος με:

$$\frac{T_1}{T_2}=\frac{2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k_1}}}{2\pi\sqrt{\frac{m_2}{k_2}}} \text{ ή } \frac{1}{2}=\frac{\sqrt{\frac{m_1}{k_1}}}{\sqrt{\frac{m_2}{k_2}}}$$

Από το σχήμα προκύπτει πως

$$U_{1(\max)}=U_{2(\max)} \text{ ή } \frac{1}{2}k_1A^2=\frac{1}{2}k_2(2A)^2 \text{ ή } k_1=4k_2$$

Με αντικατάσταση στην αρχική σχέση παίρνουμε: $m_1=m_2$

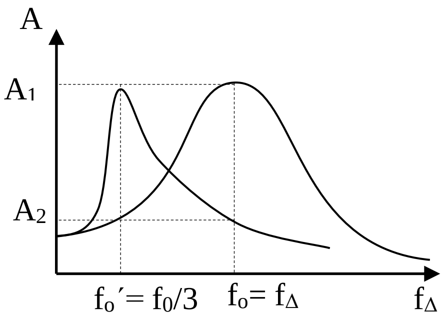
2. Σωστή απάντηση είναι η (β).

Η ιδιοσυχνότητα του συστήματος δίνεται από τη σχέση $f_0=\dfrac{1}{2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}=\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{k}{m}}$.

Αν αντικαταστήσουμε τη μάζα m του σώματος με άλλη εννιαπλάσια, m΄=9m, η νέα ιδιοσυχνότητα θα είναι

$$f_0'=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m'}}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{9m}}=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \text{ ή } f_0'=\frac{1}{3}f_0$$

Εφόσον αρχικά η συχνότητα του διεγέρτη ήταν ίση με την ιδιοσυχνότητα του συστήματος είχαμε το φαινόμενο του συντονισμού και το πλάτος ήταν μέγιστο, A_1. Με την αλλαγή της ιδιοσυχνότητας παύει η συχνότητα του διεγέρτη να ισούται με τη νέα ιδιοσυχνότητα, με συνέπεια να παύει το φαινόμενο του συντονισμού, οπότε το πλάτος ταλάντωσης ελαττώνεται και γίνεται $A_2 < A_1$, όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα.



3. Σωστή απάντηση είναι η (β).

Από το σχήμα προκύπτει ότι $T = \frac{2\pi}{10}$ s και $\alpha_{max} = 5\,\frac{m}{s^2}$.

Άρα έχουμε αντίστοιχα

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = 10\,\frac{rad}{s}$$

$$\alpha_{max} = A \cdot \omega^2 \Rightarrow A = \frac{\alpha_{max}}{\omega^2} \Rightarrow A = 0{,}05m$$

Τη χρονική στιγμή $t = \frac{\pi}{10}$ s η επιτάχυνση είναι μηδέν, οπότε το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του, άρα η ταχύτητά του είναι μέγιστη. $\upsilon_{max} = A \cdot \omega \Rightarrow \upsilon_{max} = 0{,}5\frac{m}{s}$

ΘΕΜΑ Γ

α) Από τη χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης έχουμε $A = 4 \cdot 10^{-2}$ m και $\omega = 10\pi\frac{rad}{s}$

Η σχέση της ταχύτητας με το χρόνο είναι:

$$\upsilon = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow \upsilon = A \cdot \omega \cdot \sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow$$

$$\upsilon = 0{,}4\pi \cdot \sigma\upsilon\nu(10\pi t + \frac{\pi}{2})\ (SI)$$

Με αριθμητική αντικατάσταση για τη χρονική στιγμή $t = 2$ s προκύπτει

$$\upsilon = 0{,}4\pi \cdot \sigma\upsilon\nu(10\pi \cdot 2 + \frac{\pi}{2})(SI) = 0{,}4\pi \cdot \sigma\upsilon\nu(20\pi + \frac{\pi}{2})(SI) \Rightarrow \upsilon = 0{,}4\pi \cdot \sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{2}\ (SI) \Rightarrow\ \upsilon = 0\frac{m}{s}$$

β) ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας είναι η επιτάχυνση, οπότε

$$\alpha = -\alpha_{max} \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow \alpha = -A \cdot \omega^2 \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow$$

$$\alpha = -4\pi^2 \cdot \eta\mu(10\pi \cdot 2 + \frac{\pi}{2})(SI) = -40 \cdot \eta\mu\frac{\pi}{2}(SI) \Rightarrow$$

$$\alpha = -40\frac{m}{s^2}$$

γ) ο ρυθμός μεταβολής της ορμής ισούται με τη συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα.

$$F = \frac{dp}{dt} = m \cdot \alpha \Rightarrow \frac{dp}{dt} = 1kg \cdot (-40)\frac{m}{s^2} \Rightarrow$$

$$\frac{dp}{dt} = -40 kg\frac{m}{s^2}$$

δ)

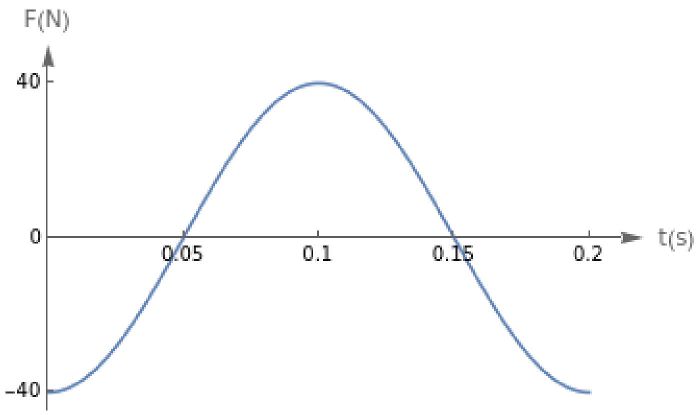
$$F = -D \cdot x = -m \cdot \omega^2 \cdot x \Rightarrow$$

$$F = -1000x \ (S.I.)$$

με αντικατάσταση της απομάκρυνσης x στην τελευταία σχέση προκύπτει

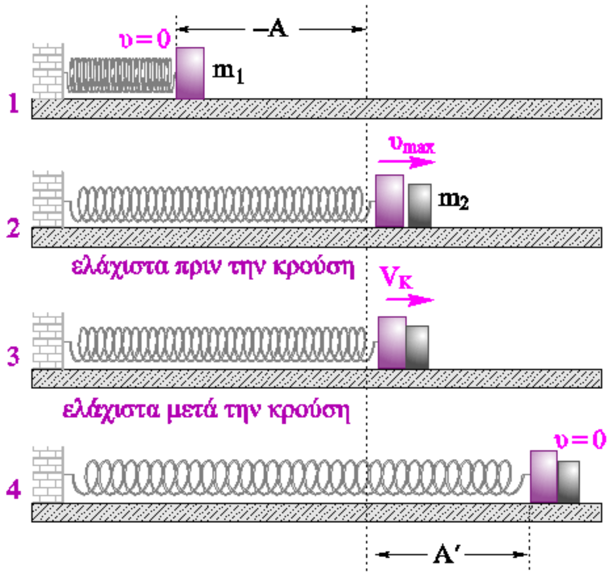
$$F = -40 \cdot \eta\mu(10\pi t + \frac{\pi}{2}) \ (S.I.)$$

και η γραφική παράσταση είναι όπως δείχνεται στο σχήμα.



ΘΕΜΑ Δ

α)



Για τη σύγκρουση των δύο σωμάτων ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής.

$$m_1 \cdot \upsilon_1 + m_2 \cdot 0 = (m_1 + m_2)V_\kappa \qquad (1)$$

Η σύγκρουση γίνεται στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης, οπότε η ταχύτητα υ_1 δηλώνει τη μέγιστη ταχύτητα της αρχικής ταλάντωσης, $\upsilon_1 = \upsilon_{max}$. Από τη διατήρηση της ενέργειας, για την αρχική ταλάντωση, μεταξύ της θέσης ισορροπίας και της ακραίας θέσης βρίσκουμε την υ_{max} .

$$K_2 = U_1 \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_{max}^2 = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow \upsilon_{max} = \sqrt{\frac{k}{m}}A = \sqrt{\frac{576N/m}{3kg}} \cdot \frac{\sqrt{12}}{12}m \Rightarrow \upsilon_{max} = 4\frac{m}{s}$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (1) παίρνουμε:

$$V_\kappa = \frac{m_1 \cdot \upsilon_1}{m_1 + m_2} = \frac{3kg \cdot 4m/s}{3kg + 1kg} \Rightarrow V_\kappa = 3\frac{m}{s}$$

β) Η ζητούμενη σχέση στη γενική της μορφή γράφεται:

$$x = A' \cdot \eta\mu(\omega' t + \varphi_0) \qquad (2)$$

Πρέπει να υπολογίσουμε τα A', ω', φ_0

Επειδή το σύστημα ταλαντώνεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, η θέση ισορροπίας της νέας ταλάντωσης παραμένει ίδια με την παλιά, οπότε τη χρονική στιγμή t=0 το συσσωμάτωμα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του και έχει θετική ταχύτητα.

Αυτό μας επιτρέπει να συμπεράνουμε ότι:

-η νέα ταλάντωση δεν έχει αρχική φάση, $\varphi_0 = 0$

- η ταχύτητα του συσσωματώματος, $V_\kappa = 3m/s$, αποτελεί τη μέγιστη ταχύτητα της νέας ταλάντωσης.

Η κυκλική συχνότητα της νέας ταλάντωσης είναι:

$$\omega' = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} = \sqrt{\frac{576\ N/m}{3kg + 1kg}} \Rightarrow \omega' = 12\frac{rad}{s}$$

Από τη σχέση της μέγιστης ταχύτητας βρίσκουμε το πλάτος της νέας ταλάντωσης:

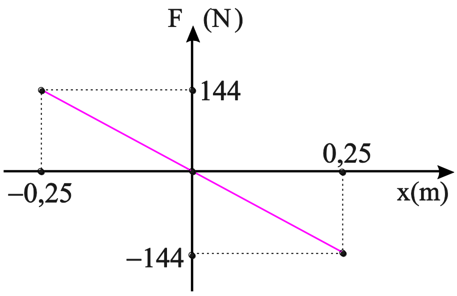
$$V_\kappa = \upsilon'_{max} = \omega' A' \Rightarrow A' = \frac{V_\kappa}{\omega'} = \frac{3m/s}{12rad/s} \Rightarrow \ A' = \frac{1}{4}m = 0,25m$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (2) παίρνουμε:

$$x = 0,25 \cdot \eta\mu(12t) \quad (SI) \qquad (3)$$

γ) $F_{\varepsilon\pi\alpha\nu} = \Sigma F = -kx \Rightarrow F_{\varepsilon\pi\alpha\nu} = -576x \quad (SI) \quad \mu\varepsilon\ -0,25m \le x \le 0,25m$

Για $x = 0,25m$ προκύπτει F=144N. Το ζητούμενο διάγραμμα φαίνεται στο σχήμα.



δ) $$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt} = \frac{\Sigma F \cdot \Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \frac{dK}{dt} = \Sigma F \cdot \upsilon \Rightarrow \frac{dK}{dt} = -kx\upsilon \qquad (4)$$

Υπολογίζουμε τα x, υ τη χρονική στιγμή που ισχύει $U = \frac{K}{15}$ ή $K = 15U$.

Από τη διατήρηση της ενέργειας για την ταλάντωση παίρνουμε:

$$U + K = E \Rightarrow U + 15U = E \Rightarrow U = \frac{1}{16}E \Rightarrow \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{16}\frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow x = \pm\frac{A}{4} \Rightarrow x = \pm\frac{1}{16}m$$

Επειδή αναφερόμαστε σε στιγμή με θετική απομάκρυνση αποδεκτή τιμή είναι μόνο η $x = +\frac{1}{16}m$.

Η ταχύτητα βρίσκεται με εφαρμογή της διατήρησης της ενέργειας στην ταλάντωση.

$$U+K=E \Rightarrow \frac{1}{2}kx^2+\frac{1}{2}(m_1+m_2)\upsilon^2=\frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow \upsilon=\pm\sqrt{\frac{k}{m_1+m_2}(A^2-x^2)} \Rightarrow$$

$$\upsilon=\pm\sqrt{\frac{576N/m}{3kg+1kg}\cdot\left[(\frac{1}{4}m)^2-(\frac{1}{16}m)^2\right]} \Rightarrow \upsilon=\pm3\frac{\sqrt{15}}{4}\frac{m}{s}$$

Επειδή αναφερόμαστε σε χρονική στιγμή που το συσσωμάτωμα κινείται από θετική απομάκρυνση προς τη θέση ισορροπίας, αποδεκτή τιμή είναι η $\upsilon=-3\frac{\sqrt{15}}{4}\frac{m}{s}$.

Με αντικατάσταση στη σχέση (4) βρίσκουμε:

$$\frac{dK}{dt}=-576\frac{N}{m}\cdot\frac{1}{16}m\cdot(-3\frac{\sqrt{15}}{4}\frac{m}{s}) \Rightarrow \frac{dK}{dt}=27\sqrt{15}\frac{J}{s}$$

Τα θέματα επιμελήθηκαν οι **Παλόγος Αντώνιος, Πετρίδης Παναγιώτης** και **Στεφανίδης Κωνσταντίνος.**