ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

3ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ (ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2) – ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. β
Α2. δ
Α3. α
Α4. β
Α5. α.Σ β.Σ γ.Λ δ.Λ ε.Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Η σωστή επιλογή είναι η **α**.
Ο ρυθμός αύξησης της φάσης είναι η γωνιακή συχνότητα ω του κύματος,
$\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}=\omega=b$, άρα $f=\frac{b}{2\pi}$.

Η απόσταση των ακραίων θέσεων ταλάντωσης ενός σημείου είναι διπλάσια του πλάτους Α, άρα $2A=d\Rightarrow A=d/2$.
Η μέγιστη ταχύτητα της ταλάντωσης ενός σημείου είναι
$\upsilon_{max.}=\omega A=b\cdot d/2\Rightarrow\upsilon_{max.}=\frac{bd}{2}$.
Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι δεκαπλάσια της μέγιστης ταχύτητας ταλάντωσης,
άρα $\upsilon_{κυμ.}=10\upsilon_{max}\Rightarrow\lambda f=10\frac{bd}{2}\Rightarrow\lambda\frac{b}{2\pi}=10\frac{bd}{2}\Rightarrow\lambda=10\pi d$
Άρα, σωστή είναι η σχέση **α**.

Β2. Η σωστή επιλογή είναι η **α**.

Έστω r_1 και r_2 οι αποστάσεις του σημείου Μ από τα Κ και Λ αντίστοιχα. Η χρονική διαφορά άφιξης των κυμάτων στο Μ από τις δύο πηγές είναι
$\Delta t=1,5T\Rightarrow|t_2-t_1|=1,5T\Rightarrow\left|\frac{r_2}{\upsilon}-\frac{r_1}{\upsilon}\right|=1,5T$ άρα $|r_2-r_1|=1,5\upsilon T\Rightarrow r_2-r_1=\pm3\cdot\frac{\lambda}{2}$
Η διαφορά των αποστάσεων r_1, r_2 ικανοποιεί τη σχέση αποσβεστικής συμβολής, $r_2-r_1=(2N+1)\frac{\lambda}{2}$ για Ν=1 ή Ν=-2, άρα το σημείο Μ δεν ταλαντώνεται μετά τη συμβολή των κυμάτων σε αυτό.

Άρα, σωστή είναι η επιλογή **α**.

Β3. Η σωστή επιλογή είναι η **γ**.

Η απόσταση δύο διαδοχικών δεσμών είναι λ/2. Αν L είναι το μήκος της χορδής που έχει ακλόνητα άκρα και Ν ο αριθμός των δεσμών στη χορδή συμπεριλαμβανομένων και των άκρων της, τότε το μήκος της χορδής L και ο αριθμός των δεσμών, Ν, συνδέονται με τη σχέση

$L=(N-1)\cdot\dfrac{\lambda}{2}$, όμως $\upsilon=\lambda f \Rightarrow \lambda=\dfrac{\upsilon}{f}$, άρα

$L=(N-1)\cdot\dfrac{\upsilon}{2f}$ (1)

Αν διπλασιάσουμε τη συχνότητα , έστω N' ο συνολικός αριθμός των δεσμών. Ομοίως θα έχουμε $L=(N'-1)\cdot\dfrac{\upsilon}{2\cdot 2f}$ (2)

Από (1) και (2) παίρνουμε:

$$(N-1)\cdot\frac{\upsilon}{2f}=(N'-1)\cdot\frac{\upsilon}{2\cdot 2f}\Rightarrow(N-1)=\frac{(N'-1)}{2}\Rightarrow N'=2N-1$$

Άρα, σωστή είναι η επιλογή **γ.**

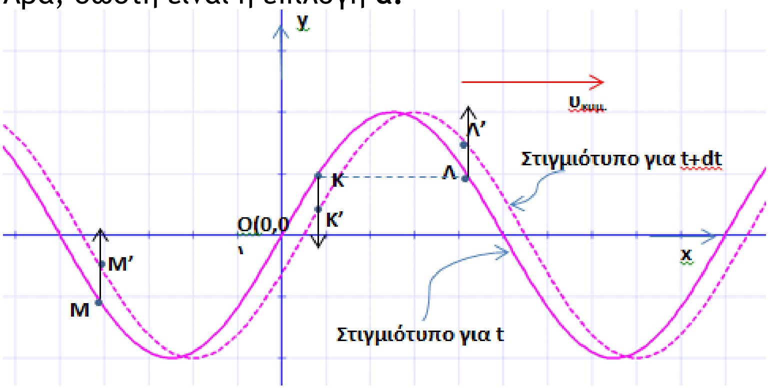
Β4. Η σωστή επιλογή είναι η **α.**

Δεν θα μπορούσε να είναι στάσιμο κύμα γιατί τα σημεία Κ και Λ , ως σημεία που βρίσκονται μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών, έπρεπε να κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση. Άρα είναι ένα τρέχον κύμα.

Στο τρέχον κύμα, κάθε σημείο του μέσου διάδοσης επαναλαμβάνει την κίνηση του προηγούμενού του. Αν το κύμα διαδίδεται προς τα δεξιά, το προηγούμενο σημείο του σημείου Λ βρίσκεται σε μεγαλύτερη απομάκρυνση, άρα το Λ έπρεπε να κινηθεί προς τα πάνω, κάτι που συμβαίνει σύμφωνα με την εκφώνηση. Όμοια το προηγούμενο σημείο του σημείου Κ βρίσκεται σε μικρότερη απομάκρυνση από αυτό, άρα το Κ έπρεπε να κινηθεί προς τα κάτω, κάτι που επίσης συμβαίνει σύμφωνα με την εκφώνηση.

Άρα, το κύμα είναι τρέχον και διαδίδεται προς τα δεξιά. Αφού το κύμα διαδίδεται προς τα δεξιά, το σημείο Μ παρασύρεται από το προηγούμενό του και κινείται προς τα πάνω.

Άρα, σωστή είναι η επιλογή **α.**



ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Η γενική **εξίσωση** ενός στάσιμου κύματος είναι $y=2A\cdot\sigma\upsilon\nu\dfrac{2\pi x}{\lambda}\cdot\eta\mu\omega t$.

Με συσχέτιση της δοθείσας εξίσωσης, $y=0,02\cdot\sigma\upsilon\nu 2\pi x\cdot\eta\mu 20\pi t$ (S.I.), με τη γενική εξίσωση του στάσιμου έχουμε:

2A=0,02m, άρα A=0,01m (πλάτος καθενός εκ των συμβαλλόντων κυμάτων)

$\dfrac{2\pi}{\lambda}=2\pi\Rightarrow\lambda=1m$ και $\omega=20\pi$ rad/s, άρα η συχνότητα ταλάντωσης είναι $f=\dfrac{\omega}{2\pi}=10Hz$ και η περίοδος είναι $T=\dfrac{1}{f}=0,1s$.

Επομένως η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων είναι

$\upsilon=\lambda f=1m\cdot 10Hz\Rightarrow\upsilon=10m/s$.

Γ2. Οι εξισώσεις δύο πανομοιότυπων κυμάτων που διαδίδονται αντίθετα στο ίδιο γραμμικό ελαστικό μέσο και η συμβολή των οποίων μπορεί να δώσει το στάσιμο κύμα είναι

$$y_1 = A\cdot\eta\mu 2\pi(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}) = 0,01\cdot\eta\mu 2\pi(10t-x) \quad \text{(S.I.)}$$

$$y_2 = A\cdot\eta\mu 2\pi(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}) = 0,01\cdot\eta\mu 2\pi(10t+x) \quad \text{(S.I.)}$$

Γ3. Αντικαθιστούμε στην εξίσωση του στάσιμου κύματος $t=\frac{1}{40}s$ κι έχουμε:

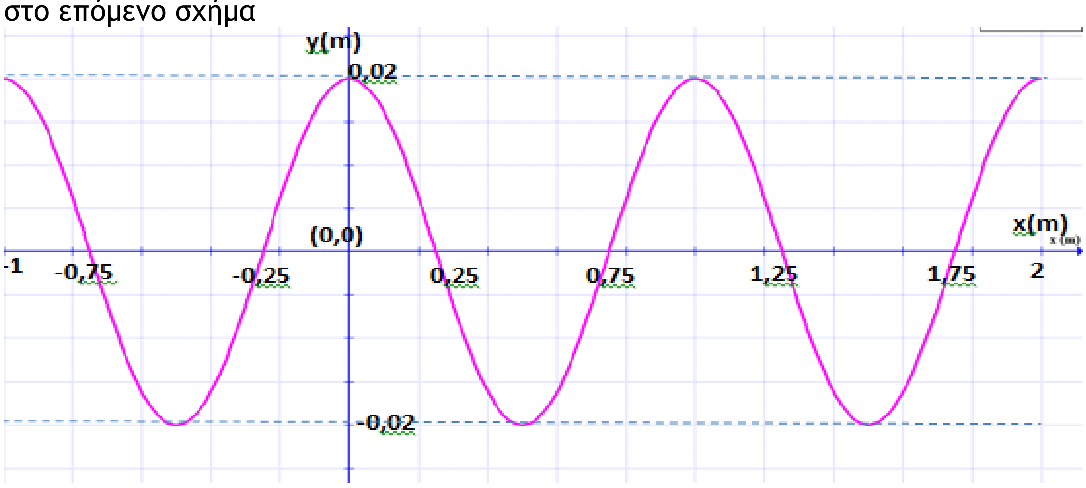
$$y = 0,02\cdot\sigma\upsilon\nu 2\pi x\cdot\eta\mu(20\pi\cdot\frac{1}{40}) = 0,02\cdot\sigma\upsilon\nu 2\pi x \quad \text{(S.I.)}$$

Οι δεσμοί, στην περιοχή από x=-1m έως x=+2m, βρίσκονται στις θέσεις:

$$x_\Delta = (2N+1)\frac{\lambda}{4} = \{-0,75m, -0,25m, +0,25m, +0,75m, +1,25m, 1,75m\}$$

Οι κοιλίες είναι στις θέσεις $x = N\cdot\frac{\lambda}{2} = \left[-1m, -0,5m, 0m, +0,5m, 1m, 1,5m, 2m\right]$

Η γραφική παράσταση του στιγμιότυπου της χορδής τη χρονική στιγμή $t=\frac{1}{40}s$ δείχνεται στο επόμενο σχήμα



Γ4. Γράφουμε τις εξισώσεις ταλάντωσης των σημείων Κ ($x_K = \frac{2}{3}m$) και Λ ($x_\Lambda = -\frac{5}{6}m$)

$$y_K = 0,02\cdot\sigma\upsilon\nu(2\pi\cdot\frac{2}{3})\cdot\eta\mu 20\pi t = 0,02\cdot(-\frac{1}{2})\cdot\eta\mu 20\pi t = -0,01\cdot\eta\mu 20\pi t$$

$$y_\Lambda = 0,02\cdot\sigma\upsilon\nu(2\pi\cdot\frac{-5}{6})\cdot\eta\mu 20\pi t = 0,02\cdot(+\frac{1}{2})\cdot\eta\mu 20\pi t = +0,01\cdot\eta\mu 20\pi t$$

Διαιρώντας κατά μέλη έχουμε : $\frac{y_K}{y_\Lambda} = -1 \Rightarrow y_\Lambda = -y_K = -5mm$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Οι τρεις διαδοχικές κορυφές (όρη) απέχουν 2λ και καλύπτουν απόσταση 0,2m, άρα 2λ=0,2m ή λ=0,1m. Επίσης ω=2πf=20π rad/s.
Η ταχύτητα του κύματος είναι υ=λf=1m/s.

Δ2. Η εξίσωση απομάκρυνσης των σημείων της χορδής είναι

$y = A\eta\mu 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}) \Rightarrow y = 5\cdot 10^{-3}\eta\mu 20\pi(t-x)$ (SI)

Η εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης των σημείων της χορδής είναι

$$\upsilon_{\tau\alpha\lambda.} = \omega\cdot\ A\cdot\ \sigma\upsilon\nu 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}) \Rightarrow \upsilon_{\tau\alpha\lambda.} = 0{,}1\pi\ \sigma\upsilon\nu 20\pi(t-x)\ (SI)$$

Δ3. Όταν το Ο(x=0) βρίσκεται στη θέση μέγιστης θετικής απομάκρυνσης θα έχουμε $\eta\mu 2\pi(10t) = 1 \Rightarrow 20\pi t = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{2}$

Το σημείο Β ($x_B = \frac{7}{120}m$) θα έχει απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του

$$y_B = 5\cdot 10^{-3}\eta\mu(20\pi t - 20\pi\cdot\frac{7}{120})m = 5\cdot 10^{-3}\eta\mu(2\kappa\pi + \frac{\pi}{2} - \frac{7\pi}{6})m \Rightarrow$$

$$y_B = 5\cdot 10^{-3}\eta\mu(-\frac{2\pi}{3})m \Rightarrow y_B = -\frac{5\sqrt{3}}{2}\cdot 10^{-3}m$$

Η δύναμη επαναφοράς της στοιχειώδους μάζας $\Delta m=10^{-4}$kg είναι

$$F = \Delta m\cdot a = -\Delta m\cdot\omega^2\cdot y_B = -\Delta m\cdot 4\pi^2 f^2\cdot y_B$$

$$F = -10^{-4}kg\cdot 40\cdot 100s^{-2}\cdot(-\frac{5\sqrt{3}}{2}\cdot 10^{-3}m) \Rightarrow F = +\sqrt{3}\cdot 10^{-3}N$$

Δ4. Το σημείο Ο(0,0) βρίσκεται για 4^{η} φορά στη μέγιστη θετική του απομάκρυνση y=+A , τη χρονική στιγμή $t = \frac{T}{4} + 3\cdot T = \frac{13T}{4} = \frac{1{,}3}{4}s = 0{,}325s$.

Το κύμα θα έχει διαδοθεί έως τη θέση $\frac{\lambda}{4} + 3\lambda = \frac{13\lambda}{4} = 0{,}325m$

Τα σημεία που έχουν μέτρο ταχύτητας $\frac{\pi}{20}\frac{m}{s}$ βρίσκονται σε απομάκρυνση $|y|$ από τη θέση ισορροπίας τους $|y| = A|\eta\mu\phi| \Rightarrow |\eta\mu\phi| = \frac{|y|}{A}$ όπου $\varphi = 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}) = 2\pi(\frac{13}{4} - \frac{x}{\lambda})$

Η ταχύτητα των σημείων αυτών έχει μέτρο

$$|\upsilon_{\tau\alpha\lambda.}| = \omega\mathrm{A}|\sigma\upsilon\nu\varphi| \Rightarrow |\sigma\upsilon\nu\varphi| = \frac{|\upsilon_{\tau\alpha\lambda.}|}{\omega\mathrm{A}} = \frac{\frac{\pi}{20}\frac{m}{s}}{20\pi\cdot 5\cdot 10^{-3}\frac{m}{s}} = \frac{1}{2}$$

Όμως

$$\eta\mu^2\varphi + \sigma\upsilon\nu^2\varphi = 1 \Rightarrow \eta\mu\varphi = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$$

άρα

$$y = A\eta\mu\phi = \pm 5\cdot 10^{-3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}m = \pm 0{,}25\sqrt{3}cm$$

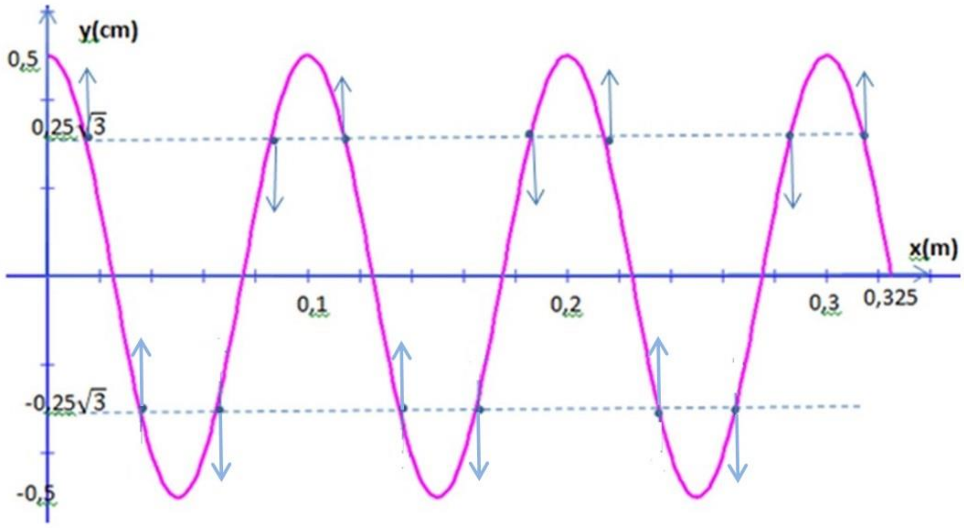
.

Έτσι, αντί να βρούμε πόσα σημεία έχουν ταχύτητα μέτρου $\frac{\pi}{20}\frac{m}{s}$, αρκεί να βρούμε πόσα σημεία έχουν μέτρο απομάκρυνσης $|y| = 0{,}25\sqrt{3}cm$.

Σε ένα μήκος κύματος λ υπάρχουν 4 σημεία που το μέτρο της απομάκρυνσης είναι $|y| = 0{,}25\sqrt{3}cm$.

Άρα, σε $\frac{\lambda}{4}+3\lambda=\frac{13\lambda}{4}$ έχουμε $\mathrm{N}=3\cdot 4+1=13$ σημεία.

Το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή t=T/4+3T=13T/4 δείχνεται στο σχήμα



Όπως δείχνεται στο σχήμα, υπάρχουν 13 σημεία που έχουν απομάκρυνση με μέτρο $|y|=0,25\sqrt{3}cm$, τα οποία βρίσκονται στα σημεία τομής της γραφικής παράστασης του στιγμιότυπου με τις οριζόντιες διακεκομμένες γραμμές. Τα βελάκια δείχνουν τις κατευθύνσεις των ταχυτήτων τους, 7 με θετική ταχύτητα και 6 με αρνητική.

Η εκπόνηση του διαγωνίσματος έγινε με τη βοήθεια Εθελοντών Εκπαιδευτικών.

Τα θέματα επιμελήθηκαν οι **Ιωάννης Κυριακόπουλος** και **Πρόδρομος Κορκίζογλου, φυσικοί.**

Ο επιστημονικός έλεγχος πραγματοποιήθηκε από τον **Αντώνιο Παλόγο,** φυσικό