

---

# Διαγώνισμα Γ Τάξης Ενιαίου Λυκείου

## Ηλεκτρομαγνητισμός

Ενδεικτικές Λύσεις

---

### Θέμα Α

**A.1.** Στο κέντρο κυκλικού ρευματοφόρου αγωγού η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι  $\vec{B}$ . Αν αντιστρέψουμε την φορά του ρεύματος και υποδιπλασιάσουμε την ακτίνα του κυκλικού αγωγού, τότε η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του αγωγού θα είναι:

(β)  $\vec{B}' = -2\vec{B}$

**A.2.** Ο κανόνας του Lenz είναι συνέπεια

(β) της αρχής διατήρησης της ενέργειας

**A.3.** Ένας ευθύγραμμος αγωγός απείρου μήκους διαρρέεται από εναλλασσόμενο ρεύμα της μορφής  $i = 2\eta\mu(100\pi t)$  (S.I.). Η φορά των δυναμικών γραμμών του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί γύρω του αντιστρέφεται κάθε:

(α)  $0,01s$

**A.4.** Ο νόμος του Faraday αναφέρει ότι:

(γ) αν μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από μια επιφάνεια ενός πλαισίου τότε στο πλαίσιο θα αναπτυχθεί ΗΕΔ από επαγωγή

**A.5.**

- (α) Η πυξίδα προσανατολίζεται πάντα κατά μήκος της εφαπτομένης μιας μαγνητικής δυναμικής γραμμής. **Σωστό**
- (β) Η δύναμη Laplace δε μεταβάλλεται αν αντιστρέψουμε την φορά του ρεύματος και την φορά της έντασης του μαγνητικού πεδίου. **Σωστό**
- (γ) Αν η εναλλασσόμενη τάση που εφαρμόζουμε στα άκρα ενός αντιστάτη είναι της μορφής  $v = V\sigma\omega t$ , τότε η ένταση του ρεύματος που τον διαρρέει είναι της μορφής  $i = I\eta\mu\omega t$ . **Λάθος,**
- (δ) Η μαγνητική διαπερατότητα είναι καθαρός αριθμός. **Σωστό**
- (ε) Οι μαγνητικές γραμμές είναι ανοικτές γραμμές οι οποίες ξεκινούν από το νότιο μαγνητικό πόλο και καταλήγουν στον βόρειο μαγνητικό πόλο. **Λάθος,**

**Θέμα Β**

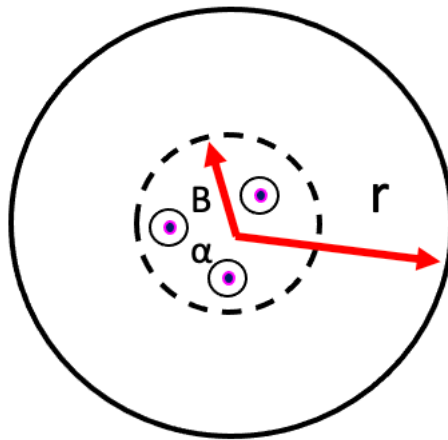
**B.1.** Κυκλικός αγωγός ακτίνας  $r$  και αντίστασης ανά μονάδα μήκους  $R^*$  βρίσκεται γύρω από ομόκεντρη περιοχή ακτίνας  $\alpha = \frac{r}{2}$  στην οποία υπάρχει μαγνητικό πεδίο έντασης  $\vec{B}$ . Το μαγνητικό πεδίο είναι ομογενές και κάθετο στο επίπεδο του αγωγού με φορά που φαίνεται στο σχήμα και το μέτρο του μεταβάλλεται με σταθερό ρυθμό  $\left| \frac{dB}{dt} \right| = |\lambda|$ .

Στον αγωγό δημιουργείται επαγωγικό ρεύμα έντασης  $I$  και φοράς ίδιας με των δεικτών του ρολογιού.

Για την ένταση του μαγνητικού πεδίου και για τον ρυθμό με τον οποίο μεταβάλλεται το μέτρο του ισχύει ότι:

- (α) Η ένταση του μαγνητικού πεδίου αυξάνεται και ο ρυθμός με τον οποίο μεταβάλλεται είναι  $|\lambda| = \frac{4IR^*}{\alpha}$

Το επαγωγικό ρεύμα έχει τέτοια φορά, ώστε σύμφωνα με τον Κανόνα του *Lentz* να αντιστέκεται στο αίτιο που το προκαλεί. Στην δική μας περίπτωση το επαγωγικό ρεύμα δημιουργεί ένα μαγνητικό πεδίο που είναι κάθετο στο



επίπεδο του κυκλικού βρόγχου και έχει φορά προς τα μέσα. Αυτό σημαίνει ότι το μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο που υπάρχει στην περιοχή ακτίνας  $a$  αυξάνεται με αποτέλεσμα να αυξάνει την μαγνητική ροή, αφού το μαγνητικό πεδίο που δημιουργείται εξ επαγωγής έχει φορά προς τα μέσα.

$$\text{Η επαγωγική τάση θα είναι: } E = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d(BA)}{dt} = A \frac{dB}{dt} = \pi a^2 \lambda$$

Το επαγωγικό ρεύμα σύμφωνα με τον Νόμο του Ohm θα είναι:

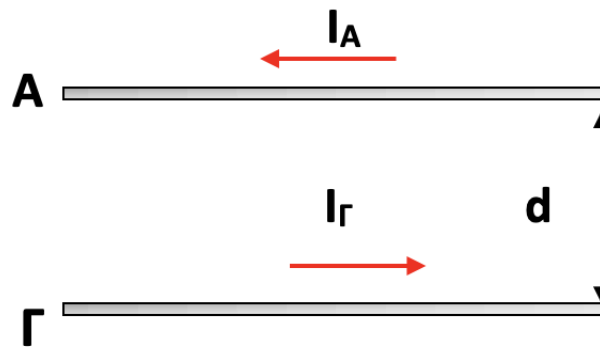
$$I = \frac{E}{R} = \pi a^2 \lambda \frac{1}{R \cdot 2\pi r} \Rightarrow I = \pi a^2 \lambda \frac{1}{R \cdot \pi a} \Rightarrow \lambda = \dots$$

**B.2.** Δύο παράλληλοι ευθύγραμμοι ρευματοφόροι αγωγοί Α και Γ απείρου μήκους απέχουν απόσταση  $d$  και διαρρέονται από αντίρροπα συνεχή και σταθερά ηλεκτρικά ρεύματα, εντάσεων  $I_A$  και  $I_\Gamma$  αντίστοιχα, όπου  $I_\Gamma = 3I_A$ .

Ένας τρίτος ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός μήκους  $\ell$ , παράλληλος με τους αγωγούς Α και Γ, που βρίσκεται στο ίδιο επίπεδο με αυτούς και ισορροπεί, απέχει αποστάσεις  $r_A$  και  $r_\Gamma$  από τους αγωγούς Α και Γ αντίστοιχα.

Ο αγωγός μήκους  $\ell$  διαρρέεται από συνεχές και σταθερό ηλεκτρικό ρεύμα έντασης  $I$  που είναι ομόρροπο με το ηλεκτρικό ρεύμα που διαρρέει τον αγωγό Α. Η απόσταση  $r_\Gamma$  είναι ίση με:

$$(\beta) \frac{3d}{2}$$



Οι αγωγοί A και B θα δημιουργούν στην περιοχή γύρω τους μαγνητικό πεδίο που θα είναι κάθετο στο επίπεδο που ορίζουν και σε κάθε σημείο το μαγνητικό πεδίο θα είναι  $\vec{B} = \vec{B}_A + \vec{B}_\Gamma$ .

Ο τρίτος αγωγός που θα είναι κάθετος στο μαγνητικό πεδίο  $\vec{B}$  θα δέχεται εξαιτίας του πεδίου, δύναμη Laplace με μέτρο  $F = BI\ell$ , άρα για να ισορροπεί θα πρέπει  $\vec{B} = 0$ . Άρα θα πρέπει να τοποθετηθεί σε περιοχή που τα δύο επιμέρους πεδία είναι αντίθετα.

$$B_A = B_\Gamma \Rightarrow \kappa_\mu \frac{2I_A}{r_A} = \kappa_\mu \frac{2I_\Gamma}{r_\Gamma} \Rightarrow r_\Gamma = 3r_A$$

Άρα θα βρίσκεται στην περιοχή πάνω από τον αγωγό A αφού εκεί θα ικανοποιείται η παραπάνω σχέση και τα επιμέρους πεδία θα είναι αντίρροπα.

$$r_\Gamma = d + r_A \Rightarrow r_A = \frac{d}{4}$$

**B.3.** Δύο αντιστάτες με αντιστάσεις  $R_1$  και  $R_2$  όταν συνδεθούν σε σειρά και τροφοδοτηθούν από εναλλασσόμενη τάση παράγουν θερμότητα με μέσους ρυθμούς  $P_1$  και  $P_2$  αντίστοιχα. Οι ίδιοι αντιστάτες όταν συνδεθούν παράλληλα και τροφοδοτηθούν από την ίδια εναλλασσόμενη τάση παράγουν θερμότητα με μέσους ρυθμούς  $P'_1$  και  $P'_2$  αντίστοιχα.

Το γινόμενο των λόγων των μέσων ισχύων,  $\frac{P_1}{P_2} \cdot \frac{P'_1}{P'_2}$ , είναι ίσο με :

(α) 1

Όταν οι αντιστάτες θα είναι σε σειρά θα διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{I_{\text{εν}}^2 R_1}{I_{\text{εν}}^2 R_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

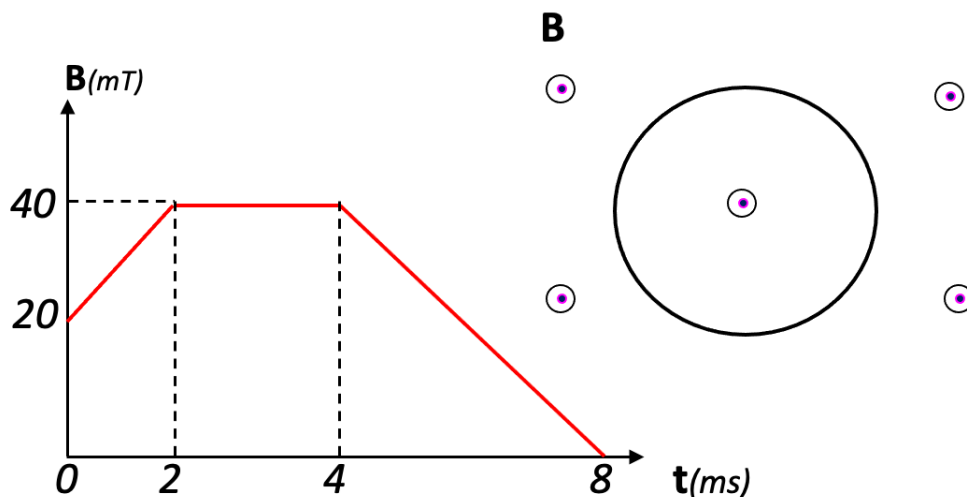
ενώ όταν είναι συνδεδεμένοι παράλληλα θα έχουν στα άκρα τους την ίδια τάση.

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{V_{\text{εν}}^2 / R_1}{V_{\text{εν}}^2 / R_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

Οπότε προκύπτει η απάντηση.

## Θέμα Γ

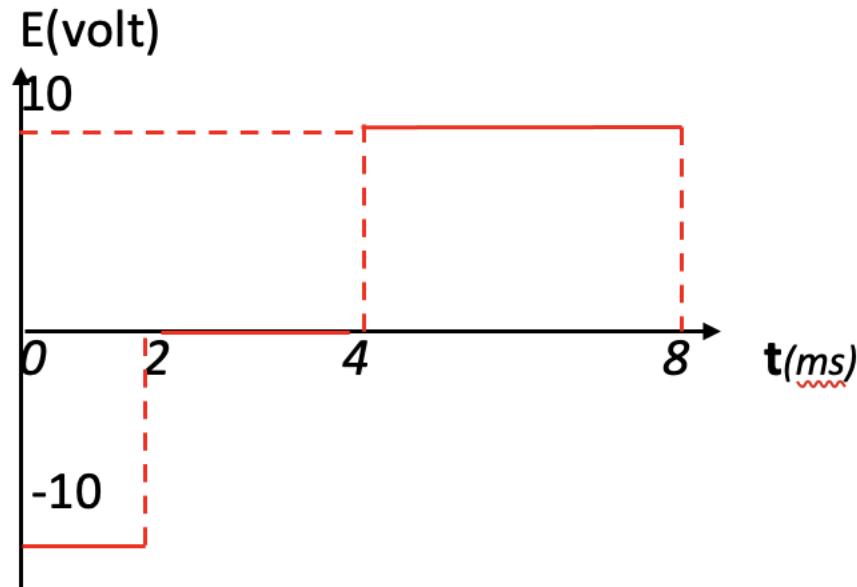
Κυκλικός αγωγός  $\frac{100}{\pi}$  σπειρών, ακτίνας  $a = 10\text{cm}$  και αντίστασης  $R = 2\Omega$  είναι τοποθετημένος μέσα σε περιοχή στην οποία υπάρχει ομογενές μαγνητικό πεδίο με διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο του αγωγού και φορά προς τα έξω. Το μαγνητικό πεδίο έχει σταθερή διεύθυνση και μέτρο  $B$  που μεταβάλλεται σύμφωνα με το ακόλουθο διάγραμμα.



**Γ.1** Να κατασκευάσετε το διάγραμμα της Επαγωγικής ΗΕΔ που αναπτύσσεται στον κυκλικό αγωγό ως συνάρτηση του χρόνου για το διάστημα  $0 \rightarrow 8\text{ms}$ .

Από τον Νόμο του Faraday η επαγωγική ΗΕΔ θα είναι  $E = -N \frac{d\phi}{dt} = -N\pi\alpha^2 \frac{dB}{dt}$

Από την κλίση του διαγράμματος  $B - t$  θα βρεθεί ο όρος  $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ . Άρα θα έχουμε το παρακάτω διάγραμμα :



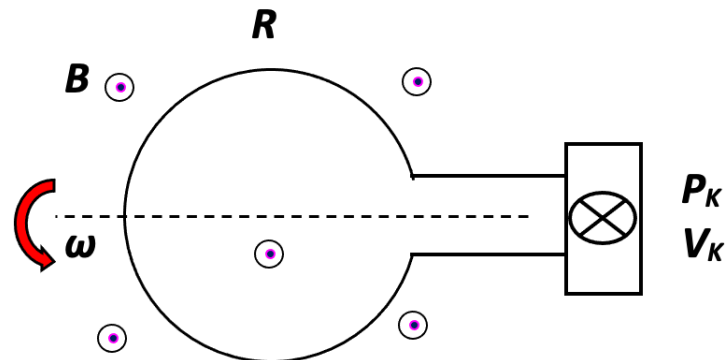
**Γ.2** Να βρεθεί η τιμή της έντασης του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει τον κυκλικό αγωγό, καθώς και η φορά της τις χρονικές στιγμές  $t_1 = 1ms$  και  $t_2 = 6ms$ . Να εξηγηθεί αναλυτικά η επιλογή της φοράς.

Η ένταση του επαγωγικού ρεύματος θα υπολογιστεί από τον Νόμο του Ohm και η φορά του θα καθοριστεί από τον κανόνα του Lenz.

-  $0 \rightarrow 2ms$  :  $I = \frac{E}{R} = -5A$ . Σε αυτό το διάστημα το μαγνητικό πεδίο αυξάνεται, άρα το επαγωγικό ρεύμα έχει φορά δεξιόστροφη, ώστε να δημιουργεί μαγνητικό πεδίο με φορά προς τα μέσα, ώστε να αντιστέκεται στην αύξηση.

-  $4 \rightarrow 6ms$  :  $I = \frac{E}{R} = 5A$ . Σε αυτό το διάστημα το μαγνητικό πεδίο μειώνεται, άρα το επαγωγικό ρεύμα έχει φορά αριστερόστροφη, ώστε να δημιουργεί μαγνητικό πεδίο με φορά προς τα έξω, ώστε να αντιστέκεται στην μείωση.

Σταθεροποιήσω την τιμή του μαγνητικού πεδίου στην τιμή  $B = 40mT$  και την  $t_o = 0$  θέτω σε περιστροφή τον κυκλικό αγωγό γύρω από μια διάμετρο του με γωνιακή ταχύτητα  $\omega = 100rad/s$ , διαμορφώνοντας έτσι μια πηγή εναλλασσόμενης τάσης. Στα άκρα του περιστρεφόμενου αγωγού συνδέω μια συσκευή με ενδείξεις κανονικής λειτουργίας  $P_k = 2watt, V_k = 2volt$



**Γ.3** Να βρεθεί η ροή του μαγνητικού πεδίου μέσα από μια σπείρα του κυκλικού αγωγού καθώς και η επαγωγική ΗΕΔ που παράγεται σε αυτό, ως συνάρτηση του χρόνου.

Η ροή του μαγνητικού πεδίου μέσα από την περιστρεφόμενη σπείρα θα είναι:

$$\Phi = B\pi\alpha^2\sigma\sigma\nu(\omega t) = 4 \cdot 10^{-4}\sigma\sigma\nu(100t) \quad (S.I.)$$

Η επαγωγική τάση που προκύπτει από τον Νόμο του Faraday θα είναι:

$$E = N\omega B\pi\alpha^2\eta\mu(\omega t) = 4\eta\mu(100t) \quad (S.I.)$$

**Γ.4** Να βρεθεί η μέση ισχύς που καταναλώνει η συσκευή κατά την λειτουργία της, καθώς και η θερμότητα που εκλύει στο περιβάλλον όταν λειτουργεί για χρονικό διάστημα  $2min$ .

Από τα στοιχεία κανονικής λειτουργίας της συσκευής θα προκύψει η αντίσταση της:

$$P_{\kappa} = \frac{V_{\kappa}^2}{R_{\Sigma}} \Rightarrow R_{\Sigma} = 2\Omega$$

Το πλάτος της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα θα είναι:

$$I = \frac{E_{max}}{R_{\Sigma} + R} = 1A$$

Η μέση ισχύς θα είναι:

$$\bar{P} = \left(\frac{I}{\sqrt{2}}\right)^2 R_{\Sigma} = 1Watt$$

Η θερμότητα θα είναι:

$$Q = \left(\frac{I}{\sqrt{2}}\right)^2 R_{\Sigma} \Delta t = 120Joule$$

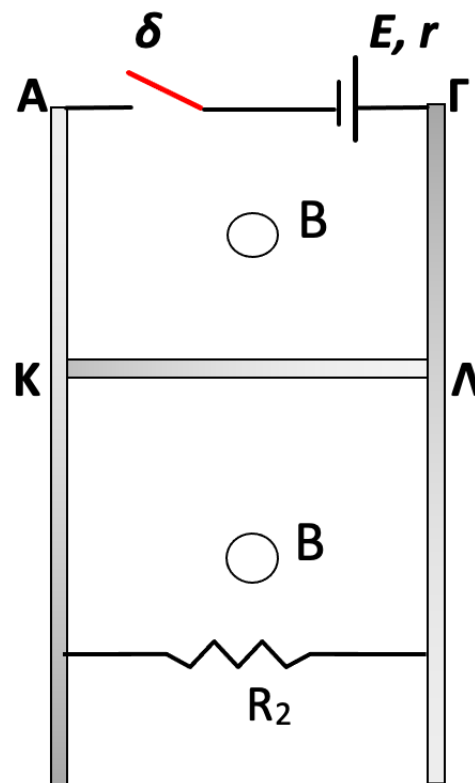
**Γ.5** Να εξετάσετε αν η συσκευή λειτουργεί κανονικά.

*Εφόσον η μέση ισχύς είναι μικρότερη από την ισχύ κανονικής λειτουργίας της συσκευής, η συσκευή θα υπολειτουργεί.*

## Θέμα Δ

Δύο λείοι κατακόρυφοι και αγωγίμοι ράβδοι  $Ay_1$  και  $\Gamma y_2$  μεγάλου μήκους απέχουν μεταξύ τους απόσταση  $\ell = 1m$  και έχουν αμελητέα ωμική αντίσταση. Τα άκρα τους Α και Γ είναι συνδεδεμένα, μέσω διακόπτη ( $\delta$ ), με ηλεκτρική πηγή που έχει ΗΕΔ  $E = 18V$  και εσωτερική αντίσταση  $r = 1\Omega$ . Η διάταξη των δύο ράβδων βρίσκεται μέσα σε οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης μέτρου  $B = 1T$  του οποίου οι μαγνητικές γραμμές είναι κάθετες στο επίπεδο των ράβδων. Ευθύγραμμος αγωγός ΚΛ μάζας  $m$ , μήκους  $\ell = 1m$  και ωμικής αντίστασης  $R_1 = 3\Omega$  μπορεί να κινείται κατακόρυφα χωρίς τριβές συνεχώς σε επαφή με τις δύο ράβδους και κάθετος προς αυτές. Παράλληλα στον αγωγό έχουμε τοποθετήσει αντιστάτη αντίστασης  $R_2 = 6\Omega$ . Όταν ο διακόπτης  $\delta$  είναι κλειστός ο αγωγός ισορροπεί.





**Δ.1** Να βρεθεί η μάζα του αγωγού και η φορά του μαγνητικού πεδίου.

Το ρεύμα από την πηγή θα διακλαδώνεται στο σημείο Κ με το  $I_1$  να διαρρέει την ράβδο και το  $I_2$  να διαρρέει την  $R_2$ . Οι δύο αντιστάσεις θα είναι συνδεδεμένες παράλληλα:

$$R_{\text{ολ}} = r + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 3\Omega$$

Το συνολικό ρεύμα στο κύκλωμα θα είναι:

$$I = \frac{E}{R_{\text{ολ}}} = 6A$$

Για να βρω τα επιμέρους ρεύματα έχω:

$$|V_{A\Gamma}| = E - Ir = |V_{K\Lambda}| = I_1 R_1 \Rightarrow I_1 = 4A$$

Η ράβδος ισορροπεί άρα  $\Sigma F = 0 \Rightarrow F_L = BI_1\ell = mg \Rightarrow m = 0,4kg$

\*\* Η φορά του μαγνητικού πεδίου θα είναι προς τα έξω έτσι ώστε η δύναμη Laplace να είναι προς τα πάνω.

Κάποια χρονική στιγμή που την θεωρούμε ως  $t_0 = 0$  ανοίγουμε τον διακόπτη (δ) και ταυτόχρονα εκτοξεύουμε τον αγωγό ΚΛ προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα μέτρου  $v_0 = 9m/s$ . Την ίδια χρονική στιγμή μέσω κατάλληλου μηχανισμού ασκείται στην ράβδο, μεταβλητού μέτρου δύναμη  $\vec{F}$ , με αποτέλεσμα να επιβραδύνεται ομαλά με επιβράδυνση μέτρου  $18m/s^2$ .

Ο μηχανισμός απενεργοποιείται αυτόματα την χρονική στιγμή  $t_1$  που η ράβδος ακινητοποιείται στιγμιαία, στην συνέχεια ο αγωγός κατέρχεται και την χρονική στιγμή  $t_2$  ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του μηδενίζεται.

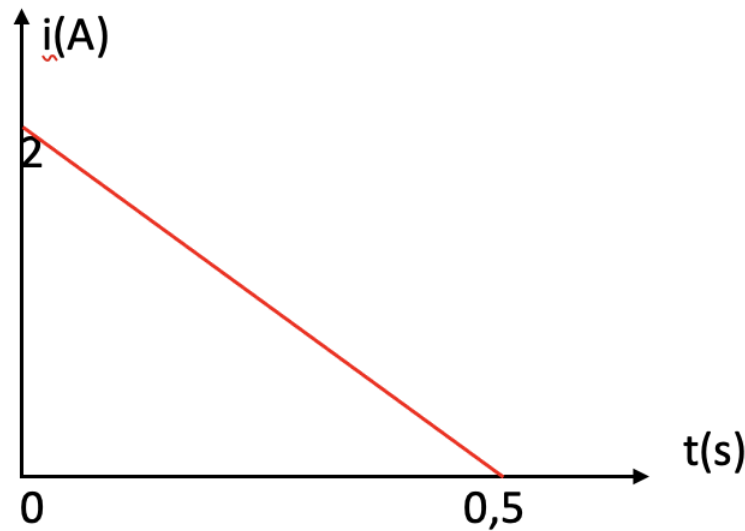
**Δ.2** Να γίνει το διάγραμμα της έντασης του επαγωγικού ρεύματος σε συνάρτηση με τον χρόνο  $i = f(t)$  στο διάστημα  $0 \rightarrow t_1$ , να υπολογιστεί το επαγωγικό φόρτιο που διέρχεται μέσα από την διατομή του αγωγού ΚΛ στο παραπάνω διάστημα.

Όταν ο αγωγός αρχίζει να κινείται προς τα πάνω αυξάνεται η ροή του μαγνητικού πεδίου μέσα από το πλαίσιο που ορίζουν ο αγωγός ΚΛ και ο αντιστάτης  $R_2$  επειδή αυξάνεται το αντίστοιχο εμβαδόν ( $dA = \ell dy$ ) οπότε θα αναπτύσσεται επαγωγική ΗΕΔ.

$$E_{\text{επ}} = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{BdA}{dt} = \frac{B\ell dy}{dt} = Bv\ell$$

Στο κύκλωμα που ορίζεται από τον αγωγό και τον αντιστάτη  $R_2$  θα διέρχεται επαγωγικό ρεύμα έντασης  $i$  που η φορά του είναι τέτοια ώστε να δημιουργεί δύναμη Laplace πάνω στον αγωγό η οποία θα αντιστέκεται στην κίνηση (Κανόνας Lenz) άρα θα έχει φορά προς τα κάτω με συνέπεια το ρεύμα να έχει φορά από το Κ προς το Λ. Άρα κατά την άνοδο και μέχρι να σταματήσει στιγμιαία για πρώτη φορά ( $0 = v_0 - at_1 \Rightarrow t_1 = 0,5\text{sec}$ ) και με δεδομένο ότι επιβραδύνεται ομαλά το ρεύμα θα είναι:

$$i = \frac{Bv\ell}{R_1 + R_2} = \frac{B(v_0 - at)}{R_1 + R_2} \Rightarrow i = 1 - 2t \quad (S.I)$$



Το επαγωγικό φορτίο που διέρχεται υπολογίζεται από το εμβαδόν στο διάγραμμα ρεύματος - χρόνου. Άρα  $q = 0,5 \text{ Coulomb}$

- Δ.3** Αφού περιγράψετε αναλυτικά το είδος της κίνησης που πραγματοποιεί ο αγωγός κατά την κάθοδο του να υπολογίσετε την ταχύτητα του την χρονική στιγμή  $t_2$ . Πως ονομάζεται αυτή η ταχύτητα ;

Κατά την κάθοδο του αγωγού θα αναπτυχθεί πάλι επαγωγική τάση αφού τώρα μειώνεται η μαγνητική ροή μέσα από το πλαίσιο. Άρα θα δημιουργηθεί επαγωγικό ρεύμα που η φορά του θα είναι τέτοια ώστε να δημιουργεί δύναμη Laplace με φορά προς τα πάνω, ώστε να είναι αντίθετη στο βάρος (αίτιο της κίνησης). Η δύναμη Laplace θα αυξάνεται κατά μέτρο αφού η κίνηση της ράβδου θα είναι αρχικά επιταχυνόμενη.:

$$i = \frac{Bv\ell}{R_1 + R_2}$$

$$F_L = Bil = \frac{B^2 v \ell^2}{R_1 + R_2}$$

Η επιτάχυνση όμως θα μειώνεται συνεχώς, μέχρι την στιγμή  $t_2$  που θα μηδενιστεί ( $\Sigma F = \frac{dP}{dt} = 0$ ) και η ράβδος θα έχει αποκτήσει την μέγιστη οριακή της ταχύτητα.

$$\Sigma F = m\alpha \Rightarrow mg - F_L = m\alpha$$

Για την χρονική στιγμή  $t_2$  έχουμε:

$$F_L = mg \Rightarrow \frac{B^2 v_{op} \ell^2}{R_1 + R_2} = mg \Rightarrow v_{op} = 36 \text{ m/s}$$

Από την  $t_2$  και μέχρι να πέσει πάνω στον αντιστάτη  $R_2$  η ράβδος θα κινείται με την παραπάνω ταχύτητα.

- Δ.4** Να υπολογιστεί η θερμότητα που εκλύεται στο περιβάλλον από τους αντιστάτες στο χρονικό διάστημα  $t_2 \rightarrow t_3 = t_2 + 10 \text{ s}$ . Να περιγράψετε τις ενεργειακές μετατροπές που συμβαίνουν στο χρονικό διάστημα  $t_1 \rightarrow t_3$ . Αφού η ταχύτητα θα είναι σταθερή, θα είναι σταθερό και το ρεύμα άρα:

$$I = \frac{Bv\ell}{R_1 + R_2} = 4 \text{ A}$$

Οπότε η θερμότητα θα είναι:

$$Q = I^2(R_1 + R_2)\Delta t = 1440 \text{ Joule}$$

Την χρονική στιγμή  $t_1$  που η ράβδος ακινητοποιείται στιγμιαία έχει αποθηκευμένη Βαρυτική δυναμική ενέργεια, κατά την κάθοδο της και πριν αποκτήσει την οριακή της ταχύτητα την  $t_2$  επιταχύνεται και ταυτόχρονα διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα, άρα η δυναμική βαρυτική ενέργεια θα μειώνεται με το ένα μέρος της να μετατρέπεται σε κινητική ενέργεια και ένα μέρος να εκλύεται ως θερμότητα στο περιβάλλον εξαιτίας του φαινομένου Joule στους αντιστάτες. Από την  $t_2$  και στην συνέχεια η Κινητική ενέργεια δεν μεταβάλλεται και έτσι η δυναμική βαρυτική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμότητα στους αντιστάτες.

- Δ.5** Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας του αγωγού και τον ρυθμό που εκλύεται θερμότητα στο περιβάλλον από τον αντιστάτη αντίστασης  $R_2$  την στιγμή που η ταχύτητα του αγωγού είναι η μισή της ταχύτητας που έχει αποκτήσει την χρονική στιγμή  $t_2$ .

Την παραπάνω χρονική στιγμή  $I = \frac{Bv\ell}{R_1 + R_2} = 2A \Rightarrow F_L = BI\ell = 2N$

$$\frac{dK}{dt} = \Sigma Fv = (w - F_L)v = 36J/s$$

και

$$\frac{dQ}{dt} = P_{R_2} = I^2 R_2 = 24J/s$$