ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

4ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ – ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

1. β

2. β

3. α

4. γ

5. α.Σ β.Σ γ.Λ δ.Σ ε.Λ

ΘΕΜΑ Β

1.

Σωστή είναι η απάντηση γ.
Έχουμε ελαστική κρούση δύο σωμάτων από τα οποία το ένα αρχικά είναι ακίνητο, οπότε οι ταχύτητές τους μετά την κρούση δίνονται από τις σχέσεις:

$$\upsilon'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1$$

$$\upsilon'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1$$

Τα σώματα μετά την κρούση θα κινηθούν στην ίδια διεύθυνση, αλλά με αντίθετες φορές. Όπως προκύπτει από τις πιο πάνω σχέσεις το σώμα $Σ_2$ θα έχει ίδια φορά με αυτή που είχε πριν την κρούση το $Σ_1$. Συνεπώς για τα μέτρα των ταχυτήτων θα ισχύει:

$$-\upsilon'_1 = \upsilon'_2 \Rightarrow -\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1$$

Από όπου προκύπτει: $-m_1 + m_2 = 2m_1 \Rightarrow m_2 = 3m_1 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}$

2.

Σωστή είναι η απάντηση α.

Αφού το συσσωμάτωμα μένει ακίνητο, το σώμα τριπλάσιας μάζας κινείται σε αντίθετη κατεύθυνση.

Επίσης, επειδή το συσσωμάτωμα μένει ακίνητο, όλη η κινητική ενέργεια που είχαν τα σώματα πριν την κρούση μετατρέπεται σε θερμότητα.

$$Q = K_A + K_B \qquad (1)$$

Από τη διατήρηση της ορμής προκύπτει:

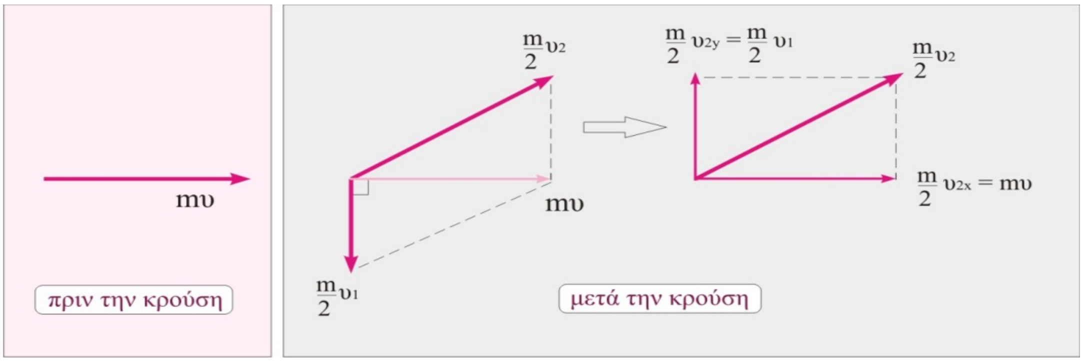
$$\vec{p}_{πριν} = \vec{p}_{μετά} \Rightarrow m\vec{υ}_1 + m\vec{υ}_2 = 0 \Rightarrow mυ_1 - 3mυ_2 = 0 \Rightarrow υ_2 = \frac{υ_1}{3}$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (1)παίρνουμε:

$$Q = K_A + K_B = \frac{1}{2}m_1υ_1^2 + \frac{1}{2}m_2υ_2^2 \Rightarrow Q = \frac{1}{2}mυ_1^2 + \frac{1}{2}3m(\frac{υ_1}{3})^2 = \frac{1}{2}mυ_1^2 + \frac{1}{2}mυ_1^2 \cdot \frac{1}{3} \Rightarrow$$

$$Q = K + \frac{K}{3} \Rightarrow Q = \frac{4}{3}K$$

3.
Σωστή απάντηση είναι η β.



Στη διάρκεια της έκρηξης η ορμή διατηρείται, $\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)}$

Η $\vec{p}_{ολ(πριν)}$ έχει μέτρο mυ και κατεύθυνση οριζόντια. Για να είναι η $\vec{p}_{ολ(μετά)}$ οριζόντια θα πρέπει η ταχύτητα του δεύτερου κομματιού να αναλύεται σε δύο κάθετες συνιστώσες ως εξής:

-Μια συνιστώσα $υ_{2y}$ κάθετη στην αρχική διεύθυνση η οποία θα έχει τέτοιο μέτρο ώστε να αναιρεί την ορμή του πρώτου κομματιού.

-Μια συνιστώσα $υ_{2x}$ παράλληλη στην αρχική διεύθυνση η οποία θα έχει τέτοιο μέτρο ώστε να δίνει ορμή ίση με την αρχική (mυ).

Τα δύο κομμάτια έχουν ίδια μάζα. Το πρώτο κομμάτι έχει ορμή $\frac{m}{2}\upsilon$, άρα για να αναιρείται η ορμή του πρέπει η συνιστώσα υ_{2y} του δεύτερου κομματιού να έχει ίδιο μέτρο ταχύτητας με το πρώτο κομμάτι, $\upsilon_{2y}=\upsilon$.

Για να είναι η $\vec{p}_{ολ(μετά)} = m\upsilon$, πρέπει η συνιστώσα υ_{2x} του δεύτερου κομματιού να έχει μέτρο 2υ, έτσι $\frac{m}{2}\cdot 2\upsilon = m\upsilon$. Άρα $\upsilon_{2x}=2\upsilon$.

4.

Σωστή είναι η απάντηση β

Η πηγή προς τον παρατηρητή Α εκπέμπει ήχο με μήκος κύματος

$$\lambda_A = \lambda - \upsilon_s T_s = \lambda - \frac{\upsilon_{ηχ}}{40}\frac{1}{f_s} \Rightarrow \lambda_A = \lambda - \frac{\lambda}{40} \Rightarrow \lambda_A = \frac{39}{40}\lambda$$

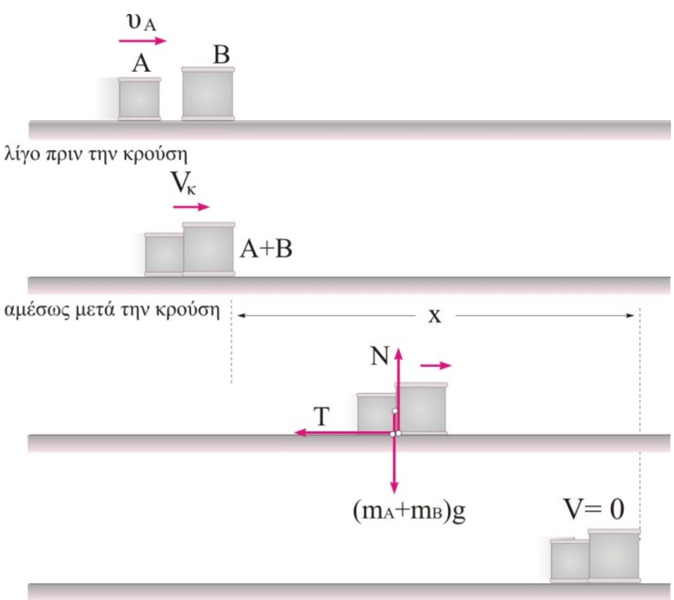
Η πηγή προς τον παρατηρητή Β εκπέμπει ήχο με μήκος κύματος

$$\lambda_B = \lambda + \upsilon_s T_s = \lambda + \frac{\upsilon_{ηχ}}{40}\frac{1}{f_s} \Rightarrow \lambda_B = \lambda + \frac{\lambda}{40} \Rightarrow \lambda_B = \frac{41}{40}\lambda$$

Με διαίρεση κατά μέλη των δύο σχέσεων προκύπτει:

$$\frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{\frac{39}{40}\lambda}{\frac{41}{40}\lambda} \Rightarrow \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{39}{41}$$

ΘΕΜΑ Γ



α) Για την κρούση ισχύει η αρχή διατήρηση της ορμής

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m_A \upsilon_A = (m_A + m_B)V_\kappa \Rightarrow V_\kappa = \frac{m_A \upsilon_A}{m_A + m_B} = \frac{1kg \cdot 10\,m/s}{1kg + 4kg} \Rightarrow V_\kappa = 2\frac{m}{s}$$

β) Το έργο της δύναμης που άσκησε το σώμα Β στο σώμα Α στη διάρκεια της κρούσης, είναι ίσο με τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος Α. Έτσι, εφαρμόζουμε για το σώμα Α το θεώρημα έργου-ενέργειας για τις θέσεις λίγο πριν και λίγο μετά την κρούση.

$$W_F = \Delta K = K_{A(\tau\varepsilon\lambda)} - K_{A(\alpha\rho\chi)} \Rightarrow W_F = \frac{1}{2}m_A V_\kappa^2 - \frac{1}{2}m_A \upsilon_A^2 \Rightarrow$$

$$W_F = \frac{1}{2}1kg \cdot (2m/s)^2 - \frac{1}{2}1kg \cdot (10m/s)^2 \Rightarrow W_F = -48J$$

γ)

$$\Delta E_{\mu\eta\chi} = E_{\mu\eta\chi(\tau\varepsilon\lambda)} - E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = \frac{1}{2}(m_A + m_B)V_\kappa^2 - \frac{1}{2}m_A \upsilon_A^2 \Rightarrow$$

$$\Delta E_{\mu\eta\chi} = \frac{1}{2}(1kg + 4kg)\cdot(2m/s)^2 - \frac{1}{2}1kg \cdot (10m/s)^2 \Rightarrow \Delta E_{\mu\eta\chi} = -40J$$

Το αρνητικό πρόσημο σημαίνει ότι η μηχανική ενέργεια ελαττώθηκε.

δ) Εφαρμόζουμε το θεώρημα έργου-ενέργειας για το συσσωμάτωμα μεταξύ των θέσεων αμέσως μετά την κρούση και της τελικής, όταν αυτό σταματάει.

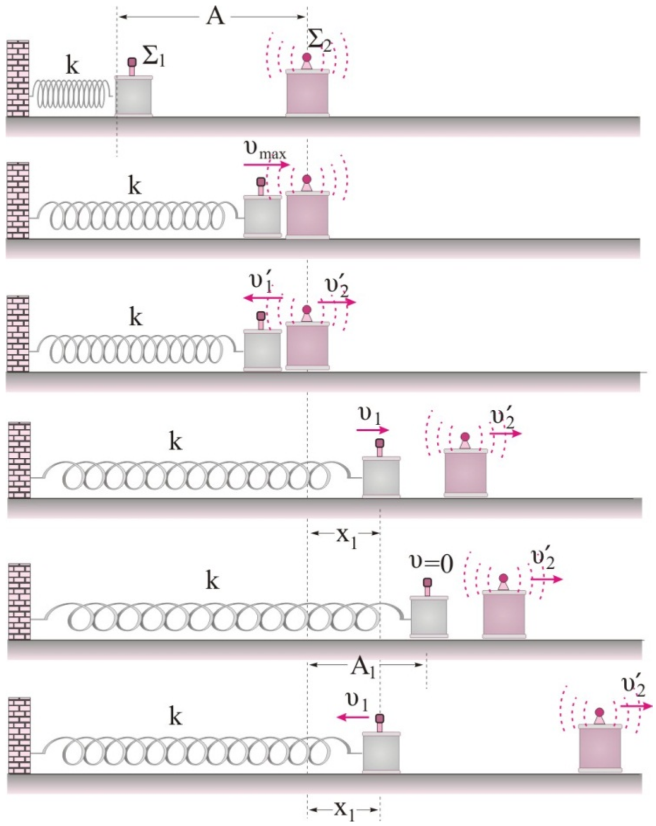
$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{\Sigma F} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}(m_A + m_B)V_\kappa^2 = -T\,x \Rightarrow \frac{1}{2}(m_A + m_B)V_\kappa^2 = \mu(m_A + m_B)gx \Rightarrow$$

$$x = \frac{V_\kappa^2}{2\mu g} = \frac{(2m/s)^2}{2\cdot 0,5\cdot 10\,m/s^2} \Rightarrow x = 0,4m$$

ε) Η συνολική θερμότητα είναι ίση με το άθροισμα της θερμότητας που αναπτύχθηκε λόγω κρούσης και της θερμότητας που αναπτύχθηκε λόγω της τριβής ολίσθησης μετά την κρούση. Αφού το σύστημα των δύο σωμάτων τελικά σταματά, η συνολική θερμότητα που μεταφέρθηκε στο περιβάλλον είναι ίση και με την αρχική κινητική ενέργεια του συστήματος, δηλαδή ίση με την κινητική ενέργεια του σώματος Α.

$$Q_{o\lambda} = \frac{1}{2}m_A \upsilon_A^2 = \frac{1}{2}1kg \cdot (10m/s)^2 \Rightarrow Q_{o\lambda} = 50J$$

ΘΕΜΑ Δ



α) Για τη σταθερά επαναφοράς του ταλαντούμενου συστήματος ισχύει:

$$D = k = m_1\omega^2 \Rightarrow m_1 = \frac{k}{\omega^2} = \frac{900N/m}{(30rad/s)^2} \Rightarrow m_1 = 1kg$$

Το σώμα Σ_1 έχει μέγιστη ταχύτητα όταν διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του και είναι ίση με :

$$\upsilon_{\max} = \omega A = 30\frac{rad}{s}\cdot 0,4m \Rightarrow \upsilon_{\max} = 12\frac{m}{s}$$

β) Έχουμε κεντρική ελαστική κρούση με το σώμα μάζας m_2 ακίνητο. Το σώμα μάζας m_1 πριν την κρούση έχει ταχύτητα $\upsilon_1 = \upsilon_{\max} = 12\frac{m}{s}$

Τα σώματα μετά την κρούση θα κινηθούν με ταχύτητες:

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 = \frac{1kg - 3kg}{1kg + 3kg}\cdot 12\frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon_1' = -6\frac{m}{s}$$

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1 = \frac{2\cdot 1kg}{1kg + 3kg}\cdot 12\frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon_2' = 6\frac{m}{s}$$

Το πρόσημο (-) για το σώμα $Σ_1$ σημαίνει ότι αυτό αλλάζει κατεύθυνση κίνησης, κινείται προς την αρνητική φορά του άξονα χ'χ.

Το πρόσημο (+) για το σώμα $Σ_2$ σημαίνει ότι κινείται προς τη θετική φορά του άξονα χ'χ.

γ) Μετά την κρούση το σώμα $Σ_2$ με την ηχητική πηγή απομακρύνεται με σταθερή ταχύτητα $\upsilon_2^{'} = 6\frac{m}{s}$, ενώ το σώμα $Σ_1$ γυρνά πίσω ξεκινώντας νέα ταλάντωση που έχει ίδια θέση ισορροπίας και ίδια περίοδο με την αρχική ταλάντωση. Η νέα ταλάντωση θα έχει μέγιστη ταχύτητα $\upsilon_{\max}^{'} = \upsilon_1^{'} = 6\frac{m}{s}$

Με εφαρμογή της διατήρησης της ενέργειας για τη νέα ταλάντωση βρίσκουμε την ταχύτητα του σώματος όταν διέρχεται από τη θέση $x_1 = +\frac{\sqrt{11}}{30}m$

$$\frac{1}{2}m_1\upsilon_{\max}^2 = \frac{1}{2}kx_1^2 + \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 \Rightarrow \upsilon_1 = \pm\sqrt{\upsilon_{\max}^2 - \frac{k}{m_1}x_1^2} \Rightarrow$$

$$\upsilon_1 = \pm\sqrt{\left(6\frac{m}{s}\right)^2 - \frac{900N/m}{1kg}\cdot\left(\frac{\sqrt{11}}{30}m\right)^2} \Rightarrow \upsilon_1 = \pm 5\frac{m}{s}$$

Την 1η φορά που ο δέκτης διέρχεται από τη θέση $x_1 = +\frac{\sqrt{11}}{30}m$ κινείται προς τα δεξιά, κατευθυνόμενος προς την πηγή, άρα ανιχνεύει ήχο συχνότητας f_1 , για την οποία ισχύει:

$$f_1 = f_s\frac{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon_1}{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon_s} = 692Hz\cdot\frac{340\frac{m}{s} + 5\frac{m}{s}}{340\frac{m}{s} + 6\frac{m}{s}} \Rightarrow f_1 = 690\,Hz$$

Την 2η φορά που ο δέκτης διέρχεται από τη θέση $x_1 = +\frac{\sqrt{11}}{30}m$ κινείται προς τα αριστερά ,απομακρυνόμενος από την πηγή, άρα ανιχνεύει ήχο συχνότητας f_2 , για την οποία ισχύει:

$$f_2 = f_s\frac{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_1}{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon_s} = 692Hz\cdot\frac{340\frac{m}{s} - 5\frac{m}{s}}{340\frac{m}{s} + 6\frac{m}{s}} \Rightarrow f_2 = 670\,Hz$$

δ) Η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης δίνεται κάθε στιγμή από τη σχέση

$$U = \frac{1}{2}kx^2$$

Για τη συχνότητα f_A που ανιχνεύεται από το δέκτη κάθε στιγμή ισχύει:

$$f_A = f_s \frac{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon_A}{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon_s} \Rightarrow 680 = 692\frac{340 + \upsilon_A}{340 + 6}\ (SI) \Rightarrow \upsilon_A = 0$$

Άρα, το σώμα Σ$_1$ βρίσκεται σε ακραία θέση, και η απομάκρυνσή του από τη θέση ισορροπίας του είναι ίση με το πλάτος της νέας ταλάντωσης. Η νέα ταλάντωση έχει μέγιστη ταχύτητα $\upsilon'_{\max} = \upsilon'_1 = 6\frac{m}{s}$, οπότε έχουμε:

$$\upsilon'_{\max} = \omega A' \Rightarrow A' = \frac{\upsilon'_{\max}}{\omega} = \frac{6m/s}{30rad/s} \Rightarrow A' = 0,2m$$

Με αντικατάσταση στον τύπο της ενέργειας ταλάντωσης παίρνουμε:

$$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}\cdot 900\frac{N}{m}\cdot\left(0,2m\right)^2 \Rightarrow U = 18J$$