ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

3ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ – ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1α. (γ) Α1β. (γ)
Α2α. (β) Α2β. (α)
Α3α. (δ) Α3β. (β)
Α4α. (γ) Α4β. (γ)
Α5. α.Λ β.Λ γ.Σ δ.Λ ε.Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή απάντηση είναι η (α).

Το κύμα φτάνει στο σημείο Κ που απέχει x_K=0,5m τη στιγμή t=1s, επομένως η ταχύτητα του κύματος είναι

$$\upsilon = \frac{x_K}{t} = \frac{0{,}5\text{m}}{1\text{s}} \quad \text{ή} \quad \upsilon = 0{,}5\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Η κλίση στο διάγραμμα φάσης - χρόνου ισούται αριθμητικά με τη γωνιακή ταχύτητα.

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{4\pi\,\text{rad}}{(3-1)\text{s}} \quad \text{ή} \quad \omega = 2\pi\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Η περίοδος Τ είναι $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2\pi\,\text{rad/s}}$ ή $T = 1\text{s}$

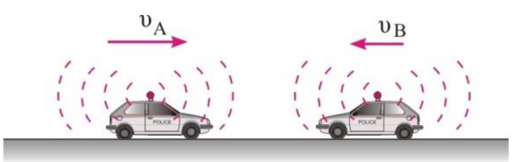
Το μήκος κύματος είναι: λ=υT=0,5m

Η εξίσωση ταλάντωσης του Κ είναι

$$y_K = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_K}{\lambda}\right) \quad \text{ή} \quad y_K = 0{,}2\eta\mu 2\pi(t-1)\ ,(\text{SI})$$

Β2. Σωστή απάντηση είναι η (β).

Έστω fs η συχνότητα του ήχου που εκπέμπουν τα περιπολικά. Ο οδηγός του αυτοκινήτου Α αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας f_A, που είναι ίση με:



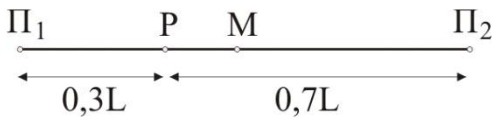
$$f_A = f_S\frac{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon_A}{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_B}\ ,(1)$$

Ο οδηγός του αυτοκινήτου Β αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας f_B, που είναι ίση με: $f_B = f_S\frac{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon_B}{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_A}$, (2) Διαιρούμε τις (1),(2) κατά μέλη και έχουμε

$$\frac{f_A}{f_B}=\frac{f_S\dfrac{\upsilon_{\eta\chi}+\upsilon_A}{\upsilon_{\eta\chi}-\upsilon_B}}{f_S\dfrac{\upsilon_{\eta\chi}+\upsilon_B}{\upsilon_{\eta\chi}-\upsilon_A}}=\frac{\upsilon_{\eta\chi}^2-\upsilon_A^2}{\upsilon_{\eta\chi}^2-\upsilon_B^2}$$

$\upsilon_A>\upsilon_B$, άρα $(\upsilon_{\eta\chi}^2-\upsilon_A^2)<(\upsilon_{\eta\chi}^2-\upsilon_B^2)$ άρα $f_A<f_B$

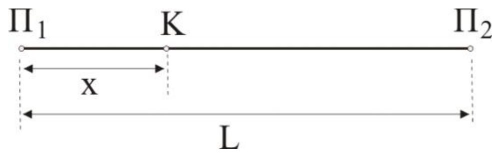
Β3. Σωστή απάντηση είναι η (β).
Το σημείο Ρ είναι το πρώτο, αριστερά του μέσου Μ, σημείο που είναι ακίνητο, επομένως:



$r_1-r_2=(2N+1)\dfrac{\lambda}{2}$ με Ν=-1, οπότε:

0,3L -(L-0,3L) = - λ/2 ή λ=0,8L

Για την θέση του τυχαίου σημείου Κ που εκτελεί ταλάντωση με μέγιστο πλάτος έχουμε



$x-(L-x)=N\lambda$ ή $x=\dfrac{L}{2}+\dfrac{N\lambda}{2}$ με $N=0,\pm1,\pm2...$

Θα πρέπει $0<x<L \Rightarrow 0<\dfrac{L}{2}+\dfrac{N\lambda}{2}<L$ ή $0<\dfrac{L}{2}+\dfrac{N\cdot 0{,}8L}{2}<L$ ή $-1{,}25<N<1{,}25$

Επομένως, Ν = -1, 0, +1 , άρα 3 σημεία.

Β4. Σωστή απάντηση είναι η (α).
Εφόσον τα άκρα της χορδής είναι ακλόνητα, ισχύει L=Nλ/2, όπου L το μήκος της χορδής, λ το μήκος κύματος του στάσιμου και Ν ο αριθμός των κοιλιών.

Για τη συχνότητα f_1=500Hz έχουμε: $L=N\dfrac{\lambda_1}{2}$

Παίρνοντας υπόψη τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής , $\upsilon=\lambda f$, η προηγούμενη σχέση γίνεται:

$$L=N\frac{\upsilon}{2f_1}\ , \quad (1)$$

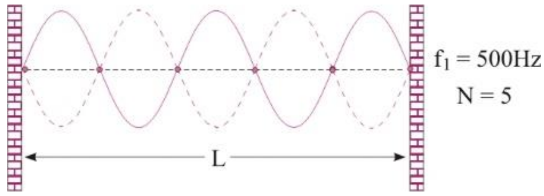
Για την επόμενη συχνότητα δημιουργίας στάσιμου στη χορδή, f_2=600Hz , έχουμε αντίστοιχα:

$$L=(N+1)\frac{\lambda_2}{2}=(N+1)\frac{\upsilon}{2f_2}\ , \quad (2)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (1),(2) έχουμε:

$$N\frac{\upsilon}{2f_1}=(N+1)\frac{\upsilon}{2f_2} \Rightarrow \frac{N}{f_1}=\frac{(N+1)}{f_2} \Rightarrow$$

$$N\cdot 600Hz=(N+1)\cdot 500Hz \Rightarrow \text{ ή } N=5$$



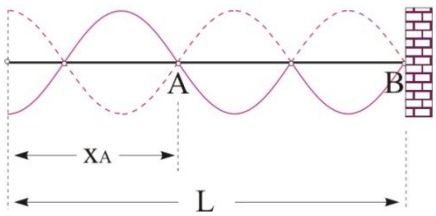
ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Η συχνότητα του κύματος είναι $f=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{5\pi rad/s}{2\pi}$ ή $f=2,5Hz$, $T=\frac{1}{f}=0,4s$

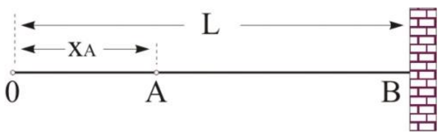
Επομένως το μήκος κύματος του κύματος είναι $\lambda=\frac{\upsilon}{f}=\frac{2m/s}{2,5Hz}$ ή $\lambda=0,8m$

Γ2. Οι θέσεις των δεσμών δίνονται από τη σχέση

$x_\Delta=(2\kappa+1)\frac{\lambda}{4}=(2\kappa+1)\frac{0,8m}{4}$ ή $x_\Delta=(2\kappa+1)0,2$, (SI)



Αντικαθιστώντας κ=0,1,2…. παίρνουμε
κ=0 , x_1= 0,2m
κ=1 , x_2= 0,6m
κ=2 , x_3= 1m
κ=3 , x_4= 1,4m
Άρα συνολικά δημιουργούνται 4 δεσμοί, στις θέσεις 0,2m, 0,6m, 1,0m και 1,4m.



Γ3. Από τη γραφική παράσταση απομάκρυνσης - χρόνου για το σημείο Α βλέπουμε ότι το κύμα φτάνει για πρώτη φορά στο Α τη χρονική στιγμή t_1 για την οποία ισχύει:

$$t_1=\frac{x_A}{\upsilon} \qquad (1)$$

Μετά την ανάκλασή του στον τοίχο επιστρέφει στο σημείο Α τη χρονική στιγμή t_2 για την οποία ισχύει:

$$t_2=\frac{L+(L-x_A)}{\upsilon} \qquad (2)$$

Επίσης , t_2-t_1= 2T όπου Τ η περίοδος του κύματος. Επομένως t_2-t_1=2T=0,8s
Με αφαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) παίρνουμε:

$$t_2-t_1=\frac{L+(L-x_A)}{\upsilon}-\frac{x_A}{\upsilon} \Rightarrow 2T=\frac{2L-2x_A}{\upsilon} \Rightarrow$$

$$x_A=L-\upsilon T=1,4m-2\frac{m}{s}0,4s \Rightarrow x_A=0,6m$$

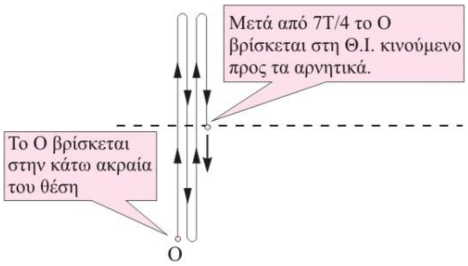
Με αντικατάσταση στη σχέση (2) βρίσκουμε τη χρονική στιγμή t_2.

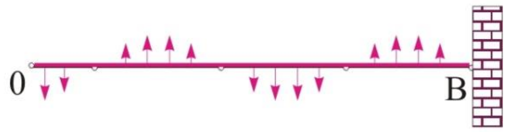
$$t_2=\frac{2L-x_A}{\upsilon}=\frac{2\cdot 1,4m-0,6m}{2\frac{m}{s}} \Rightarrow t_2=1,1s$$

Γ4. Το χρονικό διάστημα 0,7s αντιστοιχεί σε χρονική διάρκεια

$$0{,}4s + 0{,}3s = \frac{4}{4}T + \frac{3}{4}T\ .$$

Θεωρούμε ως νέα αρχή μέτρησης των χρόνων τη χρονική στιγμή που το Ο ταλαντευόμενο βρίσκεται στην ακραία αρνητική του απομάκρυνση. Μετά από χρονικό διάστημα 7T/4 , το σημείο Ο θα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας, έχοντας αρνητική ταχύτητα. Επομένως όλα τα σημεία της χορδής θα διέρχονται από τη θέση ισορροπίας τους.
Τα βέλη στο στιγμιότυπο δείχνουν τις ταχύτητες των σημείων της χορδής.





Στιγμιότυπο του κύματος
Όλα τα σημεία βρίσκονται στη θέση ισορροπίας τους

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Το σημείο Σ που απέχει r_1=4,5m από την πηγή $Π_1$ ξεκινά να ταλαντώνεται τη στιγμή t_1=0,45s, επομένως

$$\upsilon = \frac{r_1}{t_1} = \frac{4{,}5m}{0{,}45s} \quad ή \quad \upsilon = 10\frac{m}{s}$$

Η συχνότητα του κύματος είναι

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{10\pi rad/s}{2\pi} \quad ή \quad f = 5Hz \quad , \quad T = \frac{1}{f} = 0{,}2s$$

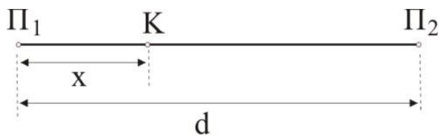
Το μήκος κύματος του κύματος είναι

$$\lambda = \frac{\upsilon}{f} = \frac{10m/s}{5Hz} \quad ή \quad \lambda = 2m$$

Δ2. Το κύμα θέλει χρόνο 0,7s για να μεταβεί από την $Π_1$ στην $Π_2$. Επομένως η απόσταση μεταξύ των πηγών είναι

$$(\Pi_1\Pi_2) = d = \upsilon \cdot t = 10m/s \cdot 0{,}7s \quad ή \quad d = 7m$$

Για το τυχαίο σημείο Κ στο οποίο συμβαίνει ενισχυτική συμβολή και απέχει x από την πηγή $Π_1$ ισχύει:



$$x - (d - x) = N\lambda \quad ή \quad x = \frac{d}{2} + \frac{N\lambda}{2} \quad ή \quad x = (3{,}5m + N)m \ , \ (1)$$

Θα πρέπει $0m < x < 7m \Rightarrow 0m < (3{,}5m + N)m < 7m$ ή $-3{,}5 < N < 3{,}5$
Οι αποδεκτές λύσεις είναι N=-3,-2,-1,0,+1,+2,+3 , άρα 7 σημεία.
Επομένως, μεταξύ των δύο πηγών υπάρχουν 7 σημεία ενίσχυσης.

Δ3. Μέχρι τη χρονική στιγμή t_1=0,45s το σημείο Σ παραμένει ακίνητο. Το Σ θα αρχίσει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή t_1=0,45s με πλάτος Α μέχρι τη στιγμή t_2 , όταν φτάνει το κύμα από την $Π_2$ και ξεκινά η συμβολή.
Η χρονική στιγμή t_2 είναι

$$t_2 = \frac{r_2}{\upsilon} = \frac{7{,}5m}{10m/s} \quad ή \quad t_2 = 0{,}75s$$

Για το χρονικό διάστημα $0{,}45s \le t < 0{,}75s$, η απομάκρυνση του Σ από τη θέση ισορροπίας του δίνεται από τη

σχέση: $y_\Sigma = 0{,}4ημ2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda}\right) \Rightarrow y_\Sigma = 0{,}4ημ2\pi(5t - 2{,}25)$, (SI)

Και η ταχύτητα ταλάντωσης του Σ από τη σχέση:

$$\upsilon_\Sigma = \omega A συν2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda}\right) \Rightarrow \upsilon_\Sigma = 4\pi συν2\pi(5t - 2{,}25),\ (SI)$$

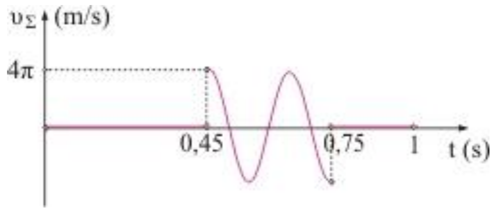
Για t > 0,75s έχουμε συμβολή και το πλάτος ταλάντωσης του Σ προκύπτει από τη σχέση:

$$A_\Sigma' = 2A\left|συν2\pi\left(\frac{r_1 - r_2}{2\lambda}\right)\right| = 2A\left|συν2\pi\left(\frac{4{,}5 - 7{,}5}{2\cdot 2}\right)\right| \Rightarrow A_\Sigma' = 2A\left|συν2\pi\left(\frac{-3}{4}\right)\right| \Rightarrow A_\Sigma' = 0$$

Άρα, μετά τη συμβολή στο σημείο Σ έχουμε απόσβεση και το Σ ακινητοποιείται.
Συνολικά έχουμε:

$$\upsilon_\Sigma = \begin{cases} 0,\ (SI) & για\ 0s \le t < 0{,}45s \\ 4\pi συν2\pi(5t - 2{,}25),\ (SI) & για\ 0{,}45s \le t < 0{,}75s \\ 0,\ (SI) & για\ 0{,}75s \le t \le 1s \end{cases}$$

Το διάγραμμα ταχύτητας του Σ σε συνάρτηση με το χρόνο δίνεται στο διπλανό σχήμα.



Δ4. Για να έχουμε ενισχυτική συμβολή στο σημείο Σ πρέπει r_1-r_2=Νλ άρα

$$r_1 - r_2 = N\frac{\upsilon}{f} \quad ή \quad f = \frac{N\upsilon}{r_1 - r_2} \quad ή \quad f = N\frac{10}{3}\ (SI) \quad ,(2)\ με\ f > 5Hz$$

Για Ν=1, η (2) δίνει f΄=10/3 Hz , που είναι f΄<5Hz , απορρίπτεται

Για Ν=2 η (2) δίνει f΄=20/3 Hz, που είναι f΄> 5Hz και είναι δεκτή.

Επομένως για να έχουμε στο Σ ενίσχυση θα πρέπει να αυξήσουμε τη συχνότητα στην τιμή f΄=20/3Hz και η επί τοις εκατό αύξηση της συχνότητας είναι

$$\Pi\% = \frac{f' - f}{f}100\% = \frac{\frac{20}{3}Hz - 5Hz}{5Hz}100\% \quad ή \quad \Pi\% = \frac{100}{3}\%$$

Δ5. Γνωρίζουμε από το ερώτημα Δ2 (σχέση 1) σε ποια σημεία οι υπερβολές ενίσχυσης τέμνουν το $Π_1Π_2$. Μας δίνεται ότι το σημείο Λ, που βρίσκεται στην ίδια υπερβολή με το Κ, απέχει 1,5m από την $Π_1$, άρα αντικαθιστώντας στη σχέση (1) του ερωτήματος Δ2 , x=1,5m , βρίσκουμε την υπερβολή που ανήκει το σημείο Λ.

$$1{,}5m = 3{,}5m + N \quad ή \quad N = -2$$

Επομένως και το Κ ανήκει στην υπερβολή ενίσχυσης με Ν=-2 και ισχύει

$$r_{K1} - r_{K2} = -2\lambda \quad ή \quad r_{K1} - r_{K2} = -4m \ , \quad (3)$$

Από τη σύγκριση της εξίσωσης απομάκρυνσης του Κ με τη γενική εξίσωση απομάκρυνσης στη συμβολή κυμάτων

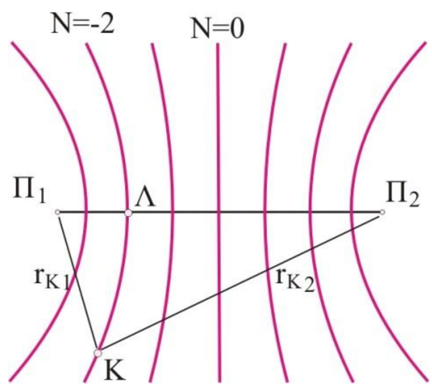
$$y = 2A \ \ συν2\pi\frac{r_1 - r_2}{2\lambda} \ ημ2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda}\right)$$

προκύπτει ότι:

$A_K' = 0{,}8m = 2A$.

$$10\pi t - 8\pi = 2\pi(5t - 4) \ \leftrightarrow \ 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_{K1} + r_{K2}}{2\lambda}\right)$$

Επομένως $\dfrac{r_{K1} + r_{K2}}{2\lambda} = 4 \quad ή \quad r_{K1} + r_{K2} = 16m \ , \ (4)$



Συνδυάζοντας τις σχέσεις (3),(4) παίρνουμε
r_{K1}=6m και r_{K2}=10m.

Τα θέματα επιμελήθηκαν οι **Ποντικός Ηλίας** και **Σδρίμας Ιωάννης.**

Ο επιστημονικός έλεγχος πραγματοποιήθηκε από τον **Παλόγο Αντώνιο.**