ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

4ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ – ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

1. γ.
2. α.
3. γ.
4. δ.
5. α-Λ, β-Σ, γ-Σ, δ-Σ, ε-Λ

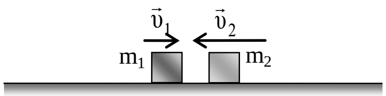
ΘΕΜΑ Β

1. Η σωστή απάντηση είναι το β.

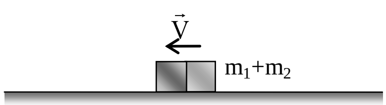
Αν υ_1 το μέτρο της ταχύτητας του σώματος m_1 ελάχιστα πριν την κρούση και V το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος $m_1 + m_2$, αμέσως μετά την κρούση, θα έχουμε για την κινητική ενέργεια του σώματος m_1:

$$K_{1(\pi\rho\iota\nu)} = K_{1(\mu\epsilon\tau\acute{\alpha})} \Rightarrow \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^{\,2} = \frac{1}{2}m_1V^2 \Rightarrow \upsilon_1 = \pm V$$

Στη διάρκεια της κρούσης αναπτύσσονται δυνάμεις και οι ταχύτητες μεταβάλλονται, άρα τα διανύσματα των $\vec{\upsilon}_1'$ και $\vec{V}$ έχουν ίδια μέτρα αλλά αντίθετες κατευθύνσεις καθώς σε αντίθετη περίπτωση δεν θα είχε υπάρξει κρούση.
Άρα, η συνολική ορμή του συστήματος μετά την κρούση, έχει φορά αντίθετη αυτής που έχει η ορμή του σώματος m_1. Για να συμβαίνει αυτό πρέπει το σώμα μάζας m_2 πριν την κρούση να κινείται με κατεύθυνση αντίθετη της $\vec{\upsilon}_1'$ και επιπλέον να έχει μεγαλύτερη ορμή από αυτό.



Ελάχιστα πριν την κρούση



Ελάχιστα μετά την κρούση

Για τη σύγκρουση των δύο σωμάτων η αρχή διατήρησης της ορμής γράφεται:

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow m_1 \cdot \upsilon_1 - m_2 \cdot \upsilon_2 = -(m_1 + m_2) \cdot V \Rightarrow \upsilon_2 = \frac{m_1 \cdot \upsilon_1 + (m_1 + m_2) \cdot V}{m_2} \Rightarrow$$

$$\upsilon_2 = \frac{m_1 \cdot \upsilon_1 + (m_1 + 2m_1) \cdot \upsilon_1}{2m_1} \Rightarrow \upsilon_2 = 2\upsilon_1$$

2. Η σωστή απάντηση είναι το α.

Στην ελαστική κρούση, επειδή το σώμα μάζας m_2 είναι αρχικά ακίνητο, η ταχύτητά του μετά την κρούση, θα δίνεται από τη σχέση:

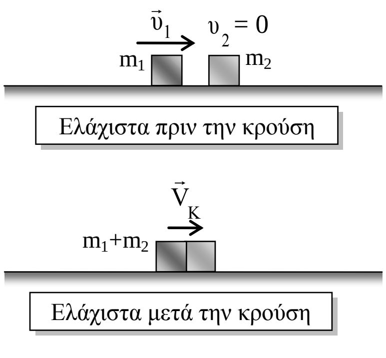
$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \upsilon_1$$

Επομένως, η κινητική ενέργεια του σώματος μάζας m_2, αμέσως μετά την κρούση θα είναι:

$$K_2 = \frac{1}{2} m_2 \upsilon_2'^2 = \frac{1}{2} m_2 \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \upsilon_1 \right)^2$$

Για την πλαστική κρούση, από τη διατήρηση της ορμής, έχουμε:

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow m_1 \vec{\upsilon}_1 = (m_1 + m_2) \vec{V}_K \Rightarrow m_1 \upsilon_1 = (m_1 + m_2) V_K \Rightarrow V_K = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \upsilon_1$$



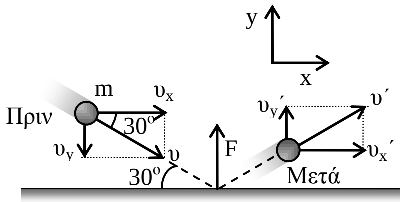
Η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος, αμέσως μετά την κρούση θα είναι:

$$K = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) V_K^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) \cdot \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \upsilon_1 \right)^2$$

Όμως, δίνεται ότι $K_2 = K$, άρα

$$\frac{1}{2} m_2 \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \upsilon_1 \right)^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) \cdot \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \upsilon_1 \right)^2 \Rightarrow 4m_2 = m_1 + m_2 \Rightarrow 3m_2 = m_1 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = 3$$

3. Η σωστή απάντηση είναι το β.



$$\Delta\vec{p} = \Delta\vec{p}_x + \Delta\vec{p}_y$$

Λόγω της $\vec{\upsilon}_x$ δεν μικραίνει η απόσταση μεταξύ σφαίρας και δαπέδου και δεν υπάρχει κρούση, άρα $\Delta\vec{p}_x = 0$.

Η δύναμη $\vec{F}$ που *ασκ*είται στη σφαίρα στη διάρκεια της κρούσης είναι κάθετη στο δάπεδο, και μεταβάλλει μόνο τη συνιστώσα $\vec{\upsilon}_y$, η οποία θα αλλάξει κατεύθυνση αλλά επειδή η κρούση είναι ελαστική θα διατηρήσει το μέτρο της σταθερό ($\vec{\upsilon}_y' = -\vec{\upsilon}_y$).

Αφού η ορμή της σφαίρας μεταβάλλεται μόνο κατά τον κατακόρυφο άξονα y, έχουμε:

$$\Delta\vec{p} = \Delta\vec{p}_y = m\vec{\upsilon}_y' - m\vec{\upsilon}_y = m(\vec{\upsilon}_y' - \vec{\upsilon}_y)$$

και θεωρώντας για τον άξονα y θετική φορά την προς τα πάνω:

$$\Delta p = m(\upsilon_y' + \upsilon_y) = 2m\upsilon_y = 2m\upsilon\eta\mu 30^o = 2m\upsilon\frac{1}{2} \text{ ή } \Delta p = m\upsilon$$

4. Η σωστή απάντηση είναι το α.

Όταν η πηγή είναι ακίνητη και ο παρατηρητής την πλησιάζει με ταχύτητα μέτρου υ_A, η συχνότητα f_A του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής, θα δίνεται από τη σχέση: $f_A = \frac{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon_A}{\upsilon_{\eta\chi}} f_s$

δηλαδή είναι μεγαλύτερη κατά 20% από τη συχνότητα f_s, οπότε:

$$f_A = f_s + \frac{20}{100} f_s \Rightarrow \frac{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon_A}{\upsilon_{\eta\chi}} f_s = 1,2 f_s \Rightarrow \upsilon_{\eta\chi} + \upsilon_A = 1,2\upsilon_{\eta\chi} \Rightarrow \upsilon_{\eta\chi} = 5\upsilon_A \qquad \textbf{(1)}$$

Στην περίπτωση που ο παρατηρητής είναι ακίνητος, ενώ η πηγή κινείται με ταχύτητα υ_s, ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται για τον ήχο συχνότητα $f_A' = f_A$, δηλαδή η f_A' είναι μεγαλύτερη από την f_s, οπότε η πηγή θα πλησιάζει τον παρατηρητή και η συχνότητα f_A' θα δίνεται από τη σχέση:

$$f_A' = \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_s} f_s \Rightarrow 1,2 f_s = \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_s} f_s \Rightarrow 1,2 = \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_s} \Rightarrow \upsilon_{\eta\chi} = 1,2(\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_s) \Rightarrow$$

$$1,2\upsilon_s = 0,2\upsilon_{\eta\chi} \Rightarrow \upsilon_s = \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{6} \quad \textbf{(2)}$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις **(1)** και **(2)**, προκύπτει:

$$\upsilon_s = \frac{5\upsilon_A}{6}$$

ΘΕΜΑ Γ

1. Την στιγμή που αφήνεται το σώμα, οι δύο παρατηρητές καταγράφουν τον πραγματικό ήχο της πηγής, οπότε $f_s = f_1 = 4620\text{Hz}$.

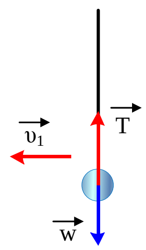
Την στιγμή που το σώμα περνά από το κατώτερο σημείο της τροχιάς του για τον ήχο που καταγράφει ο παρατηρητής Α ισχύει:

$$f_A = \frac{34}{33}f_s \Rightarrow \frac{\upsilon}{\upsilon-\upsilon_1}f_s = \frac{34}{33}f_s \Rightarrow 33\upsilon = 34\upsilon - 34\upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_1 = \frac{\upsilon}{34} \Rightarrow \upsilon_1 = \frac{340}{34}\frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_1 = 10\frac{m}{s}}$$

2. Το σώμα-πηγή την στιγμή που βρίσκεται στο κατώτερο σημείο της τροχιάς απομακρύνεται από τον παρατηρητή Β έτσι ο ήχος που καταγράφει έχει συχνότητα:

$$f_B = \frac{\upsilon}{\upsilon+\upsilon_1}f_s \Rightarrow f_B = \frac{340}{340+10}4620\,\text{Hz} \Rightarrow \mathbf{f_B = 4488\,Hz}$$

3. Η τάση του νήματος στην κατώτερη θέση υπολογίζεται από τη συνθήκη της κυκλικής κίνησης.



$$\Sigma\vec{F} = \vec{F}_\kappa \Rightarrow T - mg = \frac{m\upsilon_1^2}{\ell} \Rightarrow T = m\left(\frac{\upsilon_1^2}{\ell} + g\right) \quad \textbf{(1)}$$

Το μήκος του νήματος μπορεί να υπολογιστεί με εφαρμογή της Διατήρησης της Μηχανικής ενέργειας μεταξύ της θέσης που ελευθερώθηκε και της κατώτερης θέσης.

$$U_{\tau\varepsilon\lambda} + K_{\tau\varepsilon\lambda} = U_{\alpha\rho\chi} + K_{\alpha\rho\chi} \Rightarrow 0 + \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 = mg\ell + 0 \Rightarrow \ell = \frac{\upsilon_1^2}{2g} \Rightarrow \boldsymbol{\ell = 5\,m}$$

Συνεπώς από την σχέση **(1)** προκύπτει:

$$T = m\left(\frac{\upsilon_1^2}{\ell} + g\right) \Rightarrow T = 1\text{kg}\left(\frac{(10\text{m}/\text{s})^2}{5\text{m}} + 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)\text{N} \Rightarrow \mathbf{T = 30\,N}$$

4. Η πηγή και η ανακλαστική επιφάνεια κινούνται αντίθετα.
Θεωρούμε ένα υποθετικό παρατηρητή που βρίσκεται πάνω στην ανακλαστική επιφάνεια.

Ο ήχος που ανιχνεύει είναι: $f_2 = \frac{\upsilon+\upsilon_2}{\upsilon-\upsilon_1}f_s \Rightarrow f_2 = \frac{340+20}{340-10}4620\,\text{Hz} \Rightarrow \mathbf{f_2 = 5040\,Hz}$

Η ανακλαστική επιφάνεια λειτουργεί ως πηγή για τον παρατηρητή Β που εκπέμπει τον ήχο συχνότητας f_2. Άρα ο Β αντιλαμβάνεται ήχο:

$$f_{B2} = \frac{\upsilon}{\upsilon - \upsilon_2} f_2 \Rightarrow f_{B2} = \frac{340}{340-20} 5040\,\mathrm{Hz} \Rightarrow \mathbf{f_{B2} = 5355\,Hz}$$

ΘΕΜΑ Δ

1. Οι δύο σφαίρες κατά την διάρκεια της αποσυσπείρωσης του ελατηρίου δέχονται ίσες κατά μέτρο δυνάμεις, οι οποίες είναι εσωτερικές για το σύστημα ελατήριο σφαίρες, έτσι ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής.

$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow 0 = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$ και θεωρώντας θετική την φορά προς τα δεξιά προκύπτει:

$0 = -p_1 + p_2 \Rightarrow p_1 = p_2 \Rightarrow m_1\upsilon_1 = m_2\upsilon_2 \Rightarrow \mathbf{3\upsilon_1 = \upsilon_2}$ **(1).**

Επίσης ισχύει: $\dfrac{K_1}{K_2} = \dfrac{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2}{\frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2} = \dfrac{3\upsilon_1^2}{1\cdot 9\upsilon_1^2} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow \mathbf{K_2 = 3K_1}$

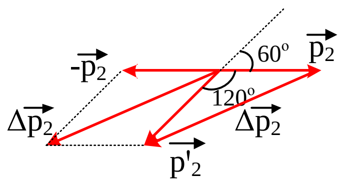
2. $K_1 + K_2 = E_{\varepsilon\lambda} \Rightarrow K_1 + 3K_1 = E_{\varepsilon\lambda} \Rightarrow 4K_1 = E_{\varepsilon\lambda} \Rightarrow K_1 = 24$ J, και
$K_2 = 3K_1 \Rightarrow K_2 = 72$ J.

Έχουμε:

$K_1 = \dfrac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 \Rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{\dfrac{2K_1}{m_1}} \Rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{\dfrac{2\cdot 24}{3}}\dfrac{m}{s} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_1 = 4\frac{m}{s}}$ και από την **(1)**

$\boldsymbol{\upsilon_2 = 12}$ **m/s.**

3. Σύμφωνα με την εκφώνηση η τελική διεύθυνση της πορείας της σφαίρας Σ$_2$ πριν την σύγκρουση σχηματίζει γωνία 60° με την αρχική πορεία. Σχεδιάζουμε τα δύο διανύσματα όπως στο διπλανό σχήμα και για την μεταβολή της ορμής έχουμε (το μέτρο της ορμής μένει σταθερό p'$_2$ = p$_2$ = p)



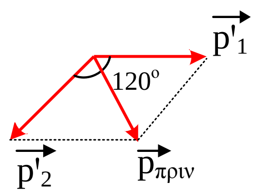
$$\Delta\vec{p}_2 = \vec{p}_2' - \vec{p}_2 = \vec{p}_2' + (-\vec{p}_2) \Rightarrow \Delta p_2 = \sqrt{p_2'^2 + p_2^2 + 2p_2p_2'\sigma\upsilon\nu(180° - 120°)} \Rightarrow$$

$$\Delta p_2 = \sqrt{p^2 + p^2 + p^2} \Rightarrow \Delta p_2 = \sqrt{3}p \Rightarrow \Delta p_2 = \sqrt{3}p \Rightarrow \Delta p_2 = \sqrt{3}m_2\upsilon_2 \quad (2).$$

Με αντικατάσταση στη σχέση **(2)** προκύπτει

$$\mathbf{\Delta p_2 = 12\sqrt{3}\,\frac{kg\cdot m}{s}}$$

4. Οι δύο σφαίρες τη στιγμή της σύγκρουσης έχουν ορμές $\vec{p}_1'$ και $\vec{p}_2'$ που τα διανύσματα τους σχηματίζουν γωνία 120° και ίσα μέτρα. (Η σφαίρα 1 αφού ανακλάστηκε στον ελαστικό τοίχο έχει $\vec{p}_1' = -\vec{p}_1$ και μέτρο ίδιο με πριν). Η αρχική ορμή του συστήματος (λίγο πριν την σύγκρουση) είναι:



$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_1' + \vec{p}_2' \Rightarrow p_{\pi\rho\iota\nu} = \sqrt{p_1'^2 + p_2'^2 + 2p_1'p_2'\sigma\upsilon\nu 120^\circ} \Rightarrow p_{\pi\rho\iota\nu} = \sqrt{p_1^2 + p_1^2 - p_1^2} \Rightarrow p_{\pi\rho\iota\nu} = p_1$$

Άρα

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow p_1 = p_{\sigma\upsilon\sigma} \Rightarrow p_1 = (m_1 + m_2)V \Rightarrow V = \frac{p_1}{m_1 + m_2} \Rightarrow V = \frac{12}{4}\frac{m}{s} \Rightarrow \mathbf{V = 3\frac{m}{s}}$$

5. Η πρώτη κρούση του συσσωματώματος Σ_1+Σ_2 με το σώμα Σ_3 είναι ελαστική και γίνεται στην θέση ισορροπίας της ταλάντωσης, που είναι και θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου. Σε χρονική διάρκεια T/2 που μεσολαβεί ανάμεσα στις δύο κρούσεις το σώμα Σ_3 έχει επιστρέψει στην Θ.Ι. , όπου εκεί θα γίνει η δεύτερη κρούση. Άρα το συσσωμάτωμα Σ_1+Σ_2 έμεινε ακίνητο στην Θ.Ι. Συνεπώς το συσσωμάτωμα Σ_1+Σ_2 και το Σ_3 αντάλλαξαν ταχύτητες (υ_{max} = V = 3 m/s) . Αυτό συμβαίνει μόνο όταν τα σώματα έχουν ίσες μάζες,

$m_3 = m_1 + m_2 \Rightarrow \mathbf{m_3 = 4\ kg}$.

6. Η δεύτερη κρούση είναι πλαστική οπότε με εφαρμογή της Α.Δ.Ο. προκύπτει:

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m_3\upsilon_{max} = (m_1 + m_2 + m_3)\upsilon'_{max} \Rightarrow \upsilon'_{max} = \frac{m_3\upsilon_{max}}{m_1 + m_2 + m_3} \Rightarrow$$

$$\upsilon'_{max} = \frac{4\cdot 3}{8}\frac{m}{s} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon'_{max} = 1{,}5\frac{m}{s}}$$

Άρα $$\frac{\upsilon'_{max}}{\upsilon_{max}} = \frac{\omega' A'}{\omega A} \Rightarrow \frac{\upsilon'_{max}}{\upsilon_{max}} = \frac{\sqrt{\frac{k_2}{m_1 + m_2 + m_3}}A'}{\sqrt{\frac{k_2}{m_3}}A} \Rightarrow \frac{\upsilon'_{max}}{\upsilon_{max}} = \sqrt{\frac{m_3}{m_1 + m_2 + m_3}}\frac{A'}{A} \Rightarrow$$

$$\frac{A'}{A} = \frac{\upsilon'_{max}}{\upsilon_{max}}\sqrt{\frac{m_1 + m_2 + m_3}{m_3}} \Rightarrow \frac{A'}{A} = \frac{1{,}5}{3}\sqrt{\frac{8}{4}} \Rightarrow \boldsymbol{\frac{A'}{A} = \frac{\sqrt{2}}{2}}.$$

Η εκπόνηση του διαγωνίσματος έγινε με τη βοήθεια Εθελοντών Εκπαιδευτικών:

Τα θέματα Α και Β επιμελήθηκαν οι **Πατεράκης Γαβριήλ** και **Χαρίλας Γεώργιος**, Φυσικοί.

Τα θέματα Γ και Δ επιμελήθηκε ο **Δουκατζής Βασίλειος**, Φυσικός.

Ο επιστημονικός έλεγχος πραγματοποιήθηκε από τον **Παλόγο Αντώνιο.**