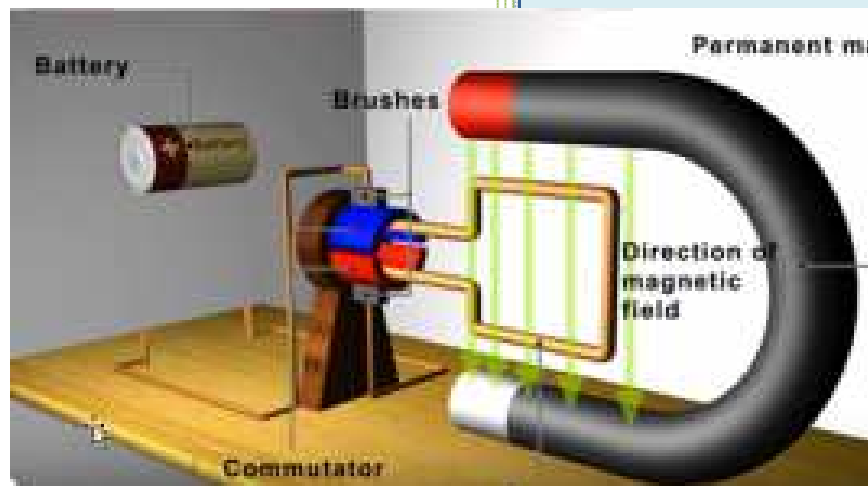


2019-20

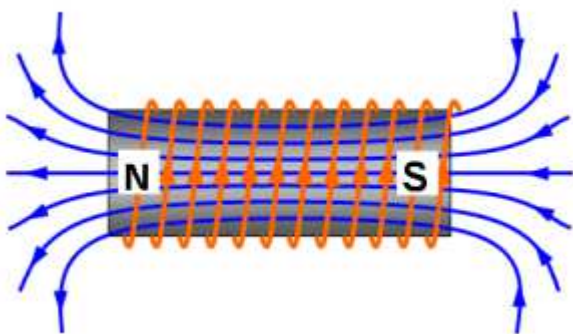
Σύμφωνα με τη νέα ύλη.

Περιέχει το κεφάλαιο του
Ηλεκτρομαγνητισμού.

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ



<https://vmarousis.blogspot.com>



Μαρούσης Βαγγέλης
Φυσικός

2019-2020

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ	
ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ & ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ	
ΑΠΛΗ ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ (Α.Α.Τ.)	
Εξισώσεις Α.Α.Τ. (χωρίς αρχική φάση)	$x = A \eta \mu \omega t$ $v = v_{\max} \sigma \upsilon \nu \omega t \quad v_{\max} = \omega A$ $a = -a_{\max} \eta \mu \omega t \quad a_{\max} = \omega^2 A$ Σχέση επιτάχυνσης – απομάκρυνσης $a = -\omega^2 \cdot x$
Εξισώσεις Α.Α.Τ. (με αρχική φάση)	$x = A \eta \mu(\omega t + \varphi_0)$ $v = v_{\max} \sigma \upsilon \nu(\omega t + \varphi_0) \quad v_{\max} = \omega A$ $a = -a_{\max} \eta \mu(\omega t + \varphi_0) \quad a_{\max} = \omega^2 A$ Σχέση επιτάχυνσης – απομάκρυνσης $a = -\omega^2 x$
Δύναμη στην Α.Α.Τ. (Δύναμη επαναφοράς)	Σώμα εκτελεί ΑΑΤ $\Leftrightarrow F = -Dx$ όπου $D = m\omega^2$ και x = απομάκρυνση από τη ΘΙ
Προσοχή στην προηγούμενη σχέση $F = F_{\text{επαναφοράς}} = \Sigma F$ που ασκούνται στο σώμα που εκτελεί ΑΑΤ	
Περίοδος Α.Α.Τ.	$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}}, \quad \omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$
Ενέργεια στην Α.Α.Τ.	
Δυναμική ενέργεια	$U = \frac{1}{2} Dx^2$
Κινητική ενέργεια	$K = \frac{1}{2} m v^2$
Ολική ενέργεια	$E = \frac{1}{2} D A^2 = U_{\max} = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 = K_{\max}$

Δυναμική ενέργεια σε συνάρτηση με το χρόνο (Χωρίς φο) Κινητική ενέργεια σε συνάρτηση με το χρόνο	$U = \frac{1}{2} DA^2 \eta \mu^2 \omega t \quad \text{ή} \quad U = E \eta \mu^2 \omega t$ $K = \frac{1}{2} DA^2 \sigma \nu^2 \omega t \quad \text{ή} \quad K = E \sigma \nu^2 \omega t$
Κινητική ενέργεια σε συνάρτηση με την απομάκρυνση	$\Rightarrow K = E - \frac{1}{2} Dx^2$
Δυναμική ενέργεια σε συνάρτηση με την ταχύτητα	$\Rightarrow U = E - \frac{1}{2} m v^2$
Αρχή διατήρησης της ενέργειας ταλάντωσης	ΑΔΕΤ
Σε μια τυχαία θέση	$K + U = E = \frac{1}{2} DA^2 = \text{σταθερή}$
Σε δύο τυχαίες θέσεις	$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 = \text{σταθερή}$
Από την ΑΔΕΤ με απόδειξη έχω	$v = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2} \quad \text{και}$ $a = \pm \omega \sqrt{v_{\text{max}}^2 - v^2}$
ΡΥΘΜΟΙ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ	
Ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας	$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt} = \frac{\Sigma F \cdot dx}{dt} = \pm \Sigma F \cdot v$
Ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας	$\frac{dU}{dt} = - \frac{dK}{dt}$
Ρυθμός μεταβολής της μετατόπισης Ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας Ρυθμός μεταβολής της ορμής	$\frac{dx}{dt} = v, \quad \frac{dv}{dt} = a, \quad \frac{dp}{dt} = \Sigma F$
Ποσοστό μεταβολής φυσικού μεγέθους	$\pi\% = \frac{\text{τελική τιμή} - \text{αρχική τιμή}}{\text{αρχική τιμή}} \cdot 100\%$

ΕΛΑΤΗΡΙΑ

Νόμος του Hook	$\mathbf{F}_{ελ} = \mathbf{k} \cdot \Delta$ Δ = απόσταση από τη ΘΦΜ ή Δ = επιμήκυνση ή συσπίρωση του ελατηρίου
Δυναμική ενέργεια του ελατηρίου	$U_{ελ} = \frac{1}{2} \mathbf{k} \cdot \Delta^2$
Έργο της δύναμης του ελατηρίου	$W_{Fελ} = U_{αρχ}^{ελ} - U_{τελ}^{ελ}$
Έργο της δύναμης του βάρους	$W_W = U_{αρχ}^{βαρ} - U_{τελ}^{βαρ}$
Βαρυτική δυναμική ενέργεια	$U_{βαρ} = mgh$
Προσοχή επειδή η δύναμη $F_{επαναφ}$ είναι συντηρητική δύναμη, όπως το βάρος W και η $\mathbf{F}_{ελ}$, το έργο της υπολογίζεται με τον ίδιο τρόπο	$W_{Fεπαναφ} = U_{αρχ}^{ταλάντωσης} - U_{τελ}^{ταλάντωσης}$ ή με τη χρήση του ΘΜΚΕ $W_{Fεπαναφ} = K_{τελ} - K_{αρχ}$

► Κάθε ελατήριο θεωρείται ιδανικό δηλαδή αμελητέας μάζας ($m_{ελ}=0$) και ότι υπόκειται σε ελαστικές παραμορφώσεις.

► Στις ασκήσεις με ελατήρια πάντα σχεδιάζουμε το ελατήριο

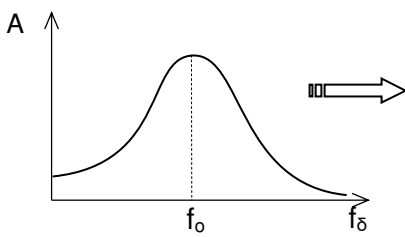
- ① στη ΘΦΜ,
- ② μετά στη ΘΙ,
- ③ στην τυχαία θέση ΤΘ, αν θέλουμε να δείξουμε ότι εκτελεί ΑΑΤ,
- ④ στην νέα θέση ισορροπίας ΝΘΙ (εφόσον έχω αλλαγή της ΘΙ μετά από πλαστική κρούση ή διάσπαση και το ελατήριο είναι κατακόρυφο ή σε κεκλιμένο επίπεδο),
- ⑤ και σε οποιαδήποτε άλλη θέση μου λέει το πρόβλημα (π.χ. εκτρέπω το σώμα από τη ΘΙ στη ΘΦΜ και το αφήνω ελεύθερο, οπότε η ΘΦΜ είναι ταυτόχρονα και ακραία θέση της ΑΑΤ που ακολουθεί).

ΦΘΙΝΟΥΣΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

Δύναμη αντίστασης	$F' = -bv$
Συνισταμένη δύναμη	$\Sigma F = ma \rightarrow F_{αντ} + F_{επαναφ} = ma \rightarrow -bv - Dx = ma$
Μείωση πλάτους	$A = A_0 e^{-\Lambda t}$ αν $t = nT$ ο λόγος δύο διαδοχικών μέγιστων απομακρύνσεων είναι σταθερός : $\frac{A_0}{A_1} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{A_2}{A_3} = \dots = \frac{A_{n-1}}{A_n} = \frac{A_n}{A_{n+1}} = \dots = \text{σταθ.}$
Ενέργεια της φθίνουσας ταλάντωσης	$E = \frac{1}{2} D A^2 = \frac{1}{2} D (A_0 e^{-\Lambda t})^2 = \frac{1}{2} D A_0^2 (e^{-\Lambda t})^2 \rightarrow E = E_0 e^{-2\Lambda t}$
Χρόνος υποδιπλασιασμού ή ημιζωής	$A = A_0 e^{-\Lambda t} \rightarrow \frac{A_0}{2} = A_0 e^{-\Lambda t_{1/2}} \rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\Lambda t_{1/2}} \rightarrow e^{\Lambda t_{1/2}} = 2 \rightarrow \Lambda t_{1/2} = \ln 2 \rightarrow$ $t_{1/2} = \frac{n2}{\Lambda}$

Εξαναγκασμένη Ταλάντωση

Ένα σύστημα κάνει εξαναγκασμένη ταλάντωση όταν δρα πάνω του μία εξωτερική περιοδική δύναμη (διεγέρτης). Στην εξαναγκασμένη ταλάντωση το σύστημα έχει την συχνότητα f_δ του διεγέρτη και όχι την ιδιοσυχνότητά του f_0 δηλαδή την συχνότητα της ελεύθερης ταλάντωσης. **$f = f_{\text{διεγέρτη}}$**

Συντονισμός	 $f_{\text{διεγέρτη}} = f_0$ οπότε $A = \text{μέγιστο}$ Καμπύλη συντονισμού
-------------	---

Ιδιοσυχνότητα αρμονικού ταλαντωτή: $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{D}{m}}$

ΣΥΝΘΕΣΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ

Σύνθεση δύο Α.Α.Τ. της ίδιας συχνότητας, που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο στην ίδια διεύθυνση.	Αρχή της επαλληλίας : $X = X_1 + X_2$ $x_1 = A_1 \eta \mu \omega t$ & $x_2 = A_2 \eta \mu(\omega t + \phi)$ $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \sigma \upsilon \nu \phi}$ $\epsilon \phi \theta = \frac{A_2 \eta \mu \phi}{A_1 + A_2 \sigma \upsilon \nu \phi}$ τότε για τη συνισταμένη κίνηση: $x = A \eta \mu(\omega t + \theta)$
Σύνθεση δύο Α.Α.Τ. της ίδιας διεύθυνσης, γύρω από το ίδιο σημείο με το ίδιο πλάτος και διαφορετικές συχνότητες (Διακροτήματα)	$x_1 = A \eta \mu \omega_1 t$ & $x_2 = A \eta \mu \omega_2 t$ $x = 2A \sigma \upsilon \nu(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t) \eta \mu(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t)$ αν $\omega_1 \approx \omega_2 \approx \bar{\omega}$ $x = A' \eta \mu \bar{\omega} t$ συχνότητα διακροτήματος $f_\delta = f_1 - f_2$
αν $\omega_1 \approx \omega_2 \approx \bar{\omega}$ για τη συνισταμένη κίνηση ισχύει:	$\omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \rightarrow 2\pi f_{\kappa \iota \nu} = \frac{2\pi f_1 + 2\pi f_2}{2} \rightarrow f_{\kappa \iota \nu} = \frac{f_1 + f_2}{2}$ $T_{\kappa \iota \nu} = \frac{1}{f_{\kappa \iota \nu}}$ άρα $T_{\kappa \iota \nu} = \frac{2}{f_1 + f_2}$
Σχ. 1.37 Από τη σύνθεση δύο ταλαντώσεων που οι συχνότητές τους διαφέρουν πολύ λίγο (πράσινη και μπλε γραμμή) προκύπτει ιδιόμορφη περιοδική κίνηση (κόκκινη γραμμή) που παρουσιάζει διακροτήματα.	

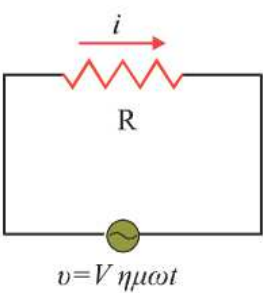
ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ

ΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

1) Ένταση ΜΠ γύρω από ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό απείρου μήκους	$B = k_{\mu} \frac{2I}{r}$
2) Ένταση ΜΠ στο κέντρο κυκλικού ρευματοφόρου αγωγού ακτίνας r	$B = k_{\mu} \frac{2\pi I}{r}$
3) Ένταση ΜΠ κοντά στο κέντρο ρευματοφόρου σωληνοειδούς:	$B = k_{\mu} 4\pi \frac{N}{l} I$
4) Ένταση ΜΠ κοντά στα άκρα ρευματοφόρου σωληνοειδούς:	$B = k_{\mu} 2\pi \frac{N}{l} I$
5) Ορισμός μαγνητικής διαπερατότητας υλικού: $\mu = \frac{B}{B_0}$	6) Δύναμη Laplace σε ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό: $F_L = BI \quad \eta\mu\varphi$ $F_{L\max} = BI$

ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΗ ΕΠΑΓΩΓΗ

7) Ορισμός μαγνητικής ροής σε επίπεδη επιφάνεια:	$\Phi = BS\sigma\upsilon\nu\alpha$ $\Phi_{\max} = BS$
8) Νόμος της επαγωγής ή νόμος του Faraday:	$E_{\varepsilon\pi} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} N$
9) Επαγωγικό φορτίο:	$Q_{\varepsilon\pi} = \begin{cases} I_{\varepsilon\pi} \Delta t & \text{αν } I_{\varepsilon\pi} = \text{σταθ.} \\ \varepsilon\mu\beta(I_{\varepsilon\pi} - t) & \end{cases}$
10) Νόμος του Neumann για το επαγωγικό φορτίο:	$Q_{\varepsilon\pi} = \frac{\Delta\Phi}{R_{\text{ολ}}}$

ΣΤΡΕΦΟΜΕΝΟ ΠΛΑΙΣΙΟ – ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΗ ΤΑΣΗ	Στιγμιαία τιμή της τάσης $v = V \cdot \eta\mu\omega t$ όπου $V = N\omega BA$ το πλάτος της τάσης. $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$
ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟ ΡΕΥΜΑ Στα άκρα του αντιστάτη R εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση.  Στιγμιαία τιμή της έντασης του ρεύματος	Νόμος του Ohm : $i = \frac{v}{R}$ Αντικαθιστώντας στη σχέση αυτή τη στιγμιαία τιμή της τάσης: $v = V \cdot \eta\mu\omega t$ προκύπτει ότι: $i = \frac{V \cdot \eta\mu\omega t}{R}$ Αν θέσουμε $I = \frac{V}{R}$ η σχέση γράφεται $i = I \cdot \eta\mu\omega t$
όπου: i η στιγμιαία εναλλασσόμενη ένταση, δηλαδή η ένταση την χρονική στιγμή t. I το πλάτος της εναλλασσόμενης έντασης του ρεύματος. ωt η φάση. ω η γωνιακή συχνότητα του εναλλασσόμενου ρεύματος. t η χρονική στιγμή.	
ΕΝΕΡΓΟΣ ΕΝΤΑΣΗ $I_{\varepsilon\nu} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$	ΕΝΕΡΓΟΣ ΤΑΣΗ $V_{\varepsilon\nu} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$
ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ JOULE	$Q = I_{\varepsilon\nu}^2 R t$
Στιγμιαία ισχύς p:	$p = v i$ ή $p = i^2 R$
Μέση ισχύς P: $P = \frac{W}{t}$ ή	$P = V_{\varepsilon\nu} \cdot I_{\varepsilon\nu}$ ή $P = I_{\varepsilon\nu}^2 \cdot R$

ΡΕΥΣΤΑ ΣΕ ΚΙΝΗΣΗ	
Πίεση p : $1\text{Pa} = 1\text{ N/m}^2$	$p = \frac{dF}{dA}$
Θεμελιώδης νόμος της υδροστατικής	$p = \rho gh$
Πίεση σε σημείο υγρού που ισορροπεί	$p = p_{\varepsilon\zeta} + \rho gh$
Υδραυλικός ανυψωτήρας	$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$
Παροχή Π : $1\text{ m}^3/\text{s}$	$\Pi = \frac{\Delta V}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad \Pi = A \cdot v$
Αρχή διατήρησης της ύλης	Η μάζα Δm_1 του ρευστού που περνάει από μία διατομή A_1 του σωλήνα σε χρονικό διάστημα Δt θα είναι ίση με τη μάζα Δm_2 του ρευστού που περνάει στο ίδιο χρονικό διάστημα Δt από μία άλλη διατομή του σωλήνα A_2 . $\Delta m_1 = \Delta m_2$
Εξίσωση της συνέχειας	Στη στρωτή ροή ενός ασυμπίεστου ρευστού η παροχή παραμένει ασταθερή. Δηλαδή: $\Pi_1 = \Pi_2 \Rightarrow A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$ (είναι άμμεση συνέχεια της αρχής διατήρησης της ύλης)
Εξίσωση του Bernoulli	$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gh_1 + P_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho gh_2 + P_2 \quad \text{ή}$ $\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gh + P = \text{σταθερό}$
Θεώρημα του Torricelli	$v_B = \sqrt{2gh} \quad (\text{με απόδειξη})$
Ροόμετρο του Ventouri	$v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 - 1}} \quad (\text{με απόδειξη})$

ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΟΥ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

ΣΤΡΟΦΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ

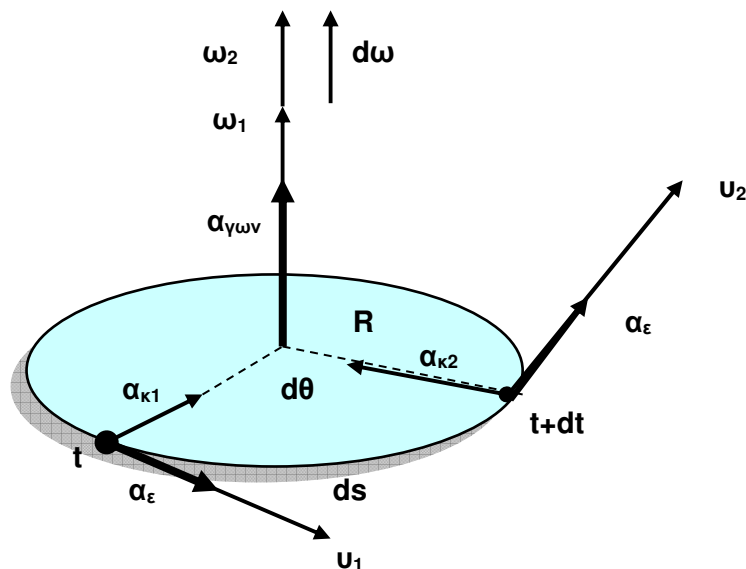
ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ ΤΗΣ ΣΤΡΟΦΙΚΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ

Γραμμικά μεγέθη:

1. **Γραμμική ταχύτητα v :** Εκφράζει το ρυθμό διαγραφής των τόξων: $v = \frac{ds}{dt}$ (1).
2. **Επιτρόχιος επιτάχυνση a_ϵ :** Εκφράζει το ρυθμό μεταβολής του μέτρου της γραμμικής ταχύτητας: $a_\epsilon = \frac{dv}{dt}$ (2).
3. **Κεντρομόλος επιτάχυνση a_κ :** Είναι υπεύθυνη για την αλλαγή της διεύθυνσης της γραμμικής ταχύτητας v : $a_\kappa = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$ (3).

Γωνιακά μεγέθη:

1. **Γωνιακή ταχύτητα ω :** Εκφράζει το ρυθμό διαγραφής των γωνιών: $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ (4).
2. **Γωνιακή επιτάχυνση $a_{γων}$:** Εκφράζει το ρυθμό μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας ω : $a_{γων} = \frac{d\omega}{dt}$ (5).



Γωνιακή ταχύτητα	$\omega = \frac{d\theta}{dt}$
Γραμμική ταχύτητα	$v = \frac{ds}{dt}$
Σχέση γραμμικής και γωνιακής ταχύτητας	$v = \frac{ds}{dt} = \frac{d(\theta R)}{dt} = R \frac{d\theta}{dt} = \omega R$
Γωνιακή επιτάχυνση	$a_{γων} = \frac{d\omega}{dt}$

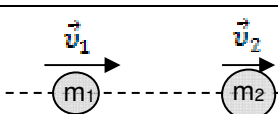
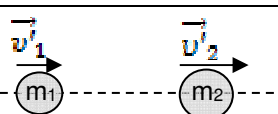
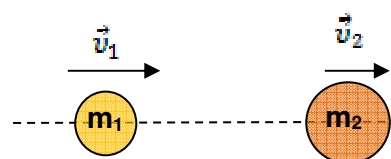
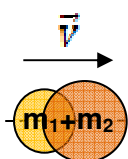
Γραμμική επιτάχυνση	$\alpha = \sqrt{\alpha_{\kappa}^2 + \alpha_{\varepsilon}^2}$
Κεντρομόλος επιτάχυνση	$\alpha_{\kappa} = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$
Επιτροχία επιτάχυνση	$\alpha_{\varepsilon} = \frac{dv}{dt}$
Σχέση επιτροχίας και γωνιακής επιτάχυνσης	$a_{\varepsilon\pi} = \frac{dv}{dt} = \frac{d(\omega R)}{dt} = \frac{d\omega}{dt} R = a_{\gamma\omega\nu} R$
Ομαλή στροφική κίνηση	$\alpha_{\gamma\omega\nu} = 0$, $\omega = \text{σταθερό}$, $\Delta\theta = \omega\Delta t$
Ομαλά μεταβαλλόμενη στροφική κίνηση	$\alpha_{\gamma\omega\nu} = \text{σταθερό}$, $\omega = \omega_o \pm \alpha_{\gamma\omega\nu} t$, $\Delta\theta = \omega_o t \pm \frac{1}{2} \alpha_{\gamma\omega\nu} t^2$
Κύλιση τροχού	$v_{cm} = v_{\pi\epsilon\rho} = \omega R$, $a_{cm} = a_{\pi\epsilon\rho} = a_{\gamma\omega\nu} R$
Ροπή δύναμης	$\tau = Fl$
Ροπή ζεύγους δυνάμεων	$\tau = Fd$
Ισορροπία στερεού σώματος	$\Sigma F = 0$ $\begin{matrix} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \end{matrix}$ και: $\Sigma \tau = 0$
Ροπή αδράνειας	$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots$
Θεώρημα Steiner	$I_p = I_{cm} + Md^2$
Θεμελιώδης νόμος της στροφικής κίνησης	$\Sigma \tau = I a_{\gamma\omega\nu}$
Στροφορμή υλικού σημείου	$L = pr$ ή $L = mvr$
Στροφορμή στερεού σώματος	$L = I\omega$
Στροφορμή συστήματος σωμάτων	$L = L_1 + L_2 + L_3 + \dots$

Θεμελιώδης νόμος της στροφικής κίνησης (Γενικότερη διατύπωση)	$\Sigma \tau = \frac{dL}{dt}$
Θεμελιώδης νόμος της στροφικής κίνησης για σύστημα σωμάτων	$\Sigma \tau_{εξ} = \frac{dL_{\sigma\upsilon\sigma\tau}}{dt}$
Διατήρηση της στροφορμής	Αν $\Sigma \tau_{εξ} = 0 \Rightarrow L = \text{σταθερή}$ άρα $L_{αρχ} = L_{τελ} \quad \text{ή} \quad I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2$
Κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής	$K = \frac{1}{2} I \omega^2$
Κινητική ενέργεια στη σύνθετη κίνηση	$K = \frac{1}{2} M v_{cm}^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$
Έργο ροπής για στοιχειώδη γωνιακή μετατόπιση	$dW = \tau \cdot d\theta$
Έργο σταθερής ροπής	$W = \tau \theta$
Ισχύς μιας δύναμης	$P = \tau \omega$
Θ.Μ.Κ.Ε.	$\Sigma W = \frac{1}{2} I \omega_{τελ}^2 - \frac{1}{2} I \omega_{αρχ}^2$
Ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας στη μεταφορική κίνηση	$\left(\frac{dK}{dt} \right)_{μετ} = \Sigma \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}_{cm}$
Ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας στη στροφική κίνηση	$\left(\frac{dK}{dt} \right)_{στρ} = \Sigma \tau \cdot \omega = I \cdot \alpha_{γων} \cdot \omega$
Ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας στη σύνθετη κίνηση	$\frac{dK}{dt} = \left(\frac{dK}{dt} \right)_{μετ} + \left(\frac{dK}{dt} \right)_{στρ} = \Sigma \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}_{cm} + \Sigma \tau \cdot \omega$

ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗ ΤΗΣ ΚΥΛΙΣΗΣ ΧΩΡΙΣ ΟΛΙΣΘΗΣΗ
αντιστοιχίες

ΓΙΑ ΤΗ ΜΕΤΑΦΟΡΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ	ΓΙΑ ΤΗ ΣΤΡΟΦΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ	
Μεταφορικά μεγέθη	Γραμμικά μεγέθη	Γωνιακά μεγέθη
$\mathbf{x}_{cm}$	$\mathbf{S}$	$\boldsymbol{\theta}$
$v_{cm} = \frac{dx_{cm}}{dt}$	$v_{\gamma\rho} \text{ ή } v = \frac{ds}{dt}$	$\omega = \frac{d\theta}{dt}$
$a_{cm} = \frac{dv_{cm}}{dt}$	$a_{\varepsilon\pi} = \frac{dv}{dt}$	$a_{\gamma\omega\nu} = \frac{d\omega}{dt}$
ΟΜΑΛΗ ΜΕΤΑΦΟΡΙΚΗ	ΟΜΑΛΗ ΣΤΡΟΦΙΚΗ	
$a_{cm} = 0, \quad v_{cm} = \text{σταθερή},$ $x_{cm} = v_{cm} t$	$a_{\varepsilon\pi} = 0, \quad v = \text{σταθ}$ $a_{\kappa} = v^2/r = \omega^2 r$ $s = v t$	$a_{\gamma\omega\nu} = 0, \quad \omega = \text{σταθ}$ $\theta = \omega t$
Ομαλά μεταβαλλόμενη μεταφορική	Ομαλά μεταβαλλόμενη στροφική	
$a_{cm} = \text{σταθερή}$ $v_{cm} = v_0 \pm a_{cm} t$ $x_{cm} = v_0 t \pm \frac{1}{2} a_{cm} t^2$	$a_{\varepsilon\pi} = \text{σταθερή}$ $v = v_0 \pm a_{\varepsilon\pi} t$ $\Delta s = v_0 t \pm \frac{1}{2} a_{\varepsilon\pi} t^2$	$a_{\gamma\omega\nu} = \text{σταθερή}$ $\omega = \omega_0 \pm a_{\gamma\omega\nu} t$ $\Delta \theta = \omega_0 t \pm \frac{1}{2} a_{\gamma\omega\nu} t^2$
$\mathbf{x}_{cm} = \mathbf{S} = \boldsymbol{\theta R}$ $\mathbf{v}_{cm} = \mathbf{v} = \boldsymbol{\omega R}$ $\mathbf{a}_{cm} = \mathbf{a}_{\varepsilon\pi} = \mathbf{a}_{\gamma\omega\nu} \mathbf{R}$	Σχέσεις μεταφορικών γραμμικών και γωνιακών μεγεθών για να έχω κύλιση χωρίς ολίσθηση	
Δύναμη $\mathbf{F}$	Ροπή $\boldsymbol{\tau}$	
Μάζα αδράνειας $\mathbf{m}$	Ροπή αδράνειας $\mathbf{I}$	
$\Sigma F = 0 \Leftrightarrow v = 0 \text{ ή } v = \text{σταθερή}$	$\Sigma \tau = 0 \Leftrightarrow \omega = 0 \text{ ή } \omega = \text{σταθερή}$ (Ισορροπία)	
$\Sigma F = m a_{cm}$	$\Sigma \tau = I a_{\gamma\omega\nu}$ (θεμελιώδης νόμος)	
Ορμή $\mathbf{P} = m\mathbf{v}$	Στροφορμή $\mathbf{L} = I\boldsymbol{\omega}$	
$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \Sigma \mathbf{F}$	$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \Sigma \boldsymbol{\tau}$	
ΑΔΟ αν $\Sigma F_{\varepsilon\xi} = 0 \Rightarrow p = \text{σταθερή}$	ΑΔΣτροφορμής αν $\Sigma \tau_{\varepsilon\xi} = 0 \Rightarrow L = \text{σταθερή}$	
Αν $F = \text{σταθερή}$ $W_F = \pm Fx$	Αν $\tau = \text{σταθερή}$ $W_{\tau F} = \pm \tau\theta$	
$\frac{dW_F}{dt} = P_F = \pm Fv$	$\frac{dW_{\tau F}}{dt} = P_F = \pm \tau\omega$	
$K_{μετ} = \frac{1}{2} m v_{cm}^2$	$K_{\sigma\tau\rho\phi} = \frac{1}{2} I \omega^2$	
ΘΜΚΕ $\frac{1}{2} m v_{\tau\epsilon\lambda}^2 - \frac{1}{2} m v_{\alpha\rho\chi}^2 = \Sigma W_F$	ΘΜΚΕ $\frac{1}{2} I \omega_{\tau\epsilon\lambda}^2 - \frac{1}{2} I \omega_{\alpha\rho\chi}^2 = \Sigma W_{\tau}$	
ΘΜΚΕ για τη ΣΥΝΘΕΤΗ κίνηση $(\frac{1}{2} m v_{\tau\epsilon\lambda}^2 + \frac{1}{2} I \omega_{\tau\epsilon\lambda}^2) - (\frac{1}{2} m v_{\alpha\rho\chi}^2 + \frac{1}{2} I \omega_{\alpha\rho\chi}^2) = \Sigma W_F + \Sigma W_{\tau}$		

ΚΡΟΥΣΕΙΣ

Διατήρηση της ορμής σε σύστημα σωμάτων		Αν $\Sigma F_{\varepsilon\xi}=0 \Rightarrow \frac{dp}{dt}=0 \Rightarrow p = \text{σταθερή}$		
ΚΕΝΤΡΙΚΗ		ΕΛΑΣΤΙΚΗ	ΚΡΟΥΣΗ	ΔΥΟ ΣΦΑΙΡΩΝ
 πριν την κρούση		(+)	 μετά την κρούση	
Κεντρική ελαστική κρούση δύο σφαιρών		$v'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2 \quad (1) \text{ και}$ $v'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2 \quad (2)$		
Όταν $m_1 = m_2$ τότε :		(1) $\Rightarrow \mathbf{v'_1 = v_2}$ από την (2) $\Rightarrow \mathbf{v'_2 = v_1}$ δηλαδή οι σφαίρες ανταλλάσσουν ταχύτητες.		
Αν $\mathbf{v_2 = 0}$ Κεντρική ελαστική κρούση δύο σωμάτων με δεύτερο σώμα ακίνητο		τότε $v'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 \quad (3)$ και $v'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 \quad (4)$		
Όταν $m_2 \gg m_1$		τότε η (3) $\Rightarrow \mathbf{v'_1 = -v_1}$ και η (4) $\Rightarrow \mathbf{v'_2 = 0}$		
Όταν $m_1 \gg m_2$		τότε η (3) $\Rightarrow \mathbf{v'_1 = v_1}$ και η (4) $\Rightarrow \mathbf{v'_2 = 2v_1}$		
Στις σχέσεις (1), (2), (3) και (4) οι ταχύτητες αντικαθίστανται με τις αλγεβρικές τους τιμές (με τα πρόσημά τους).				
ΚΕΝΤΡΙΚΗ		ΠΛΑΣΤΙΚΗ	ΚΡΟΥΣΗ	
 πριν την κρούση		(+)	 μετά την κρούση $v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$	
Απώλεια ενέργειας στην πλαστική κρούση		$E_{\text{απωλ}} = Q_{\theta} = K_{(ολ)\text{ΠΡΙΝ}} - K_{(ολ)\text{ΜΕΤΑ}}$		
Ποσοστό % απώλειας ενέργειας στην πλαστική κρούση		$\pi\% = \frac{E_{\text{απωλ}}}{K_{(ολ)\text{ΠΡΙΝ}}} 100\%$		