

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ (ΕΠΙΛΕΓΕΤΕ ΚΑΙ ΑΠΑΝΤΑΤΕ ΣΕ ΕΝΑ ΑΠΟ ΤΑ ΔΥΟ)

ΘΕΜΑ 1

A. Τι ονομάζεται ταυτότητα; (Μονάδες 1,6)

B. Να αποδείξετε ότι για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς α, β ισχύει
 $(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$. (Μονάδες 3)

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστές (Σ) ή Λανθασμένες (Λ):

1. $(x+2)^2 = (-x-2)^2$

2. $x^2 - 1 = (x-1)^2$

3. $(2a+1)^2 = 2a^2 + 4a + 1$

4. $(a-2)^3 = a^3 - 6a^2 + 12a - 8$ (Μονάδες 2)

ΘΕΜΑ 2

A. Πότε δύο τρίγωνα λέγονται ίσα;

B. Να γράψετε ένα κριτήριο ισότητας ορθογωνίων τριγώνων.

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστές (Σ) ή Λανθασμένες (Λ):

1. Σε δύο τρίγωνα απέναντι από ίσες γωνίες βρίσκονται ίσες πλευρές.

2. Σε δύο ίσα τρίγωνα απέναντι από ίσες πλευρές βρίσκονται ίσες γωνίες.

3. Δύο ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα αν έχουν δύο πλευρές ίσες.

4. Αν ένα σημείο ισαπέχει από τις πλευρές μιας γωνίας τότε ανήκει στη διχοτόμο της.

ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ (ΕΠΙΛΕΓΕΤΕ ΚΑΙ ΑΠΑΝΤΑΤΕ ΣΕ ΔΥΟ ΑΠΟ ΤΑ ΤΡΙΑ)

ΑΣΚΗΣΗ 1

Δίνονται οι παραστάσεις:

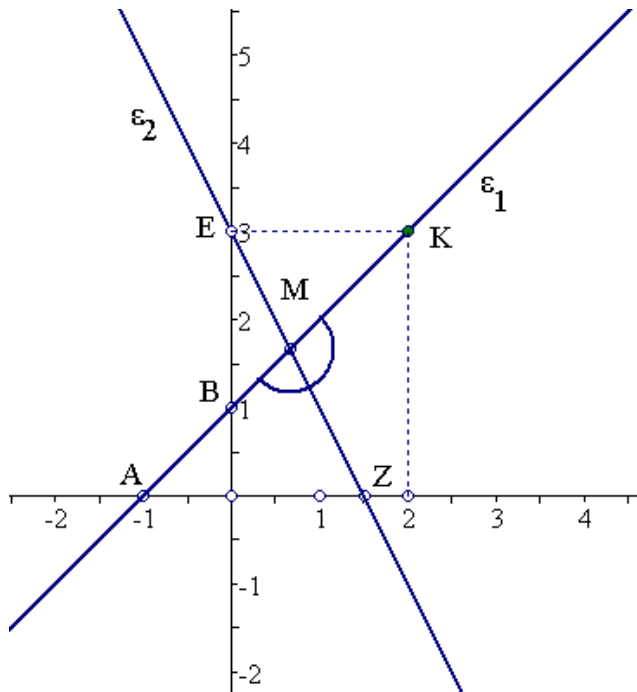
$$A(x) = (x+2)^2 - (2+x)(2-x) - (x-2)^2 - x(x+4) \text{ και } B(x) = \frac{3x^2 - 9x}{9 - 6x + x^2} \cdot \frac{x^2 - 9}{3x}.$$

1. Να αποδείξετε ότι $A(x) = 4(x-1)$. (Μονάδες 1,6)
2. Να αποδείξετε ότι $B(x) = x+3$ για $x \neq 3$ και $x \neq 0$. (Μονάδες 2)
3. Να βρείτε για ποιες τιμές του πραγματικού αριθμού x ισχύει $\frac{A(x)}{4(x+3)} - \frac{B(x)}{3(x-3)} = 0$

ΑΣΚΗΣΗ 2

Ένας τοπογράφος έχει σχεδιάσει σ' ένα ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων δύο δρόμους AB και ΓΔ που ενώνουν τα χωριά A, B και E, Z της νήσου Λέσβου αντίστοιχα. Ο δρόμος AB βρίσκεται πάνω στην ευθεία $\varepsilon_1: ax + 2y - 2 = (a+2)(x-y)$ ενώ ο δρόμος EZ πάνω στην ευθεία

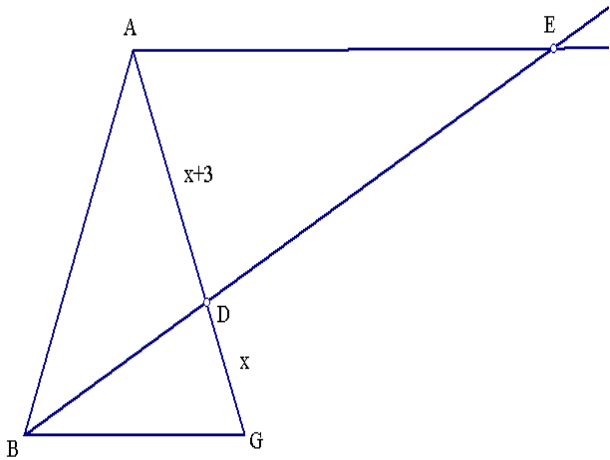
$$\varepsilon_2: \frac{x-3}{2} + \frac{y-1}{4} = -2.$$



1. Να υπολογίσετε την τιμή του πραγματικού αριθμού a αν γνωρίζετε ότι ο δρόμος AB περνάει από το σημείο $K(2,3)$. (Μονάδες 1,6)
2. Αν $a = -2$ και οι δρόμοι διασταυρώνονται στο σημείο M, να βρείτε τις συντεταγμένες του M. (Μονάδες 3)
3. Αν για τη γωνία ω που σχηματίζουν οι δύο δρόμοι ισχύει $\sin \omega = -\frac{1}{\sqrt{10}}$, να αποδείξετε ότι $\eta \mu \varphi = \frac{3}{\sqrt{10}}$

ΑΣΚΗΣΗ 3

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Από την κορυφή A φέρνουμε την ημιευθεία Ax παράλληλη στη $B\Gamma$. Αν μια ημιευθεία By τέμνει την Ax στο E και την $A\Gamma$ στο D έτσι ώστε $\Delta\Gamma = x$ και $A\Delta = x+3$, όπου x θετικός πραγματικός αριθμός, τότε:



1. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $A\Delta E$ και $B\Delta\Gamma$ είναι όμοια και να γράψετε το λόγο ομοιότητας ως συνάρτηση του x . (Μονάδες 2)
2. Αν ο λόγος των εμβαδών τους είναι $\frac{(\Delta B\Gamma)}{(\Delta \Delta E)} = \frac{4}{25}$ να υπολογίσετε την AB . (Μονάδες 3)
3. Να υπολογίσετε την περίμετρο του τριγώνου $AB\Gamma$ αν γνωρίζετε ότι $AE = 8cm$. (Μονάδες 1,6)

Σας ευχόμαστε επιτυχία

Ο Διευθυντής

Η Εισηγήτρια

Βασιλείου Γεώργιος

Χαραλαμποπούλου Μαγδαληνή