

ΜΟΝΤΕΛΟ ΑΝΙΧΝΕΥΣΗΣ ΚΑΙ ΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΟΡΩΝ ΣΤΑ ΣΧΟΛΙΚΑ ΒΙΒΛΙΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΤΗΣ ΠΡΩΤΟΒΑΘΜΙΑΣ ΚΑΙ ΔΕΥΤΕΡΟΒΑΘΜΙΑΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Κώστας Μαλλιάκας, Καθηγητής Δ/μιας Εκπ/σης, 1^ο ΓΕΛ Ρόδου
Ρώμης 18, Ρόδος 85100, e-mail: kmath@otenet.gr

Τάσος Σωτηράκης, Καθηγητής Δ/μιας Εκπ/σης, 2^ο ΓΕΛ Ρόδου
Διαγοριδών 22, Ρόδος 85100, e-mail: tasotira@otenet.gr

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Μία από τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν τα παιδιά όσο αφορά τα Μαθηματικά είναι η ανάγκη κατανόησης και κατάκτησης πάρα πολλών εννοιών και εκφράσεων οι οποίες πολλές φορές δεν συμβαδίζουν με την νοητική τους ανάπτυξη. Για να εντοπίσουμε και να αποφύγουμε όλα αυτά τα επιστημολογικά εμπόδια που δημιουργούνται στην μαθηματική πορεία ενός μαθητή ξεκινήσαμε μια έρευνα, όπου αφού καταγράψαμε όλες τις εμφανιζόμενες στα σχολικά βιβλία έννοιες και εκφράσεις, θέσαμε ερωτήματα στα οποία απαντήσαμε με βάση την στατιστική ανάλυση των παραπάνω εννοιών, (απαρίθμηση εννοιών συνολικά και ανά τάξη, καταμέτρηση νέων και παλιών λέξεων σε κάθε τάξη), κατηγοριοποιήσαμε τις έννοιες, εντοπίσαμε λέξεις με άλλη σημασία στην καθημερινή γλώσσα εκτός μαθηματικού πλαισίου, λέξεις με λανθασμένη χρήση και γενικά μελετήσαμε την δυναμική και την επιρροή του λεξιλογίου αυτού στην διδασκαλία των Μαθηματικών.

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ

Κατά τον Bruner το παιδί αρχικά μαθαίνει από την δράση, την μίμηση και τον χειρισμό των αντικειμένων (πραξιακή αναπαράσταση), μετά με αναπαραστάσεις του εξωτερικού κόσμου μέσω πνευματικών εικόνων (εικονιστική αναπαράσταση) και αργότερα αναπαριστά την εξωτερική πραγματικότητα με αφηρημένα σύμβολα τα οποία μπορεί να χειρίζεται εσωτερικά (συμβολική αναπαράσταση). Κάθε επόμενο στάδιο είναι πολυπλοκότερο και το παιδί πρέπει να διδάσκεται αυτό που του είναι προσιτό με την καθοδήγηση του δασκάλου και τη συνεργασία. Σύμφωνα με την Donaldson, όπως αναφέρει η Κασιμάτη (2003), τα παιδιά θα

συναντήσουν μεγάλη δυσκολία στην μάθηση των μαθηματικών, αν η γλώσσα των ενηλίκων δεν τους είναι αντιληπτή. Όταν διδάσκουμε Μαθηματικά προσπαθούμε να επιβάλλουμε στους μαθητές διάφορες έννοιες και δεξιότητες τις οποίες πρέπει να κατακτήσουν αλλά και να χρησιμοποιήσουν στην επίλυση προβλημάτων. Αρχικά οι έννοιες προσφέρονται κυρίως λεκτικά. *«Η αληθινή κατανόηση αυτών των εννοιών συμβαδίζει με την νοητική τους ανάπτυξη»* (Hughes, 1999).

Στα σχολικά βιβλία των μαθηματικών όλων των τάξεων συναντάμε λέξεις, έννοιες, σύμβολα, διαδικασίες και προβλήματα. *«Η σύγχρονη συμβολική άλγεβρα αντικαθιστά τις λέξεις με μαθηματικά σύμβολα και έτσι τα προβλήματα κατηγοριοποιούνται ευκολότερα και απλοποιείται η λύση τους»* (Clawson, 1994). Αυτή η διαδικασία επίλυσης προβλημάτων ουσιαστικά είναι η μοντελοποίηση. Το είδος των προβλημάτων που υπάρχουν στα σχολικά βιβλία για επίλυση με μοντελοποίηση πρέπει να εξυπηρετεί τις κατάλληλες μαθηματικές έννοιες που πρόκειται να διδαχθούν ή να χρησιμοποιηθούν στην λύση αλλά και οι έννοιες που έχουν ήδη προσφερθεί στο μαθητή πρέπει να είναι ικανές να λύσουν αυτά τα προβλήματα αλλιώς θα υπάρξει εμπόδιο. Επίσης οι μαθητές πρέπει να γνωρίζουν σε βάθος τις μαθηματικές έννοιες-εργαλεία που θα χρησιμοποιήσουν οι οποίες πρέπει να είναι ενταγμένες στο σωστό «πλαίσιο αναφοράς» ώστε να γίνονται οι κατάλληλες ανακλήσεις αλγορίθμων (Κλαουδάτος, 1992). Για να υπάρχει επιτυχία στην διδασκαλία πρέπει τις έννοιες να τις προσεγγίσουμε διαισθητικά, να αναπτύξουμε και τυποποιήσουμε τις κατάλληλες μαθηματικές θεωρίες και κατόπιν να τις χρησιμοποιήσουμε στην επίλυση προβλημάτων. Τα προβλήματα αυτά χρησιμοποιούν λέξεις από την καθημερινή ζωή καθώς και όρους από άλλες επιστήμες και πολλές φορές η συσχέτιση τους με την πραγματικότητα είναι ασαφής ή ανύπαρκτη (Κλαουδάτος κ.α., 1995).

Η έννοια του επιστημολογικού ή γνωστικού εμποδίου είναι επίσης ένα βασικό θεωρητικό εργαλείο για την διδακτική των Μαθηματικών. «Επιστημολογικό εμπόδιο» χαρακτηρίζεται μια αυθεντική γνώση που αντιστέκεται στην κατασκευή νέας γνώσης. Είναι γνώση που κάποτε ήταν ικανοποιητική για την επίλυση ορισμένων προβλημάτων και καθιερώθηκε στο γνωστικό υπόβαθρο του μαθητή αλλά στην συνέχεια αποδεικνύεται ανεπαρκής για την αντιμετώπιση νέων προβλημάτων. Το ζήτημα είναι με ποιους τρόπους επιδρά το καθιερωμένο πλαίσιο διδασκαλίας στην διατήρηση ή την υπέρβαση αυτών των εμποδίων. Αν μια έννοια δουλεύει αρκετά καλά και για μεγάλο χρονικό διάστημα παίρνει αξία, παγιώνεται και γίνεται όλο και πιο δύσκολη η τροποποίηση, η αναθεώρηση, η γενίκευση ή

η απόρριψη της. Γίνεται συγχρόνως ένα «εμπόδιο» για τις επόμενες γνώσεις αλλά και ένα σημείο στήριξης της παραπέρα πορείας (Θωμαΐδης, 1995).

Η ΕΡΕΥΝΑ

Η διδασκαλία των Μαθηματικών δε γίνεται με τον ίδιο τρόπο σε όλες τις βαθμίδες εκπαίδευσης. Στις μικρότερες τάξεις οι έννοιες δίνονται με έμμεσο τρόπο και δεν υπάρχει μεγάλη αυστηρότητα στις διατυπώσεις, ενώ στις μεγαλύτερες τάξεις δίνονται οι ορισμοί των εννοιών και η διδασκαλία γίνεται πιο αυστηρή. Σε όλες όμως τις βαθμίδες η διδασκαλία γίνεται με τη χρήση της γλώσσας και έτσι εύλογα δημιουργούνται διάφορα ερωτήματα γλωσσικού ενδιαφέροντος και ερωτήματα που αναδεικνύουν τα διάφορα επιστημολογικά εμπόδια που προκαλούνται. Ποιες λέξεις και εκφράσεις χρησιμοποιούνται για τη διδασκαλία των Μαθηματικών στις μικρότερες τάξεις; Είναι διαφορετικές από τις λέξεις και εκφράσεις που χρησιμοποιούνται στις μεγαλύτερες τάξεις; Αν είναι διαφορετικές υπάρχει αρκετός χρόνος ώστε οι μαθητές να αφομοιώσουν και να αντιληφθούν αυτές τις λεκτικές τροποποιήσεις; Οι λέξεις και οι εκφράσεις που χρησιμοποιούνται κάθε σχολική χρονιά είναι καινούργιες κάθε φορά ή επαναλαμβανόμενες; Το απαιτούμενο λεξιλόγιο αφομοιώνεται από τους μαθητές και σε ποιο βαθμό; Είναι ικανοί να εκφράσουν ή να περιγράψουν αναπαραστάσεις που περιέχουν Μαθηματικό ενδιαφέρον; Ποιος είναι ο όγκος του λεξιλογίου και φρασεολογίου που πρέπει να μάθει ένας μαθητής από την Α Δημοτικού μέχρι την Γ Λυκείου ώστε να μπορεί να παρακολουθήσει τη διδασκαλία των Μαθηματικών σε όλες αυτές τις τάξεις;

Δε θα αναφέρουμε άλλα ερωτήματα, απλώς θα πούμε ότι αυτά και παρόμοια που μπορεί να σκεφτεί κάποιος, μας παρακίνησαν να κάνουμε μια συστηματική καταγραφή του λεξιλογίου που είναι απαραίτητο για τη διδασκαλία των Μαθηματικών, σε όλη τη διαδρομή ενός μαθητή στην Πρωτοβάθμια και Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση. Με βάση την στατιστική ανάλυση των εμφανιζόμενων εννοιών και εκφράσεων απαντήσαμε σε κάποια ερωτήματά μας και βγάλαμε συμπεράσματα που μας παροτρύνουν να συνεχίσουμε την ερευνητική μας εργασία.

Αρχικά, έπρεπε να αποφασίσουμε ποια θα ήταν η πηγή αναφοράς αυτού του λεξιλογίου. Πιστεύουμε ότι τα σχολικά βιβλία είναι τα καταλληλότερα για πολλούς λόγους. Οι συγγραφείς των βιβλίων έγραψαν τα βιβλία ελεύθερα, δηλαδή δεν λειτούργησαν κάτω από το άγχος της πίεσης που πιθανόν να επιφέρει ένας τέτοιος έλεγχος ή ο εμπορικός ανταγωνισμός. Άρα, δεν είναι σκόπιμα «φτιαγμένα» ή «στημένα» για να ωραιοποιήσουν κάποιες καταστάσεις. Τα σχολικά βιβλία είναι επίσης το

κύριο σημείο αναφοράς οποιουδήποτε εμπλεκόμενου με τη διδασκαλία. Σε αυτά θα ανατρέξουν γονείς, μαθητές, εκπαιδευτικοί και γενικά όλοι οι εμπλεκόμενοι με τη διδασκαλία των Μαθηματικών όταν θέλουν να κάνουν μια αναφορά σε ένα θέμα ή να απαντήσουν σε ένα ερώτημα. Από αυτά θα αντλήσουν λεξιλόγιο και ύλη οι συγγραφείς βοηθημάτων. Οι συγγραφείς, θεωρούμε εκ προοιμίου ότι είναι έμπειροι εκπαιδευτικοί, άρα το λεξιλόγιο που χρησιμοποίησαν θα είναι κατάλληλο, πλήρες και δόκιμο.

Καταγράψαμε τις λέξεις οι οποίες στη χρήση τους έχουν «Μαθηματικό ενδιαφέρον», θεωρώντας τον όρο «χρήση λέξης» σημασιολογικά όπως τον εισάγει ο Wittgenstein (1977). Την έννοια «Μαθηματικό ενδιαφέρον» την οριοθετήσαμε ως εξής: αν κάποιος πρέπει να απαντήσει σε ένα ερώτημα που θα του τεθεί με στόχο να αξιολογηθούν οι γνώσεις του στα Μαθηματικά, υποχρεωτικά να χρησιμοποιήσει τη συγκεκριμένη λέξη ή έκφραση για να θεωρηθεί η απάντηση του πλήρης. Με αυτή τη λογική, αναφέρουμε σαν παράδειγμα καταγραφής τη λέξη «παράγοντας» και τη λέξη «πηγή» μιας και αναφέρονται σε σχολικά βιβλία μαθηματικών σαν μαθηματική ορολογία και όχι όπως στην καθημερινή γλώσσα.

Το λεξιλόγιο καταγράφηκε και ήταν περίπου 4800 λέξεις. Η πρώτη επεξεργασία τους με το Excel και την Access έδειξε ότι έπρεπε να μετατρέψουμε τις λέξεις στον ίδιο βαθμό και πτώση, στο ίδιο πρόσωπο και χρόνο για να αποφύγουμε τις διπλές εγγραφές. Μετά από αυτές τις διορθώσεις το πλήθος των λέξεων που απέμειναν παρουσιάζεται στον παρακάτω πίνακα. Παρατηρούμε καταρχάς ότι μεγάλο ποσοστό του λεξιλογίου είναι επαναλαμβανόμενο. Τις λέξεις τις διαχωρίσαμε ανά τάξη σε δυο κατηγορίες. Οι «νέες λέξεις» αφορούν έννοιες που εισάγονται για πρώτη φορά. Οι «παλιές λέξεις» είναι λέξεις που έχουν εισαχθεί σε κάποια από τις προηγούμενες τάξεις. Η ύλη, λοιπόν, την οποία αφορούν αυτές οι επαναλαμβανόμενες «παλιές λέξεις», δε χρειάζεται νέο λεξιλόγιο για να εκφραστεί πέραν από αυτό που ήδη υπάρχει. Μπορούμε, επομένως, να συμπεράνουμε ότι η ύλη αυτή θα αποτελεί εμβάθυνση ή επανάληψη σε έννοιες που ήδη έχουν εισαχθεί σε προηγούμενες τάξεις. Εντύπωση μας προκάλεσε το γεγονός ότι στη Β Δημοτικού δε γίνεται επανάληψη των εννοιών που έχουν δοθεί στην προηγούμενη τάξη, αλλά συμβαίνει το αντίθετο. Είναι η τάξη με το μεγαλύτερο ποσοστό εισαγωγής νέων εννοιών, μετά την Α Δημοτικού που φυσιολογικά κατέχει τα πρωτεία. Οι τάξεις του Δημοτικού στις οποίες γίνεται εμβάθυνση ή επανάληψη των εννοιών που έχουν δοθεί σε προηγούμενες χρονιές φαίνεται να είναι η Γ και η Δ Δημοτικού. Ιδιαίτερα η Γ Δημοτικού είναι η τάξη με το μικρότερο

λεξιλόγιο. Στις δυο τελευταίες τάξεις του Δημοτικού, ο όγκος του λεξιλογίου σχεδόν διπλασιάζεται, αλλά το ποσοστό των «νέων λέξεων» είναι αρκετά κάτω από το 50%. Οι τάξεις, λοιπόν, αυτές είναι κάτι ανάμεσα σε εμβάθυνση – επανάληψη και εισαγωγή νέων εννοιών.

ΠΙΝΑΚΑΣ 1 (ΠΛΗΘΟΣ ΛΕΞΙΛΟΓΙΟΥ ΑΝΑ ΤΑΞΗ)

ΤΑΞΗ	ΚΩΔΙΚΟΣ ΤΑΞΗΣ	ΣΥΝΟΛΟ ΛΕΞΕΩΝ	ΝΕΕΣ ΛΕΞΕΙΣ	ΠΟΣΟΣΤΟ ΝΕΩΝ
Α δημοτικού	1	128	128	100,00
Β δημοτικού	2	139	93	66,91
Γ δημοτικού	3	114	42	36,84
Δ δημοτικού	4	137	48	35,04
Ε δημοτικού	5	239	110	46,03
ΣΤ δημοτικού	6	274	108	39,42
Α Γυμνασίου	7	460	218	47,39
Β Γυμνασίου	8	488	264	54,10
Γ Γυμνασίου	9	570	289	50,70
Α λυκείου ΑΛΓ	10	344	4	1,16
Β λυκείου ΑΛΓ	11	235	69	29,36
Β λυκείου ΚΑΤ	12	371	166	44,74
Α-Β λυκείου ΓΕΩ	13	358	130	36,31
Γ λυκείου ΓΕΝ.ΠΑΙΔ.	14	271	93	34,32
Γ λυκείου ΚΑΤ	15	304	89	29,28
ΣΥΝΟΛΟ		4.432	1.851	

Στο Γυμνάσιο ο όγκος του λεξιλογίου ανά χρονιά μπορεί να πει κανείς ότι γίνεται τρομακτικός. Αποκορύφωση αποτελεί η Γ Γυμνασίου που έχει τον μεγαλύτερο όγκο λεξιλογίου. Από τα ποσοστά των «νέων λέξεων» καταλαβαίνουμε ότι στην Α Γυμνασίου εισάγονται νέες έννοιες αλλά η τάξη αυτή λειτουργεί περισσότερο σαν τάξη εμβάθυνσης – επανάληψης, ενώ στην Β και Γ Γυμνασίου γίνεται περισσότερο εισαγωγή νέων εννοιών. Αληθινή έκπληξη αποτέλεσε η Α Λυκείου με το απίστευτα χαμηλό ποσοστό «νέων λέξεων». Με μόλις 4 «νέες λέξεις» σε σύνολο 344 είναι αναμφισβήτητη η κυρίαρχος της εμβάθυνσης. Στο σημείο αυτό αναρωτηθήκαμε σε ποια τάξη, από τις προηγούμενες, εστιάζεται η εμβάθυνση – επανάληψη; Σχεδιάσαμε λοιπόν ένα ερώτημα στην Access και τα αποτελέσματα φαίνονται στον επόμενο πίνακα. Για κάθε λέξη ή έκφραση του λεξιλογίου μιας τάξης ελέγχεται αν υπάρχει στο λεξιλόγιο όλων των προηγούμενων τάξεων και προσμετρείται στην τάξη που έχει αναφερθεί για πρώτη φορά και δεν προσμετρείται για επόμενες εμφανίσεις.

Έτσι, στο λεξιλόγιο της Β Δημοτικού 46 λέξεις πρωτοεμφανίστηκαν στην Α Δημοτικού, στο λεξιλόγιο της Γ Δημοτικού 47 λέξεις πρωτοεμφανίστηκαν στην Α Δημοτικού και 25 στη Β Δημοτικού και ούτω καθεξής. Έτσι, η Α Λυκείου φαίνεται ότι εστιάζει στις τρεις τάξεις του Γυμνασίου και κυρίως στην Γ Γυμνασίου με τον εκπληκτικό όγκο των 146 λέξεων επί συνόλου 344.

ΠΙΝΑΚΑΣ 2 (ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΣΕ ΣΧΕΣΗ ΜΕ ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΗ ΤΑΞΗ)

ΤΑΞΗ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
2	46	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	47	25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	39	33	17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	53	39	19	18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	51	36	22	14	43	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	68	36	25	22	41	50	0	0	0	0	0	0	0	0
8	47	28	9	15	38	30	57	0	0	0	0	0	0	0
9	51	26	13	11	34	38	64	44	0	0	0	0	0	0
10	36	18	11	8	16	25	47	33	146	0	0	0	0	0
11	21	9	3	8	9	18	32	15	48	3	0	0	0	0
12	26	13	10	11	12	18	43	27	36	0	9	0	0	0
13	32	18	7	12	29	10	58	24	18	1	2	17	0	0
14	24	16	6	7	12	14	26	20	40	0	7	4	2	0
15	32	13	5	3	8	13	32	11	45	3	12	11	5	22

Οι κομβικές, λοιπόν, τάξεις στη διδασκαλία των Μαθηματικών στο ελληνικό σχολείο φαίνεται να είναι η Γ Γυμνασίου και η Α Λυκείου. Αξίζει να παρατηρήσουμε στον παραπάνω πίνακα ότι ο όγκος των λέξεων που κατανέμονται στις τάξεις Γ Δημοτικού και Δ Δημοτικού είναι ο μικρότερος σε κάθε περίπτωση, πράγμα που ενισχύει την άποψη μας ότι αυτές οι τάξεις λειτουργούν για εμβάθυνση και επανάληψη. Επίσης, η γεωμετρία φαίνεται να είναι άκρως απαραίτητη για τη διδασκαλία των Μαθηματικών, αφού η κατανομή του λεξιλογίου της είναι μεγάλη σχεδόν σε κάθε τάξη Δημοτικού και Γυμνασίου. Μπορεί να παρατηρήσει κάποιος ότι μέχρι την Γ Γυμνασίου ένας μαθητής έρχεται σε επαφή αθροιστικά με τις 208 λέξεις και εκφράσεις της Γεωμετρίας σε σύνολο 358 που έχουμε καταγράψει. Αποκορύφωση στη κατανομή λέξεων της Γεωμετρίας παρουσιάζεται στην Α Γυμνασίου που με 58 λέξεις σε σύνολο 358 φαίνεται να αποτελεί την τάξη με την εισαγωγή των περισσότερων γεωμετρικών όρων.

Εντύπωση, επίσης, προκαλεί η μικρή συσχέτιση μεταξύ του λεξιλογίου των τάξεων του Λυκείου. Η σχεδόν μηδενική συνεισφορά από το λεξιλόγιο της Α Λυκείου στις επόμενες τάξεις του Λυκείου ενισχύει την άποψη ότι αυτή η τάξη λειτουργεί κυρίως για εμβάθυνση - επανάληψη των εννοιών που δόθηκαν μέχρι το Γυμνάσιο. Οι τάξεις του Λυκείου φαίνεται να λειτουργούν ανεξάρτητα κάθε μια από τις επόμενες της και ότι οι νέες λέξεις που εμφανίζονται σε αυτές είναι οι απαραίτητες για την εμβάθυνση στις έννοιες που διαπραγματεύονται στην τάξη αυτή, χωρίς να υπάρχει μέριμνα στις επόμενες τάξεις για εμπέδωση των τυχόν νέων εννοιών που έχουν εισαχθεί. Εντυπωσιακό είναι το παράδειγμα της Β Λυκείου Κατεύθυνσης που, με 166 νέες λέξεις στο λεξιλόγιο της, έχει συνεισφορά μόνο 4 λέξεις στη Γ Λυκείου Γ.Π. και 11 λέξεις στη Γ Λυκείου Κατεύθυνση.

Γενικά, στο Λύκειο δεν φαίνεται να υπάρχει μέριμνα για εμβάθυνση και επανάληψη. Υπάρχει, όμως, περίπτωση αυτή η μέριμνα να γίνεται στην επόμενη βαθμίδα (τριτοβάθμια εκπαίδευση), αλλά λόγω έλλειψης στοιχείων δεν είμαστε σε θέση να το ελέγξουμε.

Στον πίνακα 2 μπορεί κάποιος να παρατηρήσει τη μεγάλη συνεισφορά του λεξιλογίου της Α Δημοτικού. Αυτό δείχνει ότι οι λέξεις και εκφράσεις που εισάγονται σ' αυτή την τάξη είναι πολύ σημαντικές στην ολότητα της διδασκαλίας των Μαθηματικών.

Σκεφτήκαμε, λοιπόν, να προσδιορίσουμε τη «δυναμική» μιας λέξης ή έκφρασης μέσα στα Μαθηματικά. Σαν «δυναμική» μιας λέξης αποφασίσαμε να ορίσουμε τον συνολικό αριθμό επαναλήψεων που έχει στις τάξεις από την αρχική της εμφάνιση και μετά. Προφανώς, με τον ορισμό αυτό οι νέες λέξεις από το λεξιλόγιο της Γ Λυκείου δεν μπορεί να έχουν δυναμική διαφορετική από το 1, αφού δεν καταμετρώνται σε κάποια επόμενη τάξη. Επίσης, και οι λέξεις όλων των τάξεων του Λυκείου δεν περιμέναμε να έχουν δυναμική μεγαλύτερη του 1, γιατί έχουμε διαπιστώσει τη μη συσχέτιση στην ύλη των τάξεων του Λυκείου. Η δυναμική, λοιπόν, θα είναι μεγάλη μόνο σε λέξεις που πρωτοεμφανίζονται μέχρι την Γ Γυμνασίου. Πιστεύουμε ότι με τον τρόπο αυτό θα προσδιορίσουμε ένα πυρήνα λέξεων που είναι σημαντικός για κάποιο που θέλει να διδάξει κάποια ενότητα στα Μαθηματικά. Πιθανόν, λοιπόν, να μπορέσουμε μέσα από το λεξιλόγιο αυτό να φτιάξουμε μοντέλα για τη διδασκαλία των Μαθηματικών. Με τη βοήθεια ερωτημάτων στην Access και προγραμματισμό στη Visual Basic καταμετρήσαμε την επαναληπτική εμφάνιση των λέξεων. Ένα πρόβλημα που εμφανίζεται για την έννοια της «δυναμικής» μιας λέξης, με τον τρόπο που δώσαμε τον ορισμό της, γίνεται αμέσως φανερό με τη λέξη γινόμενο

που, ενώ έχει δυναμική 14, εντούτοις εμφανίζεται στη Β Δημοτικού και έχει παρουσία σε όλες τις μετέπειτα τάξεις. Η δυναμική της, λοιπόν, πρέπει να θεωρηθεί ισοδύναμη με αυτή των λέξεων που έχουν δυναμική 15. Παραθέτουμε παρακάτω λόγω έλλειψης χώρου μόνο πίνακα με δυναμική λέξεων μέχρι 12.

ΠΙΝΑΚΑΣ 3 (ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΛΕΞΕΩΝ ΜΕΧΡΙ 12)

αριθμός	1/2/3/4/5/6/7/8/9/10/11/12/13/14/15	15
ευθεία	1/2/3/4/5/6/7/8/9/10/11/12/13/14/15	15
κάθετος	1/2/3/4/5/6/7/8/9/10/11/12/13/14/15	15
μήκος	1/2/3/4/5/6/7/8/9/10/11/12/13/14/15	15
ορθογώνιο	1/2/3/4/5/6/7/8/9/10/11/12/13/14/15	15
τετράγωνο	1/2/3/4/5/6/7/8/9/10/11/12/13/14/15	15
άθροισμα	1/3/4/5/6/7/8/9/10/11/12/13/14/15	14
κύκλος	1/2/3/5/6/7/8/9/10/11/12/13/14/15	14
πλευρά	1/2/4/5/6/7/8/9/10/11/12/13/14/15	14
πολλαπλασιασμός	1/2/3/4/5/6/7/8/9/10/11/12/13/15	14
σημείο	1/2/3/4/5/7/8/9/10/11/12/13/14/15	14
γινόμενο	2/3/4/5/6/7/8/9/10/11/12/13/14/15	14
διαφορά	1/2/3/5/6/7/9/10/11/12/13/14/15	13
μεγαλύτερος	1/2/3/4/5/6/7/8/9/10/12/13/15	13
μέτρο	1/2/3/4/5/6/7/8/9/12/13/14/15	13
μικρότερος	1/2/3/4/5/6/7/8/9/10/12/13/15	13
πίνακας	1/2/3/4/5/6/7/8/9/10/11/14/15	13
πρόσθεση	1/2/3/4/5/6/7/8/9/10/12/13/15	13
τρίγωνο	1/2/3/4/5/6/7/8/9/12/13/14/15	13
άξονας συμμετρίας	2/3/4/5/6/7/8/9/10/11/13/14/15	13
απόσταση	2/3/4/5/6/7/8/9/10/11/13/14/15	13
κύβος	1/2/3/4/5/6/7/8/9/10/12/14	12
κάθετες ευθείες	2/3/4/5/6/7/8/9/10/12/13/15	12
εμβαδό	4/5/6/7/8/9/10/11/12/13/14/15	12

Η εργασία, όμως, που κάνουμε είναι ακόμα σε εξέλιξη και πιστεύουμε ότι θα βρούμε τρόπο να τοποθετήσουμε τις λέξεις σε αξιόπιστη κλίμακα σύμφωνα με τη βαρύτητα της χρήσης που έχουν διαχρονικά στη διδασκαλία των Μαθηματικών. Πάντως και με αυτόν τον τρόπο διάταξης των λέξεων ένα σημαντικό συμπέρασμα είναι ο μεγάλος ρόλος που φαίνεται να κατέχει η γεωμετρία στη διδασκαλία των Μαθηματικών, αφού οι 15 από τις 24

συχνότερα χρησιμοποιούμενες λέξεις και εκφράσεις είναι από τον κλάδο της γεωμετρίας (και οι υπόλοιπες 9 χρησιμοποιούνται και γεωμετρικά).

Μελετήσαμε τους πιθανούς περιορισμούς και την παρανόηση της γλώσσας, την ανάγκη επιστροφής σε προγενέστερες γνώσεις για σχηματισμό νέων αντιλήψεων και τα εμπόδια διδακτικής προέλευσης που προέρχονται από τις επιλογές του εκπαιδευτικού μας συστήματος οι οποίες οδηγούν σε ένα συγκεκριμένο τρόπο παρουσίασης των μαθηματικών εννοιών στα προγράμματα διδασκαλίας και τα βιβλία (Θωμαΐδης, ο.π.).

Ένας ακόμη στόχος ήταν να εντοπίσουμε γνωστικά εμπόδια που δημιουργούνται από τη λανθασμένη χρήση της μαθηματικής γλώσσας, τις παρανοήσεις λόγω της διαφορετικότητας αλλά και της ομοιότητας της καθημερινής γλώσσας με τη μαθηματική γλώσσα, τα κενά από την άστοχη τοποθέτηση των εννοιών είτε λόγω του ασυμβίβαστου της νοητικής ανάπτυξης του παιδιού με την προσφερόμενη γνώση είτε από την παράλειψη προαπαιτούμενων εννοιών. Επίσης, παρατηρήσαμε τον τρόπο που εξελίσσεται η προσφορά και η κατανόηση των μαθηματικών εννοιών και αν αυτό αποτελεί πλεονέκτημα ή εμπόδιο στον αποτελεσματικό χειρισμό της αντίστοιχης μαθηματικής θεωρίας με στόχο την επίλυση προβλημάτων και ασκήσεων και να δούμε αν οικοδομούνται σωστά τα διάφορα γνωστικά σχήματα ώστε να εξασφαλίζεται η γνώση των αντίστοιχων μαθηματικών δεξιοτήτων (Κλαουδάτος, 1992, ο.π.).

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στο δημοτικό αναφέρονται συχνά έννοιες της Στατιστικής. Θεωρούμε ότι η χρήση τους δεν προσφέρει τίποτα ιδιαίτερο στην κατανόηση των εννοιών της Στατιστικής παρά μόνο στην «ελκυστική παρουσίαση» κάποιων ασκήσεων η οποία πάντως προδιαθέτει θετικά τον μαθητή.

Υπάρχει, επίσης, συχνή χρήση εννοιών που αφορούν τα γεωμετρικά στερεά. Αυτό συμβαδίζει με την νοητική ανάπτυξη του μαθητή αφού ασχολείται με αντικείμενα που εμφανίζονται στην καθημερινή του ζωή. Πιστεύουμε, όμως, ότι η αναφορά σε αυτά χωρίς εμβάθυνση και αυστηρή ορολογία δημιουργεί παρανοήσεις που εμφανίζονται στις επόμενες τάξεις.

Υπάρχουν λέξεις με λανθασμένη χρήση που δημιουργούν γνωστικά εμπόδια (για παράδειγμα η λέξη σύνολο που χρησιμοποιείται κακώς κατά την γνώμη μας στην Β δημοτικού σαν άθροισμα). Υπάρχουν ακόμη και διαφορετικές εκφράσεις για την ίδια έννοια που πολλαπλασιάζουν τις προς κατάκτηση έννοιες (όπως η έκφραση στερεό ορθογώνιο στην Α δημοτικού αντί για ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο, η έκφραση κανονικό τραπέζιο αντί για ισοσκελές τραπέζιο στην Ε δημοτικού).

Διαπιστώσαμε ότι πολλές έννοιες εμφανίζονται μαζί ή κοντά με άλλες που τις ονομάζουμε «συγγενείς έννοιες» και όσο ανεβαίνει το επίπεδο της τάξης τόσο μπορεί να μεγαλώσει αυτή η «συγγένεια». Οι ομάδες αυτών των εννοιών δημιουργούν και τα διάφορα μαθηματικά πλαίσια αναφοράς. Προτείνουμε την παρουσίαση και διδασκαλία τέτοιων ομάδων με εννοιολογικούς χάρτες οι οποίοι είναι ένα χρήσιμο εργαλείο για την διδασκαλία των μαθηματικών αντικειμένων, δεν είναι στατικοί και δεν τελειώνουν μέσα στα πλαίσια μιας διδακτικής ενότητας αλλά αναπτύσσονται καθώς η γνώση αυξάνεται κάθε φορά που προστίθεται νέα γνώση (Αντωνίου κ.α., 2008).

Πιστεύουμε ότι αυτό το «μοντέλο» μπορεί να συμβάλλει στην σωστή διδασκαλία των εννοιών, στην προσεκτική κατασκευή των αναλυτικών προγραμμάτων αλλά και στη συγγραφή σχολικών βιβλίων.

BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Clawson, C. (1994). *Ο Ταξιδευτής των Μαθηματικών*, (μετάφραση Αλεξοπούλου, Ε.). Κέδρος, 2005, Αθήνα.

Hughes, M. (1999). *Τα παιδιά και η έννοια των αριθμών. Δυσκολίες στην εκμάθηση των μαθηματικών*. Βοσνιάδου Σ., (επιμ). Αθήνα: Gutenberg. Επιστημονική θεώρηση.

Wittgenstein L., (1977). *Φιλοσοφικές Έρευνες*. Εισαγωγή-Μετάφραση-Σχόλια, Παύλος Χριστοδουλίδης, Αθήνα: Παπαζήση.

Αντωνίου, Α., Καλογερία, Ε. (2008). Διδακτική αξιοποίηση των εννοιολογικών χαρτών με χρήση του εκπαιδευτικού λογισμικού SmartTools σε Μαθηματικά-Φυσική. 1^ο Π/νιο Εκπ/κό Συνέδριο Ημαθίας, Ψηφιακό υλικό για την υποστήριξη του παιδαγωγικού έργου των εκπ/κών, Νάουσα.

Θωμαΐδης, Ι. (1995). Διδακτική μετατόπιση μαθηματικών εννοιών και εμπόδια μάθησης. Διδ/κή διατριβή, Αριστοτέλειο Παν/μιο Θεσ/κης, Θεσ/κη. Ανάσυρση από το διαδίκτυο, <http://thesis.ekt.gr/thesisBookReader/>

Κασιμάτη, Κ. (2003). Η δόμηση της μαθηματικής σκέψης στην προσχολική ηλικία. Πρακτικά 20^{ου} Πανελλήνιου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας. Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία, Βέροια.

Κλαουδάτος, Ν. (1992). Η μοντελοποίηση στην διδακτική πράξη. Η διδασκαλία των μαθηματικών σε πραγματικά πλαίσια. Διδακτορική διατριβή. Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών. Αθήνα. Ανάσυρση από το διαδίκτυο, <http://thesis.ekt.gr/thesisBookReader/>

Κλαουδάτος, Ν., Παπασταυρίδης, Σ. (1995). Τα μαθηματικά του σχολείου και ο πραγματικός κόσμος. Πώς θα συνδυάσουμε θεωρία και πράξη. Πρακτικά 12^{ου} Συνεδρίου Μαθ/κής Παιδείας. ΕΜΕ, Ηράκλειο.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ (ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΝΝΟΙΟΛΟΓΙΚΟΥ ΧΑΡΤΗ: ΓΩΝΙΑ)

