ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ - *ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ*

ΜΕΡΟΣ Α:

Α. 1. 2

1. **Τι ονομάζεται αλγεβρική παράσταση;**

◆ Ονομάζεται αλγεβρική παράσταση κάθε έκφραση που συνδυάζει πράξεις μεταξύ αριθμών και μεταβλητών.

2. **Τι ονομάζεται αριθμητική τιμή αλγεβρικής παράστασης;**

◆ Ονομάζεται αριθμητική τιμή αλγεβρικής παράστασης ο αριθμός που θα προκύψει αν αντικαταστήσουμε τις μεταβλητές της με αριθμούς και εκτελέσουμε τις πράξεις.

3. **Πότε μια αλγεβρική παράσταση ονομάζεται ακέραια;**

◆ Μια αλγεβρική παράσταση ονομάζεται **ακέραια,** όταν μεταξύ των μεταβλητών της σημειώνονται μόνο οι πράξεις της πρόσθεσης και του πολλαπλασιασμού και οι εκθέτες των μεταβλητών της είναι φυσικοί αριθμοί.

4. **Τι ονομάζεται μονώνυμο και πια τα μέρη από τα οποία αποτελείται;**

◆ Ονομάζεται μονώνυμο μια αλγεβρική παράσταση στην οποία σημειώνεται μόνο η πράξη του πολλαπλασιασμού μεταξύ αριθμού και μιας ή περισσοτέρων μεταβλητών.

◆ Σε ένα μονώνυμο ο αριθμητικός παράγοντας που γράφεται πρώτος ονομάζεται συντελεστής του μονωνύμου, ενώ το γινόμενο όλων των μεταβλητών ονομάζεται κύριο μέρος του μονωνύμου.

5. **Ποια μονώνυμα ονομάζονται όμοια;**

◆ Ονομάζονται όμοια δύο ή περισσότερα μονώνυμα που έχουν το ίδιο κύριο μέρος.

6. **Ποια μονώνυμα ονομάζονται ίσα και ποια αντίθετα;**

◆ Ονομάζονται ίσα δύο μονώνυμα που έχουν τον ίδιο συντελεστή και το ίδιο κύριο μέρος.

◆ Ονομάζονται αντίθετα δύο μονώνυμα που έχουν αντίθετο συντελεστή και το ίδιο κύριο μέρος.

7. **Τι ονομάζεται βαθμός μονωνύμου ως προς μία μεταβλητή του;**

◆ Ονομάζεται βαθμός μονωνύμου ως προς μία μεταβλητή του ο εκθέτης της μεταβλητής αυτής.

8. **Τι ονομάζουμε σταθερό και τι μηδενικό μονώνυμο και ποιος ο βαθμός τους;**

◆ Ονομάζουμε σταθερό μονωνύμο κάθε αριθμό και μηδενικό μονώνυμο τον αριθμό 0.

◆ Το μηδενικό μονώνυμο δεν έχει βαθμό ενώ όλα τα άλλα σταθερά μονώνυμα είναι μηδενικού βαθμού.

9. **Πως ορίζεται το άθροισμα ομοίων μονωνύμων;**

◆ Το άθροισμα ομοίων μονωνύμων είναι ένα μονώνυμο όμοιο με αυτά που έχει συντελεστή το άθροισμα των συντελεστών τους.

10. **Τι ονομάζεται αναγωγή ομοίων όρων;**

◆ Ονομάζεται αναγωγή ομοίων όρων η πρόσθεση ομοίων μονωνύμων.

11. **Πως ορίζεται το γινόμενο μονωνύμων;**

◆ Το γινόμενο μονωνύμων είναι ένα μονώνυμο με συντελεστή το γινόμενο των συντελεστών τους και κύριο μέρος γινόμενο όλων των μεταβλητών τους με εκθέτη κάθε μεταβλητής **το** άθροισμα **των** εκθετών της.

Α. 1. 3

1. **Τι ονομάζεται πολυώνυμο;**

◆ Ονομάζεται πολυώνυμο ένα άθροισμα μονωνύμων που δεν είναι όμοια.

2. **Τι ονομάζεται βαθμός ενός πολυωνύμου ως προς μία μεταβλητή του;**

◆ Ονομάζεται βαθμός ενός πολυωνύμου ως προς μία μεταβλητή του ο μεγαλύτερος από τους βαθμούς των όρων του ως προς την μεταβλητή αυτή.

3. **Τι ονομάζουμε σταθερό και τι μηδενικό πολυώνυμο και ποιος ο βαθμός τους;**

◆ Ονομάζουμε σταθερό πολυώνυμο κάθε αριθμό και μηδενικό πολυώνυμο τον αριθμό 0.

◆ Το μηδενικό πολυώνυμο δεν έχει βαθμό ενώ όλα τα άλλα σταθερά πολυώνυμα είναι μηδενικού βαθμού.

Α. 1. 4

1. **Πως πολλαπλασιάζουμε:**
   α. Μονώνυμο με πολυώνυμο ;
   β. Πολυώνυμο με πολυώνυμο ;

Για να πολλαπλασιάσουμε:

◆ **α.** Μονώνυμο με πολυώνυμο πολλαπλασιάζουμε το μονώνυμο με κάθε όρο του πολυωνύμου και στη συνέχεια κάνουμε αναγωγή ομοίων όρων.

◆ **β.** Πολυώνυμο με πολυώνυμο πολλαπλασιάζουμε κάθε όρο του ενός πολυωνύμου με κάθε όρο του άλλου και στη συνέχεια κάνουμε αναγωγή ομοίων όρων.

Α. 1. 5

1. **Τι ονομάζεται ταυτότητα;**

◆ Ονομάζεται ταυτότητα κάθε ισότητα που περιέχει μεταβλητές και επαληθεύεται για κάθε τιμή των μεταβλητών αυτών.

2. **Να αποδείξετε τις ταυτότητες:**

i. $(\alpha+\beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$
ii. $(\alpha-\beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$
iii. $(\alpha+\beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$
iv. $(\alpha-\beta)^3 = \alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3$
v. $(\alpha-\beta)(\alpha+\beta) = \alpha^2 - \beta^2$

Απόδειξη

i. $(\alpha+\beta)^2 = (\alpha+\beta)(\alpha+\beta) = \alpha^2 + \underline{\underline{\alpha\beta}} + \underline{\underline{\beta\alpha}} + \beta^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$

ii. $(\alpha-\beta)^2 = (\alpha-\beta)(\alpha-\beta) = \alpha^2 - \underline{\underline{\alpha\cdot\beta}} - \underline{\underline{\beta\cdot\alpha}} + \beta^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$

iii. $(\alpha+\beta)^3 = (\alpha+\beta)^2(\alpha+\beta) = (\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2)(\alpha+\beta) = \alpha^3 + 2\alpha^2\beta + \alpha\beta^2 + \beta\alpha^2 + 2\alpha\beta^2 + \beta^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$

iv. $(\alpha-\beta)^3 = (\alpha-\beta)^2(\alpha-\beta) = (\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2)(\alpha-\beta) = \alpha^3 - 2\alpha^2\beta + \alpha\beta^2 - \beta\alpha^2 + 2\alpha\beta^2 - \beta^3 = \alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3$

v. $(\alpha-\beta)(\alpha+\beta) = \alpha^2 - \alpha\beta + \beta\alpha - \beta^2$

Α. 1. 6

1. **Τι ονομάζεται παραγοντοποίηση;**

◆ Ονομάζεται παραγοντοποίηση ενός πολυωνύμου ή γενικότερα μιας αλγεβρικής παράστασης η διαδικασία μετατροπής της παράστασης σε γινόμενο.

2. **Ποιες είναι οι χαρακτηριστικές περιπτώσεις παραγοντοποίησης;**

- ***κοινός παράγοντας***

Όταν όλοι οι όροι μιας παράστασης έχουν κοινό παράγοντα, τότε η παράσταση μετατρέπεται σε γινόμενο παραγόντων σύμφωνα με την επιμεριστική ιδιότητα.

- ***ομαδοποίηση***

Όταν όλοι οι όροι του πολυωνύμου δεν έχουν κοινό παράγοντα, τους χωρίζουμε σε ομάδες έτσι ώστε:

  - Κάθε ομάδα που δημιουργούμε να έχει κοινό παράγοντα,
  - Οι παραστάσεις που μένουν μετά την εξαγωγή του κοινού παράγοντα να είναι ίδιες

- ***διαφορά τετραγώνων***

Η μέθοδος αυτή παραγοντοποίησης στηρίζεται στην ταυτότητα $\boldsymbol{\alpha^2 - \beta^2 = (\alpha + \beta)}$, στην οποία αν εναλλάξουμε τα μέλη μετατρέπουμε μια διαφορά δύο ***τελείων τετραγώνων*** σε γινόμενο.

- ***Ανάπτυγμα τετραγώνου***

Αν το πολυώνυμο είναι τριώνυμο και έχει ή μπορεί να πάρει τη μορφή:

$$\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2 \;\; ή \;\; \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2,$$

τότε θα γίνει αντίστοιχα $\boldsymbol{(\alpha + \beta)^2}$ ***ή*** $\boldsymbol{(\alpha - \beta)^2}$,
που είναι γινόμενα παραγόντων αφού : $\boldsymbol{(\alpha + \beta)^2 = (\alpha + \beta)(\alpha + \beta)}$
και $\boldsymbol{(\alpha - \beta)^2 = (\alpha - \beta)(\alpha - \beta)}$

3. Πότε μια αλγεβρική παράσταση ονομάζεται ρητή;

◆ Μια αλγεβρική παράσταση ονομάζεται ρητή όταν είναι κλάσμα με όρους πολυώνυμα.

4. Πότε μια αλγεβρική παράσταση ορίζεται;

◆ Μια αλγεβρική παράσταση ορίζεται για όλες τις τιμές των μεταβλητών που περιέχει εκτός απ' αυτές που μηδενίζουν τον παρανομαστή αφού όπως γνωρίζουμε δεν ορίζεται κλάσμα με παρονομαστή μηδέν.

5. Πότε μια ρητή αλγεβρική παράσταση μπορεί να απλοποιηθεί;

◆ Όπως μια αριθμητική παράσταση, έτσι και μια ρητή παράσταση, μπορεί να απλοποιηθεί, αν ο αριθμητής και ο παρονομαστής της είναι γινόμενα και έχουν κοινό παράγοντα.

Α. 1. 10

1. Πως κάνουμε πράξεις με ρητές αλγεβρικές παραστάσεις;

◆ Για να κάνουμε πράξεις με ρητές αλγεβρικές παραστάσεις ακολουθούμε τους κανόνες που ισχύουν για τις πράξεις των κλασμάτων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2ο Εξισώσεις Ανισώσεις

Α. 2. 2

1. Τι ονομάζεται εξίσωση2ου βαθμού, με έναν άγνωστο ;

◆ Ονομάζεται εξίσωση δευτέρου βαθμού με έναν άγνωστο κάθε ισότητα της μορφής $\boldsymbol{\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0}$ με α, β, γ πραγματικούς αριθμούς και $\boldsymbol{\alpha \neq 0}$. Οι αριθμοί α και β ονομάζονται συντελεστές του δευτεροβαθμίου και πρωτοβαθμίου όρου αντίστοιχα και ο αριθμός γ σταθερός όρος.

◆ Επίλυση μιας εξίσωσης δευτέρου βαθμού λέγεται η διαδικασία εκείνη με την οποία βρίσκουμε <u>**τις τιμές του x**</u> που την επαληθεύουν.

2. Πότε μία εξίσωση δευτέρου βαθμού: α. έχει δύο άνισες ρίζες; β. έχει μια διπλή ρίζα; γ. δεν έχει ρίζες;

Η εξίσωση $\boldsymbol{\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0}$ με α, β, γ πραγματικούς αριθμούς, $\boldsymbol{\alpha \neq 0}$ και διακρίνουσα $\boldsymbol{\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma}$:

α. έχει δύο ρίζες άνισες που δίνονται από τον τύπο $x = \frac{\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$	όταν $\boldsymbol{\Delta > 0}$
β. έχει δύο ρίζες ίσες που δίνονται από τον τύπο $x = \frac{-\beta}{2\alpha}$	όταν $\boldsymbol{\Delta = 0}$
γ. δεν έχει ρίζες,	όταν $\boldsymbol{\Delta > 0}$

3. Πως παραγοντοποιείται το τριώνυμο $αx^2$+ βx + γ όταν η εξίσωση $αx^2$ +βx + γ = 0 με α ≠ 0 έχει λύσεις τις $ρ_1$, $ρ_2$

◆ Αν $ρ_1$, $ρ_2$ είναι λύσεις της εξίσωσης **$αx^2$ +βx + γ = 0 με α ≠ 0** το τριώνυμο $αx^2$+ βx + γ παραγοντοποιείται σύμφωνα με τον τύπο:

$$αx^2+ βx + γ= α(x- ρ1)(x-ρ2)$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3ο Συστήματα Γραμμικών Εξισώσεων

Α. 3. 2

1. Τι ονομάζεται;

α. Γραμμικό σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους x και y;

β. Λύση γραμμικού συστήματος δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους x και y;

γ. Επίλυση γραμμικού συστήματος δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους x και y;

α. Ονομάζεται γραμμικό σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους ένα σύστημα της μορφής,

$α_1x + β_1y = γ_1$

$α_2x + β_2y = γ_2$ με ένα τουλάχιστον από τα $α_1, α_2, α_1, β_1 ,β_2 ≠ 0$.

β. Ονομάζεται λύση του γραμμικού συστήματος δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους x και y κάθε ζεύγος (x_0, y_0) που επαληθεύει τις εξισώσεις του.

γ. Ονομάζεται επίλυση του γραμμικού συστήματος δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους x και y η διαδικασία που ακολουθούμε για να βρούμε κάθε ζεύγος (x_0, y_0) που επαληθεύει τις εξισώσεις του.

2. Πως γίνεται η γραφική επίλυση γραμμικού συστήματος δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους x και y και πότε αυτό έχει μία λύση, είναι αδύνατο, είναι αόριστο;

◆ Για τη γραφική επίλυση ενός γραμμικού συστήματος δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους x και y σχεδιάζουμε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις ευθείες που παριστάνουν τις εξισώσεις του συστήματος και:

- Αν τέμνονται το σύστημα έχει ***μία λύση*** τις συντεταγμένες του **κοινού** τους σημείου.
- Αν είναι **παράλληλες** δεν έχουν κοινό σημείο, οπότε το σύστημα ***δεν έχει λύση* και λέμε ότι** είναι ***αδύνατο*.**
- Αν συμπίπτουν (ταυτίζονται) έχουν **όλα τα σημεία τους κοινά** και επομένως το σύστημα **έχει άπειρες λύσεις** και λέμε ότι είναι **αόριστο**.