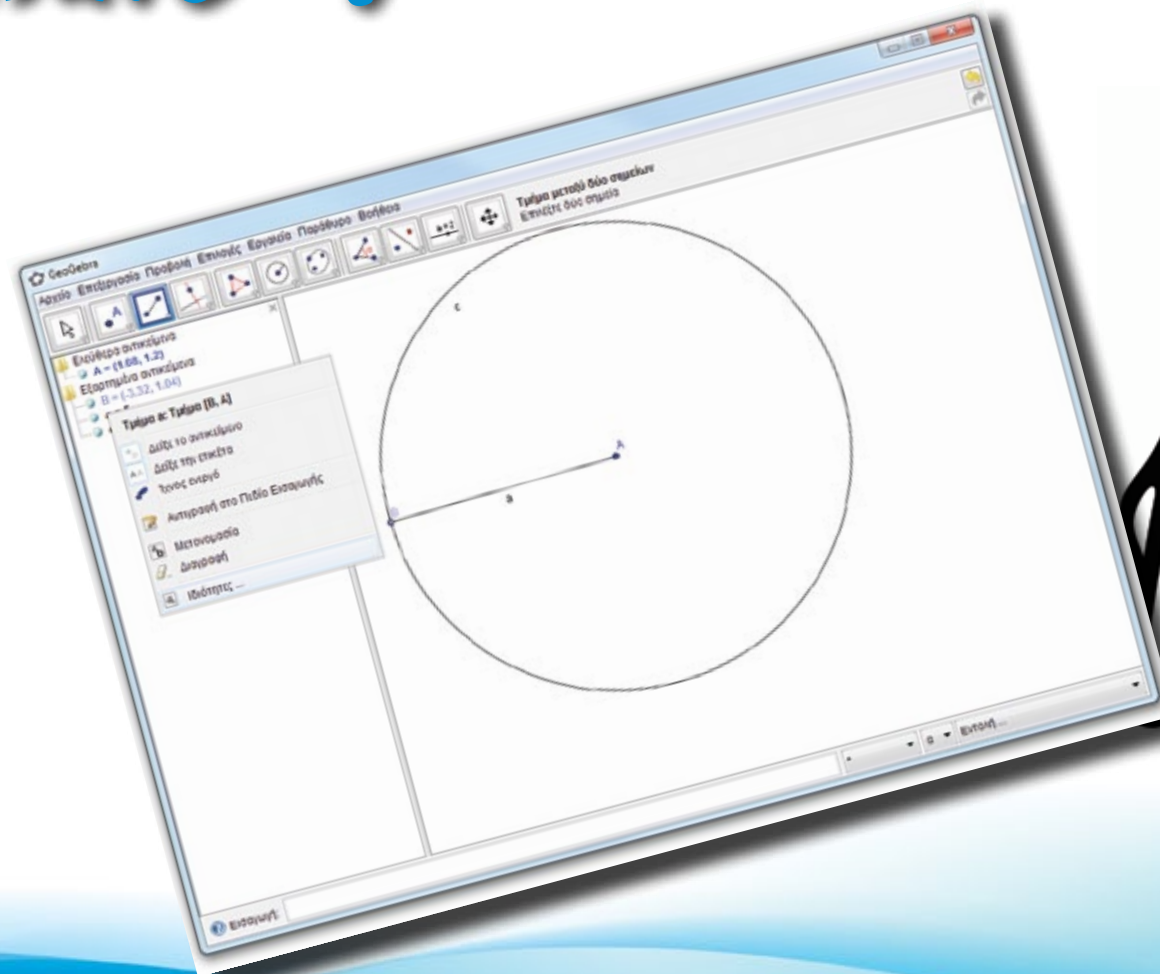


# Κεφάλαιο 4

## GeoGebra



## Στόχοι:

Με τη βοήθεια του Οδηγού αυτού, ο εκπαιδευόμενος θα είναι σε θέση να:

- Εργαστεί με το λογισμικό Geogebra για τη δημιουργία γεωμετρικών σχημάτων
- Αξιοποιήσει τα εργαλεία του Geogebra για μέτρηση γωνιών, αποστάσεων, περιφέρειας κύκλου, εμβαδού σχημάτων
- Δημιουργήσει σενάρια για αξιοποίηση του λογισμικού στη μαθησιακή διαδικασία



## Περιεχόμενα

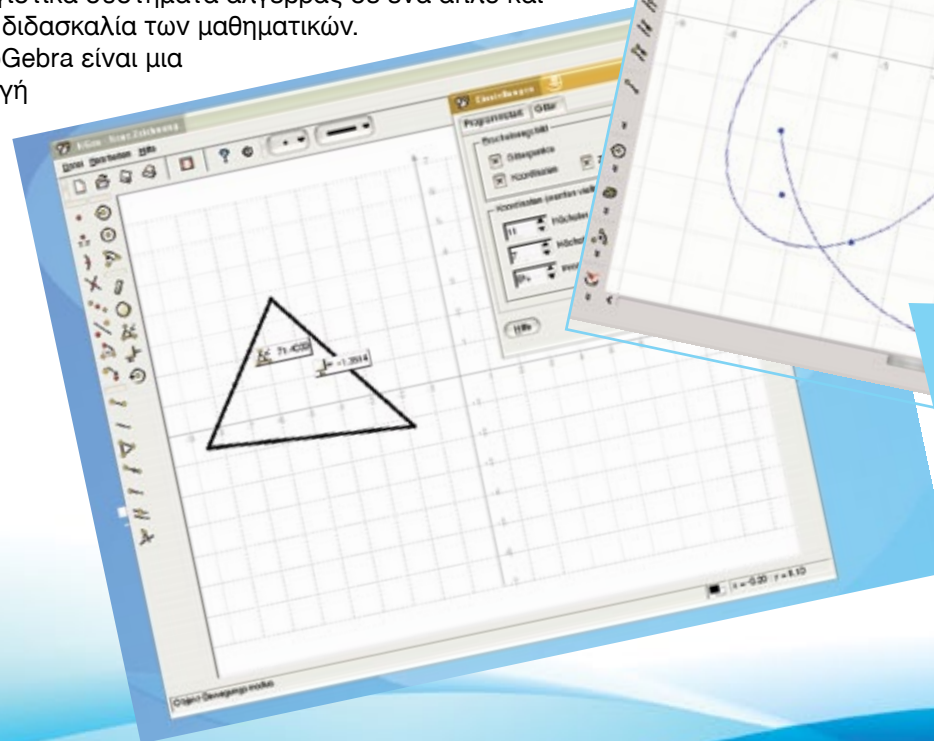
Στόχοι.....	2	Ιδιότητες σημείου / σχήματος.....	25
Εισαγωγή στο GeoGebra.....	4	Μέτρηση μήκους και εμβαδού.....	26
GeoGebra & Java.....	5	Χρήση Δρομέα για ορισμό ακτίνας.....	27
Εγκατάσταση GeoGebra.....	6	Δημιουργία κύκλου με ορισμένη ακτίνα.....	28
Εκκίνηση εγκατάστασης.....	7	Υπολογισμός διαμέτρου με εισαγωγή τύπου.....	29
Το περιβάλλον του GeoGebra.....	8	Εισαγωγή ενημερωτικού κειμένου.....	30
Το μενού “Αρχείο”.....	9	Κατασκευή & μέτρηση γωνιών.....	31
Αποθήκευση εργασίας.....	10	Κατασκευή γωνίας με δοσμένο μέγεθος.....	32
Εξαγωγή εργασίας.....	11	Δημιουργία και μελέτη γωνιών.....	33
Μενού “Επεξεργασία”.....	12	Σύγκριση γωνιών τριγώνων.....	34
Μενού “Προβολή”.....	13	Στρογγυλοποίηση γωνιών τριγώνου.....	35
Το μενού “Επιλογές”.....	14	Εμφάνιση & Απόκρυψη σημείων.....	36
Η γραμμή εργαλείων του GeoGebra.....	15	Ιδιότητες αντικειμένων.....	37
Ομάδα “Μετακίνηση, Στροφή”.....	15		
Ομάδα «Ευθεία, τμήμα, διάνυσμα».....	16		
Ομάδα «Ευθεία γραμμή».....	17		
Ομάδα “Πολύγωνα”.....	17		
Ομάδα “Κύκλος, ημικύκλιο, κυκλικό τόξο & τομέας”.....	18		
Ομάδα “Ελλειψη, υπερβολή, παραβολή”.....	18		
Ομάδα εργαλείων “Αριθμός και Γωνία”.....	19		
Ομάδα «Γεωμετρικοί μετασχηματισμοί».....	19		
Ομάδα «Άλγεβρα».....	20		
Ομάδα «Γενικοί τρόποι».....	20		
Χρήση GeoGebra στη διδασκαλία.....	20		
Απόκρυψη Αξόνων.....	21		
Κύκλος με κέντρο και ακτίνα.....	22		
Σχηματισμός ακτίνας στον κύκλο.....	23		
Εξαρτημένα και Ελεύθερα αντικείμενα.....	24		

### GeoGebra: Ένα εργαλείο για τη διδασκαλία μαθηματικών και άλγεβρας

Η επιτυχία διαφόρων project ανοικτού κώδικα όπως το Linux, ο Firefox και η Wikipedia δείχνει ότι το να συνεργαζόμαστε και να μοιραζόμαστε μπορεί να οδηγήσει στην παραγωγή αξιόπιστων πηγών σε διάφορες πτυχές της ζωής. Πολλές προσπάθειες έχουν γίνει τις τελευταίες δεκαετίες με σκοπό την ενσωμάτωση των νέων τεχνολογιών στην εκπαίδευση και ιδιαίτερα στη διδασκαλία των μαθηματικών. Μια από αυτές τις προσπάθειες είναι και το GeoGebra.

Το λογισμικό GeoGebra αποτελεί την πτυχιακή εργασία του Markus Hohenwarter στο Πανεπιστήμιο του Salzburg το 2002. Έχει σχεδιαστεί με σκοπό να συνδυάσει διάφορα λογισμικά δυναμικής γεωμετρίας με υπολογιστικά συστήματα άλγεβρας σε ένα απλό και εύκολο στη χρήση πρόγραμμα με σκοπό τη διδασκαλία των μαθηματικών.

Σε γενικές γραμμές, λοιπόν, το GeoGebra είναι μια ελεύθερη και πολλών πλατφόρμων εφαρμογή μαθηματικών με δυναμικό τρόπο για τα σχολεία που ενσωματώνει Γεωμετρία, Άλγεβρα και Λογισμό. Έχει λάβει αρκετά διεθνή βραβεία συμπεριλαμβανομένων και των βραβείων λογισμικού εκπαίδευσης της Ευρώπης και της Γερμανίας.



*Στο χώρο του Ανοικτού / Ελεύθερου Λογισμικού, ανέκαθεν υπήρχαν εργαλεία δυναμικής γεωμετρίας. Το GeoGebra είναι ίσως ένα από τα καλύτερα*

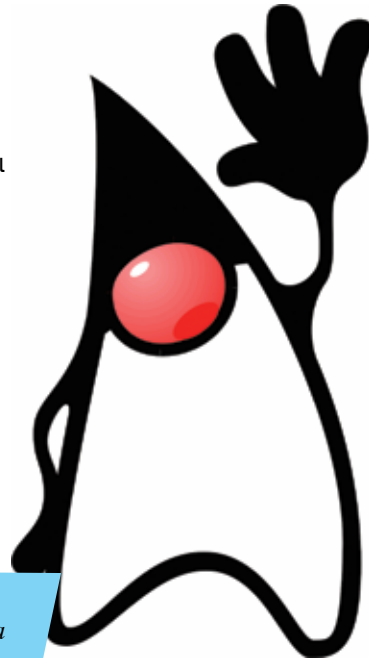


*Για να κατεβάσουμε το περιβάλλον εκτέλεσης εφαρμογών της Java, κάνουμε κλικ στο σύνδεσμο αυτό και ακολουθούμε τις οδηγίες. Η διαδικασία είναι πολύ απλή και απαιτεί ελάχιστο χρόνο*

## GeoGebra & Java

Όπως θα γνωρίσουμε στη συνέχεια, το GeoGebra είναι ένα λογισμικό που τρέχει κάτω από όλες τις πλατφόρμες (MacOS X, Windows, Linux, Solaris) είτε ως αυτόνομη εφαρμογή, είτε μέσω του φυλλομετρητή ιστού (π.χ. Firefox). Δεν υπάρχουν διαφορετικές εκδόσεις για κάθε υπολογιστή, μια και η εφαρμογή είναι γραμμένη στη γλώσσα Java που έχει αναπτύξει η Sun Microsystems.

Οι εφαρμογές που είναι γραμμένες σε Java μπορούν να τρέξουν σε όλους τους υπολογιστές, φτάνει να έχουν εγκατεστημένα το περιβάλλον κάτω από το οποίο δουλεύουν (Java Runtime Environment). Αν δεν γνωρίζεται τι είναι η Java, τότε πιθανότατα να μην υπάρχει εγκατεστημένο το περιβάλλον εκτέλεσης εφαρμογών στον υπολογιστή σας. Μπορείτε, όμως, να το κατεβάσετε και να το εγκαταστήσετε με πολύ εύκολο τρόπο, από τη



*Ο κύριος αυτός είναι η επίσημη μασκότ της Java*

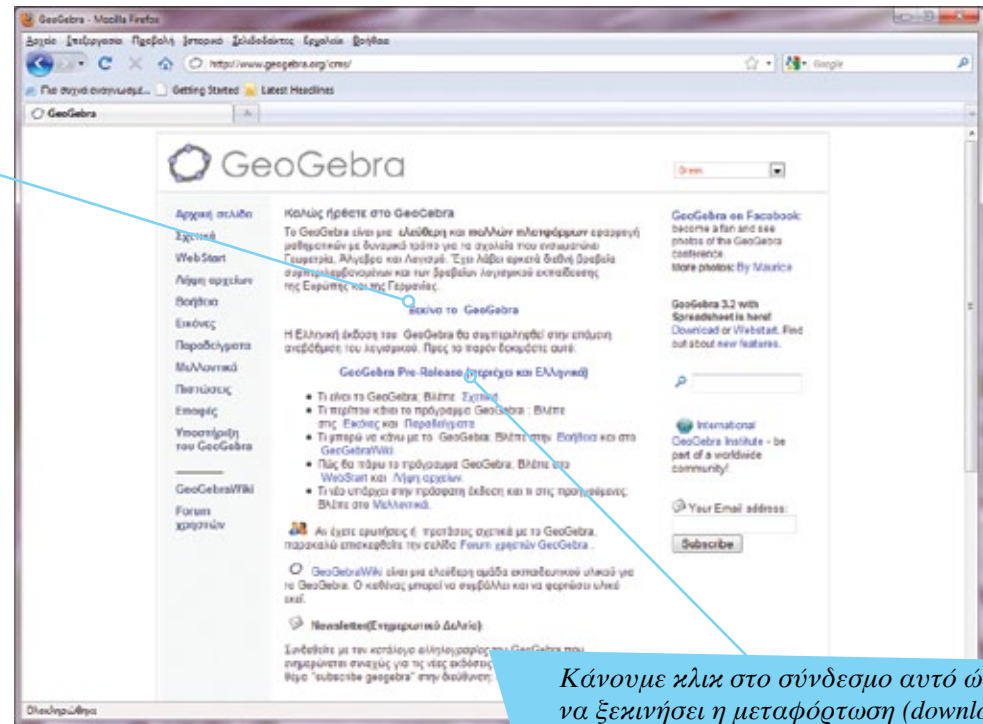


Κάνοντας κλικ εδώ, μπορούμε να εκκινήσουμε το GeoGebra μέσα από το φυλλομετρητή, χωρίς να χρειαστεί εγκατάσταση στο δίσκο

## Εγκατάσταση GeoGebra

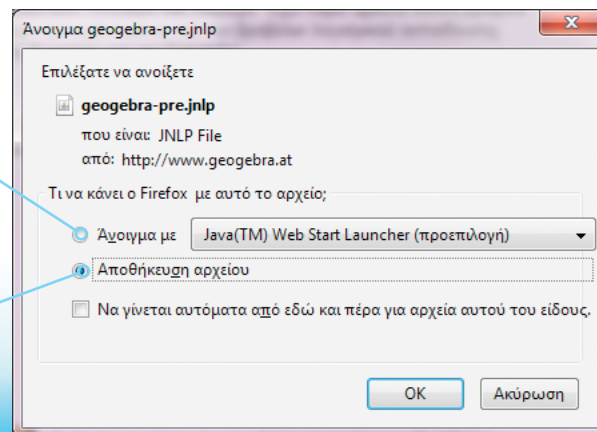
Η εγκατάσταση του GeoGebra δεν παρουσιάζει ιδιαίτερες δυσκολίες. Δυστυχώς, αν και υπάρχουν εκατοντάδες άνθρωποι που εργάζονται σε όλο τον κόσμο προσπαθώντας να μεταφράσουν το λογισμικό στη Γλώσσα της κάθε χώρας, εντούτοις δεν υπάρχει αυτή τη στιγμή ελληνική έκδοση. Αυτή θα υπάρξει στην επόμενη αναβάθμιση του λογισμικού. Όμως υπάρχει μια pre-release έκδοση η οποία ευτυχώς περιέχει ελληνικά.

Για να εγκαταστήσουμε αυτή την έκδοση αρκεί να ανοίξουμε τον περιηγητή ιστοσελίδων που έχουμε (explorer, Firefox, opera κ.ά.) και να κατευθυνθούμε στη διεύθυνση <http://www.geogebra.org> που είναι και η επίσημη ιστοσελίδα του λογισμικού. Από εκεί θα επιλέξουμε τον υπερσύνδεσμο «GeoGebra Pre-Release (περιέχει και Ελληνικά)» κάνοντας αριστερό κλικ επάνω του.



Κάνουμε κλικ στο σύνδεσμο αυτό ώστε να ξεκινήσει η μεταφόρτωση (download) του αρχείου στον υπολογιστή

Με την επιλογή αυτή, θα γίνει εκκίνηση του GeoGebra απ'ευθείας, αφού φορτωθούν τα απαραίτητα αρχεία



Επιλέγουμε “Αποθήκευση αρχείου” και πατάμε “OK” ώστε να δημιουργηθεί συντόμευση της εφαρμογής στον υπολογιστή μας

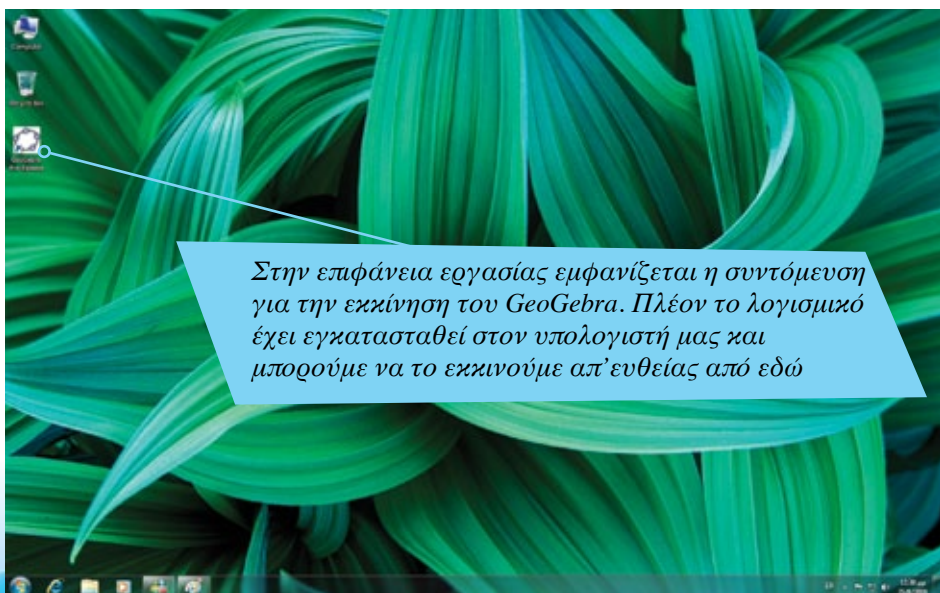
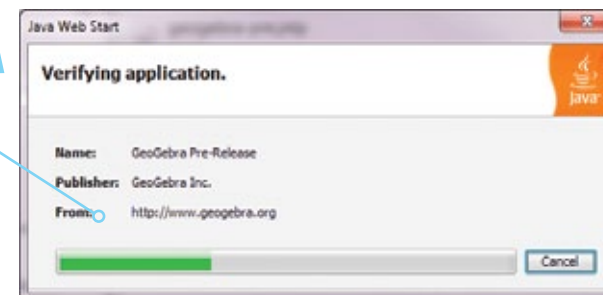
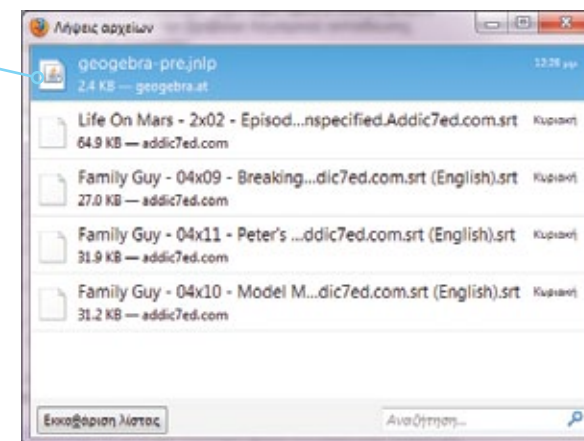
*Το αρχείο αυτό είναι πολύ μικρό σε μέγεθος - με το άνοιγμά του θα γίνει μεταφόρτωση στον υπολογιστή μας όλων των υπολοίπων αρχείων που χρειάζεται η εφαρμογή. Με διπλό κλικ το ανοίγουμε*

## Εκκίνηση εγκατάστασης

Το αρχείο που κατεβάζουμε είναι πολύ μικρό σε μέγεθος, και χρησιμοποιείται για να γίνει γρήγορη εκκίνηση είτε του περιβάλλοντος που θα τρέχει μέσω του φυλλομετρητή, είτε για να ξεκινήσει η διαδικασία μεταφόρτωσης της εφαρμογής στον υπολογιστή μας.

Στη δική μας περίπτωση, έχουμε επιλέξει να γίνει εγκατάσταση στον υπολογιστή ώστε να γίνεται αυτόματα εκκίνηση της εφαρμογής από τη συντόμευση που δημιουργείται από το ίδιο το πρόγραμμα. Με διπλό κλικ στο εικονίδιο του GeoGebra (εικόνα κάτω) θα γίνει η εκκίνησή του.

*Γίνεται εκκίνηση της εφαρμογής και ακολουθεί η μεταφόρτωση στον υπολογιστή μας όλων των απαραίτητων αρχείων. Θα δημιουργηθεί αυτόματα συντόμευση στην επιφάνεια εργασίας*



*Στην επιφάνεια εργασίας εμφανίζεται η συντόμευση για την εκκίνηση του GeoGebra. Πλέον το λογισμικό έχει εγκατασταθεί στον υπολογιστή μας και μπορούμε να το εκκινούμε απ'ευθείας από εδώ*



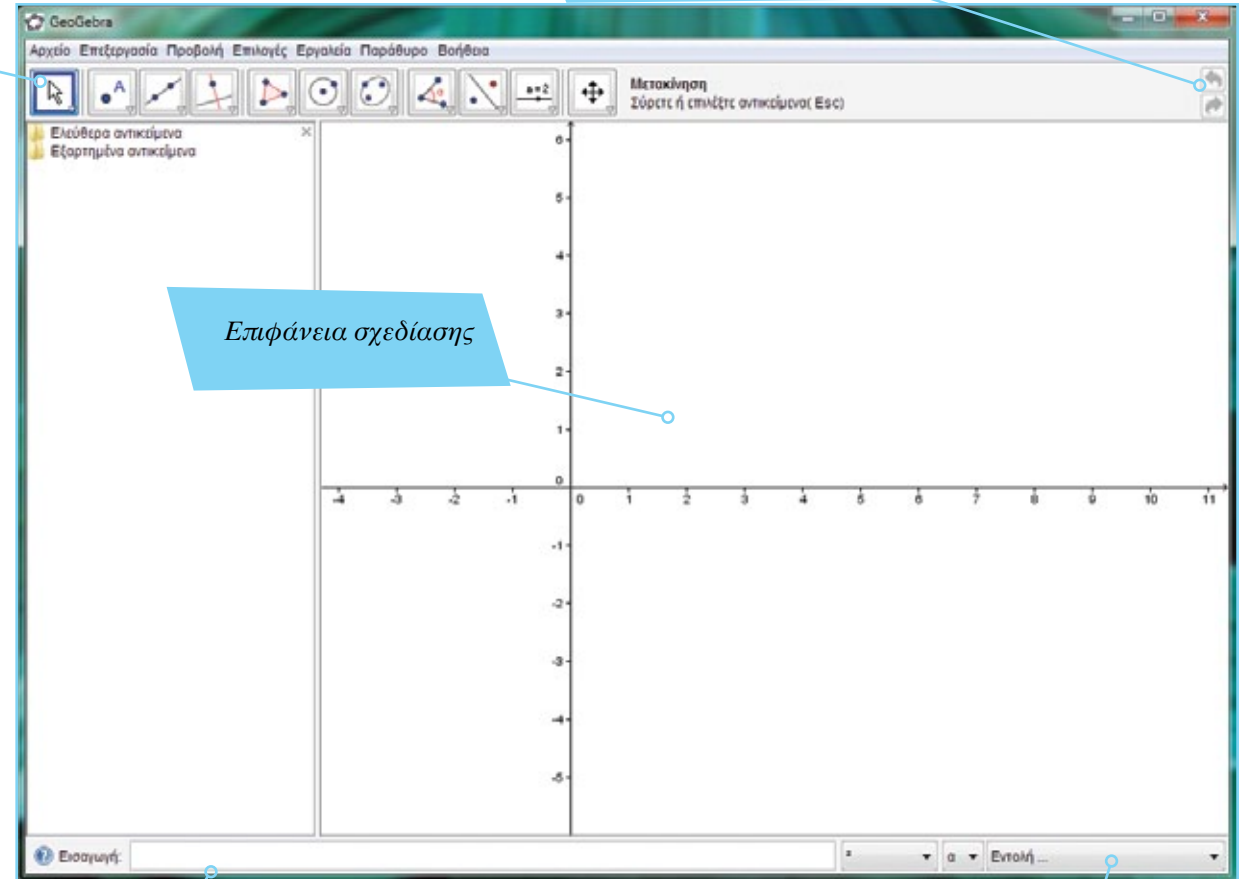
Γραμμή εργαλείων του GeoGebra

Αναίρεση / Επαναφορά εντολών

## Το περιβάλλον του GeoGebra

Η εφαρμογή χαρακτηρίζεται από ένα λιτό αλλά ιδιαίτερα λειτουργικό περιβάλλον εργασίας. Στο πάνω μέρος υπάρχουν τα μενού με τις επιλογές, και ακριβώς από κάτω τους μια σειρά από τα σημαντικότερα εργαλεία. Στο κάτω δεξιό μέρος κάθε εργαλείου υπάρχει ένα βέλος. Κάνοντας κλικ στο βέλος αυτό εμφανίζονται οι επιλογές του κάθε εργαλείου.

Η κύρια οθόνη είναι χωρισμένη σε δύο τμήματα. Αριστερά εμφανίζονται τα Ελεύθερα και Εξαρτημένα αντικείμενα (θα τα γνωρίσουμε στη συνέχεια). Δεξιά είναι ο χώρος εργασίας. Μπορούμε να κλείσουμε το πλαίσιο αριστερά ώστε να απελευθερωθεί ο χώρος που καταλαμβάνει. Στο κάτω μέρος υπάρχει το πλαίσιο εισαγωγής εντολών, ενώ δεξιά του υπάρχουν οι επιλογές για τους τελεστές και τις εντολές που χρησιμοποιούμε.



Επιφάνεια σχεδίασης

Στο πλαίσιο αυτό μπορούμε να πληκτρολογήσουμε εντολές

Από εδώ μπορούμε να επιλέξουμε τις διαθέσιμες εντολές



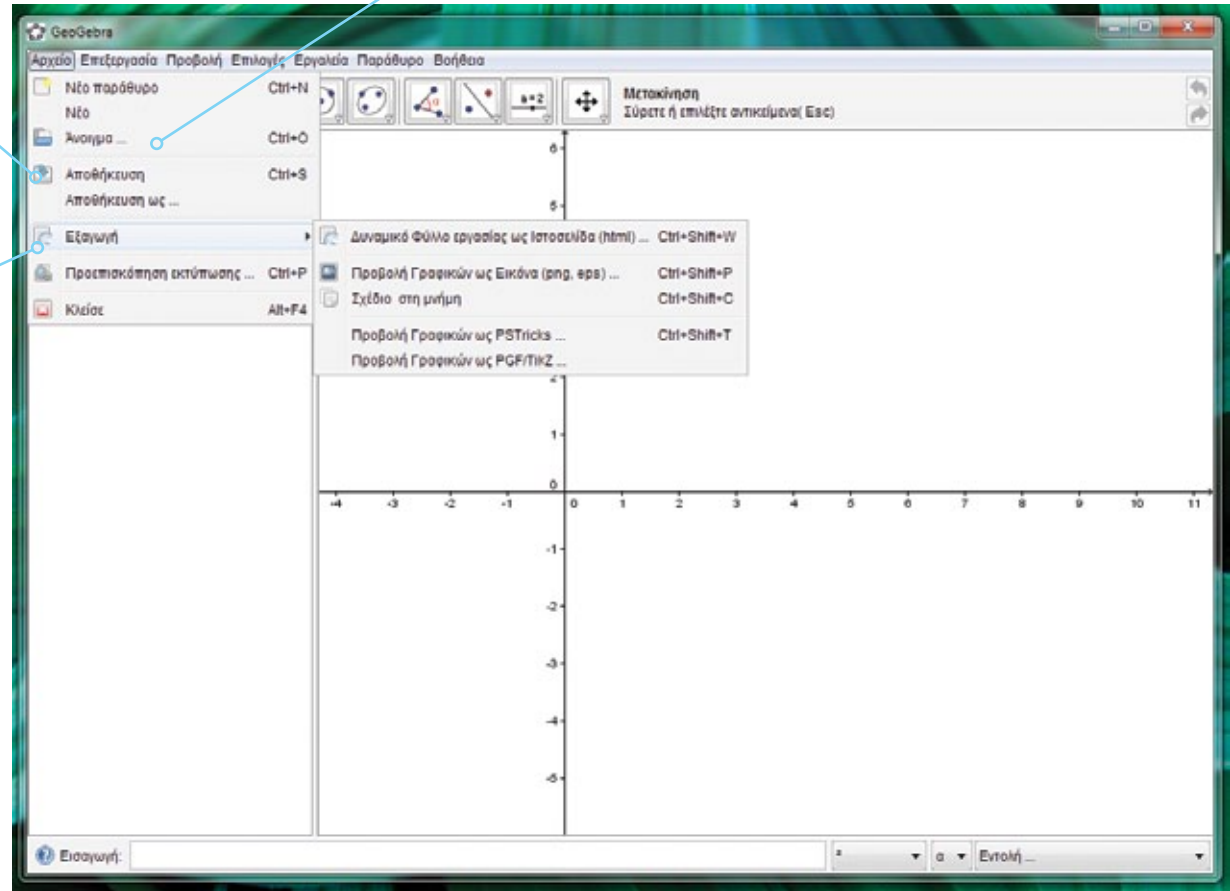
Ανά τακτά διαστήματα αποθηκεύουμε την εργασία μας χρησιμοποιώντας την επιλογή «αποθήκευση»

Με την επιλογή “Άνοιγμα”, εμφανίζουμε ένα αρχείο του GeoGebra που έχουμε αποθηκευμένο

### Το μενού “Αρχείο”

Με τη βοήθεια του μενού αυτού μπορούμε να αποθηκεύσουμε μια εργασία, να την εξαγάγουμε με άλλη μορφή (π.χ. ιστοσελίδα, εικόνα), να την εκτυπώσουμε, και να δημιουργήσουμε νέο έγγραφο.

Με την επιλογή “Εξαγωγή” μπορούμε να αποθηκεύσουμε το αρχείο με άλλη μορφή



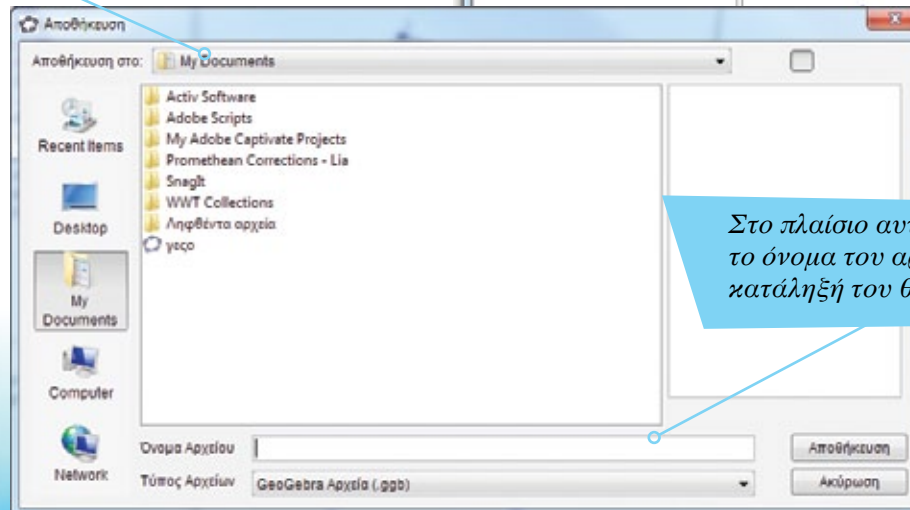
## Χρήση GeoGebra στη διδασκαλία

Για αποθήκευση της εργασίας, από το μενού “Αρχείο” κάνουμε κλικ στο “Αποθήκευση”. Την ίδια επιλογή θα χρησιμοποιούμε όταν θα αποθηκεύουμε τις αλλαγές που κάνουμε σε μια εργασία

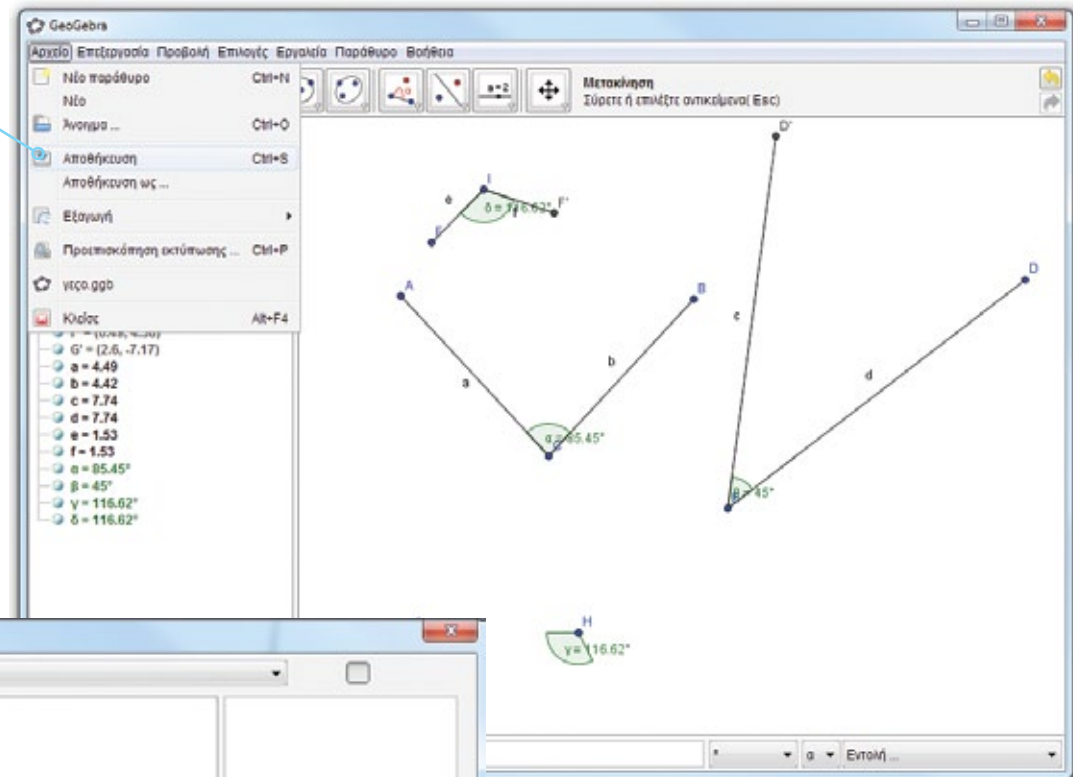
### Αποθήκευση εργασίας

Την πρώτη φορά που θα αποθηκεύσουμε μια εργασία, οι επιλογές “Αποθήκευση” και “Αποθήκευση ως...” λειτουργούν με τον ίδιο ακριβώς τρόπο: μας ζητούν να δημιουργήσουμε ένα αρχείο σε μια θέση στον υπολογιστή, και να πληκτρολογήσουμε ένα όνομα. Για να αποθηκεύουμε τις αλλαγές που κάνουμε σε μια εργασία που έχει ήδη αποθηκευθεί, κάνουμε απλά κλικ στην επιλογή “Αποθήκευση”. Αν θέλουμε να δημιουργήσουμε ένα νέο αρχείο (π.χ. αντίγραφο της υφιστάμενης εργασίας), τότε επιλέγουμε “Αποθήκευση ως”, και πληκτρολογούμε ένα διαφορετικό όνομα ή και μια διαφορετική τοποθεσία αποθήκευσης.

Από το πλαίσιο αυτό επιλέγουμε την τοποθεσία στην οποία θα γίνει η αποθήκευση



Στο πλαίσιο αυτό πληκτρολογούμε το όνομα του αρχείου μας. Η κατάληξή του θα είναι ‘.ggb’



Με την εξαγωγή της εργασίας, δημιουργούμε αρχεία τα οποία να μπορούν να αναγνωστούν από άλλα προγράμματα. Όμως, δε θα μπορούν να τροποποιήσουν τα δεδομένα της εργασίας!

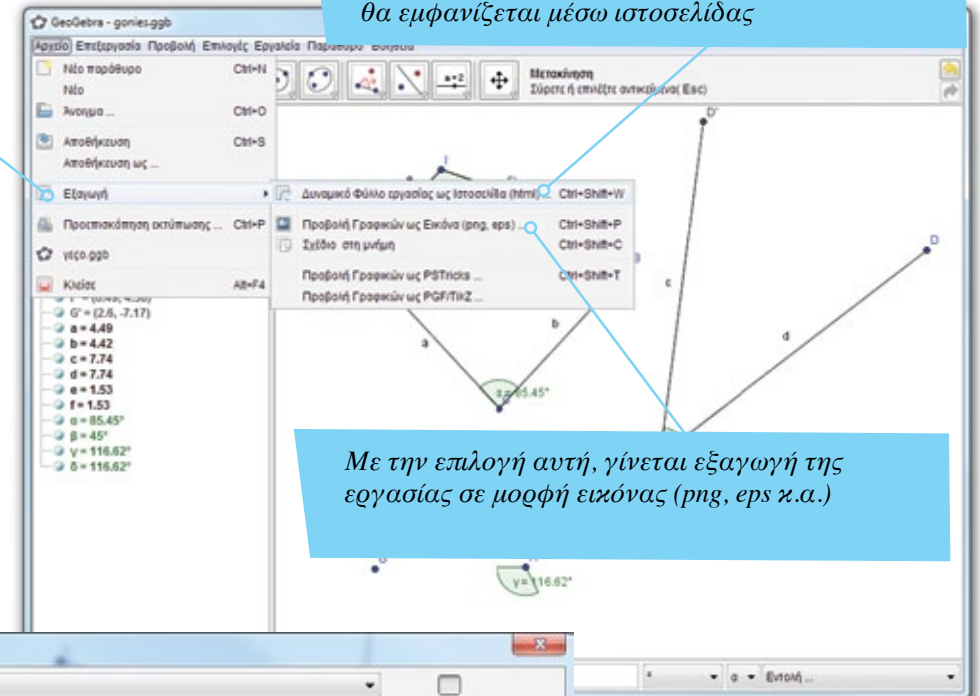
### Εξαγωγή εργασίας

Κατά κανόνα, το GeoGebra δημιουργεί αρχεία τα οποία μπορούν να ανοικτούν και να τύχουν επεξεργασίας μόνο με αυτό το λογισμικό. Αν θέλουμε να προβάλουμε την εργασία μας, είτε μέσω ιστοσελίδας, είτε ως εικόνα (π.χ. για ενσωμάτωση σε παρουσίαση με το OpenOffice Impress / PowerPoint), τότε θα πρέπει να επιλέξουμε “Εξαγωγή”.

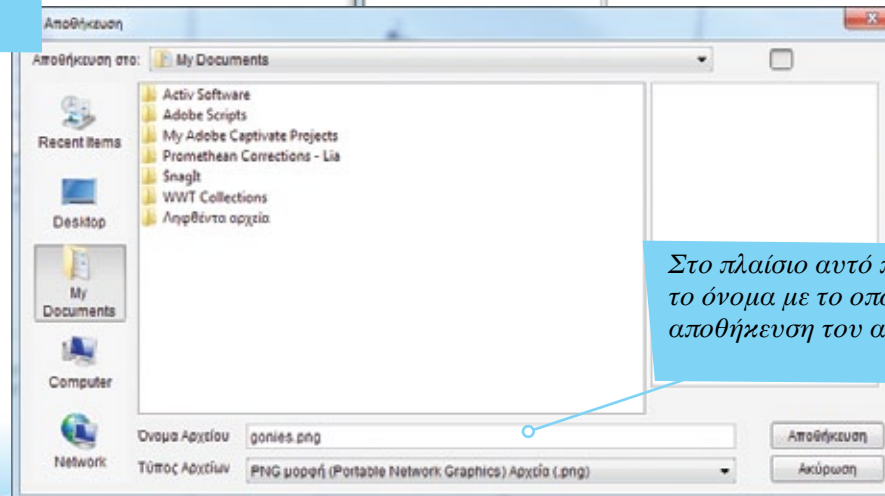
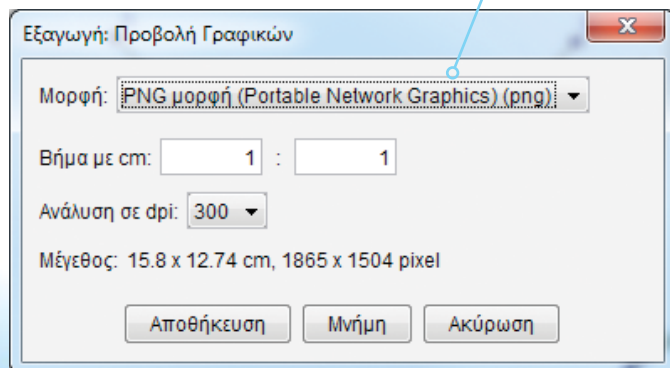
Η πιο συνηθισμένη μορφή αρχείου με το οποίο θα κάνουμε εξαγωγή της εργασίας μας, είναι το png. Πρόκειται για ένα πρότυπο το οποίο υποστηρίζει μικρό σχετικά μέγεθος μέσω συμπίεσης, αλλά ταυτόχρονα διατηρεί την ποιότητα της εικόνας.

Θα γίνει εξαγωγή της εργασίας υπό μορφή εικόνας. Επιλέγουμε τη μορφή του αρχείου καθώς και την ανάλυση σε κουκίδες ανά ίντς (Dots Per Inch, DPI) και κάνουμε κλικ στο κουμπί “Αποθήκευση”

Η επιλογή αυτή είναι ιδιαίτερα σημαντική αν θέλουμε να δημιουργήσουμε περιεχόμενο το οποίο θα εμφανίζεται μέσω ιστοσελίδας



Με την επιλογή αυτή, γίνεται εξαγωγή της εργασίας σε μορφή εικόνας (png, eps κ.α.)



Στο πλαίσιο αυτό πληκτρολογούμε το όνομα με το οποίο θα γίνει αποθήκευση του αρχείου ως εικόνα

Με την «Αναίρεση» και την «Ακύρωση Αναίρεσης» μπορούμε να διορθώσουμε μια κίνηση γυρνώντας πίσω ή να επανέλθουμε μπροστά

### Μενού “Επεξεργασία”

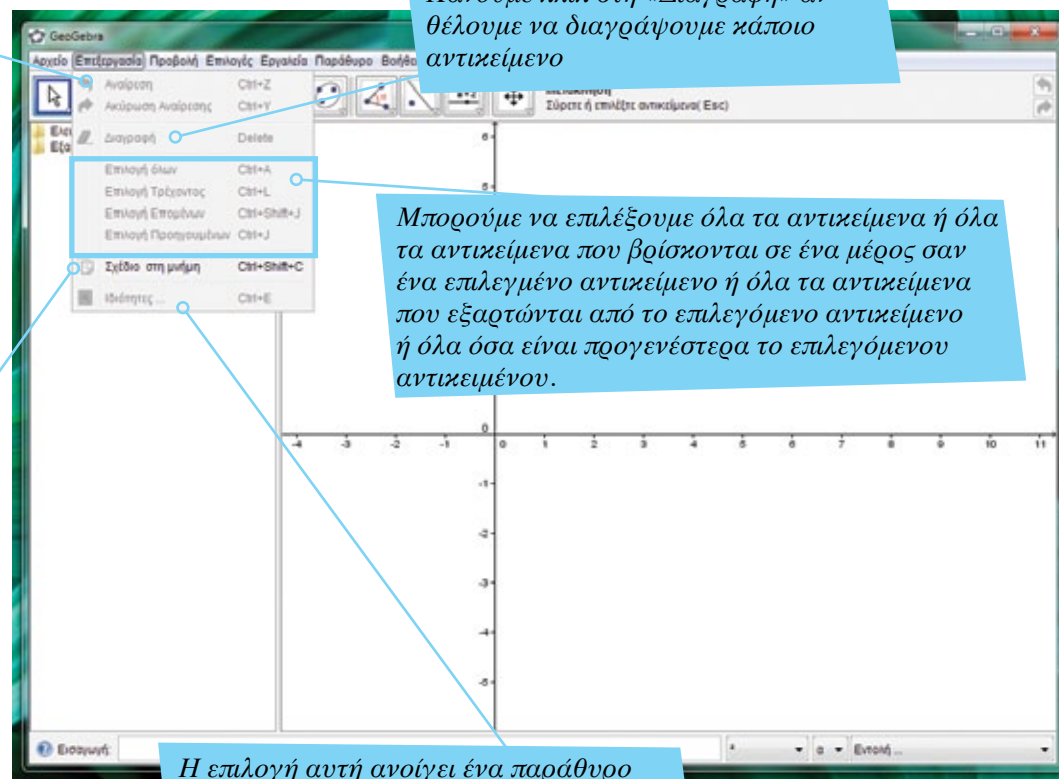
Το μενού αυτό είναι ιδιαίτερα σημαντικό, μια και μας επιτρέπει να επιλέξουμε αντικείμενα (μέσω των αντίστοιχων επιλογών), να ακυρώσουμε ή να επαναφέρουμε την προηγούμενή μας ενέργεια, να αντιγράψουμε ένα σχήμα στη μνήμη του υπολογιστή, να διαγράψουμε αντικείμενα, και να τροποποιήσουμε τις ιδιότητές τους (π.χ. χρώμα, μέγεθος γραμμής κτλ).

Με το «Σχέδιο στη μνήμη» γίνεται αντιγραφή του αντικειμένου στη μνήμη του υπολογιστή έτσι ώστε αργότερα να μπορεί να μεταφερθεί εύκολα σε ένα άλλο έγγραφο π.χ. ένα έγγραφο του Word.

Κάνουμε κλικ στη «Διαγραφή» αν θέλουμε να διαγράψουμε κάποιο αντικείμενο

Μπορούμε να επιλέξουμε όλα τα αντικείμενα ή όλα τα αντικείμενα που βρίσκονται σε ένα μέρος σαν ένα επιλεγμένο αντικείμενο ή όλα τα αντικείμενα που εξαρτώνται από το επιλεγμένο αντικείμενο ή όλα όσα είναι προγενέστερα το επιλεγόμενο αντικείμενο.

Η επιλογή αυτή ανοίγει ένα παράθυρο διαλόγου που αφορά όλες τις Ιδιότητες των αντικειμένων και επιτρέπει την τροποποίησή τους





*Οι επιλογές αυτές μας επιτρέπουν να δούμε στην επιφάνεια σχεδίασης άξονες συμμετρί-  
ας και σύστημα συντεταγμένων με πλέγμα.*

*Με τις επιλογές αυτές μας επιτρέπεται να  
εμφανίζουμε στην επιφάνεια του GeoGebra  
το πεδίο της Άλγεβρας, του Λογιστικού  
Φύλλου, επιπλέον βοηθητικά αντικείμενα*

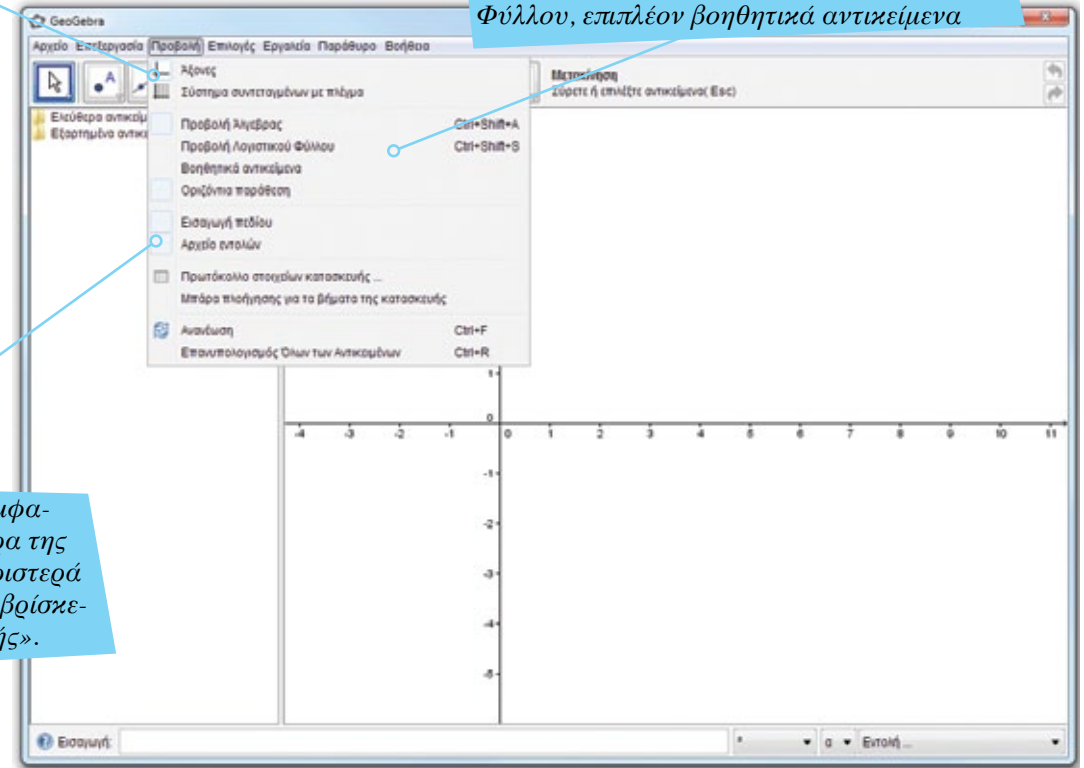
## Μενού “Προβολή”

Μέσω των επιλογών αυτών μπορούμε να ελέγξουμε αντικείμενα αλλά και στοιχεία που εμφανίζονται στην οθόνη. Ένα από τα σημαντικότερα είναι οι άξονες, οι οποίοι είναι ιδιαίτερα χρήσιμοι στη δημιουργία όλων των σχημάτων αλλά και σημείων.

Το κάθε σχήμα που δημιουργούμε αποτελείται από σημεία τα οποία έχουν τις δικές τους συντεταγμένες και οι οποίες εμφανίζονται τόσο στην επιφάνεια σχεδίασης όσο και στο πλαίσιο στο αριστερό μέρος της οθόνης (επόμενες σελίδες).

Οι επιλογές “Προβολή Άλγεβρας”, “Προβολή λογιστικού Φύλλου” κ.α. εμφανίζουν πληροφορίες που αφορούν τόσο τα δεδομένα, όσο και συναρτήσεις που μπορούμε να δημιουργήσουμε.

*Με την επιλογή αυτή μπορούμε να εμφ-  
νίσουμε ή να αποκρύψουμε την μπάρα της  
«Εισαγωγής» που βρίσκεται κάτω αριστερά  
καθώς και το «Αρχείο εντολών» που βρίσκε-  
ται δίπλα από την μπάρα «Εισαγωγής».*



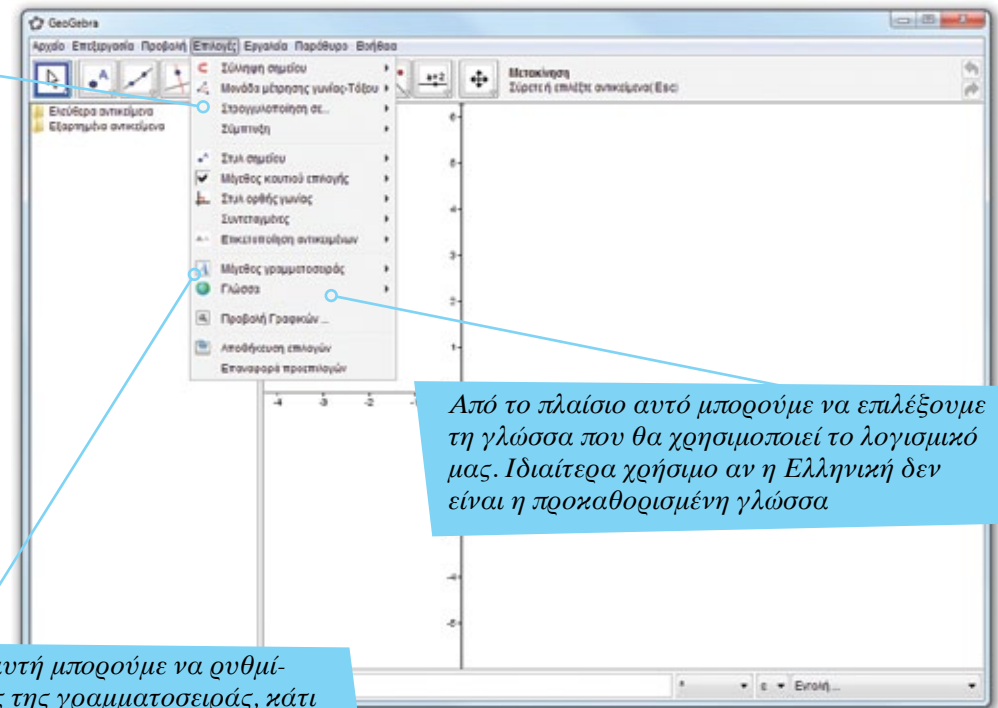
*Η επιλογή στρογγυλοποίησης είναι ιδιαίτερα σημαντική, ειδικά στη μέτρηση γωνιών. Μπορούμε να επιλέξουμε ακόμη και τον αριθμό των δεκαδικών ψηφίων*

### Το μενού “Επιλογές”

Μέσω του μενού αυτού μπορούμε να ρυθμίσουμε τον τρόπο εμφάνισης των γραμματοσειρών στην οθόνη, το είδος των σημείων, τον τρόπο απεικόνισης των αριθμών κ.α.

Καθώς προσθέτουμε πληροφορίες στην οθόνη, είναι σημαντικό να μπορούμε να τροποποιούμε το μέγεθος των γραμματοσειρών ώστε να είναι πιο ευδιάκριτες. Επίσης, ανάλογα με το μέγεθος της οθόνης μας θα θέλουμε να προσαρμόζουμε ανάλογα και το μέγεθος των γραμμάτων (ειδικά όταν θα χρησιμοποιούμε βιντεοπροβολέα για να προβάλλουμε την εργασία μας με το GeoGebra σε ακροατήριο ή στους μαθητές μας).

*Με την επιλογή αυτή μπορούμε να ρυθμίσουμε το μέγεθος της γραμματοσειράς, κάτι αρκετά σημαντικό μια και -πολλές φορές- μια πληροφορία μπορεί να μην είναι ιδιαίτερα ευδιάκριτη*



*Από το πλαίσιο αυτό μπορούμε να επιλέξουμε τη γλώσσα που θα χρησιμοποιεί το λογισμικό μας. Ιδιαίτερα χρήσιμο αν η Ελληνική δεν είναι η προκαθορισμένη γλώσσα*

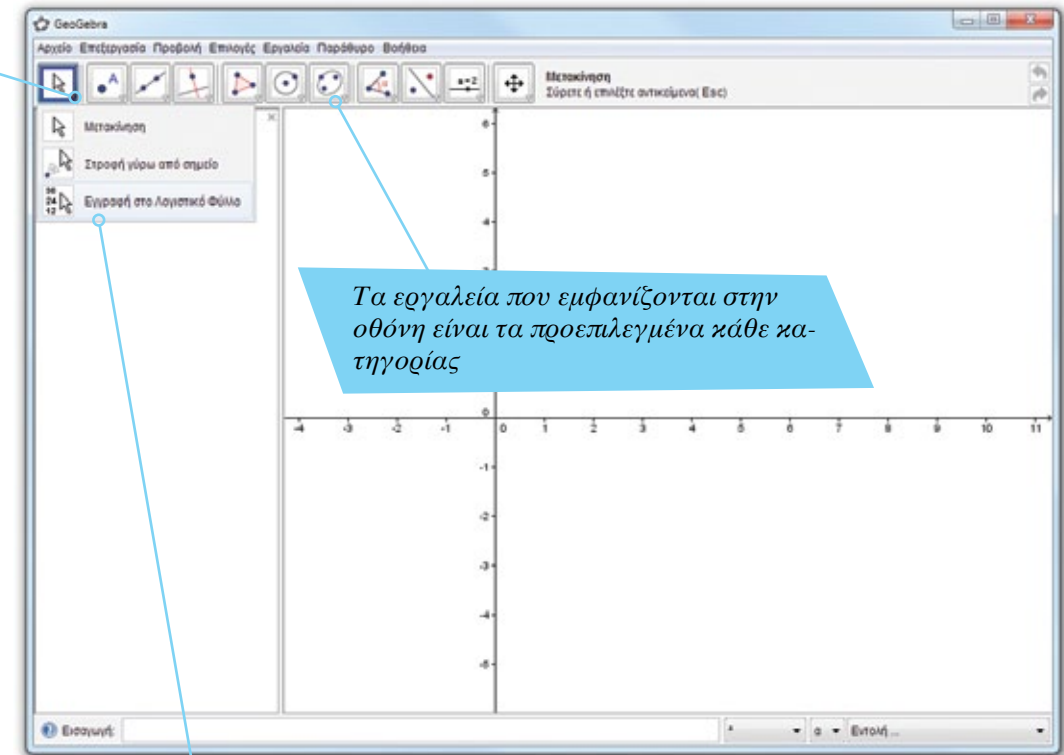
Στο κάτω δεξιό μέρος των εργαλείων υπάρχει ένα τρίγωνάκι. Κάνουμε κλικ σ' αυτό για να εμφανιστούν οι επιλογές του συγκεκριμένου εργαλείου

## Η γραμμή εργαλείων του GeoGebra

Τη μεγαλύτερη σημασία για το χρήστη του προγράμματος έχουν οι επιλογές στη γραμμή εργαλείων του GeoGebra. Στη γραμμή εργαλείων του GeoGebra υπάρχουν 11 εικονίδια. Όμως κάθε ένα από αυτά δεν είναι μόνο αλλά ανήκει σε μία ομάδα αντικειμένων με κοινά χαρακτηριστικά. Για να μπορέσουμε να δούμε την κάθε ομάδα θα πρέπει να παρατηρήσουμε ένα μικρό άσπρο τρίγωνο που βρίσκεται κάτω δεξιά από το εικονίδιο και το οποίο όταν πλησιάζουμε τον κέρσορα γίνεται κόκκινο και ταυτόχρονα αναδιπλώνεται μια λίστα με όλα τα αντικείμενα της ομάδας.

### Ομάδα “Μετακίνηση, Στροφή”

Η ομάδα αυτή είναι από τις πιο ουσιαστικές, μια και βοηθά στον έλεγχο όλων των σχημάτων και σημείων (εικόνα πάνω δεξιά). Από εδώ μπορούμε να σύρουμε και να εναποθέσουμε ελεύθερα αντικείμενα με το ποντίκι κάνοντας κλικ επάνω του (Μετακίνηση). Κρατώντας το πλήκτρο Ctrl πατημένο μπορούμε να επιλέξουμε περισσότερα του ενός αντικείμενα. Επίσης, επιλέγοντας πρώτα το σημείο ως προς το οποίο θα γίνει η περιστροφή μπορούμε εν συνεχεία να περιστρέψουμε αντικείμενα γύρω από το σημείο σύροντας το ποντίκι.



Τα εργαλεία που εμφανίζονται στην οθόνη είναι τα προεπιλεγμένα κάθε κατηγορίας

Τα εργαλεία της ομάδας αυτής επιτρέπουν την επιλογή, μετακίνησης και περιστροφή σημείων και αντικειμένων σχεδίασης

Με το εργαλείο αυτό δημιουργούμε σημεία στην επιφάνεια σχεδίασης. Το κάθε σημείο ονομάζεται με ένα κεφαλαίο γράμμα του αλφαβήτου

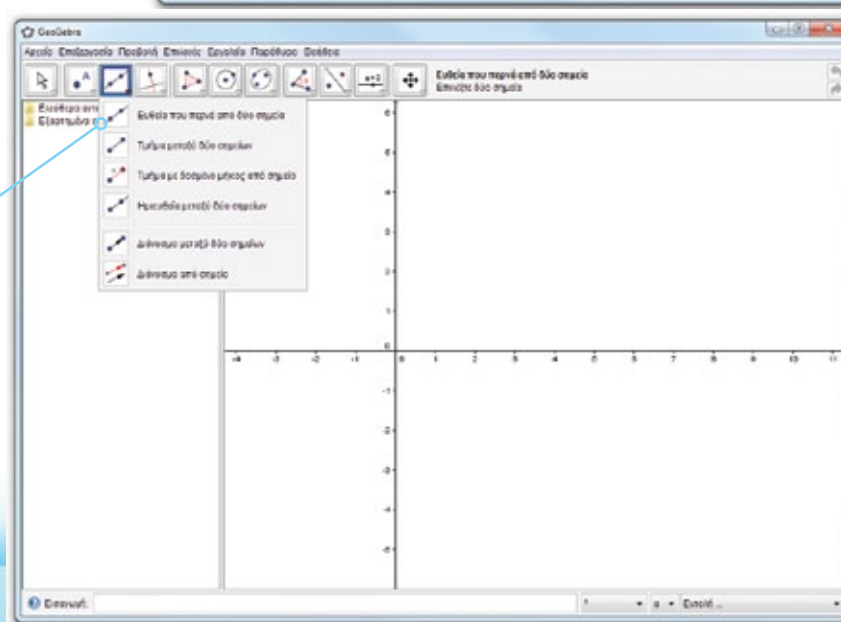
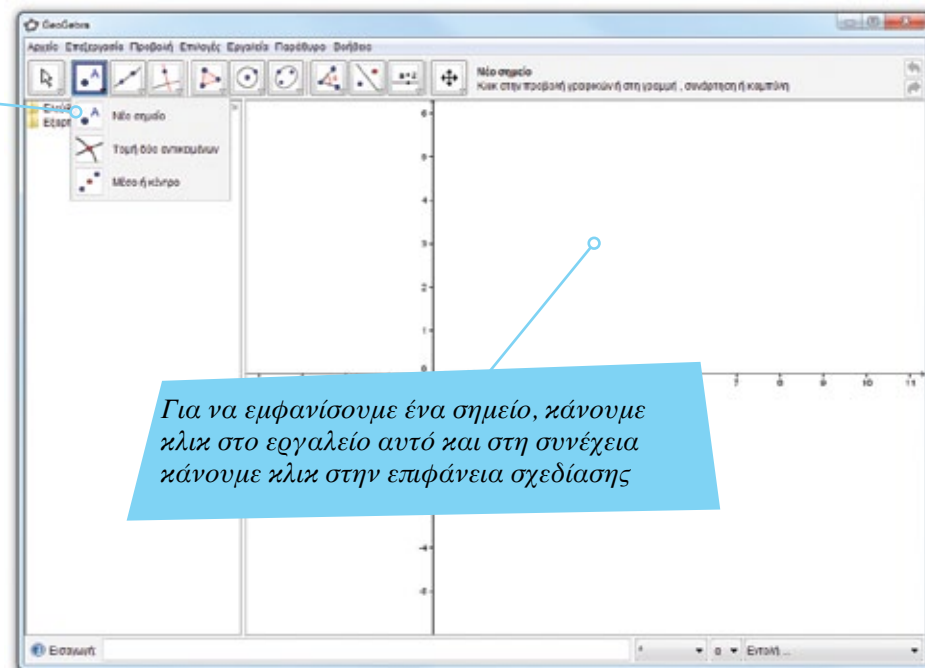
### Εργαλεία δημιουργίας σημείου

Με τα εργαλεία αυτής της ομάδας (εικόνα πάνω δεξιά) μπορούμε να σχεδιάσουμε ένα νέο σημείο (Νέο σημείο) κάνοντας κλικ στο χώρο σχεδίασης, σε τμήμα, σε ευθεία γραμμή, σε Πολύγωνο κ.ά. Μπορούμε να πάρουμε τα σημεία τομής δύο αντικειμένων (Τομή δύο αντικειμένων) είτε μαρκάροντας τα δύο αντικείμενα είτε κάνοντας κλικ στην τομή δύο αντικειμένων. Τέλος, μπορούμε να βρούμε το σημείο που αποτελεί το μέσο δύο άλλων ή το μέσο ενός τμήματος (Μέσο ή κέντρο).

### Ομάδα «Ευθεία, τμήμα, διάνυσμα»

Από αυτή την ομάδα μπορούμε να φτιάξουμε ευθύγραμμα τμήματα (Τμήμα μεταξύ δύο σημείων, τμήμα με δοσμένο μήκος από σημείο), ημιευθείες (Ημιευθεία μεταξύ δύο σημείων) και διανύσματα (Διάνυσμα μεταξύ δύο σημείων, διάνυσμα από σημείο).

Με τα εργαλεία αυτά μπορούμε να διδάξουμε πολύ εύκολα έννοιες όπως “ευθεία”, “ημιευθεία”, “ευθύγραμμο τμήμα” κ.α.





Οι επιλογές του εργαλείου αυτού μας προσφέρουν μια μοναδική ευελιξία στο σχεδιασμό συγκεκριμένων ειδών γραμμών (π.χ. παράλληλες ευθείες, κάθετες κ.α.)

### Ομάδα «Ευθεία γραμμή»

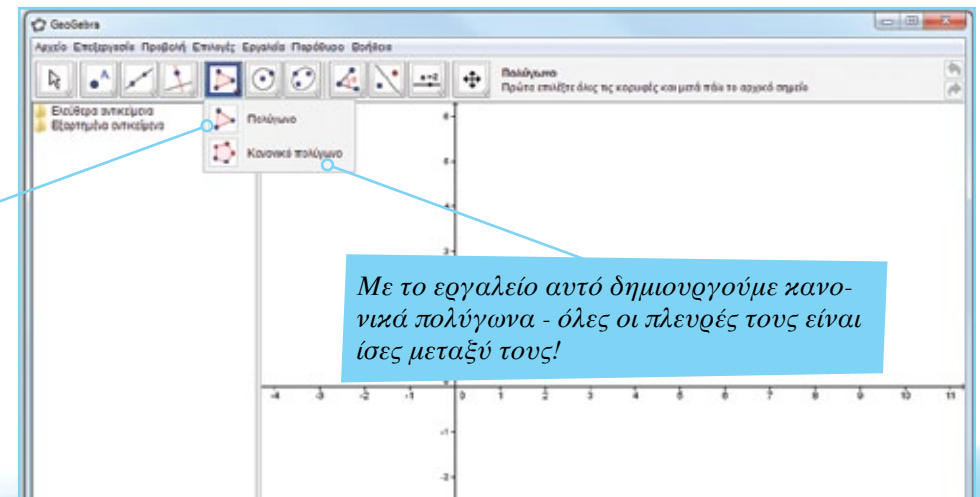
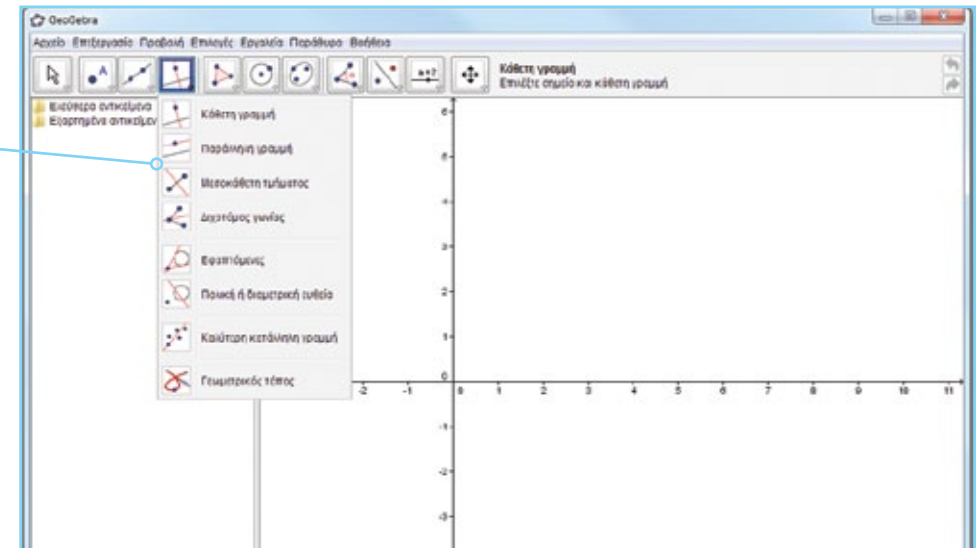
Από την ομάδα αυτή μπορούμε να φτιάξουμε ευθείες παράλληλες, κάθετες, μεσοκάθετους και πολλά άλλα είδη ευθειών. Τα εργαλεία της ομάδας αυτά μας βοηθούν στο να διδάξουμε έννοιες οι οποίες -εξαιτίας λανθασμένων σχημάτων- οδηγούν σε παρανοήσεις. Για παράδειγμα, μπορούμε να δημιουργήσουμε πολύ εύκολα δύο παράλληλες ευθείες, να φέρουμε ευθείες που να τις τέμνουν κάθετα, και να δείξουμε (με μέτρηση) πως το κάθε ευθύγραμμο τμήμα που δημιουργείται είναι ίσο, άρα και οι αποστάσεις μεταξύ των παράλληλων ευθειών είναι πάντα ίσες.

### Ομάδα “Πολύγωνα”

Με τα εργαλεία αυτά, όπως δηλώνει και το όνομά τους, δημιουργούμε πολύγωνα. Με το πρώτο εργαλείο δημιουργούμε πολύγωνα με τυχαίες πλευρές, ενώ με το δεύτερο εργαλείο κανονικά πολύγωνα (όλες οι πλευρές είναι ίσες).

Με το εργαλείο αυτό δημιουργούμε τυχαία πολύγωνα. Κάνουμε κλικ στην οθόνη σχεδιασμού για να τοποθετήσουμε τα σημεία. Τοποθετούμε όσα σημεία θέλουμε. Κάνουμε κλικ στο αρχικό σημείο ξανά ώστε να “κλείσει” το πολύγωνο

Με το εργαλείο αυτό δημιουργούμε κανονικά πολύγωνα - όλες οι πλευρές τους είναι ίσες μεταξύ τους!



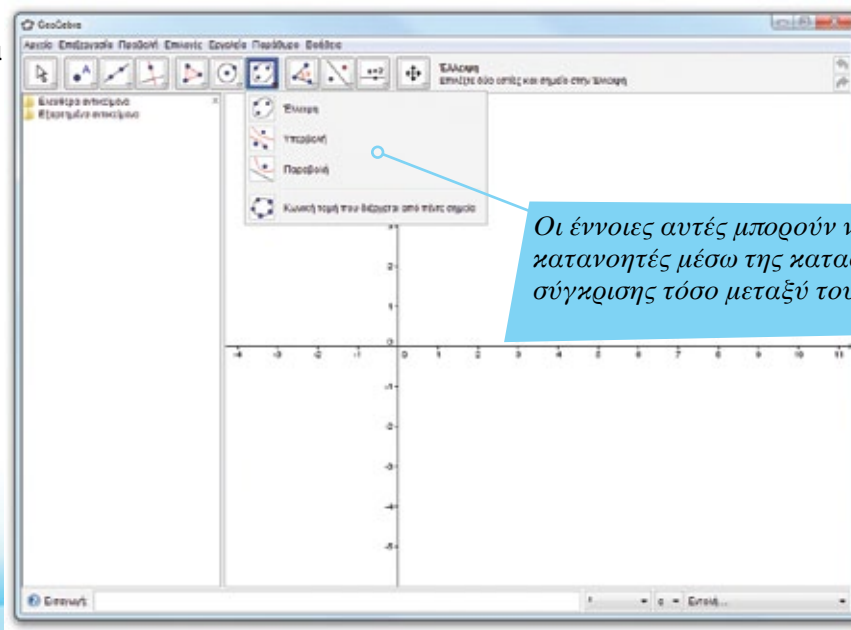
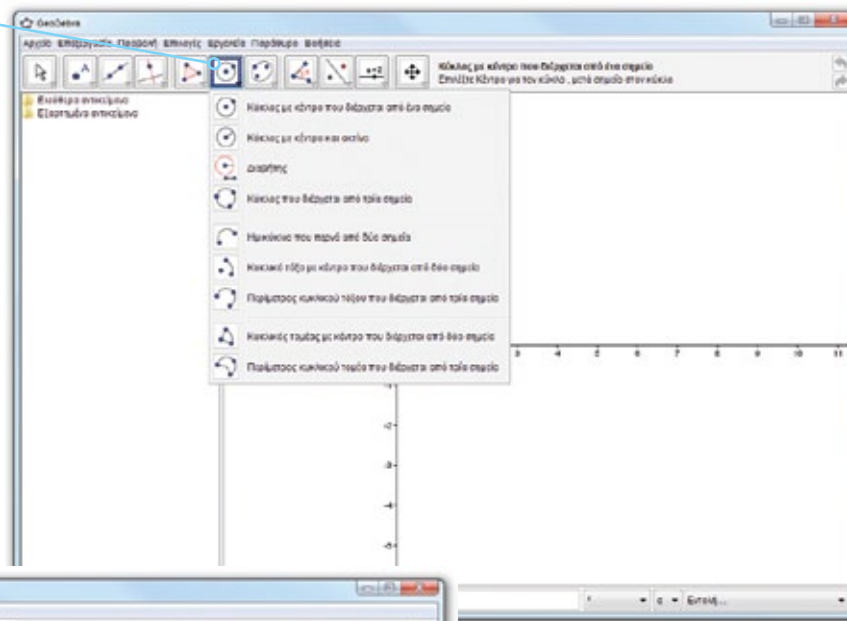
Με τις επιλογές της ομάδας αυτής φτιάχνουμε κύκλους, ημικύκλια, κυκλικά τόξα κυκλικούς τομείς διαφόρων τύπων

## Ομάδα “Κύκλος, ημικύκλιο, κυκλικό τόξο & τομέας”

Η κατασκευή και μελέτη του κύκλου είναι πολύ βασική σε όλες τις βαθμίδες της εκπαίδευσης. Με τη βοήθεια των εργαλείων αυτών μπορούμε να δημιουργήσουμε εύκολα και γρήγορα δεκάδες κύκλους οι οποίοι να είναι ομόκεντροι, να τέμνονται, να έχουν διπλάσια ακτίνα ή διπλάσια περιφέρεια κ.α. Η κατασκευή τέτοιων σχημάτων για σκοπούς σύγκρισης είναι μια ιδιαίτερα απλή διαδικασία.

## Ομάδα “Ελλειψη, υπερβολή, παραβολή”

Σε αρκετές περιπτώσεις, οι μαθητές δυσκολεύονται ή και αδυνατούν να κατανοήσουν έννοιες όπως “Ελλειψη”, “Υπερβολή”, “Παραβολή” κ.α. Με τα εργαλεία αυτά μπορούμε πολύ εύκολα να δημιουργήσουμε σχήματα, και στη συνέχεια να κάνουμε συγκρίσεις ώστε να κατανοήσουν οι μαθητές τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της κάθε περίπτωσης. Αυτό μπορεί να γίνει πολύ εύκολα μέσω του λογισμικού GeoGebra, σε αντίθεση με αντίστοιχη εργασία στο χαρτί η οποία θα ήταν χρονοβόρα αλλά και θα υπόκειται σε σφάλματα στη δημιουργία του σχήματος, με αποτέλεσμα την εξαγωγή λανθασμένων συμπερασμάτων ή και παρανοήσεων.



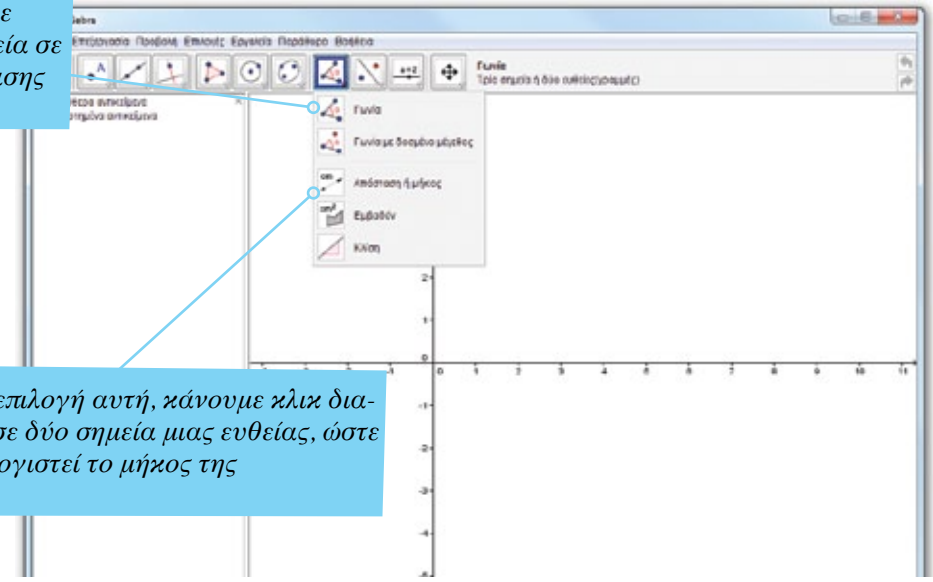
Οι έννοιες αυτές μπορούν να γίνουν εύκολα κατανοητές μέσω της κατασκευής σχημάτων και σύγκρισης τόσο μεταξύ τους όσο και με κύκλους

Με το εργαλείο αυτό δημιουργούμε τυχαίες γωνίες, τοποθετώντας σημεία σε τυχαία θέση στην επιφάνεια σχεδίασης

### Ομάδα εργαλείων “Αριθμός και Γωνία”

Από εδώ μπορούμε να δημιουργήσουμε γωνίες τριών σημείων, δύο τμημάτων, δύο ευθειών κ.ά.(Γωνία), ή να μαρκάρουμε 2 σημεία και να γράψουμε το μέτρο της γωνίας στο πεδίο εισαγωγής του παραθύρου διαλόγου που θα εμφανιστεί (Γωνία με δοσμένο μέγεθος). Μπορούμε επίσης να μετρήσουμε αυτόματα την απόσταση 2 σημείων, 2 γραμμών, ενός τμήματος κ.ά. (Απόσταση ή μήκος), να πάρουμε απευθείας το εμβαδόν ενός πολυγώνου, κύκλου κ.ά. (Εμβαδό) ή την κλίση μιας ευθείας (Κλίση).

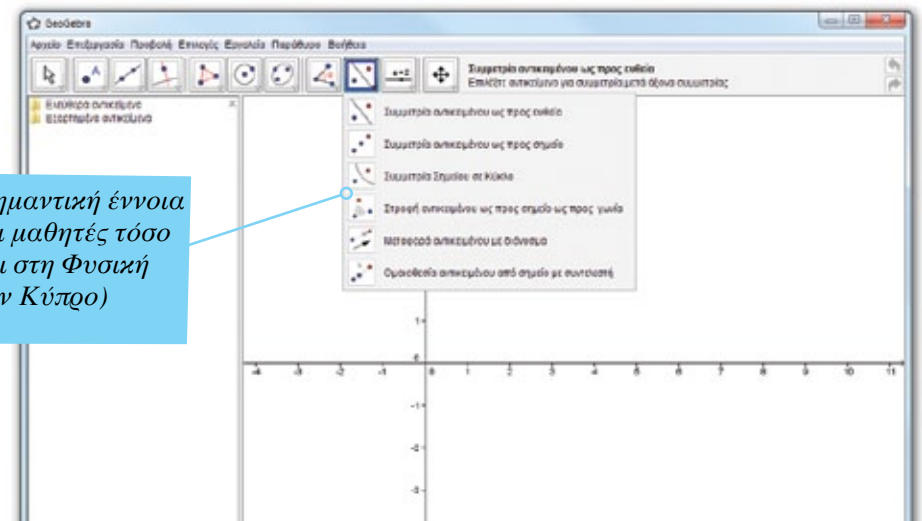
Με την επιλογή αυτή, κάνουμε κλικ διαδοχικά σε δύο σημεία μιας ευθείας, ώστε να υπολογιστεί το μήκος της



### Ομάδα «Γεωμετρικοί μετασχηματισμοί»

Οι γεωμετρικοί σχηματισμοί αυτής της ομάδας επιτυγχάνονται για ευθείες, σημεία, κωνικές τομές, πολύγωνα και εικόνες.

Η συμμετρία είναι μια σημαντική έννοια την οποία διδάσκονται οι μαθητές τόσο στα Μαθηματικά όσο και στη Φυσική (Μάθημα Επιστήμης στην Κύπρο)



*Ο δρομέας είναι ένα από τα σημαντικότερα εργαλεία, μια και μπορούμε να ορίσουμε τιμές για διάφορα σχήματα*

### Ομάδα «Άλγεβρα»

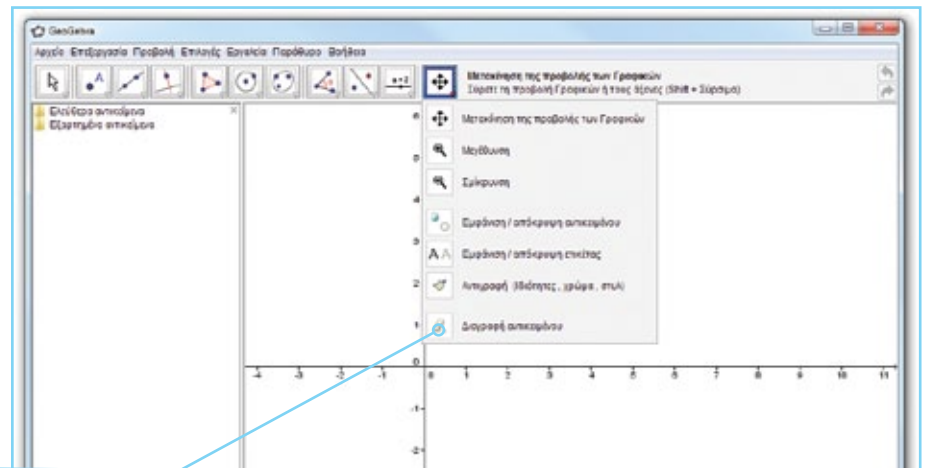
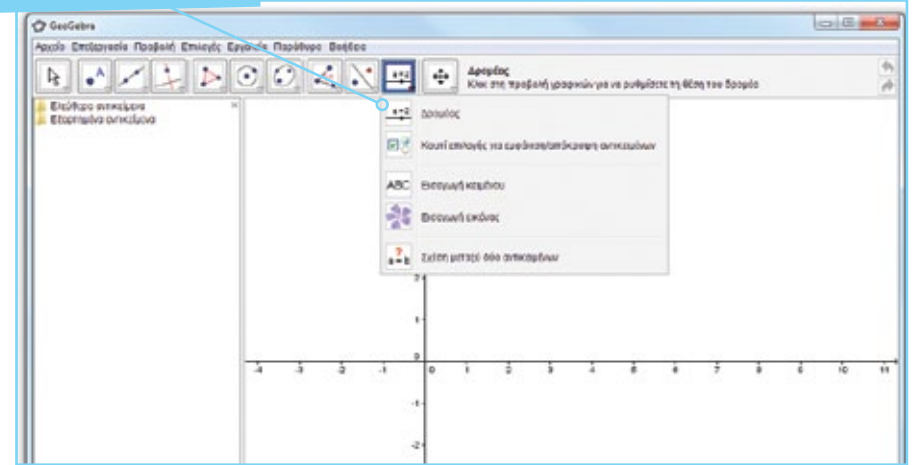
Πολύ σημαντική η χρήση του «Δρομέα» με τον οποίο αναπαριστούμε ένα ελεύθερο αριθμό ή μία γωνία. Παραδείγματα χρήσης του θα δούμε παρακάτω καθώς είναι ένα πολύτιμο εργαλείο. Επιπλέον, μπορούμε να εμφανίσουμε ή να αποκρύψουμε αντικείμενα, να εισάγουμε δυναμικά ή στατικά κείμενα (Κείμενο), να προσθέσουμε εικόνες (Εισαγωγή εικόνας) και να πάρουμε πληροφορίες για τη σχέση 2 αντικειμένων (Σχέση μεταξύ δύο αντικειμένων).

### Ομάδα «Γενικοί τρόποι»

Με τα εργαλεία της ομάδας αυτής μπορούμε να μετακινήσουμε την προβολή των γραφικών στο παράθυρο, να κάνουμε μεγέθυνση και σμίκρυνση σε ένα σχήμα, να εμφανίσουμε και να αποκρύψουμε αντικείμενα ή ετικέτες, ακόμη και να διαγράψουμε επιλεγμένα αντικείμενα.

### Χρήση GeoGebra στη διδασκαλία

Η χρήση ενός λογισμικού όπως το GeoGebra για να είναι ικανοποιητική και να επιφέρει τα αναμενόμενα αποτελέσματα θα πρέπει να γίνεται μετά από προετοιμασία και σε συνδυασμό με φύλλα εργασίας. Στην ενότητα αυτή αλλά και σε αυτές που θα ακολουθήσουν θα προσπαθήσουμε να δείξουμε κάποιους ενδεικτικούς τρόπους χρήσης του GeoGebra στη σχολική τάξη με χρήση κάποιων από τα εργαλεία του. Τα παραδείγματα είναι ενδεικτικά. Αυτό που απαιτείται στη συνέχεια είναι πολλή ... φαντασία.



*Για διαγραφή αντικειμένων, το επιλέγουμε με κλικ του ποντικιού, και στη συνέχεια επιλέγουμε “Διαγραφή αντικειμένων”*

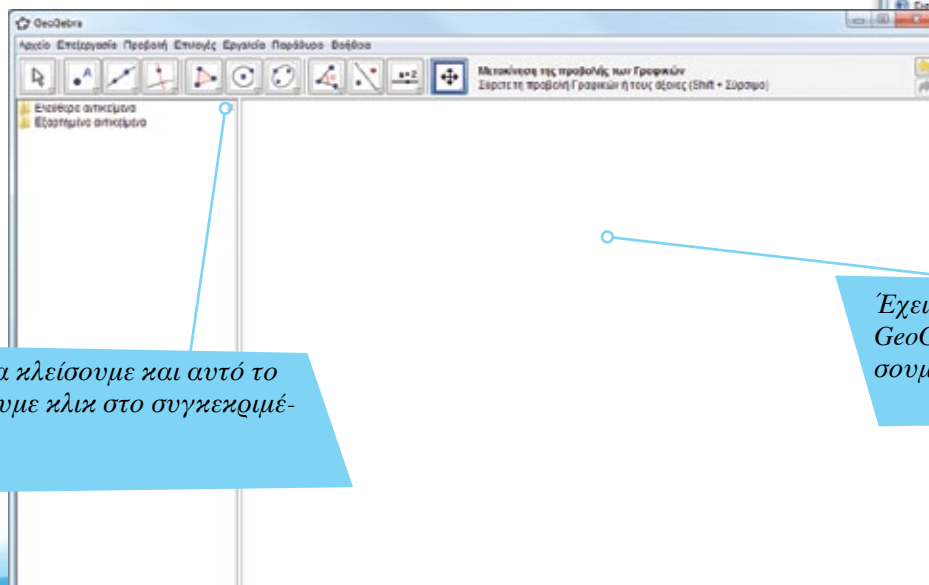
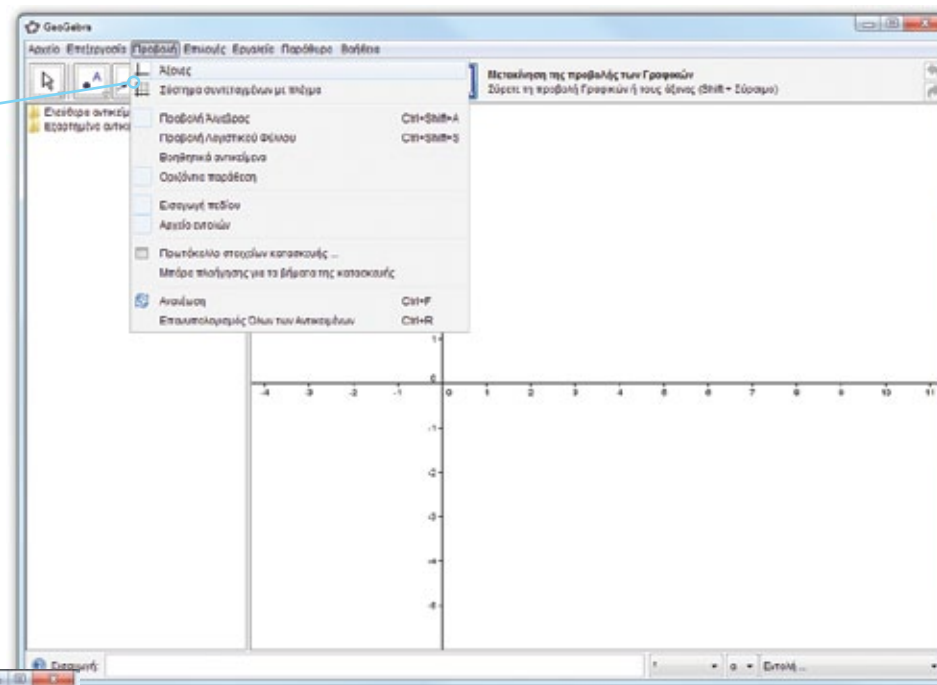


Από το μενού «Προβολή» απενεργοποιούμε το «Άξονες συμμετρίας» έτσι ώστε να εξαφανιστούν από την επιφάνεια σχεδίασης οι άξονες συμμετρίας και κοιτάμε να είναι ενεργοποιημένη η επιλογή «Προβολή Άλγεβρας».

## Απόκρυψη Αξόνων

Σε αυτή την ενότητα θα δείξουμε διαφορετικούς τρόπους με τους οποίους μπορούμε χρησιμοποιώντας τα εργαλεία του GeoGebra να «παίζουμε» με σημαντικές έννοιες της γεωμετρίας όπως ακτίνα, διάμετρος, μήκος και εμβαδόν κυκλικού δίσκου. Ας ξεκινήσουμε...

Αρχικά ανοίγουμε το περιβάλλον του GeoGebra από το εικονίδιο συντόμευσης στην επιφάνεια εργασίας. Για την εργασία που θα ακολουθήσει θα αποκρύψουμε τους άξονες. Από το μενού «Προβολή» κάνουμε κλικ στο «Άξονες» για να γίνει απόκρυψή τους (εικόνα κάτω).



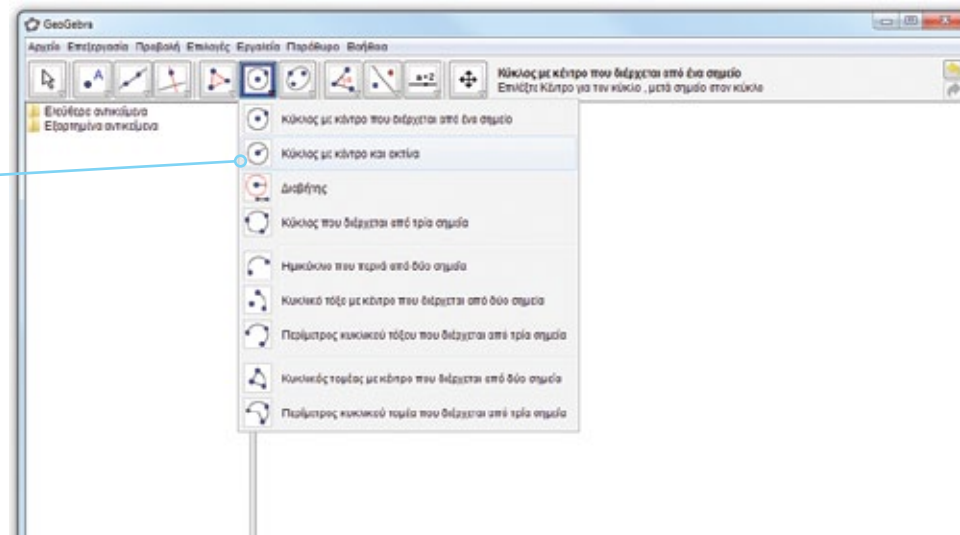
Αν θέλουμε να κλείσουμε και αυτό το πλαίσιο, κάνουμε κλικ στο συγκεκριμένο κουμπί

Έχει γίνει απόκρυψη των αξόνων του GeoGebra - μπορούμε να τους εμφανίσουμε με την ίδια επιλογή

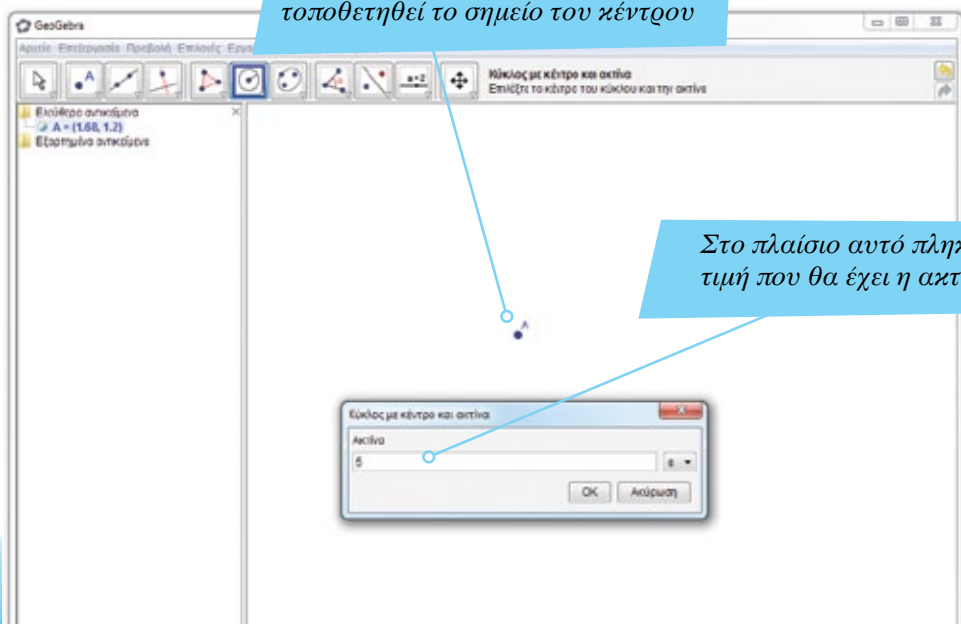
Κάνουμε κλικ στο βελάκι του εργαλείου κύκλος ώστε να εμφανιστούν οι επιλογές. Στη συνέχεια επιλέγουμε “Κύκλος με κέντρο και ακτίνα”

## Κύκλος με κέντρο και ακτίνα

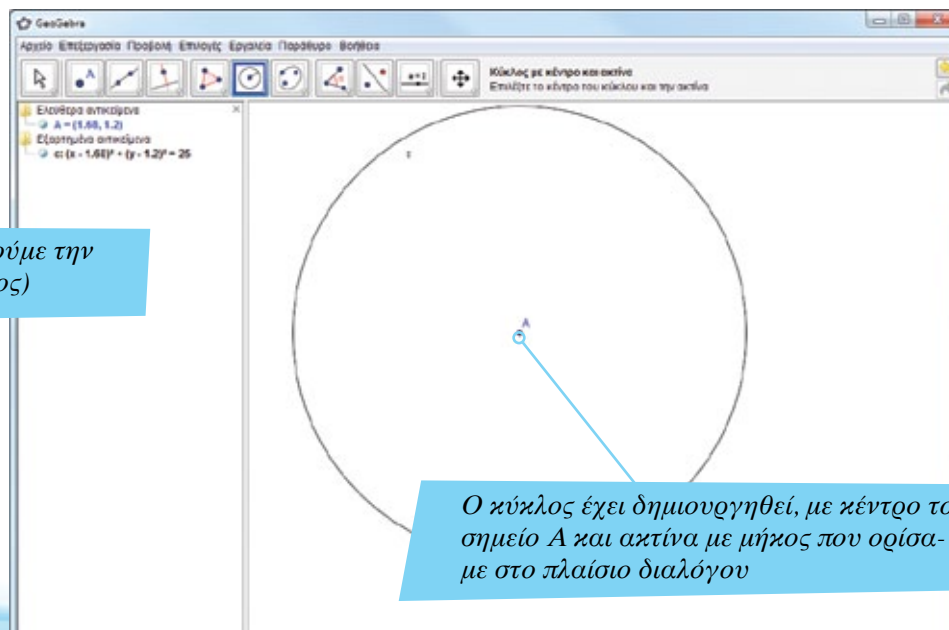
Για να δημιουργήσουμε τον κύκλο, θα επιλέξουμε το εργαλείο “Κύκλος με κέντρο και ακτίνα”. Κάνουμε κλικ στην οθόνη σχεδιασμού ώστε να τοποθετηθεί το σημείο του κέντρου. Στη συνέχεια, στο πλαίσιο που θα εμφανιστεί, πληκτρολογούμε την τιμή που θα έχει η ακτίνα του κύκλου. Κάνουμε κλικ στο κουμπί “OK” (εικόνα κάτω) για να δημιουργηθεί ο κύκλος.



Κάνουμε κλικ με το ποντίκι ώστε να τοποθετηθεί το σημείο του κέντρου



Στο πλαίσιο αυτό πληκτρολογούμε την τιμή που θα έχει η ακτίνα (μήκος)



Ο κύκλος έχει δημιουργηθεί, με κέντρο το σημείο A και ακτίνα με μήκος που ορίσαμε στο πλαίσιο διαλόγου

Επιλέγουμε το εργαλείο δημιουργίας σημείου. Στη συνέχεια κάνουμε κλικ στην περιφέρεια του κύκλου ώστε να τοποθετήσουμε το σημείο

### Σχηματισμός ακτίνας στον κύκλο

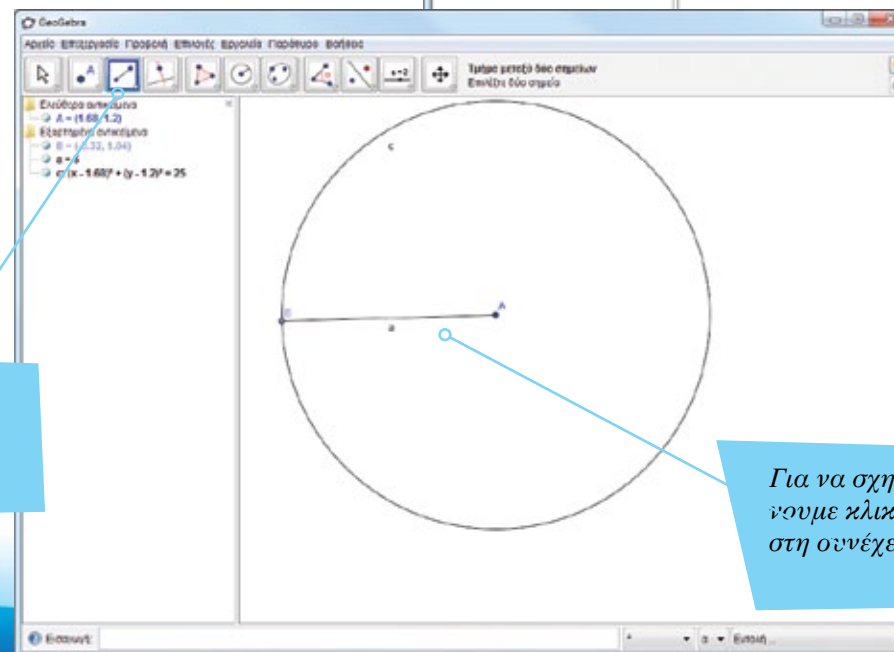
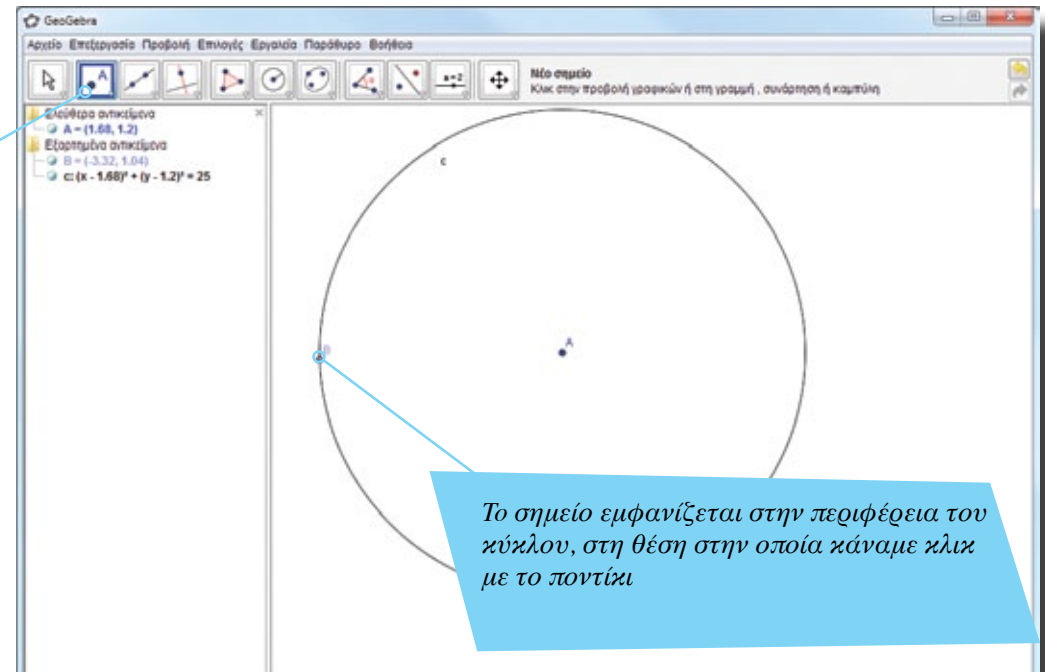
Για να σχηματίσουμε την ακτίνα, αρκεί να φέρουμε μια ευθεία από το κέντρο στην περιφέρεια. Όμως, το GeoGebra μας επιτρέπει να δημιουργήσουμε πολύ πιο δυναμικές σχέσεις ανάμεσα στα στοιχεία που εμφανίζουμε στην οθόνη.

Στο συγκεκριμένο παράδειγμα, ακολουθούμε τον ορισμό που λέει πως “η ακτίνα είναι ένα ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει το κέντρο του κύκλου με ένα σημείο στην περιφέρεια”. Επιλέγουμε το εργαλείο δημιουργίας σημείου (εικόνα πάνω) και κάνουμε κλικ στην περιφέρεια του κύκλου. Εμφανίζεται το νέο σημείο πάνω στην περιφέρεια. Στη συνέχεια, κάνουμε κλικ στο εργαλείο “Τμήμα που περνά από δύο σημεία” για να το επιλέξουμε. Ακολούθως, κάνουμε κλικ στο κέντρο του κύκλου (σημείο A) και στη συνέχεια στο σημείο B ώστε να σχηματιστεί η ακτίνα.

Για τη δημιουργία της ακτίνας, επιλέγουμε το εργαλείο δημιουργίας ευθύγραμμων τμημάτων (τμήμα που περνά από δύο σημεία)

Το σημείο εμφανίζεται στην περιφέρεια του κύκλου, στη θέση στην οποία κάναμε κλικ με το ποντίκι

Για να σχηματίσουμε την ακτίνα, κάνουμε κλικ στο ένα σημείο (π.χ. A) και στη συνέχεια στο άλλο σημείο (B)



Το σημείο “B” εξαρτάται απόλυτα από τη θέση της περιφέρειας του κύκλου, γι’ αυτό ανήκει στα “Εξαρτημένα αντικείμενα”

Το σημείο “A” εμφανίζεται κάτω από τα “Ελεύθερα αντικείμενα”. Δίπλα του εμφανίζονται οι συντεταγμένες του

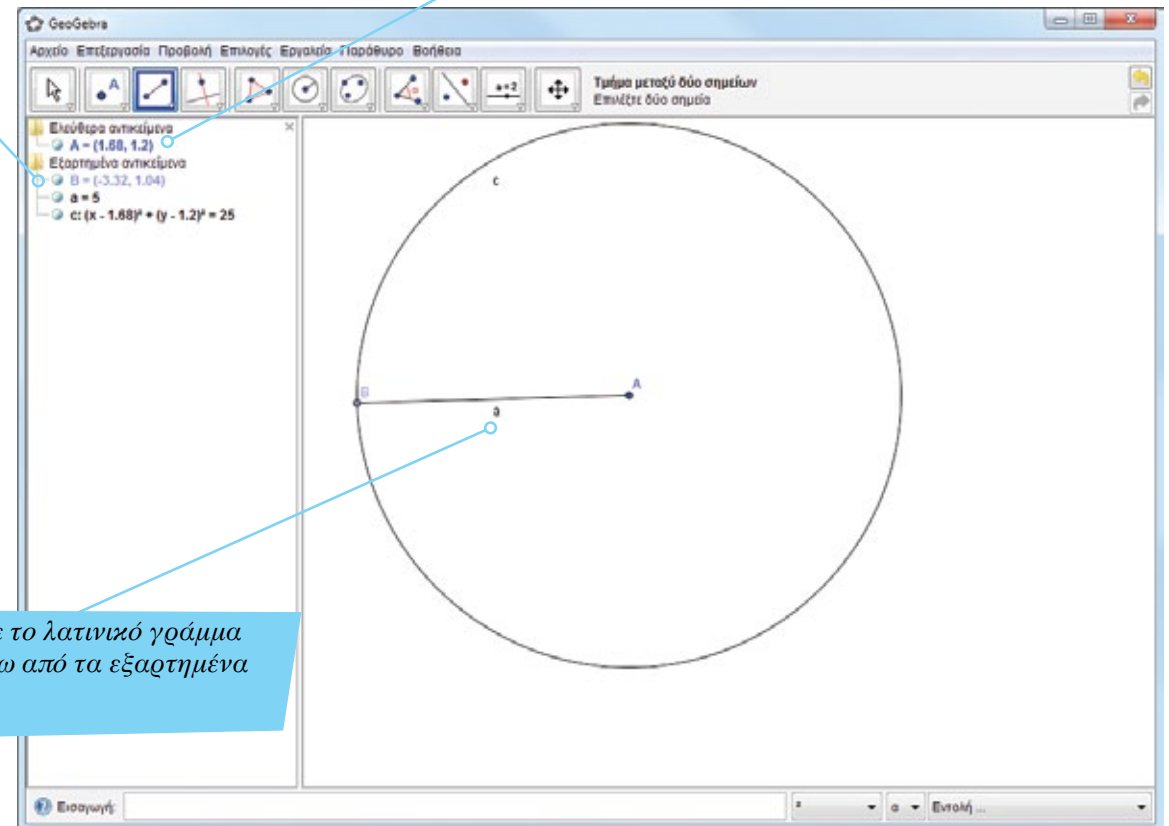
### Εξαρτημένα και Ελεύθερα αντικείμενα

Τα σημεία που προκύπτουν από δική μας επιλογή (π.χ. όταν κάνουμε κλικ με το ποντίκι στην επιφάνεια σχεδίασης) ανήκουν στα Ελεύθερα αντικείμενα, μια και η τοποθέτησή τους στην οθόνη δε σχετίζεται με άλλα σημεία ή σχήματα.

Αντίθετα, όταν τοποθετήσαμε ένα σημείο (σημείο “B”) στην περιφέρεια του κύκλου, αυτό εμφανίζεται κάτω από τα Εξαρτημένα αντικείμενα επειδή η θέση του εξαρτάται πλήρως από την περιφέρεια του κύκλου που δημιουργήθηκε βάση συγκεκριμένου σημείου κέντρου και συγκεκριμένης ακτίνας.

Στη συνέχεια θα μάθουμε πώς να τροποποιούμε ιδιότητες των εξαρτημένων αντικειμένων.

Η ακτίνα εμφανίζεται με το λατινικό γράμμα “a” και εντοπίζεται κάτω από τα εξαρτημένα αντικείμενα

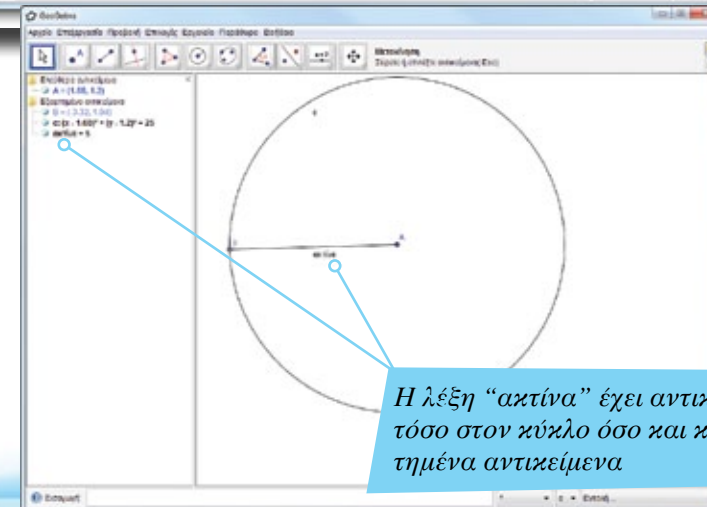
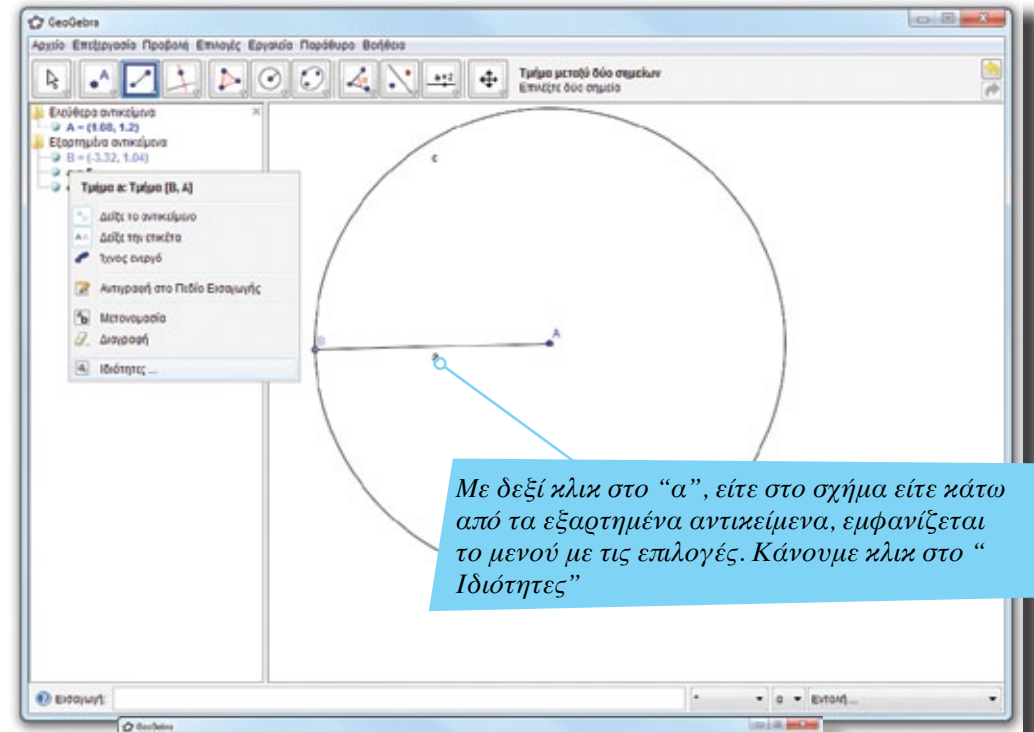
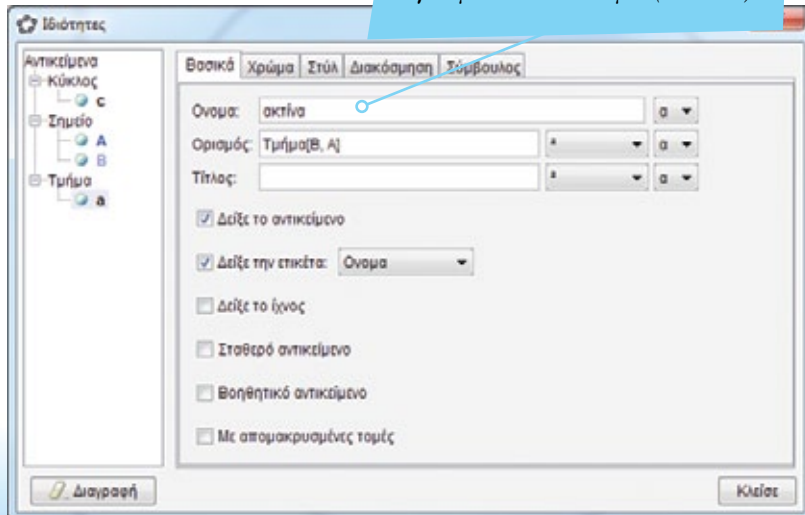




## Ιδιότητες σημείου / σχήματος

Για να μην μπερδευόμαστε με τα γράμματα μπορούμε να κάνουμε το εξής. Από την πλευρά της «Αλγεβρας» βλέπουμε ότι υπάρχουν ελεύθερα και εξαρτημένα αντικείμενα. Στα εξαρτημένα αντικείμενα είναι και η ακτίνα μας που το πρόγραμμα την ονόμασε «a». Κάνουμε δεξί κλικ πάνω στην «a» και από την αναδιπλωμένη λίστα επιλέγουμε «Ιδιότητες». Ανοίγει ένα παράθυρο διαλόγου σαν αυτό της εικόνας. Στην επιλογή όνομα σβήνουμε το «a» και γράφουμε «ακτίνα». Πατάμε «Κλείσε» και παρατηρούμε πως στη θέση του «a» στον κύκλο (αλλά και στα Εξαρτημένα αντικείμενα) εμφανίζεται πλέον η λέξη «ακτίνα»

Στο πλαίσιο αυτό πληκτρολογούμε το νέο όνομα (ακτίνα)

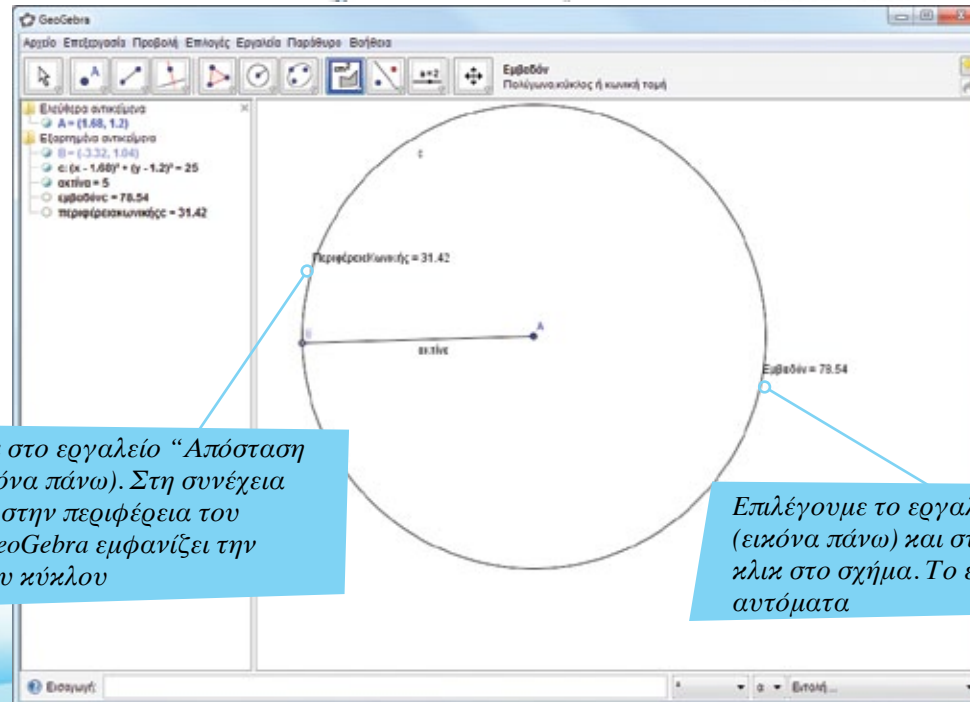
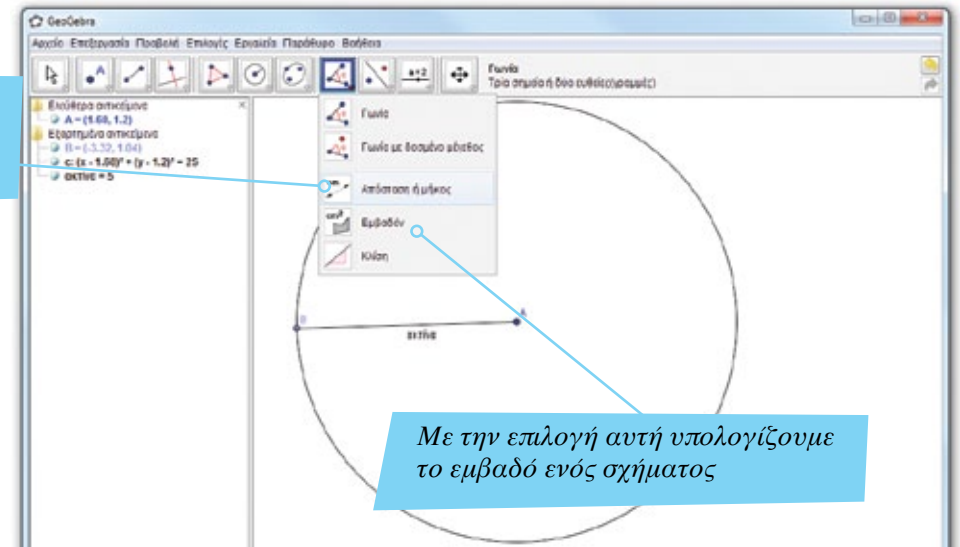


Με το εργαλείο αυτό μπορούμε να υπολογίσουμε αυτόματα την απόσταση μεταξύ δύο σημείων

## Μέτρηση μήκους και εμβαδού

Το GeoGebra επιτρέπει τον αυτόματο υπολογισμό του μήκους ή της απόστασης (ή της περιφέρειας για κύκλο) και του εμβαδού ενός σχήματος. Επιλέγουμε το εργαλείο που θέλουμε (εικόνα πάνω δεξιά) και στη συνέχεια κάνουμε κλικ στο αντικείμενο (πάνω στην πλευρά / περιφέρεια). Θα εμφανιστεί το αντίστοιχο αποτέλεσμα.

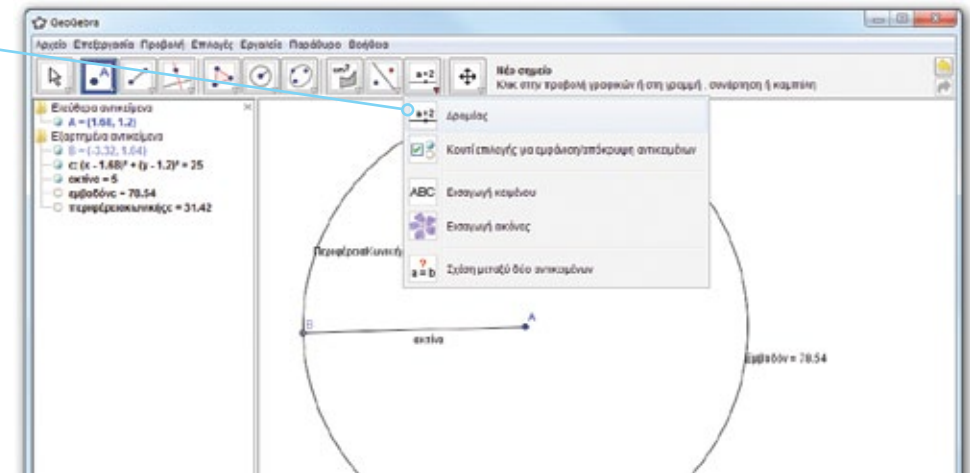
Η λειτουργία αυτή είναι πολύ βασική, για τη μελέτη σχέσεων ανάμεσα στα σχήματα. Μπορούμε, δηλαδή, να κατασκευάσουμε πολλούς κύκλους, διπλασιάζοντας την ακτίνα κάθε φορά. Στη συνέχεια, να υπολογίσουμε το εμβαδό και την περιφέρεια του κύκλου ώστε οι μαθητές να παρατηρήσουν τον τρόπο με τον οποίο αλλάζουν τα μεγέθη αυτά όταν αλλάξει η ακτίνα, και να εξαγάγουν συμπεράσματα.



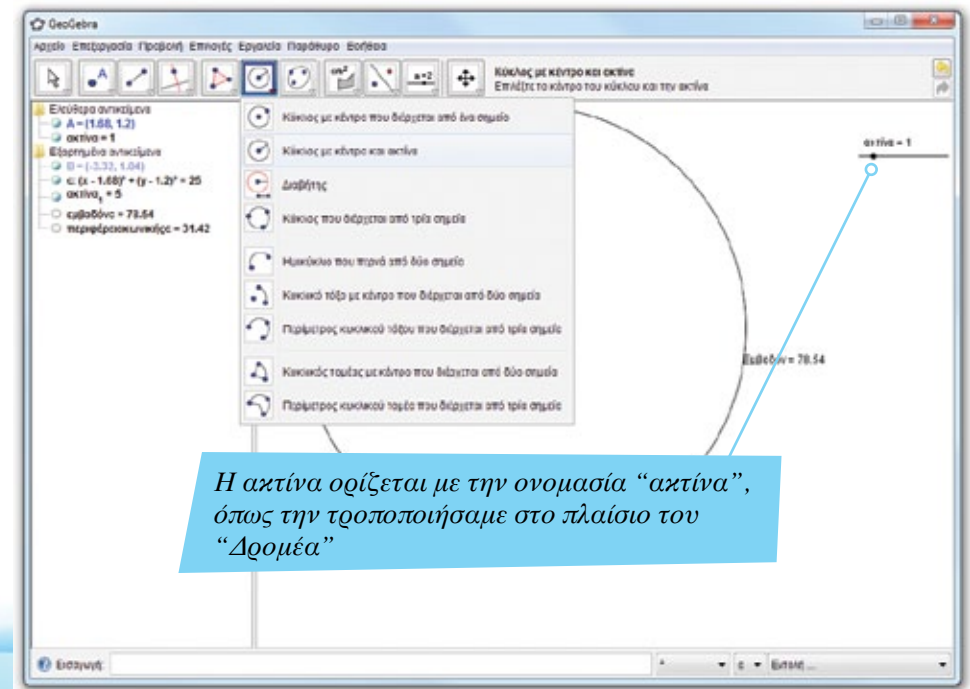
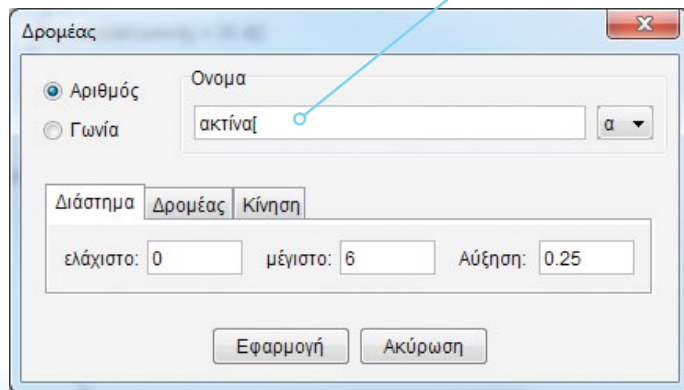
Από τη γραμμή εργαλείων επιλέγουμε την εισαγωγή «Δρομέα». Πατάμε με τον κέρσορα στην επιφάνεια σχεδιασμού και αυτόματα εμφανίζεται ένα παράθυρο διαλόγου.

### Χρήση Δρομέα για ορισμό ακτίνας

Στην προηγούμενη σελίδα γνωρίσαμε τον τρόπο κατασκευής κύκλου, αλλά και εύρεσης της περιφέρειας ενός κύκλου και του εμβαδού του. Τις διαδικασίες αυτές μπορούμε να τις εκτελέσουμε και με άλλους τρόπους, πιο σύνθετους μεν αλλά πιο εντυπωσιακούς για τους μαθητές μας. Στη συνέχεια θα γνωρίσουμε τη χρήση περισσότερων εργαλείων.

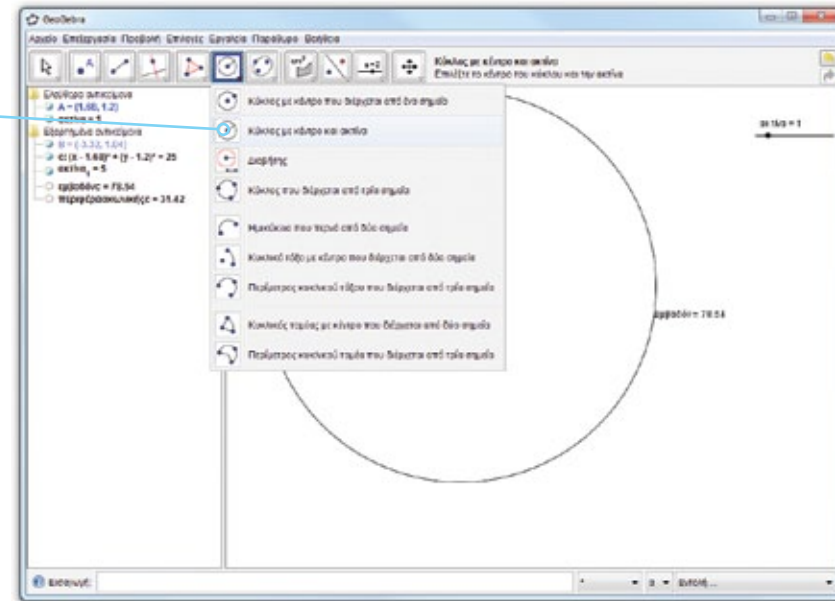


Αλλάζουμε το «όνομα» σε «ακτίνα» και ορίζουμε ως ελάχιστο:0 και μέγιστο:6 με αύξηση 0.25, έτσι ώστε η τιμή της ακτίνας να αυξομειώνεται κατά 0,25. Πατάμε «Εφαρμογή».



Η ακτίνα ορίζεται με την ονομασία “ακτίνα”, όπως την τροποποιήσαμε στο πλαίσιο του “Δρομέα”

Από τα εργαλεία γραμμής επιλέγουμε «Κύκλος με κέντρο και ακτίνα» και πατάμε κάπου στην επιφάνεια σχεδιασμού

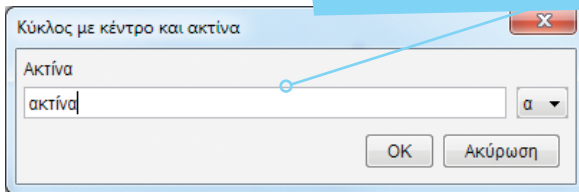


## Δημιουργία κύκλου με ορισμένη ακτίνα

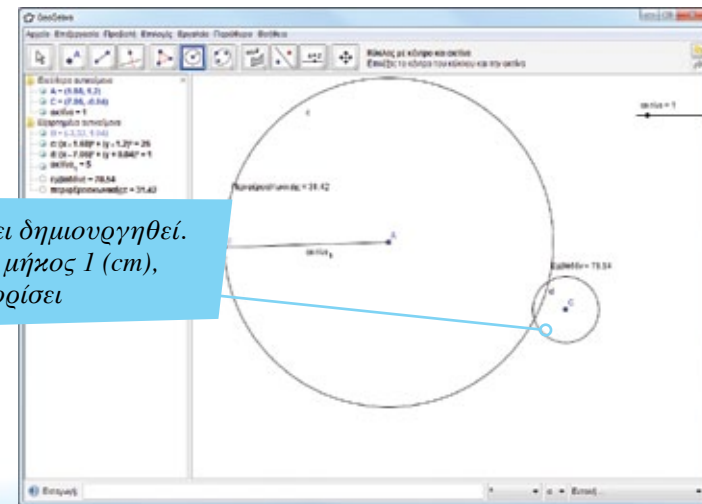
Σε προηγούμενη σελίδα έχουμε δημιουργήσει μια μεταβλητή τιμή την οποία ονομάσαμε “ακτίνα” και της δώσαμε μέγεθος 1. Όταν θα χρειαστεί να πληκτρολογήσουμε μήκος για την ακτίνα (εικόνα κάτω αριστερά), μπορούμε απλά να πληκτρολογήσουμε το όνομα της μεταβλητής (ακτίνα) ώστε να χρησιμοποιηθεί η τιμή της στην κατασκευή του κύκλου.

Οι μεταβλητές αυτές είναι πολύ χρήσιμες, μια και απλοποιούν τη διαδικασία δημιουργίας σχημάτων αλλά και μας βοηθούν να κατανοούμε καλύτερα ορισμένες τιμές που εμφανίζονται στην οθόνη, ειδικά όταν σε μια εργασία έχουμε πολλά και διαφορετικά σχήματα.

Αντί για αριθμητική τιμή, πληκτρολογούμε τη λέξη “ακτίνα”, την οποία έχουμε ορίσει σε προηγούμενη σελίδα



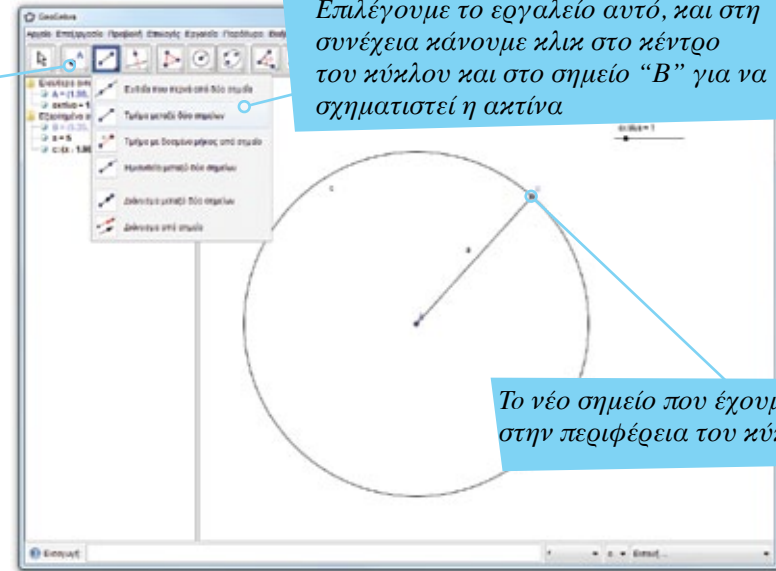
Ο νέος κύκλος έχει δημιουργηθεί. Η ακτίνα του έχει μήκος 1 (cm), όπως την έχουμε ορίσει





Κάνουμε κλικ στο εργαλείο αυτό (“Νέο σημείο”) και στη συνέχεια κάνουμε κλικ στην περιφέρεια του κύκλου για να το εμφανίσουμε

Επιλέγουμε το εργαλείο αυτό, και στη συνέχεια κάνουμε κλικ στο κέντρο του κύκλου και στο σημείο “B” για να σχηματιστεί η ακτίνα



Το νέο σημείο που έχουμε δημιουργήσει στην περιφέρεια του κύκλου μας

### Υπολογισμός διαμέτρου με εισαγωγή τύπου

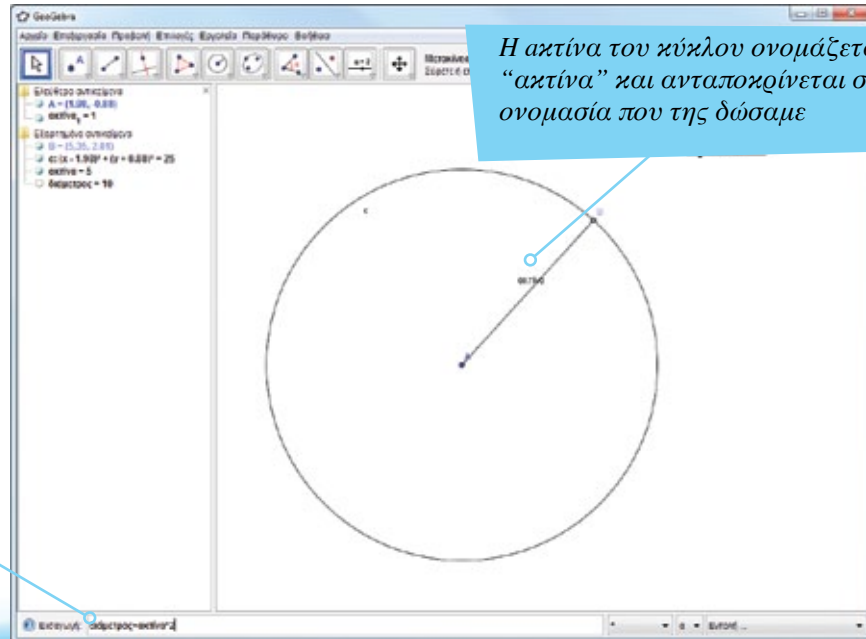
Ένα από τα σημαντικότερα εργαλεία του GeoGebra είναι και η «Εισαγωγή». Με το εργαλείο αυτό μπορούμε να εισάγουμε διαφόρων ειδών μαθηματικούς τύπους και να κάνουμε διάφορες πράξεις. Για να δούμε μια απλή του λειτουργία:

Γνωρίζουμε ότι για να βρούμε την ακτίνα αρκεί να διπλασιάσουμε τη διάμετρο.

Γράφουμε λοιπόν «διάμετρος=ακτίνα\*2»(ως σύμβολο του πολλαπλασιασμού χρησιμοποιούμε τον \*).

Βλέπουμε ότι αμέσως στα «εξαρτημένα αντικείμενα» της Άλγεβρας εμφανίζεται η «διάμετρος» με τιμή μάλιστα ανάλογη της δοθείσας ακτίνας. Επιπλέον, όσο μετακινούμε το «Δρομέα» και αυξομειώνουμε την τιμή της ακτίνας τόσο ανάλογα αυξομειώνεται και η διάμετρος.

Η ακτίνα του κύκλου ονομάζεται “ακτίνα” και ανταποκρίνεται στην ονομασία που της δώσαμε



Στο πεδίο αυτό πληκτρολογούμε τον τύπο που θα μας δώσει τη διάμετρο του κύκλου. Πληκτρολογούμε “διάμετρος = ακτίνα\*2”

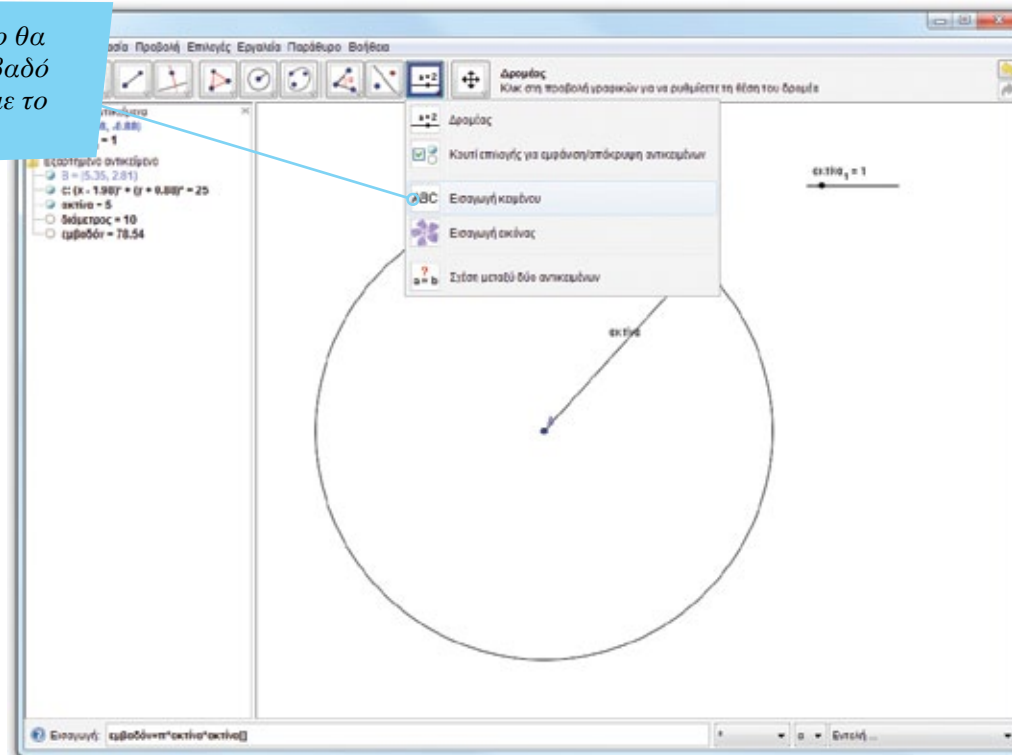
Για να προσθέσουμε κείμενο το οποίο θα λειτουργεί περιγραφικά (π.χ. “Το εμβαδό του κύκλου είναι 10 cm<sup>2</sup>”), επιλέγουμε το εργαλείο “Εισαγωγή κειμένου”

### Εισαγωγή ενημερωτικού κειμένου

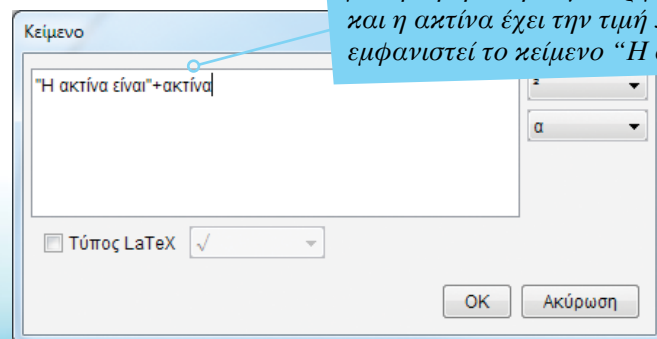
Θα μπορούσαμε να εμπλουτίσουμε ακόμα περισσότερο τη επιφάνεια σχεδιασμού με κείμενα (text) που να είναι δυναμικά και να μας ενημερώνουν για τις αριθμητικές τιμές που δώσαμε.

Επιλέγουμε λοιπόν από τη γραμμή εργαλείων (10ο εικ.) το «Κείμενο» και πατάμε μέσα στη γραμμή σχεδιασμού. Εκεί γράφουμε για την ακτίνα: “Η ακτίνα είναι:”+ακτίνα

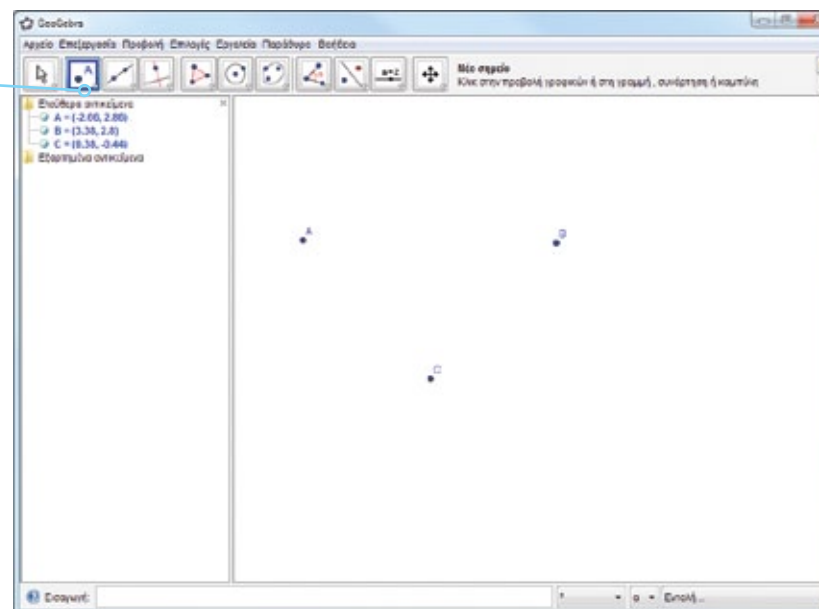
Τα εισαγωγικά μπαίνουν για να αντιληφθεί το πρόγραμμα ότι αυτό που γράφουμε είναι κείμενο. Μετά από + ή ανάμεσα σε + μπαίνουν «ελεύθερα» ή «εξαρτημένα αντικείμενα», τα οποία έχουμε ήδη ορίσει με το όνομα που τα ορίσαμε (Προσοχή στην ορθογραφία).



Το κείμενο στα εισαγωγικά εμφανίζεται ως έχει. Το υπόλοιπο κείμενο εκλαμβάνεται ως μεταβλητή. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, μια και η ακτίνα έχει την τιμή 5, στην οθόνη θα εμφανιστεί το κείμενο “Η ακτίνα είναι 5”



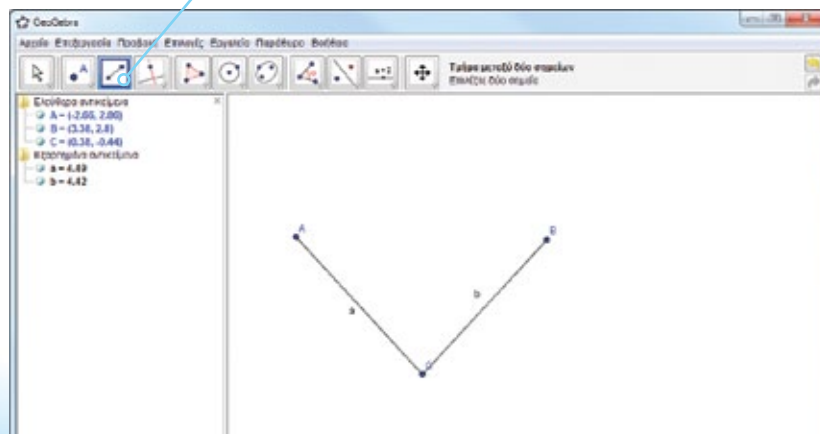
Με τη βοήθεια του εργαλείου δημιουργίας σημείων, κατασκευάζουμε τρία τυχαία σημεία στην οθόνη



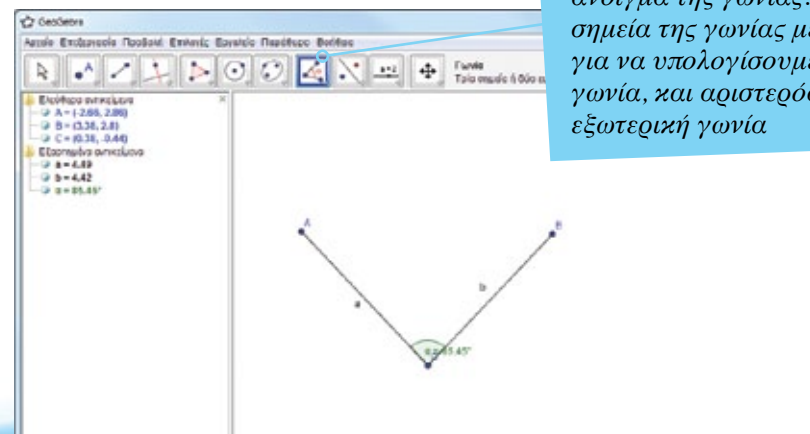
### Κατασκευή & μέτρηση γωνιών

Στην ενότητα αυτή θα φτιάξουμε ένα σχέδιο μαθήματος που θα αφορά τη δημιουργία γωνιών. Θα κατασκευάσουμε μία γωνία από κάθε είδος, δηλ. μία οξεία, μία ορθή και μία αμβλεία γωνία. Μάλιστα θα δώσουμε στους μαθητές μας να καταλάβουν ότι το μέγεθος αυτών των γωνιών είναι συγκεκριμένο (ορθή=90, αμβλεία>90 και οξεία<90), δίνοντας τους επιπλέον τη δυνατότητα να παίξουν με το άνοιγμα των γωνιών.

Με τη βοήθεια του εργαλείου αυτού σχεδιάζουμε ευθύγραμμα τμήματα ανάμεσα στα σημεία, ώστε να δημιουργηθεί μια γωνία



Με το εργαλείο αυτό υπολογίζουμε το άνοιγμα της γωνίας. Κάνουμε κλικ στα σημεία της γωνίας με δεξιόστροφη φορά για να υπολογίσουμε την εσωτερική γωνία, και αριστερόστροφη φορά για την εξωτερική γωνία

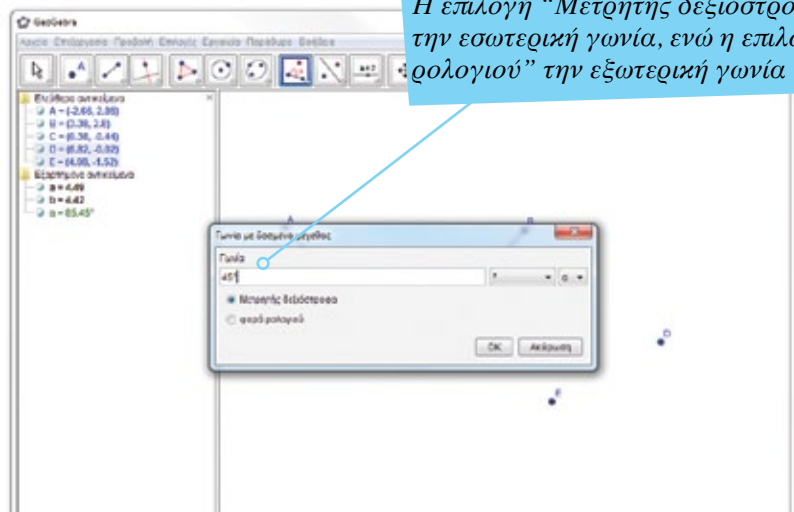
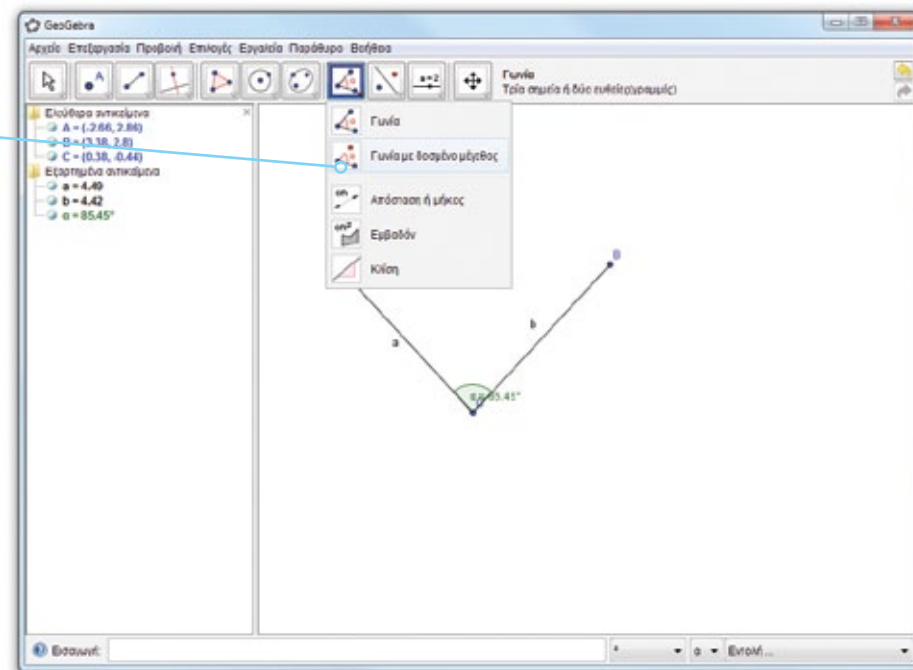


Για να δημιουργήσουμε μια γωνία με δοσμένο μέγεθος, κάνουμε κλικ στην επιλογή αυτή και στη συνέχεια κάνουμε κλικ στην επιφάνεια σχεδίασης

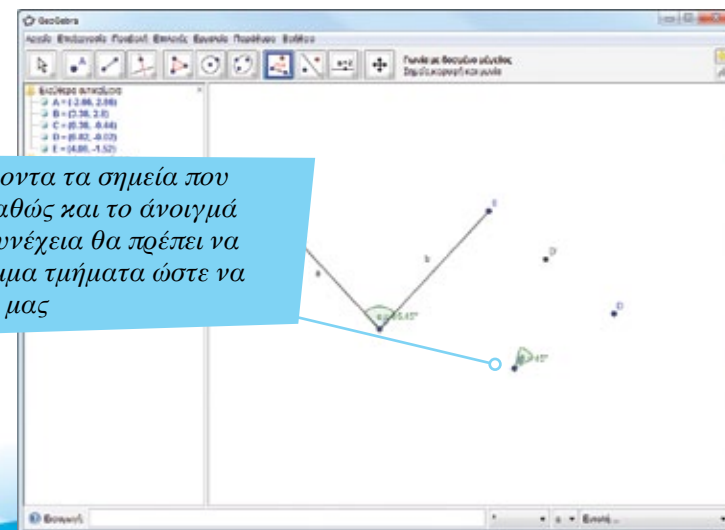
## Κατασκευή γωνίας με δοσμένο μέγεθος

Στο προηγούμενο παράδειγμα είχαμε δημιουργήσει μια γωνία αφού ορίσαμε τρία τυχαία σημεία στο χώρο. Αν θέλουμε μπορούμε να δημιουργήσουμε γωνία με συγκεκριμένο άνοιγμα, με τη βοήθεια του εργαλείου “Γωνία με δοσμένο μέγεθος”. Επιλέγουμε το εργαλείο αυτό, και κάνουμε κλικ στην επιφάνεια σχεδίασης της οθόνης. Στο πλαίσιο που εμφανίζεται (εικόνα κάτω) πληκτρολογούμε το άνοιγμα της γωνίας. Αυτόματα θα δημιουργθούν τα τρία σημεία και θα προβληθεί η γωνία σε μοίρες. Τα σημεία μπορούμε να τα συνδέσουμε με ευθύγραμμα τμήματα.

Στο πλαίσιο που εμφανίζεται, πληκτρολογούμε το το άνοιγμα της γωνίας. Η επιλογή “Μετρητής δεξιόστροφα” ορίζει την εσωτερική γωνία, ενώ η επιλογή “φορά ρολογιού” την εξωτερική γωνία



Στην οθόνη εμφανίζονται τα σημεία που ορίζουν τη γωνία, καθώς και το άνοιγμά της σε μοίρες. Στη συνέχεια θα πρέπει να φέρουμε 2 ευθύγραμμα τμήματα ώστε να σχηματιστεί η γωνία μας





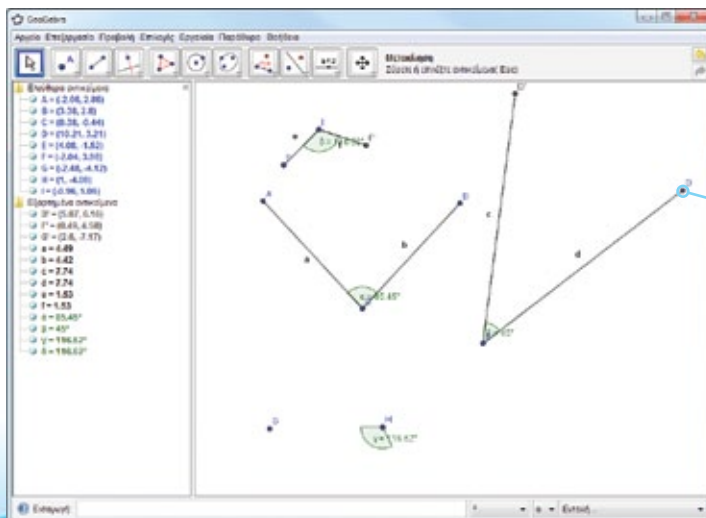
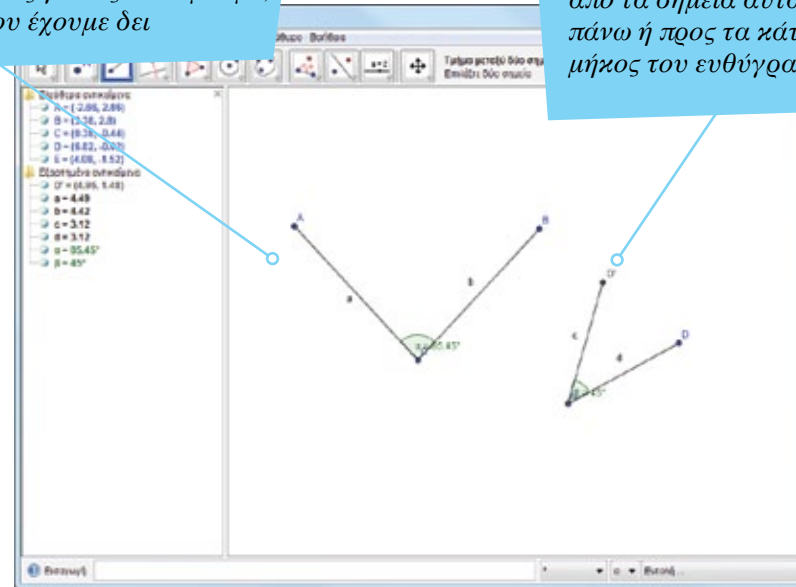
Στην επιφάνεια σχεδίασης μπορούμε να δημιουργήσουμε όσες γωνίες επιθυμούμε, με τους τρόπους που έχουμε δει

Κρατάμε το ποντίκι πατημένο σε ένα από τα σημεία αυτά και τραβάμε προς τα πάνω ή προς τα κάτω για να αυξηθεί το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος

### Δημιουργία και μελέτη γωνιών

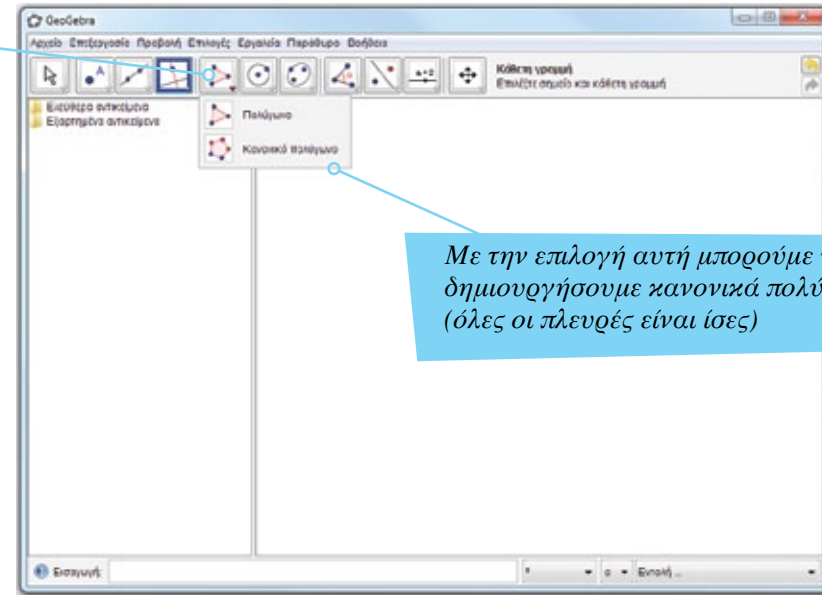
Η ευκολία με την οποία δημιουργούμε γωνίες, επιτρέπει τη μελέτη των σχέσεών τους. Μπορούμε να κατασκευάσουμε εύκολα συμπληρωματικές γωνίες οι οποίες να εφάπτονται με μια ορθή, ώστε οι μαθητές να κατανοήσουν την έννοια αυτή. Με παρόμοιο τρόπο, μπορούμε να κατασκευάσουμε παραπληρωματικές γωνίες με τη χρήση κοινών σημείων, ώστε να κατανοήσουν τη σχέση των παραπληρωματικών με τις ορθές αλλά και την ευθεία γωνία.

Ακόμη, μπορούμε να τροποποιήσουμε το μήκος των ευθυγράμμων τμημάτων που αποτελούν μια γωνία (εικόνα δεξιά και κάτω) ώστε να κατανοήσουν πως το μέγεθος αυτό δεν επηρεάζει το άνοιγμα της γωνίας.



Αν και τα ευθύγραμμα τμήματα έχουν αλλάξει, το άνοιγμα της γωνίας παραμένει το ίδιο

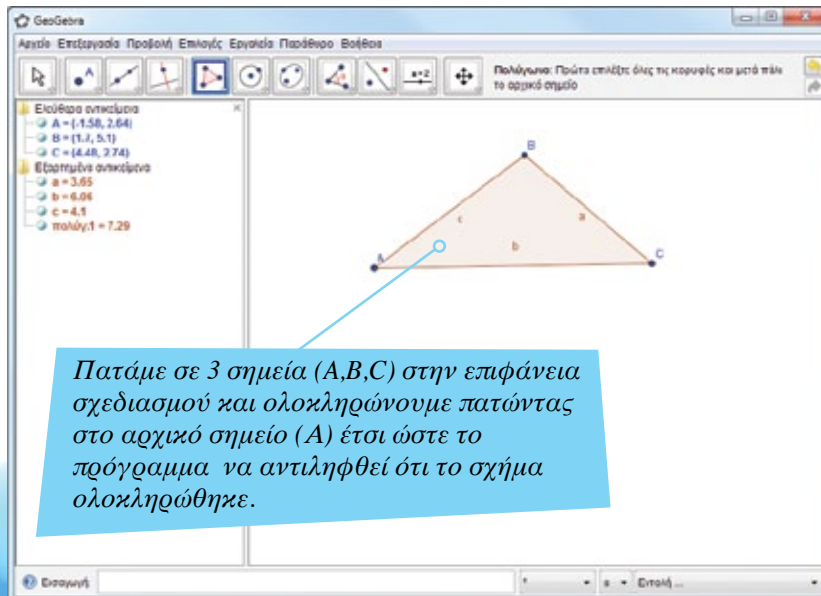
Με το εργαλείο αυτό δημιουργούμε τυχαία πολύγωνα



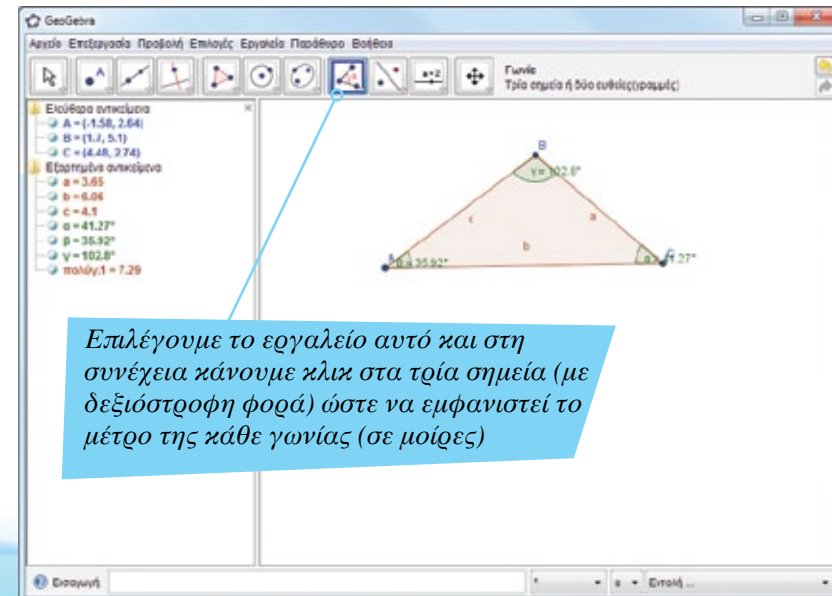
Με την επιλογή αυτή μπορούμε να δημιουργήσουμε κανονικά πολύγωνα (όλες οι πλευρές είναι ίσες)

## Σύγκριση γωνιών τριγώνων

Συνεχίζοντας τα παραδείγματα χρήσης του GeoGebra στην σχολική τάξη θα δείξουμε πώς μπορεί να σχεδιαστεί μέσω του λογισμικού η διδασκαλία της σύγκρισης γωνιών ενός τριγώνου στην τάξη. Θα σχεδιάσουμε αρχικά ένα σκαληνό τρίγωνο και εν συνεχεία θα μεταφέρουμε τις γωνίες του τριγώνου μέσα σε ένα κύκλο για να τις συγκρίνουμε. Κάνουμε κλικ στο εργαλείο "Πολύγωνα" και στη συνέχεια κάνουμε κλικ σε τρία σημεία στην επιφάνεια σχεδίασης. Για να ολοκληρωθεί το σχήμα, θα πρέπει να κάνουμε κλικ ξανά στο αρχικό σημείο.



Πατάμε σε 3 σημεία (A,B,C) στην επιφάνεια σχεδιασμού και ολοκληρώνουμε πατώντας στο αρχικό σημείο (A) έτσι ώστε το πρόγραμμα να αντιληφθεί ότι το σχήμα ολοκληρώθηκε.



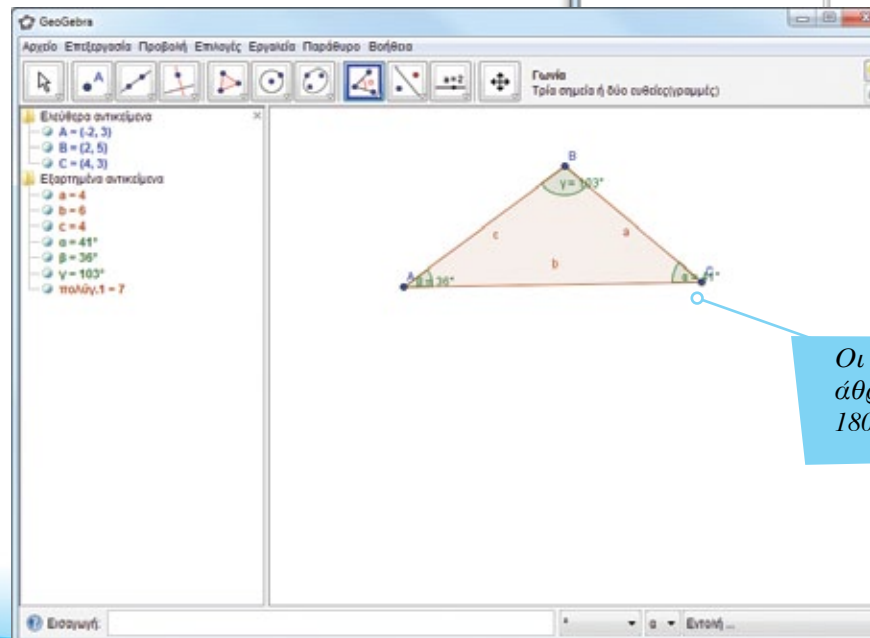
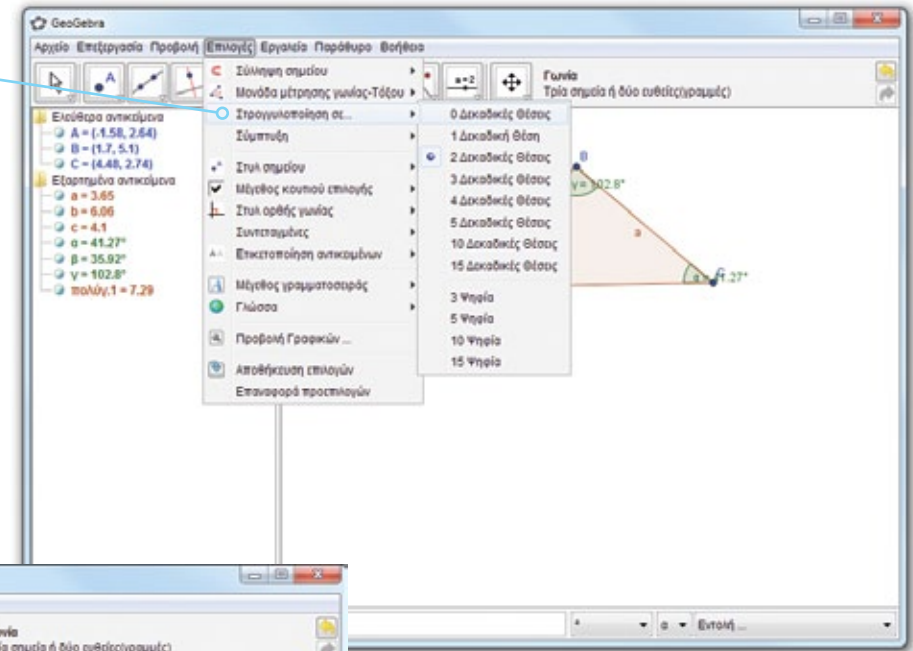
Επιλέγουμε το εργαλείο αυτό και στη συνέχεια κάνουμε κλικ στα τρία σημεία (με δεξιόστροφη φορά) ώστε να εμφανιστεί το μέτρο της κάθε γωνίας (σε μοίρες)

Από το μενού “Επιλογές”, κάνουμε κλικ στο “Στρογγυλοποίηση σε...” και στη συνέχεια επιλέγουμε “0 Δεκαδικές θέσεις”

## Στρογγυλοποίηση γωνιών τριγώνου

Στην προηγούμενη σελίδα, δημιουργήσαμε τρίγωνο και στη συνέχεια εμφανίσαμε το άνοιγμα των γωνιών του σε μοίρες. Όμως, οι γωνίες εμφανίζονται ως δεκαδικοί αριθμοί. Αν θέλουμε να γίνει στρογγυλοποίηση των αριθμών αυτών, επιλέγουμε “Στρογγυλοποίηση σε...” και στη συνέχεια επιλέγουμε “0 Δεκαδικές θέσεις” (εικόνα δεξιά).

Με τη στρογγυλοποίηση και την επιλογή για απόκρυψη (0 Δεκαδικές θέσεις) των δεκαδικών ψηφίων, το άνοιγμα των γωνιών εμφανίζεται με μορφή ακεραίων. Το άθροισμα των γωνιών είναι πάντοτε 180 μοίρες. Μπορούμε να ζητήσουμε από τους μαθητές να κατασκευάσουν τυχαία τρίγωνα στην επιφάνεια σχεδίασης, και στη συνέχεια να εμφανίσουν τις γωνίες τους. Τους ζητάμε να υπολογίσουν το άθροισμα των γωνιών του κάθε τριγώνου και να βγάλουν κάποιο συμπέρασμα. Θα παρατηρήσουν πως, όλα τα τρίγωνα, έχουν άθροισμα γωνιών 180 μοίρες!



Οι γωνίες έχουν στρογγυλοποιηθεί. Το άθροισμά τους, όμως, εξακολουθεί να είναι 180 μοίρες

Με κλικ πάνω στην κουκίδα, κάνουμε απόκρυψη από το σχήμα της γωνίας "α". Το σχήμα αλλάζει χρώμα γεμίσματος για να δηλώσει πως έχει γίνει απόκρυψή του

## Εμφάνιση & Απόκρυψη σημείων

Καθώς δημιουργούμε σχήματα και σημεία στην επιφάνεια σχεδίασης, η ανάγνωση και διάκριση των πληροφοριών γίνεται δύσκολη. Μπορούμε, χωρίς να διαγράψουμε σημεία ή άλλες πληροφορίες, να τα αποκρύψουμε. Για να γίνει απόκρυψη, κάνουμε κλικ στην κουκίδα που προηγείται του ονόματος του κάθε σημείου ή αντικειμένου, στο πλαίσιο "Ελεύθερων / Εξαρτημένων αντικειμένων".

Όταν αποκρύψουμε ένα αντικείμενο, τότε η κουκίδα του εμφανίζεται με λευκό χρώμα γεμίσματος. Κάνουμε ξανά κλικ στην κουκίδα ώστε να επανεμφανιστεί το αντικείμενο.

Έχουμε κρύψει την ένδειξη του ανοίγματος της γωνίας "α" από το σχήμα. Μπορούμε να κάνουμε κλικ στην κουκίδα του πλαισίου αριστερά για να εμφανιστεί

Όταν η κουκίδα περιέχει χρώμα γεμίσματος, δείχνει πως το σημείο / αντικείμενο είναι ορατό στην επιφάνεια σχεδίασης

Τρία σημεία ή δύο ευθείες(γραμμές)

GeoGebra

Αρχείο Επεξεργασία Προβολή Επιλογές Εργαλεία Παράθυρο Βοήθεια

Ελεύθερα αντικείμενα

- A = (-2, 3)
- B = (2, 5)
- C = (4, 3)

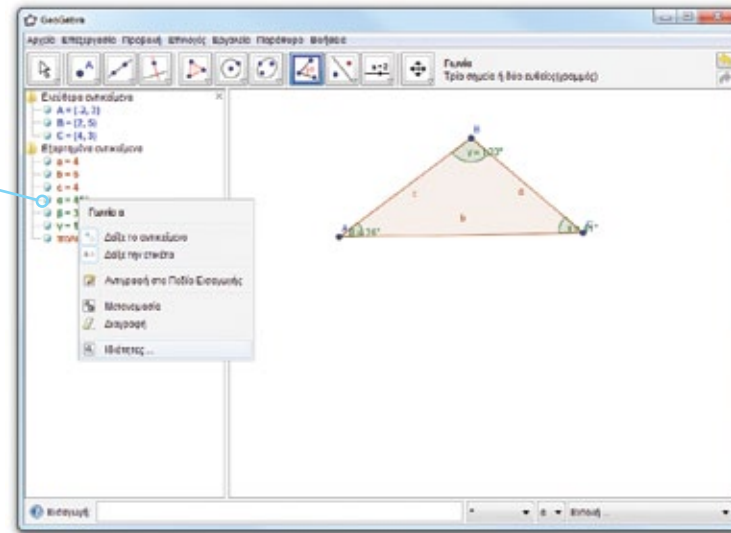
Εξαρτημένα αντικείμενα

- a = 4
- b = 6
- c = 4
- $\alpha = 41^\circ$
- $\beta = 36^\circ$
- $\gamma = 103^\circ$
- πολύγ.1 = 7

Εισαγωγή:    Εντολή ...



Για να τροποποιήσουμε τις ιδιότητες της γωνίας  $\alpha$ , κάνουμε δεξί κλικ πάνω της για να εμφανιστεί το μενού. Στη συνέχεια κάνουμε κλικ στην επιλογή “Ιδιότητες”

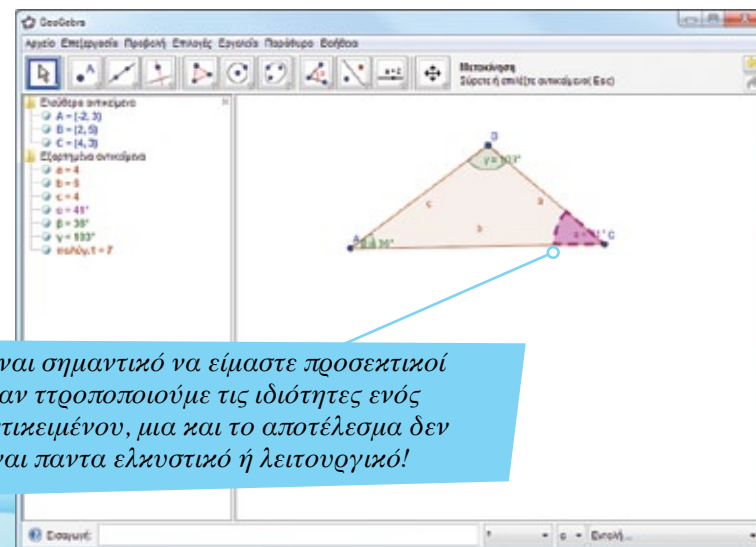
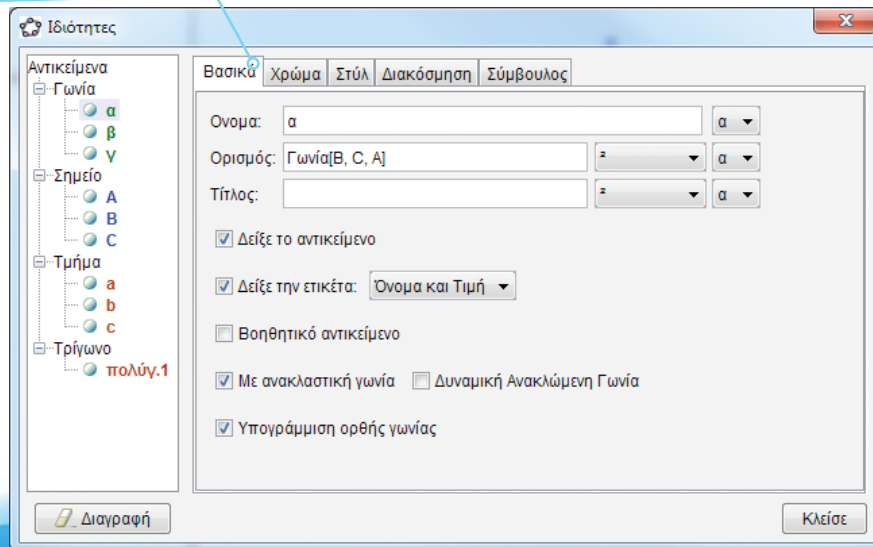


### Ιδιότητες αντικειμένων

Μεγάλη σημασία πρέπει να δοθεί και στις «ιδιότητες» ενός αντικειμένου. Η εμφάνισή του θα πρέπει να είναι η καλύτερη δυνατή. Παρακάτω θα δούμε πώς μπορούμε να βελτιώσουμε την εμφάνιση του τριγώνου που φτιάξαμε.

Μπορούμε να παίξουμε και με τις υπόλοιπες επιλογές του μενού «Ιδιότητες» φτιάχνοντας την εικόνα όλων των αντικειμένων μας.

Από τις επιλογές των κουμπιών αυτών, μπορούμε να τροποποιήσουμε τα πάντα - ακόμη και το χρώμα, το είδος της γραμμής, την εμφάνιση ή όχι αριθμού κ.α.



Είναι σημαντικό να είμαστε προσεκτικοί όταν τροποποιούμε τις ιδιότητες ενός αντικειμένου, μια και το αποτέλεσμα δεν είναι πάντα ελκυστικό ή λειτουργικό!

**Σ' αυτό το μάθημα:**

- **γνωρίσαμε βασικές πληροφορίες για το GeoGebra**
- **μάθαμε τον τρόπο με τον οποίο δημιουργούμε ευθύγραμμα τμήματα, ευθείες κύκλους**
- **μάθαμε τον τρόπο υπολογισμού μήκους, περιφέρειας και εμβαδού με τη χρήση εργαλείων**
- **μάθαμε τον τρόπο αυτόματων υπολογισμών με την εισαγωγή μαθηματικών τύπων**
- **γνωρίσαμε τον τρόπο κατασκευής και μέτρησης γωνιών**
- **γνωρίσαμε παραδείγματα αξιοποίησης του GeoGebra για διδασκαλία βασικών εννοιών της Γεωμετρίας**