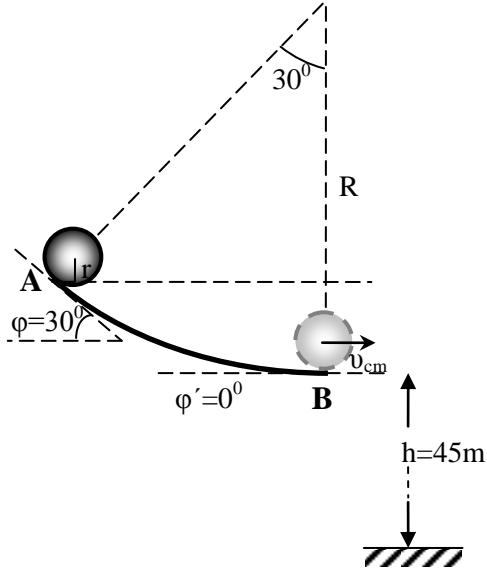


ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΒΑΣΙΛΗΣ ΞΑΝΘΟΠΟΥΛΟΣ 2011

ΔΡΑΜΑ 3 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2011

ΦΥΣΙΚΗ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

Ένας διάδρομος έχει σχήμα τόξου με επίκεντρη γωνία 30° και είναι τοποθετημένος έτσι ώστε το επίπεδο του να ταυτίζεται με το κατακόρυφο επίπεδο. Στο ένα άκρο A ο διάδρομος σχηματίζει γωνία 30° με το οριζόντιο επίπεδο, ενώ στο άλλο σχηματίζει γωνία 0° (είναι οριζόντιος). Αφήνουμε από το άκρο A του διαδρόμου ένα δίσκο, ο οποίος κυλά χωρίς να γλιστρά από το A στο B και κατόπιν πέφτει στο έδαφος.



α) Πόση είναι η αρχική επιτάχυνση που αποκτά το κέντρο μάζας του δίσκου στο σημείο A, τη στιγμή που αφήνεται ελεύθερος;

β) Πόσος είναι ο συντελεστής οριακής τριβής μ_s των επιφανειών δαπέδου – δίσκου, αν ξέρουμε ότι στο A η στατική τριβή που δέχεται ο δίσκος έχει την οριακή της τιμή.

γ) Αν το λόγος της ακτίνας του δίσκου προς την ακτίνα του διαδρόμου είναι: $r/R = 1/120$, πόσες πλήρεις περιστροφές θα εκτελέσει ο δίσκος κατά την κίνηση του από το A στο B;

δ) Να αποδείξετε ότι κατά τη διάρκεια της πτώσης του από το άκρο B μέχρι το έδαφος, το εκάστοτε κατώτερο σημείο του δίσκου έχει πάντα κατακόρυφη ταχύτητα και να υπολογίσετε το μέτρο της τη στιγμή που κτυπά στο έδαφος, αν το σημείο B βρίσκεται σε ύψος $h = 45$ μέτρων.

Θεωρείστε: α) $g = 10 \text{ m/s}^2$

β) Η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς άξονα που περνά από το κέντρο του και είναι κάθετος σ' αυτόν δίνεται από τη σχέση: $I_{cm} = \frac{1}{2} mr^2$

γ) $\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$ και

δ) ότι η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα καθ' όλη τη διάρκεια της κίνησης του δίσκου.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΛΥΣΗ

α) Τη στιγμή που βρίσκεται στο σημείο Α ο διάδρομος σχηματίζει γωνία 30^0 με το οριζόντιο επίπεδο. Οπότε:

$$\Sigma F = ma_{cm} \Leftrightarrow W_x - T = ma_{cm} \Leftrightarrow mg\eta\mu 30^0 - T = ma_{cm} \quad (I)$$

$$\Sigma \tau = I\alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow Tr = \frac{1}{2}mr^2\alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow T = \frac{1}{2}mr\alpha_{\gamma\omega\nu} \quad (II)$$

$$a_{cm} = a_{\gamma\omega\nu} \cdot r \quad (III)$$

$$\text{Από (I), (II), (III) έχουμε: } a_{cm} = \frac{2g\eta\mu 30^0}{3} \Leftrightarrow a_{cm} = \frac{10}{3} m/s^2$$

$$\beta) \text{ Έχουμε: } \mu_s = \frac{T_{op}}{N} = \frac{\frac{1}{2}ma_{cm}}{mg\sigma\nu\nu 30^0} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{10}{3}}{10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{3\sqrt{3}} \Leftrightarrow \mu_s = \frac{\sqrt{3}}{9}$$

γ) Το μήκος του διαδρόμου που διαγράφει το κέντρο μάζας είναι $s = \theta(R-r)$ (όπου θ : η επίκεντρο γωνία μετρημένη σε rad)

$$\text{Άρα } s = \frac{\pi}{6}(R-r)$$

Η περιφέρεια του δίσκου έχει μήκος $s' = 2\pi r$

Άρα ο αριθμός των περιστροφών θα είναι:

$$N = \frac{s}{s'} = \frac{\frac{\pi}{6}(R-r)}{2\pi r} = \frac{1}{12} \cdot \frac{R-r}{r} = \frac{1}{12} \cdot \left(\frac{R}{r} - 1\right) = \frac{1}{12} \cdot (120 - 1) = 10 - \frac{1}{12}$$

δ) Όταν φτάνει στο σημείο Β ξέρουμε ότι το κατώτερο σημείο του δίσκου είναι ακίνητο διότι η ταχύτητα v_{cm} λόγω της μεταφορικής του κίνησης εξουδετερώνεται από την γραμμική ταχύτητα ωr λόγω της στροφικής του.

Δηλ.: $v_{cm} = \omega r$ (κατά μέτρο)

Κατά τη πτώση του όμως από το Β στο έδαφος ο δίσκος θα εκτελέσει οριζόντια βολή. Αυτό σημαίνει ότι μεταφορικά θα εκτελέσει δύο κινήσεις:

- i) μια οριζόντια ευθύγραμμη ομαλή, οπότε $v_x = v_{cm} = \text{σταθερή}$ και
- ii) μια κατακόρυφη ελεύθερη πτώση.

Ταυτόχρονα όμως ο δίσκος θα

εκτελέσει στροφικά ομαλή κυκλική κίνηση (αφού η μοναδική δύναμη είναι το βάρος το οποίο δεν έχει ροπή ως προς το κέντρο μάζας του). Άρα η γωνιακή ταχύτητα κατά τη διάρκεια της πτώσης δεν θα αλλάξει, και για το κατώτερο σημείο θα έχουμε για κάθε χρονική στιγμή: $\omega r = v_{cm} = v_x$ (κατά μέτρο).

Άρα στο κατώτερο σημείο η γραμμική ταχύτητα ωr θα συνεχίσει να εξουδετερώνει τη συνιστώσα v_x και η μοναδική συνιστώσα της ταχύτητας που θα παραμείνει θα είναι η κατακόρυφη συνιστώσα v_y .

Οπότε στον κατακόρυφο άξονα εφαρμόζοντας τις εξισώσεις της ελεύθερης πτώσης:

$$h_2 = \frac{1}{2}gt^2 \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 45}{10}} \Leftrightarrow t = 3s \text{ και}$$

$$v_y = gt = 10 \cdot 3 \Leftrightarrow v_y = 30 m/s$$

