Α΄ Γυμνασίου

Μαθηματικό Επαναληπτικό Φυλλάδιο

- Ερωτήσεις Θεωρίας με Απαντήσεις
- Επαναληπτικά Θέματα για Εξετάσεις
- Διαγωνίσματα
- Θέματα Τοπικών Διαγωνισμών

Μαθηματικές Παρουσιάσεις
http://www.perikentro.blogspot.gr/

Επιμέλεια: Κώστας Κουτσοβασίλης

Το φυλλάδιο αυτό απευθύνεται στους μαθητές της
Α΄ Γυμνασίου.

Περιέχει:

- Όλη τη Θεωρία με μορφή Ερωτήσεων – Απαντήσεων
- Επαναληπτικά Συνδυαστικά Θέματα για τις Εξετάσεις
- Διαγωνίσματα
- Θέματα Τοπικών Μαθητικών Διαγωνισμών από παραρτήματα της Ε.Μ.Ε

Ο στόχος του είναι να δώσει στους μαθητές λίγη βοήθεια ώστε να οργανώσουν τις επαναλήψεις τους.

Δεν αντικαθιστά το σχολικό βιβλίο. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί σαν βοήθημα για παράλληλο διάβασμα.

Για τυχόν παρατηρήσεις , σχόλια , διορθώσεις , προτάσεις ή οτιδήποτε άλλο επικοινωνήστε στο
email: perikentrokk@gmail.com

Φεβρουάριος 2019

Κώστας Κουτσοβασίλης

Μέρος Α'-Αριθμητική-Άλγεβρα

Κεφάλαιο 1ο-Οι φυσικοί αριθμοί

Α.1.1. Φυσικοί αριθμοί-Διάταξη Φυσικών-Στρογγυλοποίηση

Ερώτηση 1. Ποιοι αριθμοί λέγονται φυσικοί;

Απάντηση

Οι αριθμοί 0, 1, 2, 3, 4, 5,.........98, 99, 100........2017,2018....... ονομάζονται φυσικοί αριθμοί. Κάθε φυσικός αριθμός έχει έναν επόμενο και ένα προηγούμενο φυσικό αριθμό, εκτός από το 0 που έχει μόνο επόμενο, το 1.

Ερώτηση 2. Ποιοι αριθμοί λέγονται άρτιοι (ζυγοί); Ποιοι λέγονται περιττοί (μονοί);

Απάντηση

- Άρτιοι λέγονται οι φυσικοί αριθμοί που διαιρούνται με το 2
- Περιττοί λέγονται οι φυσικοί αριθμοί που δεν διαιρούνται με το 2

Ερώτηση 3. Τι είναι το δεκαδικό σύστημα αρίθμησης;

Απάντηση

Το δεκαδικό σύστημα αρίθμησης είναι ένα σύστημα αρίθμησης με βάση το δέκα (10).

Δίνει τη δυνατότητα να σχηματίσουμε το απεριόριστο πλήθος των φυσικών αριθμών χρησιμοποιώντας μόνο τα δέκα γνωστά ψηφία: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9.

Ερώτηση 4. Τι σημαίνει σύγκριση δυο φυσικών αριθμών; Ποια σύμβολα χρησιμοποιούμε;

Απάντηση

Σύγκριση δύο φυσικών αριθμών σημαίνει να βρούμε αν αυτοί

είναι ίσοι ή αν δεν είναι να βρούμε ποιος είναι μεγαλύτερος.
Τα σύμβολα που χρησιμοποιούμε είναι:

- Το = που σημαίνει ''ίσος με''
- Το < που σημαίνει ''μικρότερος από ''
- Το > που σημαίνει ''μεγαλύτερος από ''

Ερώτηση 5. Πως διατάσσουμε τους φυσικούς αριθμούς;

Απάντηση

Τους φυσικούς αριθμούς μπορούμε να τους διατάξουμε από το μικρότερο προς τον μεγαλύτερο δηλαδή σε αύξουσα σειρά.
π.χ. 0<1<2<3<...<99<100<...<2017<2018<...

Ερώτηση 6. Τι είναι η στρογγυλοποίηση; Πώς στρογγυλοποιούμε έναν φυσικό αριθμό;

Απάντηση

- Στρογγυλοποίηση ονομάζουμε τη διαδικασία με την οποία αντικαθιστούμε ένα φυσικό αριθμό με μια προσέγγισή του, δηλαδή με κάποιον άλλο λίγο μικρότερο ή λίγο μεγαλύτερο του.
- Για να στρογγυλοποιήσουμε ένα φυσικό αριθμό:
  - √ Προσδιορίζουμε τη τάξη στην οποία θα γίνει η στρογγυλοποίηση.
  - √ Εξετάζουμε το ψηφίο της αμέσως μικρότερης τάξης.
  - √ Αν αυτό είναι μικρότερο του 5 (δηλαδή 0, 1, 2, 3 ή 4), το ψηφίο αυτό και όλα τα ψηφία των μικρότερων τάξεων **μηδενίζονται.**
  - √ Αν είναι **μεγαλύτερο ή ίσο** του **5** (δηλαδή **5, 6, 7, 8 ή 9**), το ψηφίο αυτό και όλα τα ψηφία των μικρότερων τάξεων αντικαθίστανται από το μηδέν και το ψηφίο της τάξης στρογγυλοποίησης **αυξάνεται κατά 1.**

Α.1.2 Πρόσθεση, αφαίρεση ,πολλαπλασιασμός φυσικών αριθμών

Ερώτηση 7. Ποια πράξη ονομάζεται πρόσθεση δύο φυσικών αριθμών α και β;
Ποιες είναι οι ιδιότητες της πρόσθεσης;

Απάντηση

- Πρόσθεση είναι η πράξη με την οποία από δύο φυσικούς αριθμούς α και β που λέγονται προσθετέοι, βρίσκουμε έναν τρίτο φυσικό αριθμό γ που λέγεται άθροισμα.

$$\underbrace{\alpha + \beta}_{\text{όροι}} = \underbrace{\gamma}_{\text{άθροισμα}}$$

- Ιδιότητες:
  - √ Το άθροισμα ενός φυσικού αριθμού με το μηδέν ισούται με τον ίδιο αριθμό. (Το 0 είναι ουδέτερο στοιχείο) $\alpha + 0 = 0 + \alpha = \alpha$
  - √ Αντιμεταθετική ιδιότητα (Μπορούμε να αλλάζουμε τη σειρά των δύο προσθετέων ενός αθροίσματος) $\alpha + \beta = \beta + \alpha$
  - √ Προσεταιριστική ιδιότητα (Μπορούμε να αντικαθιστούμε προσθετέους με το άθροισμά τους) $(\alpha + \beta) + \gamma = \alpha + (\beta + \gamma)$

Ερώτηση 8. Ποια πράξη ονομάζεται αφαίρεση;
Πώς λέγονται οι αριθμοί που μετέχουν σε μια αφαίρεση και πώς το αποτέλεσμα της ;

Απάντηση

- Αφαίρεση είναι η πράξη με την οποία ,όταν δίνονται δύο αριθμοί Μ και Α βρίσκουμε έναν αριθμό Δ ο οποίος όταν προστεθεί στο Α δίνει το Μ δηλαδή $M - A = \Delta$ διότι $\Delta + A = M$
- Ο αριθμός Μ λέγεται μειωτέος
- Ο αριθμός Α λέγεται αφαιρετέος
- Ο αριθμός Δ (το αποτέλεσμα) λέγεται διαφορά.

Ερώτηση 9. Ποια η σχέση μειωτέου και αφαιρετέου;

Απάντηση

Στους φυσικούς αριθμούς ο αφαιρετέος Α πρέπει να είναι πάντα μικρότερος ή ίσος του μειωτέου Μ.

Σε αντίθετη περίπτωση η πράξη της αφαίρεσης δεν είναι δυνατόν να εκτελεστεί.

Ερώτηση 10. Ποια πράξη λέγεται πολλαπλασιασμός;
Πώς ονομάζονται οι αριθμοί που συμμετέχουν σ΄ αυτή;

Απάντηση

Πολλαπλασιασμός είναι η πράξη με την οποία από δύο φυσικούς αριθμούς α και β βρίσκουμε έναν τρίτο φυσικό αριθμό γ που λέγεται γινόμενο.

Οι αριθμοί α και β λέγονται παράγοντες

παράγοντες γινόμενο

$$\alpha \cdot \beta = \gamma$$

Ερώτηση 11. Ποιες είναι οι ιδιότητες του πολλαπλασιασμού;

Απάντηση

- √ Το γινόμενο ενός φυσικού αριθμού με τη μονάδα ισούται με τον ίδιο αριθμό. $\alpha \cdot 1 = 1 \cdot \alpha = \alpha$
- √ Αντιμεταθετική ιδιότητα (Μπορούμε να αλλάζουμε τη σειρά των παραγόντων ενός γινομένου) $\alpha \cdot \beta = \beta \cdot \alpha$
- √ Προσεταιριστική ιδιότητα $(\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma = \alpha \cdot (\beta \cdot \gamma)$
- √ Επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση και την αφαίρεση $\alpha \cdot (\beta \pm \gamma) = \alpha \cdot \beta \pm \alpha \cdot \gamma$
- √ Το γινόμενο ενός φυσικού αριθμού επί το μηδέν ισούται με το μηδέν $\alpha \cdot 0 = 0 \cdot \alpha = 0$

Α.1.3. Δυνάμεις φυσικών αριθμών

Ερώτηση 12. Τι ονομάζεται νιοστή δύναμη του φυσικού αριθμού α;

Απάντηση

Το γινόμενο **α·α·α· … · α**, που έχει **ν** παράγοντες ίσους με το **α**, λέγεται **δύναμη του α στη ν** ή **νιοστή δύναμη του α** και συμβολίζεται με α^{ν}.

Ο αριθμός **α** λέγεται **βάση της δύναμης** και ο **ν** λέγεται **εκθέτης**.

Σχόλια

√ Η **δύναμη** του αριθμού στη **δευτέρα** δηλαδή το α^2 λέγεται και **τετράγωνο του α.**

√ Η **δύναμη** του αριθμού στην **τρίτη** δηλαδή το α^3 λέγεται και **κύβος του α.**

√ Το α^1 δηλαδή η **πρώτη δύναμη** ενός αριθμού α είναι **ο ίδιος αριθμός α**

√ Οι δυνάμεις του 1 δηλαδή το 1^{ν} είναι όλες ίσες με 1.

Ερώτηση 13. Τι ονομάζεται αριθμητική παράσταση; Ποια είναι η σειρά προτεραιότητας των πράξεων;

Απάντηση

• **Αριθμητική παράσταση** λέγεται κάθε σειρά αριθμών που συνδέονται μεταξύ τους με τα σύμβολα των πράξεων.

• 1. Υπολογισμός δυνάμεων.
 2. Εκτέλεση πολλαπλασιασμών και διαιρέσεων.
 3. Εκτέλεση προσθέσεων και αφαιρέσεων.

√ Αν υπάρχουν παρενθέσεις ,εκτελούμε πρώτα τις πράξεις μέσα στις παρενθέσεις με την παραπάνω σειρά.

Α.1.4. Ευκλείδεια διαίρεση- Διαιρετότητα

Ερώτηση 14. Τι ονομάζεται Ευκλείδεια διαίρεση; Ποιος είναι ο διαιρετέος; Ποιος ο διαιρέτης; Τι ονομάζεται πηλίκο και τι υπόλοιπο;

Απάντηση

Όταν δοθούν δύο φυσικοί αριθμοί Δ και δ, τότε υπάρχουν δύο άλλοι φυσικοί αριθμοί π και υ, έτσι ώστε να ισχύει: $\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon$

Ο αριθμός **Δ** λέγεται **διαιρετέος**, ο **δ** λέγεται **διαιρέτης**, ο αριθμός **π** ονομάζεται **πηλίκο** και το **υ υπόλοιπο** της διαίρεσης.

Σχόλια

Το υπόλοιπο είναι αριθμός πάντα μικρότερος του διαιρέτη $\upsilon < \delta$

Η διαίρεση της παραπάνω μορφής λέγεται Ευκλείδεια διαίρεση.

Αν το υπόλοιπο είναι 0, τότε η διαίρεση λέγεται **τέλεια**

Στους φυσικούς αριθμούς η τέλεια διαίρεση είναι πράξη **αντίστροφη** του πολλαπλασιασμού δηλαδή:

$$\text{αν } \Delta = \delta \cdot \pi \text{ τότε } \Delta : \delta = \pi \quad \text{ή} \quad \Delta : \pi = \delta$$

- √ Ο διαιρέτης δ μιας διαίρεσης δεν μπορεί να είναι 0 $\delta \neq 0$
- √ Όταν Δ=δ τότε το πηλίκο π= 1 $\alpha : \alpha = 1$
- √ Όταν δ=1 τότε Δ=π $\alpha : 1 = \alpha$
- √ Όταν Δ=0 τότε π=0 $0 : \alpha = 0$

Α.1.5 Χαρακτήρες διαιρετότητας-ΜΚΔ-ΕΚΠ-Ανάλυση αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων

Ερώτηση 15. Ποιοι αριθμοί λέγονται πολλαπλάσια ενός φυσικού αριθμού α; Τι ονομάζεται Ε.Κ.Π. δύο ή περισσοτέρων αριθμών;

Απάντηση

• Πολλαπλάσια ενός φυσικού αριθμού α είναι οι αριθμοί που προκύπτουν από τον πολλαπλασιασμό του με όλους τους φυσικούς αριθμούς. $0, α, 2α, 3α, 4α, \ldots$

Σχόλια

√ Κάθε φυσικός αριθμός διαιρεί τα πολλαπλάσιά του

√ Κάθε φυσικός που διαιρείται από άλλον είναι πολλαπλάσιό του.

√ Αν ένας φυσικός διαιρεί έναν άλλο θα διαιρεί και τα πολλαπλάσιά του.

• Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο **(ΕΚΠ)** δύο ή περισσοτέρων αριθμών $(\neq 0)$ ονομάζεται το μικρότερο$(\neq 0)$από τα κοινά πολλαπλάσια των αριθμών αυτών.

Ερώτηση 16. Ποιοι αριθμοί λέγονται διαιρέτες ενός φυσικού αριθμού α;

Απάντηση

Διαιρέτες ενός φυσικού αριθμού α λέγονται όλοι οι αριθμοί που τον διαιρούν.

√ **Σχόλιο:** Κάθε αριθμός α έχει διαιρέτες τους αριθμούς 1 και α.

Ερώτηση 17. Τι ονομάζεται ΜΚΔ δύο αριθμών α και β;

Απάντηση

Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης των αριθμών α και β λέγεται ο μεγαλύτερος από τους κοινούς διαιρέτες των α και β και συμβολίζεται ΜΚΔ (α, β)

Ερώτηση 18. Πότε ένας αριθμός λέγεται πρώτος και πότε σύνθετος;
Πότε δυο αριθμοί λέγονται πρώτοι μεταξύ τους;

Απάντηση

• Ένας αριθμός, εκτός από το 1, που έχει διαιρέτες μόνο τον εαυτό του και το 1 λέγεται πρώτος αριθμός, διαφορετικά λέγεται σύνθετος.

• Δύο αριθμοί α και β λέγονται πρώτοι μεταξύ τους όταν ΜΚΔ (α, β) = 1.

Ερώτηση 19. Τι ονομάζουμε Κριτήρια Διαιρετότητας με το 2,3,4,5,9,10 ή 25; Πότε ένας αριθμός διαιρείται με το 2, το 3, το 4, το 5, το 9, το 10 ή το 25;

Απάντηση

• Κριτήρια Διαιρετότητας με 2,3,4,5,9,10 ή 25 λέγονται οι κανόνες με τους οποίους μπορούμε να συμπεραίνουμε, χωρίς να κάνουμε τη διαίρεση , αν ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με τους αριθμούς αυτούς.

♦ Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με 10 αν λήγει σε ένα μηδενικό.

♦ Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 2, αν το τελευταίο ψηφίο είναι 0, 2, 4, 6, 8.

♦ Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 5, αν λήγει σε 0 ή 5.

♦ Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 3 ή το 9, αν το άθροισμα των ψηφίων του διαιρείται με το 3 ή το 9 αντίστοιχα.

♦ Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται συγχρόνως με το 4 ή και το 25, αν τα δύο τελευταία ψηφία του είναι μηδέν.

Κεφάλαιο 2ο-Τα κλάσματα

Α.2.1. Η έννοια του κλάσματος

Ερώτηση 20. Τι ονομάζεται κλασματική μονάδα;
Τι ονομάζεται κλάσμα ή κλασματικός αριθμός;

Απάντηση

• Το σύμβολο $\frac{1}{\nu}$,(ν φυσικός $\neq 0$) που εκφράζει το ένα από τα ν ίσα μέρη , στα οποία χωρίζεται μια ποσότητα, ονομάζεται κλασματική μονάδα.

• Κλάσμα ή κλασματικός αριθμός ονομάζεται κάθε αριθμός $\frac{\kappa}{\nu}$ όπου κ, ν φυσικοί αριθμοί με $\nu \neq 0$

Σχόλια

√ Το κλάσμα $\frac{\kappa}{\nu}$ εκφράζει τα κ μέρη από τα ν ίσα μέρη στα οποία έχει χωριστεί μια ποσότητα.

√ Γενικά $\frac{\kappa}{\nu} = \kappa \cdot \frac{1}{\nu}$ όπου κ, ν φυσικοί αριθμοί με $\nu \neq 0$

αριθμητής ⋱	κ ⋯	όροι του
κλασματική γραμμή ⋯	—	
παρονομαστής ⋰	ν ⋯	κλάσματος

♦ Κάθε κλάσμα παριστάνει και το πηλίκο της διαίρεσης του αριθμητή δια του παρονομαστή

♦ Κάθε φυσικός αριθμός κ μπορεί να έχει τη μορφή κλάσματος με παρονομαστή 1 γιατί $\kappa = \kappa : 1 = \frac{\kappa}{1}$

♦ Η έννοια του κλάσματος επεκτείνεται και στην περίπτωση που ο αριθμητής είναι μεγαλύτερος από τον παρονομαστή. Τότε το κλάσμα είναι μεγαλύτερο από το 1

Α.2.2. Ισοδύναμα κλάσματα

Ερώτηση 21. Πότε δυο κλάσματα λέγονται ίσα ή ισοδύναμα; Ποια είναι η βασική τους ιδιότητα;

Απάντηση

• Δυο κλάσματα $\frac{\alpha}{\beta}$ και $\frac{\gamma}{\delta}$ λέγονται ίσα ή ισοδύναμα όταν εκφράζουν το ίδιο τμήμα ενός μεγέθους ή ίσων μεγεθών

Γράφουμε: $\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\gamma}{\delta}$

• Αν δύο κλάσματα $\frac{\alpha}{\beta}$ και $\frac{\gamma}{\delta}$ είναι ισοδύναμα τότε τα ¨χιαστί γινόμενα¨ $\alpha\cdot\delta$ και $\beta\cdot\gamma$ είναι ίσα και αντιστρόφως.

Δηλαδή: αν $\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\gamma}{\delta}$ τότε $\alpha\cdot\delta=\beta\cdot\gamma$ και αντιστρόφως

Ερώτηση 22. Πως κατασκευάζουμε ισοδύναμα κλάσματα; Ποια διαδικασία ονομάζουμε απλοποίηση ενός κλάσματος;

Απάντηση

√ Όταν πολλαπλασιαστούν οι όροι ενός κλάσματος με τον ίδιο φυσικό αριθμό ($\neq 0$) προκύπτει ισοδύναμο κλάσμα.

√ Όταν οι όροι ενός κλάσματος διαιρεθούν με τον ίδιο φυσικό αριθμό ($\neq 0$) προκύπτει ισοδύναμο κλάσμα.

• Η διαδικασία αυτή λέγεται απλοποίηση του κλάσματος και έχει ως αποτέλεσμα ένα κλάσμα ισοδύναμο με το αρχικό με μικρότερους όρους.

Ερώτηση 23. Πότε ένα κλάσμα λέγεται ανάγωγο;

Απάντηση

Το κλάσμα που δεν μπορεί να απλοποιηθεί (δεν υπάρχει άλλος κοινός διαιρέτης αριθμητή και παρονομαστή εκτός από τη μονάδα) λέγεται ανάγωγο.

Ερώτηση 24. Ποια κλάσματα λέγονται ομώνυμα;
Ποια κλάσματα λέγονται ετερώνυμα;

Απάντηση

- Δυο ή περισσότερα κλάσματα λέγονται ομώνυμα όταν έχουν τον ίδιο παρονομαστή.

- Δυο ή περισσότερα κλάσματα λέγονται ετερώνυμα όταν έχουν διαφορετικούς παρονομαστές.

Α.2.3. Σύγκριση κλασμάτων

Ερώτηση 25. Πώς μπορούμε να συγκρίνουμε δυο κλάσματα;

Απάντηση

- Από δύο ομώνυμα κλάσματα, εκείνο που έχει τον μεγαλύτερο αριθμητή είναι μεγαλύτερο.

- Για να συγκρίνουμε ετερώνυμα κλάσματα τα μετατρέπουμε σε ομώνυμα και συγκρίνουμε τους αριθμητές τους.

- Από δύο κλάσματα με τον ίδιο αριθμητή μεγαλύτερο είναι εκείνο με τον μικρότερο παρονομαστή.

Α.2.4. Πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων

Ερώτηση 26. Πως προσθέτουμε δύο ομώνυμα κλάσματα και πως δύο ετερώνυμα;

Απάντηση

• Για να προσθέσουμε δυο ομώνυμα κλάσματα, προσθέτουμε τους αριθμητές και αφήνουμε τον παρονομαστή τον ίδιο.

$$\frac{\alpha}{\gamma}+\frac{\beta}{\gamma}=\frac{\alpha+\beta}{\gamma}$$

• Για να προσθέσουμε δυο ετερώνυμα κλάσματα, πρώτα τα μετατρέπουμε σε ομώνυμα.

Ερώτηση 27. Πώς αφαιρούμε δυο κλάσματα;

Απάντηση

• Για να αφαιρέσουμε δυο ομώνυμα κλάσματα αφαιρούμε τους αριθμητές και αφήνουμε παρονομαστή τον ίδιο.

$$\frac{\alpha}{\gamma}-\frac{\beta}{\gamma}=\frac{\alpha-\beta}{\gamma}$$

• Για να αφαιρέσουμε δυο ετερώνυμα κλάσματα, πρώτα τα μετατρέπουμε σε ομώνυμα.

Ερώτηση 28. Ποιος αριθμός ονομάζεται μεικτός;

Απάντηση

Μεικτός λέγεται ο αριθμός που παριστάνει το άθροισμα ενός ακεραίου με ένα κλάσμα μικρότερο της μονάδας.

Δηλαδή κάθε αριθμός που έχει τη μορφή $\alpha+\frac{\beta}{\gamma}$ όπου

α, β, γ φυσικοί αριθμοί με β<γ

Συμβολίζουμε $\alpha\frac{\beta}{\gamma}$

Α.2.5. Πολλαπλασιασμός κλασμάτων

Ερώτηση 29. Πως πολλαπλασιάζουμε δύο κλάσματα;
Πως πολλαπλασιάζουμε ένα φυσικό αριθμό με ένα κλάσμα;

Απάντηση • Το γινόμενο δύο κλασμάτων είναι το κλάσμα που έχει αριθμητή το γινόμενο των αριθμητών και παρονομαστή το γινόμενο των παρονομαστών.

$$\frac{\alpha}{\beta}\cdot\frac{\gamma}{\delta}=\frac{\alpha\cdot\gamma}{\beta\cdot\delta}$$

• Το γινόμενο ενός φυσικού αριθμού επί ένα κλάσμα είναι το κλάσμα με αριθμητή το γινόμενο του αριθμητή επί τον φυσικό αριθμό και με τον ίδιο παρονομαστή.

$$\lambda\cdot\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\lambda\cdot\alpha}{\beta}$$

Ερώτηση 30. Πότε δύο κλάσματα λέγονται αντίστροφα;

Απάντηση

Δύο κλάσματα λέγονται αντίστροφα όταν έχουν γινόμενο 1

Επειδή $\frac{\gamma}{\delta}\cdot\frac{\delta}{\gamma}=1$ τα κλάσματα $\frac{\gamma}{\delta}$ και $\frac{\delta}{\gamma}$ είναι αντίστροφα

Α.2.6. Διαίρεση κλασμάτων

Ερώτηση 31. Πώς διαιρούμε δυο κλάσματα;

Απάντηση: Για να διαιρέσουμε δυο κλάσματα, αρκεί να πολ/με τον διαιρετέο με τον αντίστροφο του διαιρέτη.

$$\frac{\alpha}{\beta}:\frac{\gamma}{\delta}=\frac{\alpha}{\beta}\cdot\frac{\delta}{\gamma}$$

Ερώτηση 32. Ποιο κλάσμα λέγεται σύνθετο;
Πώς μετατρέπεται ένα σύνθετο κλάσμα σε απλό;

Απάντηση: Ένα κλάσμα του οποίου ένας τουλάχιστον όρος του είναι κλάσμα, ονομάζεται σύνθετο.

Για να μετατραπεί ένα σύνθετο κλάσμα σε απλό ακολουθούμε την εξής διαδικασία: $\frac{\frac{\alpha}{\beta}}{\frac{\gamma}{\delta}}=\frac{\alpha\cdot\delta}{\beta\cdot\gamma}$

Κεφάλαιο 3ο-Δεκαδικοί αριθμοί

Α.3.1. Δεκαδικά κλάσματα-Δεκαδικοί αριθμοί-Διάταξη δεκαδικών αριθμών-Στρογγυλοποίηση

Ερώτηση 33. Ποιο κλάσμα λέγεται δεκαδικό;

Απάντηση

Δεκαδικό λέγεται ένα κλάσμα που έχει παρονομαστή μια δύναμη του 10.

Σχόλιο: Κάθε δεκαδικό κλάσμα γράφεται ως δεκαδικός αριθμός με τόσα δεκαδικά ψηφία όσα μηδενικά έχει ο παρονομαστής.

Ερώτηση 34. Πώς στρογγυλοποιούμε έναν δεκαδικό αριθμό;

Απάντηση

Για να στρογγυλοποιήσουμε ένα δεκαδικό αριθμό:

√ Προσδιορίζουμε τη δεκαδική τάξη στην οποία θα γίνει η στρογγυλοποίηση.

√ Εξετάζουμε το ψηφίο της αμέσως μικρότερης τάξης.

√ Αν αυτό είναι μικρότερο του 5, το ψηφίο αυτό και όλα τα ψηφία των μικρότερων τάξεων μηδενίζονται.

√ Αν είναι μεγαλύτερο ή ίσο του 5, το ψηφίο αυτό και όλα τα ψηφία των μικρότερων τάξεων αντικαθίστανται από το μηδέν και το ψηφίο της τάξης στρογγυλοποίησης αυξάνεται κατά 1.

Α.3.2. Πράξεις με δεκαδικούς αριθμούς-Δυνάμεις με βάση δεκαδικό αριθμό

Ερώτηση 35. Πώς προσθέτουμε και πως αφαιρούμε δεκαδικούς αριθμούς;

Απάντηση

Η πρόσθεση και η αφαίρεση δεκαδικών αριθμών γίνεται, όπως και στους φυσικούς αριθμούς. Προσθέτουμε ή αφαιρούμε τα ψηφία της ίδιας τάξης, τοποθετώντας τους αριθμούς τον ένα κάτω από τον άλλο έτσι, ώστε οι υποδιαστολές να γράφονται στην ίδια στήλη.

Ερώτηση 36. Πώς πολλαπλασιάζουμε δεκαδικούς αριθμούς; Πώς διαιρούμε δεκαδικούς αριθμούς;

Απάντηση

• Ο πολλαπλασιασμός δεκαδικών αριθμών γίνεται, όπως και των φυσικών αριθμών.
Τοποθετούμε στο αποτέλεσμα της πράξης την υποδιαστολή τόσες θέσεις από τα δεξιά προς τα αριστερά, όσα είναι συνολικά τα ψηφία στα δεκαδικά μέρη και των δύο παραγόντων.

• Η διαίρεση δεκαδικού αριθμού με δεκαδικό αριθμό γίνεται, όπως και η ευκλείδεια διαίρεση.
Πολλαπλασιάζουμε το διαιρέτη και το διαιρετέο με την κατάλληλη δύναμη του 10 έτσι, ώστε ο διαιρέτης να γίνει φυσικός αριθμός.
Όταν εξαντληθεί το ακέραιο μέρος του διαιρετέου, "κατεβάζουμε" το μηδέν, ως πρώτο δεκαδικό ψηφίο από τον διαιρετέο και τοποθετούμε στο πηλίκο υποδιαστολή.

Ερώτηση 37. Πώς πολλαπλασιάζουμε έναν αριθμό με 0,1, 0,01, 0,001 ...;

Απάντηση

Όταν πολλαπλασιάζουμε με 0,1, 0,01, 0,001... μεταφέρουμε την υποδιαστολή προς τα **αριστερά** μια, δυο, τρεις, ... αντίστοιχα θέσεις.

Ερώτηση 38. Πώς διαιρούμε έναν αριθμό με 10, 100, 1000.....;

Απάντηση

Όταν διαιρούμε έναν αριθμό με 10, 100, 1000, ... μεταφέρουμε την υποδιαστολή προς τα **αριστερά** μια, δυο, τρεις, ... αντίστοιχα θέσεις.

Ερώτηση 39. Πώς πολλαπλασιάζουμε έναν αριθμό με 10, 100, 1000 ....;

Απάντηση

Όταν πολλαπλασιάζουμε ένα δεκαδικό αριθμό με 10, 100, 1000... μεταφέρουμε την υποδιαστολή του αριθμού προς τα **δεξιά** μία, δύο, τρεις, ... θέσεις αντίστοιχα.

Ερώτηση 40. Ποιες ιδιότητες έχουν οι δυνάμεις των δεκαδικών αριθμών;

Απάντηση

Οι Δυνάμεις των δεκαδικών αριθμών έχουν τις ιδιότητες των δυνάμεων των φυσικών αριθμών.

Α.3.4. Τυποποιημένη μορφή μεγάλων αριθμών

Ερώτηση 41. Πως γράφεται ένας μεγάλος αριθμός σε τυποποιημένη μορφή;

Απάντηση

Ένας μεγάλος αριθμός μπορεί να γραφεί στη μορφή $\alpha \cdot 10^{\nu}$, δηλαδή ως γινόμενο ενός αριθμού α επί μια δύναμη του 10.
Τη μορφή αυτή την ονομάζουμε τυποποιημένη.
Ο αριθμός α είναι ένας δεκαδικός αριθμός με ακέραιο ψηφίο μεγαλύτερο ή ίσο του 1 και μικρότερο του 10

Α.3.5. Μονάδες μέτρησης

Ερώτηση 42. Ποιες είναι οι μονάδες μέτρησης μήκους;

Απάντηση

Η βασική μονάδα μήκους είναι το μέτρο (συμβολίζεται με m)
Υποδιαιρέσεις του μέτρου:

- √ δεκατόμετρο ή παλάμη (dm) 1dm = 0,1m
- √ εκατοστόμετρο ή πόντος (cm) 1cm = 0,01m
- √ χιλιοστόμετρο ή χιλιοστό (mm) 1mm = 0,001m

- Πολλαπλάσιο του μέτρου:

- √ Χιλιόμετρο (km) 1km = 1000m

- Στη ναυσιπλοΐα ως μονάδα μέτρησης μήκους χρησιμοποιούμε το ναυτικό μίλι 1 ναυτικό μίλι=1852m

Ερώτηση 43 Ποιες είναι οι μονάδες μέτρησης εμβαδού;

Απάντηση

Η βασική μονάδα μέτρησης εμβαδού είναι το τετραγωνικό μέτρο (συμβολίζεται m^2)

Υποδιαιρέσεις του τετραγωνικού μέτρου:

√ τετραγωνικό δεκατόμετρο (dm^2) $1dm^2 = 0{,}01m^2$

√ τετραγωνικό εκατοστόμετρο (cm^2) $1cm^2 = 0{,}0001m^2$

√ τετραγωνικό χιλιοστόμετρο (mm^2) $1mm^2 = 0{,}000001m^2$

• Πολλαπλάσια του τετραγωνικού μέτρου:

√ Τετραγωνικό χιλιόμετρο (Km^2) $1Km^2 = 10^6 m^2$

√ Στρέμμα 1 στρέμμα = 1000 m^2

Ερώτηση 44. Ποιες είναι οι μονάδες μέτρησης όγκου;

Απάντηση

Η βασική μονάδα μέτρησης είναι το κυβικό μέτρο (m^3) που είναι ο όγκος ενός κύβου ακμής ενός μέτρου.

Υποδιαιρέσεις του κυβικού μέτρου:

√ κυβικό δεκατόμετρο (dm^3) ή λίτρο (lt) $1dm^3 = 0{,}001m^3$

√ κυβικό εκατοστόμετρο (cm^3) $1cm^3 = 0{,}000001m^2$

√ κυβικό χιλιοστόμετρο (mm^3) $1mm^3 = 0{,}000000001m^3$

Ερώτηση 45. Ποιες είναι οι μονάδες μέτρησης χρόνου;

Απάντηση

Η μονάδα μέτρησης του χρόνου είναι το δευτερόλεπτο (συμβολίζεται με s).

Πολλαπλάσια:

√ 1 λεπτό (min) = 60 sec

√ 1 ώρα (h) = 60 min = 3600 sec

√ 1 ημέρα = 24h = 1440 min = 86400 sec

Ερώτηση 46. Ποιες είναι οι μονάδες μέτρησης μάζας;

Απάντηση

Η βασική μονάδα μέτρησης της μάζας είναι το χιλιόγραμμο ή κιλό (συμβολίζεται Kg).

Υποδιαιρέσεις:

√1 γραμμάριο (gr) 1gr = 0,001 Kg

√ 1 χιλιοστόγραμμο (mg) 1mg = 0,001 gr = 0,000001 Kg

Πολλαπλάσιο του κιλού

√ 1 τόνος (t) 1t = 1000 kg

Κεφάλαιο 4ο-Εξισώσεις και Προβλήματα

Α.4.1. Η έννοια της εξίσωσης
Οι εξισώσεις α+x=β, x−α =β, α−x=β , αx=β, α:x=β και x:α =β

Ερώτηση 47. Τι ονομάζουμε εξίσωση;
Τι ονομάζουμε εξίσωση με έναν άγνωστο;

Απάντηση

• Εξίσωση ονομάζουμε κάθε ισότητα ισότητα, που περιέχει γράμματα και αριθμούς.

• Εξίσωση με έναν άγνωστο είναι μία ισότητα, που περιέχει αριθμούς και ένα γράμμα (άγνωστος).

Ερώτηση 48. Τι ονομάζουμε λύση ή ρίζα μιας εξίσωσης;
Τι ονομάζουμε επίλυση της εξίσωσης;

Απάντηση

• Λύση ή ρίζα της εξίσωσης είναι ο αριθμός που, όταν αντικαταστήσει τον άγνωστο, επαληθεύει την ισότητα.

• Η διαδικασία, μέσω της οποίας, βρίσκουμε τη λύση της εξίσωσης, λέγεται επίλυση της εξίσωσης.

Ερώτηση 49. Πότε μια εξίσωση λέγεται ταυτότητα ή αόριστη;
Πότε μια εξίσωση λέγεται αδύνατη;

Απάντηση

• Μια εξίσωση λέγεται ταυτότητα ή αόριστη, όταν όλοι οι αριθμοί είναι λύσεις της.

• Μια εξίσωση λέγεται αδύνατη, όταν κανένας αριθμός δεν την επαληθεύει.

Α.4.2. Επίλυση προβλημάτων

Ερώτηση 50. Τι ονομάζουμε πρόβλημα; Τι ονομάζουμε λύση ενός προβλήματος; Τι είναι η επίλυση ενός προβλήματος;

Απάντηση

- Πρόβλημα ονομάζουμε την κατάσταση, που δημιουργείται, όταν αντιμετωπίζουμε εμπόδια και δυσκολίες στην προσπάθειά μας να φτάσουμε σε ένα συγκεκριμένο στόχο.
- Λύση ενός προβλήματος είναι η επίτευξη του στόχου.
- Επίλυση ενός προβλήματος ονομάζεται η διαδικασία, με την οποία επιτυγχάνεται η λύση του.

Ερώτηση 51. Ποια βήματα ακολουθούμε για την λύση προβλημάτων;

Απάντηση

Για τη λύση των προβλημάτων, με τη βοήθεια των εξισώσεων, ακολουθούμε τα εξής βήματα:

√ Προσδιορίζουμε το άγνωστο στοιχείο του προβλήματος και το εκφράζουμε με ένα γράμμα (x ή ν ή ζ ή ω κ.τ.λ.), που είναι ο "άγνωστος" του προβλήματος.

√ Εκφράζουμε στοιχεία του προβλήματος με τη βοήθεια του αγνώστου.

√ Περιγράφουμε με μία εξίσωση το πρόβλημα.

√ Επιλύουμε την εξίσωση του προβλήματος.

√ Επαληθεύουμε τη λύση που βρήκαμε.

Όμως, πρέπει να λάβουμε υπόψη ότι:

- υπάρχουν και προβλήματα που δεν λύνονται με εξισώσεις και
- υπάρχουν και άλυτα προβλήματα ή προβλήματα των οποίων δεν μπορούμε να βρούμε τη λύση.

Κεφάλαιο 5ο-Ποσοστά

Α.5.1. Ποσοστά

Ερώτηση 52. Τι ονομάζουμε ποσοστό;

Απάντηση

Το σύμβολο α% ονομάζεται ποσοστό επί τοις εκατό ή απλούστερα ποσοστό και είναι ίσο με το $\frac{\alpha}{100}$

Σχόλιο

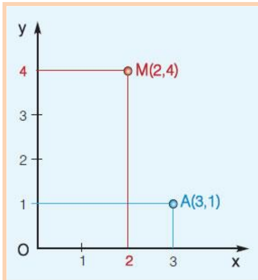
- Χρησιμοποιούμε ακόμη το ποσοστό α ‰ που διαβάζεται ποσοστό επί τοις χιλίοις και είναι ίσο με το $\frac{\alpha}{1000}$.
- Το ποσοστό α% του β είναι $\frac{\alpha}{100}\cdot\beta$
- Τα κλάσματα μπορούν να γράφονται και ως ποσοστά.

Κεφάλαιο 6ο-Ανάλογα ποσά-Αντιστρόφως ανάλογα ποσα

Α.6.1. Παράσταση σημείων στο επίπεδο

Ερώτηση 53. Πώς μπορούμε να προσδιορίσουμε τη θέση ενός σημείου στο επίπεδο; Τι είναι ένα ορθογώνιο σύστημα αξόνων; Τι είναι η τετμημένη και η τεταγμένη ενός σημείου;

Απάντηση



- Προκειμένου να προσδιορίσουμε τη θέση ενός σημείου στο επίπεδο, σχεδιάζουμε δύο κάθετες μεταξύ τους ημιευθείες Οx και Oy.

Πάνω σε κάθε μια απ' αυτές ορίζουμε την ίδια μονάδα μέτρησης. Αυτές οι ημιευθείες αποτελούν ένα ορθογώνιο σύστημα ημιαξόνων.

- Ο ημιάξονας Οx λέγεται ημιάξονας των τετμημένων ή ημιάξονας των x.
- Ο ημιάξονας Οy λέγεται ημιάξονας των τεταγμένων ή ημιάξονας των y.

Το σημείο Ο ονομάζεται αρχή των ημιαξόνων.

Ερώτηση 54. Πως καθορίζουμε τη θέση ενός σημείου στο επίπεδο;

Απάντηση

Ένα σημείο πάνω στο καρτεσιανό επίπεδο προσδιορίζεται μοναδικά από ένα ζεύγος αριθμών την τετμημένη και την τεταγμένη. Η τετμημένη είναι η απόσταση του σημείου από τον άξονα των y και η τεταγμένη είναι η απόσταση του σημείου από τον άξονα των x. Η τετμημένη και η τεταγμένη αποτελούν τις συντεταγμένες του σημείου.

Α.6.2. Λόγος δύο αριθμών-Αναλογία

Ερώτηση 55. Τι ονομάζεται λόγος δύο αριθμών;
Τι ονομάζεται αναλογία;

Απάντηση

- Λόγος δύο αριθμών ονομάζεται το πηλίκο των αριθμών αυτών.
- Η ισότητα λόγων, λέγεται αναλογία

Ερώτηση 56. Τι ονομάζεται κλίμακα;

Απάντηση

Ο λόγος της απόστασης δύο σημείων μιας εικόνας ενός αντικειμένου **προς την απόσταση** των δύο αντίστοιχων σημείων του ιδίου αντικειμένου, εφόσον οι απόστάσεις μετριούνται με την ίδια μονάδα, ονομάζεται κλίμακα.

Ερώτηση 57. Πότε δυο σχήματα λέγονται όμοια;

Απάντηση

Δύο σχήματα λέγονται όμοια όταν το ένα αποτελεί σμίκρυνση ή μεγέθυνση του άλλου.

Σχόλια:

- Αν οι λόγοι των αντιστοίχων πλευρών δύο παραλληλογράμμων είναι ίσοι, τότε αυτοί θα είναι ίσοι και με το λόγο των περιμέτρων τους.
- Κάθε σχέση αναλογίας $\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\gamma}{\delta}$ είναι ισοδύναμη με τη σχέση $\alpha\cdot\delta=\beta\cdot\gamma$

Α.6.3. Ανάλογα ποσά-ιδιότητες αναλόγων ποσών

Ερώτηση 58. Πότε δυο ποσά λέγονται ανάλογα;
Τι λέγεται συντελεστής αναλογίας;

Απάντηση

- Δύο ποσά λέγονται ανάλογα, εάν μεταβάλλονται με τέτοιο τρόπο, που όταν οι τιμές του ενός πολλαπλασιάζονται με έναν αριθμό, τότε και οι αντίστοιχες τιμές του άλλου να πολλαπλασιάζονται με τον ίδιο αριθμό.
- Δηλαδή δύο ποσά x και y είναι ανάλογα, όταν οι αντίστοιχες τιμές τους δίνουν πάντα ίδιο πηλίκο: $\frac{y}{x} = \alpha$

Το πηλίκο α λέγεται συντελεστής αναλογίας.

Άρα τα ανάλογα ποσά x, y συνδέονται με τη σχέση $y = \alpha \cdot x$

Σχόλια:

√ Όταν το ποσό y είναι ποσοστό του ποσού x, τα δύο ποσά συνδέονται με τη σχέση $y = \frac{\alpha}{100} \cdot x$ και είναι ανάλογα, με συντελεστή αναλογίας το $\frac{\alpha}{100}$ ή α%.

√ Η σχέση $y = \alpha \cdot x$ εκφράζει μια αλληλεπίδραση των ποσών x και y.
Συγκεκριμένα, ο διπλασιασμός, τριπλασιασμός κ.ο.κ. του ενός ποσού επιφέρει διπλασιασμό, τριπλασιασμό κ.ο.κ. του άλλου ποσού.

Α.6.4. Γραφική παράσταση σχέση αναλογίας

Ερώτηση 59. Ποια είναι η γραφική παράσταση δύο αναλόγων ποσών;

Απάντηση

Τα σημεία που αντιστοιχούν στα ζεύγη τιμών (x, y) δύο ανάλογων ποσών βρίσκονται πάνω σε μία ημιευθεία με αρχή την αρχή Ο(0,0) των ημιαξόνων.

Α.6.6. Αντιστρόφως ανάλογα ποσά

Ερώτηση 60. Πότε δυο μεγέθη είναι αντιστρόφως ανάλογα;

Απάντηση

Δύο μεγέθη είναι αντιστρόφως ανάλογα, στην περίπτωση, που η μεταβολή τους είναι τέτοια, ώστε, όταν το ένα ποσό πολλαπλασιάζεται επί έναν αριθμό, το άλλο διαιρείται με τον ίδιο αριθμό.

Ερώτηση 61. Ποια σχέση συνδέει δύο αντιστρόφως ανάλογα ποσά και γιατί;

Απάντηση

Επομένως, όταν δύο ποσά x και y είναι αντιστρόφως ανάλογα, το γινόμενο των αντίστοιχων τιμών τους παραμένει σταθερό $y \cdot x = \alpha \ \ \alpha \neq 0$.

Ερώτηση 62. Πότε δύο αριθμοί λέγονται αντίστροφοι;

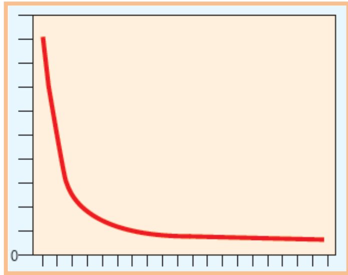
Απάντηση

Δύο αριθμοί λέγονται αντίστροφοι όταν το γινόμενό τους είναι 1

Ερώτηση 63. Ποια είναι η γραφική παράσταση δυο αντιστρόφως αναλόγων ποσών;

Απάντηση

Τα σημεία που παριστούν τα ζεύγη (x, y) βρίσκονται σε μία καμπύλη γραμμή.
Η καμπύλη αυτή ονομάζεται υπερβολή.
Η υπερβολή δεν τέμνει ποτέ τους ημιάξονες Ox και Oy, διότι οι συντεταγμένες των σημείων της δεν παίρνουν ποτέ την τιμή 0.



Ερώτηση 64. Δυο αντιστρόφως ανάλογα ποσά μπορούν να πάρουν τιμές ίσες με το μηδέν;

Απάντηση

Δυο αντιστρόφως ανάλογα ποσά δεν μπορούν ποτέ να πάρουν τιμές ίσες με το μηδέν

Κεφάλαιο 7ο-Θετικοί και αρνητικοί αριθμοί

Α.7.1. Θετικοί και Αρνητικοί Αριθμοί (Ρητοί αριθμοί)-Η ευθεία των ρητών-Τετμημένη σημείου

Ερώτηση 65. Πώς ονομάζονται τα σύμβολα ¨+¨ και ¨-¨ και ποιος ο ρόλος τους;

Απάντηση

Τα σύμβολα ¨+¨ και ¨-¨ λέγονται **πρόσημα**. Γράφονται πριν από τους αριθμούς και τους χαρακτηρίζουν, αντίστοιχα, ως θετικούς ή αρνητικούς.

Ερώτηση 66. Το μηδέν είναι θετικός ή αρνητικός αριθμός;

Απάντηση

Το μηδέν δεν είναι ούτε θετικός ούτε αρνητικός αριθμός

Ερώτηση 67. Ποιοι αριθμοί λέγονται ομόσημοι και ποιοι ετερόσημοι;

Απάντηση

• Ομόσημοι λέγονται οι αριθμοί που έχουν το ίδιο πρόσημο και ετερόσημοι οι αριθμοί που έχουν διαφορετικά πρόσημα.

Ερώτηση 68. Ποιοι αριθμοί λέγονται ακέραιοι; Ποιοι αριθμοί λέγονται ρητοί;

Απάντηση

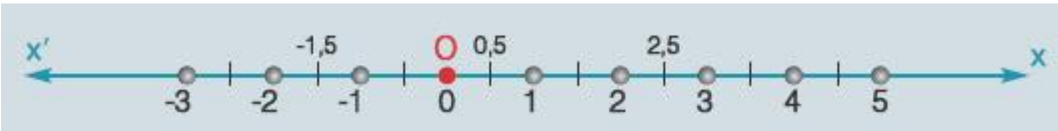
• Όλοι οι φυσικοί αριθμοί μαζί με τους αντίστοιχους αρνητικούς αποτελούν τους ακέραιους αριθμούς. Δηλαδή …,-2,-1,0,1,2, …

• Ρητοί αριθμοί είναι όλοι οι γνωστοί μας έως τώρα αριθμοί: φυσικοί, κλάσματα και δεκαδικοί μαζί με τους αντίστοιχους αρνητικούς αριθμούς.

Ερώτηση 69. Πως γίνεται η παράσταση των ρητών αριθμών με σημεία μιας ευθείας;

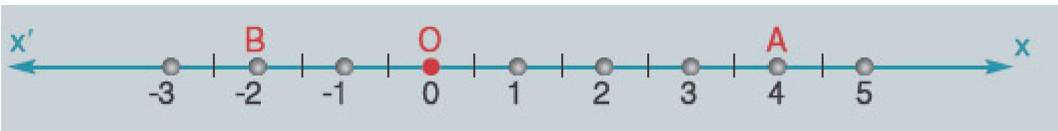
Απάντηση

• Αν θεωρήσουμε αριστερά της αρχής Ο του ημιάξονα Οx των αριθμών, τον αντικείμενο αυτού ημιάξονα Οx', μπορούμε να παραστήσουμε τους αρνητικούς αριθμούς σε συμμετρικά σημεία , ως προς το Ο ,των αντίστοιχων σημείων που παριστάνουν τους θετικούς αριθμούς. Με τον ίδιο τρόπο μπορούμε να βρούμε σημεία που να παριστάνουν κλασματικούς ή δεκαδικούς αριθμούς.



√ Ο άξονας x'Οx περιλαμβάνει όλους τους ρητούς αριθμούς (αρνητικούς, θετικούς και το μηδέν).

• Η θέση ενός σημείου Α επάνω στην ευθεία ορίζεται με έναν αριθμό που ονομάζεται τετμημένη του σημείου



Το σημείο Α έχει τετμημένη 4 και το σημείο Β έχει τετμημένη -2.

Α.7.2. Απόλυτη τιμή ρητού-Αντίθετοι ρητοί-Σύγκριση ρητών

Ερώτηση 70. Τι ονομάζεται απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού;

Απάντηση

• Η απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού α εκφράζει την απόσταση του σημείου με τετμημένη α από την αρχή Ο του άξονα και συμβολίζεται με $|\alpha|$.

√ Η απόλυτη τιμή ενός θετικού αριθμού είναι ο ίδιος ο αριθμός.
√ Η απόλυτη τιμή ενός αρνητικού αριθμού είναι ο αντίθετός του.
√ Η απόλυτη τιμή του μηδενός είναι το μηδέν.

Ερώτηση 71. Ποιοι αριθμοί λέγονται αντίθετοι;

Απάντηση

Αντίθετοι ονομάζονται δύο αριθμοί που είναι ετερόσημοι και έχουν ίδια απόλυτη τιμή.

Ερώτηση 72. Πώς συγκρίνουμε δυο ρητούς αριθμούς;

Απάντηση Ο μεγαλύτερος από δύο ρητούς αριθμούς είναι εκείνος που βρίσκεται δεξιότερα από τον άλλο πάνω στον άξονα.

•Κάθε θετικός ρητός είναι μεγαλύτερος από κάθε αρνητικό ρητό

• Το μηδέν είναι μικρότερο από κάθε θετικό αριθμό και μεγαλύτερο από κάθε αρνητικό αριθμό.

√ Ο μεγαλύτερος από δύο θετικούς ρητούς είναι εκείνος που έχει την μεγαλύτερη απόλυτη τιμή, δηλαδή αυτός που βρίσκεται δεξιότερα από τον άλλο πάνω στον άξονα.

√ Ο μεγαλύτερος από δύο αρνητικούς ρητούς είναι εκείνος που έχει την μικρότερη απόλυτη τιμή, δηλαδή αυτός που βρίσκεται δεξιότερα από τον άλλο πάνω στον άξονα.

Α.7.3. Πρόσθεση ρητών αριθμών

Ερώτηση 73. Πώς προσθέτουμε δυο ομόσημους ρητούς αριθμούς και πως δυο ετερόσημους;

Απάντηση

• Για να προσθέσουμε δύο ομόσημους ρητούς αριθμούς, προσθέτουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο άθροισμα βάζουμε το πρόσημό τους.

• Για να προσθέσουμε δύο ετερόσημους ρητούς αριθμούς, **αφαιρούμε** από τη μεγαλύτερη τη μικρότερη απόλυτη τιμή και στη διαφορά βάζουμε το πρόσημο του ρητού με τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή.

Ερώτηση 74. Ποιες είναι οι ιδιότητες της πρόσθεσης;

Απάντηση

√ Αντιμεταθετική ιδιότητα

(Μπορούμε να αλλάζουμε τη σειρά των δύο προσθετέων ενός αθροίσματος) $\alpha+\beta = \beta+\alpha$

√ Προσεταιριστική ιδιότητα $(\alpha+\beta)+\gamma = \alpha+(\beta+\gamma)$

√ Ουδέτερο στοιχείο

(Το άθροισμα ενός ρητού με το μηδέν ισούται με τον ίδιο τον ρητό.) $\alpha+0 = 0+\alpha = \alpha$

√ Συμμετρικό στοιχείο

(Το άθροισμα δύο αντίθετων αριθμών είναι μηδέν)

$\alpha+(-\alpha) = (-\alpha)+ \alpha = 0$

Α.7.4. Αφαίρεση ρητών αριθμών

Ερώτηση 75. Πώς αφαιρούμε δυο ρητούς αριθμούς α και β;

Απάντηση

- Για να αφαιρέσουμε από τον αριθμό α τον αριθμό β, προσθέτουμε στον α τον αντίθετο του β.

Δηλαδή: $\alpha - \beta = \alpha + (-\beta)$

- Στους ρητούς αριθμούς η αφαίρεση μετατρέπεται σε πρόσθεση και επομένως είναι πάντα δυνατή (δηλαδή, δεν απαιτείται να είναι ο μειωτέος πάντα μεγαλύτερος από τον αφαιρετέο, όπως ίσχυε μέχρι τώρα).

Ερώτηση 76. Πώς γίνεται η απαλοιφή παρενθέσεων;

Απάντηση

- Όταν μια παρένθεση έχει μπροστά της το + (ή δεν έχει πρόσημο), μπορούμε να την απαλείψουμε μαζί με το + (αν έχει) και να γράψουμε τους όρους που περιέχει με τα πρόσημά τους.

- Όταν μια παρένθεση έχει μπροστά της το –, μπορούμε να την απαλείψουμε μαζί με το – και να γράψουμε τους όρους που περιέχει με αντίθετα πρόσημα.

Α.7.5. Πολλαπλασιασμός ρητών αριθμών

Ερώτηση 77. Πώς πολλαπλασιάζουμε δυο ομόσημους αριθμούς;

Απάντηση

Για να πολλαπλασιάσουμε δύο **ομόσημους** ρητούς αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε το πρόσημο ¨+¨

Ερώτηση 78. Πώς πολλαπλασιάζουμε δυο ετερόσημους αριθμούς;

Απάντηση

Για να πολλαπλασιάσουμε δύο **ετερόσημους** ρητούς αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε το πρόσημο ¨-¨

√ Το γινόμενο δύο θετικών ρητών είναι θετικός ρητός

√ Το γινόμενο ενός θετικού και ενός αρνητικού ρητού είναι αρνητικός ρητός

√ Το γινόμενο δύο αρνητικών ακεραίων είναι θετικός ακέραιος

√ Το γινόμενο δύο αρνητικών ρητών είναι θετικός ρητός.

Ερώτηση 79. Ποιες είναι οι ιδιότητες του πολλαπλασιασμού;

Απάντηση

√ Αντιμεταθετική ιδιότητα

(Μπορούμε να αλλάζουμε τη σειρά των δύο παραγόντων ενός γινομένου) $\alpha \cdot \beta = \beta \cdot \alpha$

√ Προσεταιριστική ιδιότητα $\alpha \cdot (\beta \cdot \gamma) = (\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma$

√ Ουδέτερο στοιχείο

(Το γινόμενο ενός ρητού με τη μονάδα ισούται με τον ίδιο τον αριθμό) $\alpha \cdot 1 = 1 \cdot \alpha = \alpha$

√ Επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση και αφαίρεση

$\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$ $\alpha \cdot (\beta - \gamma) = \alpha \cdot \beta - \alpha \cdot \gamma$

√ Το γινόμενο δύο αντίστροφων αριθμών είναι ίσο με τη μονάδα (Οι ρητοί αριθμοί α και β λέγονται αντίστροφοι , όταν είναι διάφοροι του μηδενός και το γινόμενό τους ισούται με τη μονάδα) $\alpha \cdot \beta = 1$

√ Το γινόμενο ενός ρητού με το μηδέν, ισούται με μηδέν.

$\alpha \cdot 0 = 0 \cdot \alpha = 0$

Ερώτηση 80. Πώς υπολογίζουμε ένα γινόμενο πολλών παραγόντων;

Απάντηση

Για να υπολογίσουμε ένα γινόμενο πολλών παραγόντων (που κανένας δεν είναι μηδέν), πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε:

√ Το πρόσημο +, αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι άρτιο (ζυγό).

√ Το πρόσημο −, αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι περιττό (μονό).

√ Αν τουλάχιστον ένας παράγοντας είναι μηδέν, τότε και το γινόμενο είναι ίσο με μηδέν.

Σχόλιο: Το σύμβολο του πολλαπλασιασμού ¨.¨ μεταξύ των γραμμάτων και των παρενθέσεων μπορεί να παραλείπεται.

Α.7.6. Διαίρεση ρητών αριθμών

Ερώτηση 81. Πώς διαιρούμε δυο ρητούς αριθμούς;

Απάντηση

Για να διαιρέσουμε δύο ρητούς αριθμούς, διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους και στο πηλίκο βάζουμε:

- το πρόσημο +, αν είναι ομόσημοι.

Δηλαδή: + : + = + και − : − = +

- το πρόσημο −, αν είναι ετερόσημοι.

Δηλαδή: + : − = − και − : + = −

√ Το πηλίκο της διαίρεσης α:β ή $\frac{\alpha}{\beta}$ λέγεται λόγος του α προς το β και ορίζεται ως η μοναδική λύση της εξίσωσης $\beta \cdot x = \alpha$

√ Η διαίρεση $\frac{\alpha}{\beta}$ μπορεί να γραφτεί $\alpha \cdot \frac{1}{\beta}$, επομένως για να διαιρέσουμε δύο ρητούς αριθμούς, αρκεί να πολλαπλασιάσουμε το διαιρετέο με τον αντίστροφο του διαιρέτη.

$$\frac{\alpha}{\beta} = \alpha \cdot \frac{1}{\beta}$$

Ερώτηση 82. Ορίζεται η διαίρεση με διαιρέτη το μηδέν;

Απάντηση

Διαίρεση με διαιρέτη το μηδέν δεν ορίζεται.

Α.7.7. Δεκαδική μορφή ρητών αριθμών

Ερώτηση 83. Ποιοι αριθμοί λέγονται δεκαδικοί περιοδικοί;

Απάντηση

Περιοδικοί αριθμοί λέγονται οι ρητοί αριθμοί που έχουν άπειρα δεκαδικά ψηφία, τα οποία επαναλαμβάνονται επ' άπειρον

√ Το πλήθος των επαναλαμβανομένων δεκαδικών ψηφίων κάθε περιοδικού αριθμού ονομάζεται περίοδος.

√ Κάθε ρητός αριθμός μπορεί να έχει τη μορφή δεκαδικού ή περιοδικού δεκαδικού αριθμού και συμβολίζεται όπως στο παρακάτω παράδειγμα

$$\frac{5}{3} = 1,\overline{6}$$

√ Κάθε περιοδικός δεκαδικός αριθμός μπορεί να έχει τη μορφή κλασματικού ρητού.

Α.7.8. Δυνάμεις ρητών αριθμών με εκθέτη φυσικό

Ερώτηση 84. Πώς ορίζεται μια δύναμη με βάση ρητό αριθμό και εκθέτη φυσικό;

Απάντηση

Το γινόμενο $\overbrace{\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\ldots\cdot\alpha}^{\nu\ \text{παράγοντες}}$ (είτε ο α είναι θετικός είτε αρνητικός ρητός), συμβολίζεται με το α^{ν} και λέγεται δύναμη με βάση το α και εκθέτη το φυσικό ν>1.

$$\text{Δηλαδή: } \alpha^{\nu} = \overbrace{\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\ldots\cdot\alpha}^{\nu\ \text{παράγοντες}}$$

√ Για ν = 1, γράφουμε $\alpha^1 = \alpha$

√ Η δύναμη α^{ν} διαβάζεται και νιοστή δύναμη του α.

√ Η δύναμη α^2 λέγεται και τετράγωνο του α ή α στο τετράγωνο.

√ Η δύναμη α^3 λέγεται κύβος του α ή α στον κύβο.

Ερώτηση 85. Τι πρόσημο έχει μια δύναμη με βάση ακέραιο αριθμό και εκθέτη φυσικό;

Απάντηση

• Δύναμη με βάση θετικό αριθμό είναι θετικός αριθμός.
αν α>0 τότε $\alpha^{\nu} > 0$

• Δύναμη με βάση αρνητικό αριθμό και εκθέτη άρτιο είναι θετικός αριθμός,
αν α<0 και ν άρτιος τότε $\alpha^{\nu} > 0$

• Δύναμη με βάση αρνητικό αριθμό και εκθέτη περιττό είναι αρνητικός αριθμός,
αν α<0 και ν περιττό τότε $\alpha^{\nu} < 0$

Ερώτηση 86. Ποιες είναι οι ιδιότητες των δυνάμεων ρητών με εκθέτη φυσικό αριθμό;

Απάντηση

- Για να πολλαπλασιάσουμε δυνάμεις με την ίδια βάση, αφήνουμε την ίδια βάση και βάζουμε εκθέτη το άθροισμα των εκθετών. $\alpha^{\mu} \cdot \alpha^{\nu} = \alpha^{\mu+\nu}$

- Για να διαιρέσουμε δυνάμεις με την ίδια βάση, αφήνουμε την ίδια βάση και βάζουμε εκθέτη τη διαφορά του εκθέτη του διαιρέτη από τον εκθέτη του διαιρετέου. $\alpha^{\mu} : \alpha^{\nu} = \alpha^{\mu-\nu}$

- Για να υψώσουμε ένα γινόμενο σε εκθέτη, υψώνουμε κάθε παράγοντα του γινομένου στον εκθέτη αυτό. $(\alpha \cdot \beta)^{\nu} = \alpha^{\nu} \cdot \beta^{\nu}$

- Για να υψώσουμε ένα πηλίκο σε έναν εκθέτη, υψώνουμε καθένα από τους όρους του πηλίκου στον εκθέτη αυτό.

$$\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\nu} = \frac{\alpha^{\nu}}{\beta^{\nu}}$$

- Για να υψώσουμε μία δύναμη σε έναν εκθέτη, υψώνουμε τη βάση της δύναμης στο γινόμενο των εκθετών. $(\alpha^{\mu})^{\nu} = \alpha^{\mu\nu}$

Α.7.9. Δυνάμεις ρητών αριθμών με εκθέτη ακέραιο

Ερώτηση 87 Πώς ορίζεται μια δύναμη με βάση ρητό αριθμό και εκθέτη αρνητικό;

Απάντηση

Η δύναμη κάθε αριθμού, διάφορου του μηδενός, με εκθέτη αρνητικό είναι ίση με κλάσμα που έχει αριθμητή τη μονάδα και παρονομαστή τη δύναμη του αριθμού αυτού με αντίθετο εκθέτη.

$$\alpha^{-\nu} = \frac{1}{\alpha^{\nu}} = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^{\nu}$$

Επειδή τα $\frac{\alpha}{\beta}$ και $\frac{\beta}{\alpha}$ είναι αντίστροφοι αριθμοί, όπως και τα α και $\frac{1}{\alpha}$ στην προηγούμενη σχέση, εξάγουμε το συμπέρασμα ότι ισχύει:

$$\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{-\nu} = \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\nu}$$

Σχόλιο: Η δύναμη κάθε αριθμού, διάφορου του μηδενός με εκθέτη το μηδέν είναι ίση με μονάδα. $\alpha^{0} = 1$

Μέρος Β'-Γεωμετρία

Κεφάλαιο 1ο-Βασικές γεωμετρικές έννοιες

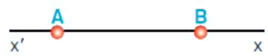
Β.1.1. Σημείο-Ευθύγραμμο τμήμα-Ευθεία-Ημιευθεία-Επίπεδο-Ημιεπίπεδο

Ερώτηση 88. Πώς ορίζεται η ευθεία; Από ένα σημείο πόσες ευθείες διέρχονται; Από δύο σημεία πόσες ευθείες διέρχονται;

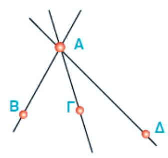
Απάντηση

• Εάν προεκτείνουμε απεριόριστα ένα ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ, τότε το νέο σχήμα, που δεν έχει ούτε αρχή ούτε τέλος, λέγεται ευθεία.

• Από ένα σημείο διέρχονται άπειρες ευθείες.



• Από δύο σημεία διέρχεται μία μόνο ευθεία.



Ερώτηση 89. Τι ονομάζουμε ημιευθεία; Ποιες ημιευθείες λέγονται αντικείμενες;

Απάντηση

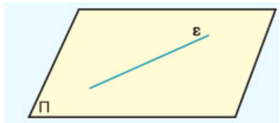
• Εάν προεκτείνουμε απεριόριστα ένα ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ πέρα από το ένα μόνο άκρο του, π.χ το Β τότε το νέο σχήμα, που έχει αρχή Α αλλά δεν έχει τέλος, λέγεται ημιευθεία.

• Εάν Ο είναι ένα σημείο της ευθείας x'x, τότε με αρχή το Ο ορίζονται δύο ημιευθείες Οx και Οx', οι οποίες λέγονται αντικείμενες ημιευθείες.

Ερώτηση 90. Τι είναι το επίπεδο; Ποιες ιδιότητες έχει;

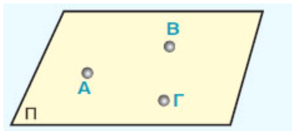
Απάντηση

- Επίπεδο είναι μια επιφάνεια, πάνω στην οποία εφαρμόζει παντού η ευθεία γραμμή.

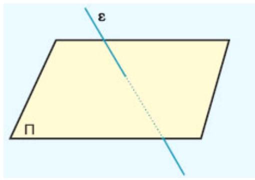


- Ένα επίπεδο επεκτείνεται απεριόριστα.

- Από τρία μη συνευθειακά σημεία διέρχεται ένα μοναδικό επίπεδο, ενώ από ένα ή δύο σημεία διέρχονται άπειρα επίπεδα.



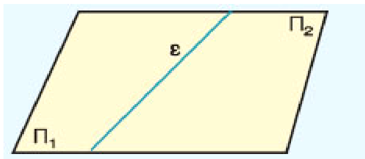
- Κάθε επίπεδο χωρίζει το χώρο σε δύο μέρη, ώστε, αν θέλουμε να περάσουμε από το ένα μέρος του χώρου στο άλλο, πρέπει να διαπεράσουμε το επίπεδο.



Ερώτηση 91. Τι είναι ημιεπίπεδο;

Απάντηση

Κάθε ευθεία ενός επιπέδου το χωρίζει σε δύο ημιεπίπεδα.

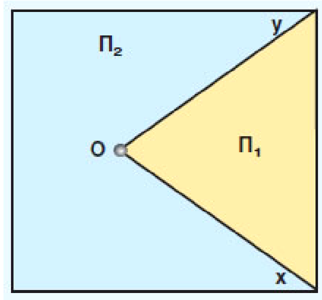


Β.1.2. Γωνία –Γραμμή-Επίπεδα σχήματα-Ευθύγραμμα σχήματα-Ίσα σχήματα

Ερώτηση 92. Τι ονομάζεται γωνία;

Απάντηση

Σχεδιάζουμε σ' ένα φύλλο χαρτί δύο ημιευθείες Οx και Οy, με κοινή αρχή το σημείο Ο.
Οι ημιευθείες χωρίζουν το επίπεδο σε δύο περιοχές Π1 και Π2.
Κάθε μία από τις περιοχές αυτές μαζί με τις ημιευθείες Οx και Οy ονομάζεται γωνία.



√ Η "μικρότερη" (Π1) λέγεται κυρτή και η άλλη (Π2) μη κυρτή.

√ Το σημείο Ο λέγεται κορυφή της γωνίας

√ Οι ημιευθείες Οx και Οy λέγονται πλευρές της γωνίας.

Ερώτηση 93. Τι ονομάζεται τεθλασμένη γραμμή;

Απάντηση

Τεθλασμένη γραμμή είναι το σχήμα που αποτελείται από διαδοχικά ευθύγραμμα τμήματα, τα οποία δεν βρίσκονται όλα στην ίδια ευθεία.

Ερώτηση 94. Τι ονομάζεται ευθύγραμμο σχήμα;

Απάντηση

Ευθύγραμμο σχήμα ονομάζεται κάθε τεθλασμένη γραμμή, της οποίας τα άκρα συμπίπτουν.

Ερώτηση 95. Πότε μια τεθλασμένη γραμμή είναι κυρτή;

Απάντηση

Μια τεθλασμένη γραμμή ονομάζεται κυρτή, όταν η προέκταση κάθε πλευράς της αφήνει όλες τις άλλες πλευρές στο ίδιο ημιεπίπεδο. Διαφορετικά λέγεται μη κυρτή.

Ερώτηση 96. Πότε δυο σχήματα ίσα; Τι ονομάζουμε αντίστοιχα στοιχεία τους;

Απάντηση

• Δύο ευθύγραμμα σχήματα λέγονται ίσα, αν συμπίπτουν, όταν τοποθετηθούν το ένα επάνω στο άλλο με κατάλληλο τρόπο.

• Στα ίσα σχήματα, τα στοιχεία που συμπίπτουν, δηλαδή οι κορυφές, οι πλευρές και οι γωνίες, ονομάζονται αντίστοιχα στοιχεία των σχημάτων αυτών.

√ Οι αντίστοιχες πλευρές και γωνίες των ίσων σχημάτων είναι ίσες.

Β.1.3. Μέτρηση, σύγκριση και ισότητα τμημάτων-Απόσταση σημείων-Μέσο ευθυγράμμου τμήματος

Ερώτηση 97. Τι ονομάζουμε απόσταση δύο σημείων Α και Β; Τι ονομάζουμε μέσο του τμήματος ΑΒ;

Απάντηση

• Απόσταση δύο σημείων Α και Β λέγεται το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος που τα ενώνει.

• Μέσο ενός ευθυγράμμου τμήματος ΑΒ λέγεται το σημείο του τμήματος που απέχει εξίσου από τα άκρα του.

Β.1.4. Πρόσθεση και αφαίρεση ευθυγράμμων τμημάτων

Ερώτηση 98. Πως προσθέτουμε τμήματα; Πως αφαιρούμε δύο ευθύγραμμα τμήματα;

Απάντηση

• Για να προσθέσουμε ευθύγραμμα τμήματα τα τοποθετούμε διαδοχικά πάνω σε μια ευθεία.
Το τμήμα που έχει άκρα την αρχή του πρώτου και το τέλος του τελευταίου είναι το άθροισμά τους.

• Για να αφαιρέσουμε δύο ευθύγραμμα τμήματα τα τοποθετούμε με κοινή αρχή στην ίδια ημιευθεία. Το τμήμα που αρχίζει από το τέλος του μικρότερου και καταλήγει στο τέλος του μεγαλύτερου αποτελεί τη διαφορά τους.

Ερώτηση 99. Τι ονομάζεται περίμετρος ενός σχήματος;

Απάντηση

Το άθροισμα των πλευρών ενός ευθύγραμμου σχήματος, το λέμε περίμετρο του σχήματος.

Β.1.5. Μέτρηση, σύγκριση και ισότητα γωνιών-Διχοτόμος γωνίας

Ερώτηση 100. Πως γίνεται η μέτρηση των γωνιών; Ποια είναι η μονάδα μέτρησης και ποιες οι υποδιαιρέσεις;

Απάντηση

• Η μέτρηση των γωνιών γίνεται με το μοιρογνωμόνιο.
Ο αριθμός που προκύπτει από τη μέτρηση ονομάζεται μέτρο της γωνίας.

• Μονάδα μέτρησης των γωνιών είναι η μοίρα, που γράφεται 1^{o}

Είναι: $1^{o} = 60'$ (πρώτα λεπτά) και $1' = 60''$ (δεύτερα λεπτά).

√ Κάθε γωνία έχει μοναδικό μέτρο που εξαρτάται μόνο από το "άνοιγμα" των πλευρών της.

Ερώτηση 101. Πότε δύο γωνίες λέγονται ίσες;

Απάντηση

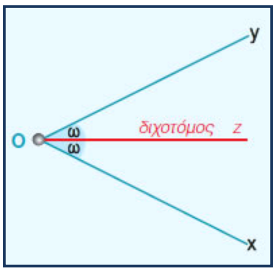
Αν δύο γωνίες έχουν το ίδιο μέτρο είναι ίσες.

Στο εξής με $x\hat{o}y$ ή $\hat{\omega}$ θα συμβολίζουμε τη γωνία και το μέτρο της.

Ερώτηση 102. Τι ονομάζεται διχοτόμος γωνίας;

Απάντηση

Διχοτόμος γωνίας ονομάζεται η ημιευθεία που έχει αρχή την κορυφή της γωνίας και τη χωρίζει σε δύο ίσες γωνίες.



Β.1.6. Είδη γωνιών-Κάθετες ευθείες

Ερώτηση 103. Ποια γωνία λέγεται ορθή, ποια οξεία και ποια αμβλεία;

Απάντηση

- Ορθή γωνία λέγεται η γωνία της οποίας το μέτρο είναι ίσο με 90°.

√ Οι πλευρές της ορθής γωνίας είναι κάθετες ημιευθείες.

- Οξεία γωνία λέγεται κάθε γωνία με μέτρο μικρότερο των 90°.
- Αμβλεία γωνία λέγεται κάθε γωνία με μέτρο μεγαλύτερο των 90° και μικρότερο των 180°.

Ερώτηση 104. Ποια γωνία λέγεται ευθεία;

Απάντηση

Ευθεία γωνία λέγεται η γωνία της οποίας το μέτρο είναι ίσο με 180°.

√ Οι πλευρές της ευθείας γωνίας είναι αντικείμενες ημιευθείες.

Ερώτηση 105. Ποια γωνία λέγεται μη κυρτή;

Απάντηση

Μη κυρτή γωνία λέγεται κάθε γωνία με μέτρο μεγαλύτερο των 180° και μικρότερο των 360°.

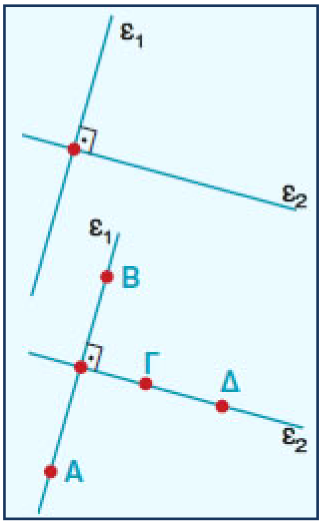
Ερώτηση 106. Ποια γωνία λέγεται μηδενική και ποια πλήρης;

Απάντηση

- Μηδενική γωνία λέγεται η γωνία της οποίας το μέτρο είναι ίσο με 0°
- Πλήρης γωνία λέγεται η γωνία της οποίας το μέτρο είναι ίσο με 360°.

Ερώτηση 107. Πότε δυο ευθείες είναι κάθετες; Πως συμβολίζουμε την καθετότητα δυο ευθειών;

Απάντηση



- Δύο ευθείες είναι κάθετες όταν οι γωνίες, που σχηματίζουν αυτές τεμνόμενες, είναι ορθές.
- Για να δηλώσουμε ότι δύο ευθείες ε_1 και ε_2 είναι κάθετες, χρησιμοποιούμε το σύμβολο «$\perp$» , γράφουμε $\varepsilon_1 \perp \varepsilon_2$ και διαβάζουμε: « η ε_1 είναι κάθετη στην ε_2 ».

Ερώτηση 108. Πότε δυο ευθύγραμμα τμήματα (ή δυο ημιευθείες) είναι κάθετα;

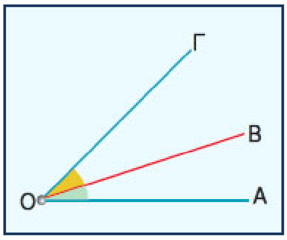
Απάντηση

Δύο ευθύγραμμα τμήματα (ή δύο ημιευθείες) που βρίσκονται πάνω σε δύο κάθετες ευθείες, λέγονται κάθετα ευθύγραμμα τμήματα (ή κάθετες ημιευθείες).

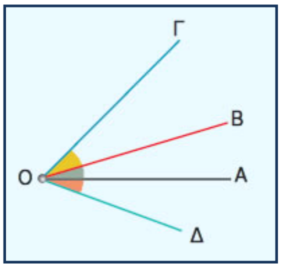
Β.1.7. Εφεξής και διαδοχικές γωνίες-Άθροισμα γωνιών

Ερώτηση 109. Ποιες γωνίες λέγονται εφεξής και ποιες διαδοχικές;

Απάντηση



• Εφεξής γωνίες ονομάζονται δύο γωνίες που έχουν την ίδια κορυφή, μία κοινή πλευρά και δεν έχουν κανένα άλλο κοινό σημείο.

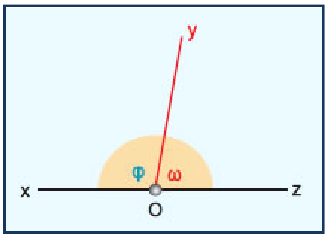


• Διαδοχικές γωνίες λέγονται περισσότερες από δύο γωνίες, που βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο και καθεμιά από αυτές είναι εφεξής γωνία με την προηγούμενη ή την επόμενή της.

Β.1.8. Παραπληρωματικές και Συμπληρωματικές γωνίες-Κατακορυφήν γωνίες

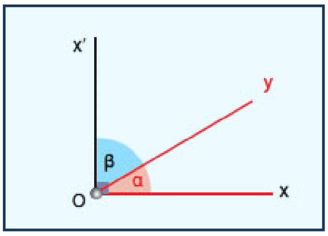
Ερώτηση 110. Ποιες γωνίες λέγονται παραπληρωματικές και ποιες συμπληρωματικές;

Απάντηση



• Παραπληρωματικές γωνίες ονομάζονται δύο γωνίες που έχουν άθροισμα 180°.

√ Η κάθε μία από αυτές λέγεται παραπληρωματική της άλλης.

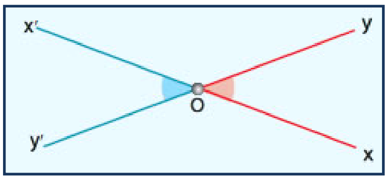


• Συμπληρωματικές γωνίες ονομάζονται δύο γωνίες που έχουν άθροισμα 90°.

√ Η κάθε μία από αυτές λέγεται συμπληρωματική της άλλης

Ερώτηση 111. Ποιες γωνίες λέγονται κατακορυφήν; Τι σχέση έχουν μεταξύ τους;

Απάντηση



• Κατακορυφήν γωνίες ονομάζονται δύο γωνίες που έχουν την κορυφή τους κοινή και τις πλευρές τους αντικείμενες ημιευθείες.

• Οι κατακορυφήν γωνίες είναι μεταξύ τους ίσες.

Β.1.9. Θέση ευθειών στο επίπεδο

Ερώτηση 112. Ποιες ευθείες λέγονται παράλληλες;

Απάντηση

Δύο ευθείες του ιδίου επιπέδου λέγονται παράλληλες, αν δεν έχουν κοινό σημείο όσο κι αν προεκταθούν.

√ Για να δηλώσουμε ότι δύο ευθείες $ε_1$ και $ε_2$ είναι παράλληλες, χρησιμοποιούμε το σύμβολο // και γράφουμε $ε_1 // ε_2$

Ερώτηση 113. Ποιες ευθείες λέγονται τεμνόμενες;

Απάντηση

Δύο ευθείες του ιδίου επιπέδου που έχουν ένα κοινό σημείο ονομάζονται τεμνόμενες και το κοινό τους σημείο λέγεται σημείο τομής των δύο ευθειών.

Ερώτηση 114. Ποιες είναι οι σχετικές θέσεις δύο ευθειών στο επίπεδο;

Απάντηση

Δύο ευθείες που βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο ή θα είναι παράλληλες ή θα τέμνονται..

Ερώτηση 115. Από ένα σημείο εκτός ευθείας ε, πόσες παράλληλες μπορούμε να φέρουμε προς την ευθεία ε;

Απάντηση

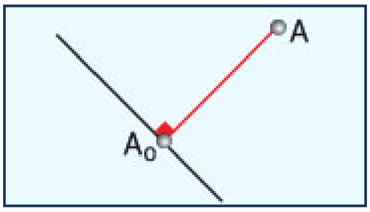
Από ένα σημείο Α, εκτός ευθείας ε, διέρχεται μία και μοναδική ευθεία παράλληλη στην ε.

Β.1.10. Απόσταση σημείου από ευθεία-Απόσταση παραλλήλων

Ερώτηση 116. Τι ονομάζεται απόσταση σημείου από ευθεία;

Απάντηση

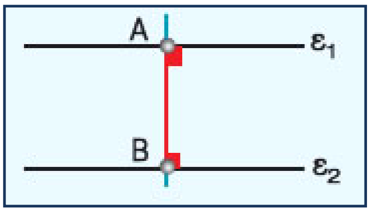
Απόσταση του σημείου Α από την ευθεία ε ονομάζεται το μήκος του κάθετου ευθυγράμμου τμήματος από το σημείο Α προς την ευθεία ε.



Ερώτηση 117. Τι ονομάζεται απόσταση δύο παραλλήλων ευθειών;

Απάντηση

Απόσταση δύο παραλλήλων ευθειών λέγεται το μήκος οποιουδήποτε ευθυγράμμου τμήματος που είναι κάθετο στις δύο παράλληλες ευθείες και έχει τα άκρα του σ' αυτές



Β.1.11. Κύκλος και στοιχεία κύκλου

Ερώτηση 118. Τι λέγεται κύκλος;

Απάντηση

Κύκλος είναι το σύνολο όλων των σημείων του επιπέδου που απέχουν την ίδια απόσταση από ένα σταθερό σημείο Ο.

√ Η απόσταση αυτή συμβολίζεται με ρ και λέγεται ακτίνα του κύκλου.

√ Το σημείο Ο λέγεται κέντρο του κύκλου.

√ Ένας κύκλος με κέντρο Ο και ακτίνα ρ, συμβολίζεται (Ο, ρ).

√ Για να σχεδιάσουμε ένα κύκλο χρησιμοποιούμε το διαβήτη

Ερώτηση 119. Πότε δυο κύκλοι είναι ίσοι;

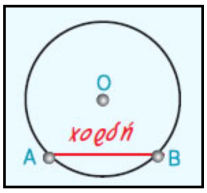
Απάντηση

Δύο κύκλοι είναι ίσοι, όταν έχουν ίσες ακτίνες

Ερώτηση 120. Τι ονομάζεται χορδή του κύκλου;

Απάντηση

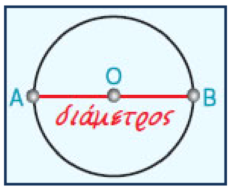
Το ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ, που συνδέει δύο σημεία Α και Β του κύκλου, λέγεται χορδή του κύκλου



Ερώτηση 121. Τι ονομάζεται διάμετρος του κύκλου;

Απάντηση

Η χορδή που διέρχεται από το κέντρο του κύκλου, λέγεται διάμετρος.



√ Η διάμετρος είναι η μεγαλύτερη χορδή του κύκλου.

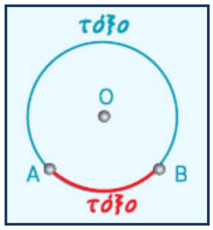
√ Είναι διπλάσια από την ακτίνα

√ Χωρίζει τον κύκλο σε δύο ίσα μέρη (ημικύκλια).

Ερώτηση 122. Τι ονομάζεται τόξο του κύκλου;

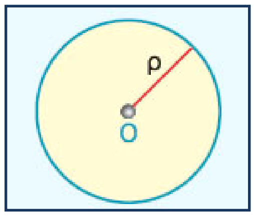
Απάντηση

Δύο σημεία του κύκλου, τον χωρίζουν σε δύο μέρη που το καθένα λέγεται τόξο του κύκλου.



Ερώτηση 123. Τι ονομάζεται κυκλικός δίσκος; Ποια ιδιότητα έχουν τα σημεία του;

Απάντηση



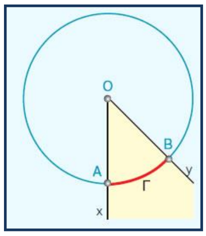
- Κυκλικός δίσκος (O, ρ) είναι ο κύκλος (O, ρ) μαζί με το μέρος του επιπέδου που περικλείει.

- Όλα τα σημεία του κυκλικού δίσκου απέχουν από το κέντρο O απόσταση μικρότερη ή ίση με την ακτίνα ρ.

Β.1.12. Επίκεντρη γωνία-Σχέση επίκεντρης γωνίας και του αντίστοιχου τόξου-Μέτρηση τόξου

Ερώτηση 124. Ποια γωνία ονομάζεται επίκεντρη; Ποιο είναι το αντίστοιχο τόξο μιας επίκεντρης γωνίας;

Απάντηση



- Επίκεντρη ονομάζεται η γωνία που η κορυφή της είναι στο κέντρο του κύκλου.

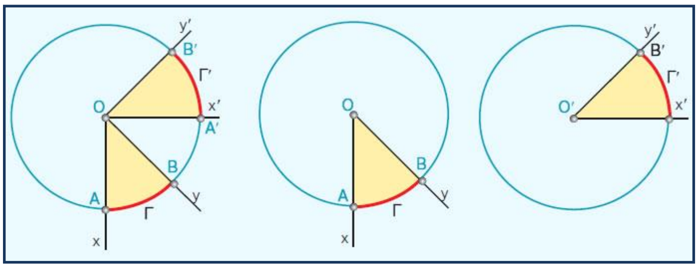
- Το τόξο ΑΓΒ που βρίσκεται στο εσωτερικό της κυρτής γωνίας $x\hat{O}y$ λέγεται αντίστοιχο τόξο της επίκεντρης γωνίας $x\hat{O}y$.

Ερώτηση 125. Πώς ορίζεται το μέτρο ενός τόξου;

Απάντηση

Ως μέτρο ενός τόξου ορίζεται το μέτρο της αντίστοιχης επίκεντρης γωνίας, δηλαδή το μέτρο ενός τόξου το μετράμε σε μοίρες.

√ Σε έναν κύκλο ή σε ίσους κύκλους, δυο ίσες επίκεντρες γωνίες έχουν ίσα αντίστοιχα τόξα.
και αντίστροφα
Σε έναν κύκλο ή σε ίσους κύκλους, δυο ίσα τόξα έχουν ίσες τις επίκεντρες γωνίες.



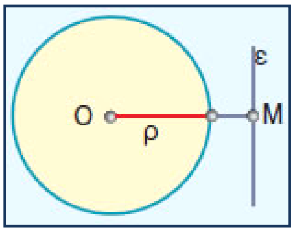
Β.1.13. Θέση ευθείας και κύκλου

Ερώτηση 126. Ποιες είναι οι σχετικές θέσεις ευθείας και κύκλου;

Απάντηση

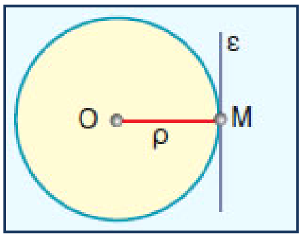
- Όταν ευθεία και κύκλος **δεν έχουν κανένα κοινό σημείο** λέμε ότι η ευθεία είναι εξωτερική του κύκλου

√ Όταν η απόσταση ΟΜ του κέντρου Ο από την ευθεία ε είναι μεγαλύτερη από την ακτίνα ρ (ΟΜ > ρ), η ευθεία είναι εξωτερική του κύκλου.



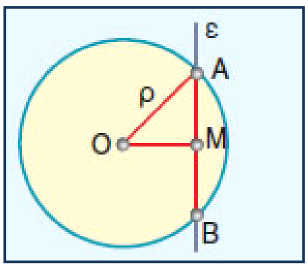
- Όταν ευθεία και κύκλος **έχουν ένα μόνο κοινό σημείο** Μ, η ευθεία λέγεται εφαπτόμενη του κύκλου στο σημείο Μ.

√ Όταν η απόσταση ΟΜ του κέντρου Ο από την ευθεία ε είναι ίση με την ακτίνα ρ (ΟΜ = ρ), η ευθεία είναι εφαπτομένη του κύκλου στο Μ.



- Όταν ευθεία και κύκλος έχουν **δύο κοινά σημεία Α και Β**, η ευθεία λέγεται τέμνουσα του κύκλου ή λέμε ότι η ευθεία τέμνει τον κύκλο στα Α και Β.

√ Όταν η απόσταση ΟΜ του κέντρου Ο από την ευθεία ε είναι μικρότερη από την ακτίνα ρ (ΟΜ < ρ), η ευθεία είναι τέμνουσα του κύκλου.



Κεφάλαιο 2ο-Συμμετρία

Β.2.1. Συμμετρία ως προς άξονα

Ερώτηση 127. Τι είναι το συμμετρικό ενός σημείου Β ως προς μια ευθεία ε;

Απάντηση

Συμμετρικό σημείου Β ως προς ευθεία ε, είναι το σημείο Γ με το οποίο συμπίπτει το Β, αν διπλώσουμε το φύλλο κατά μήκος της ευθείας ε.

Ερώτηση 128. Πότε δύο σχήματα είναι συμμετρικά ως προς μια ευθεία ε;

Απάντηση

Δύο σχήματα (Σ1) και (Σ2) λέγονται **συμμετρικά** ως προς μία ευθεία ε, όταν καθένα αποτελείται από τα συμμετρικά σημεία του άλλου ως προς την ε.

Ερώτηση 129. Τι σχέση έχουν μεταξύ τους δυο συμμετρικά ως προς ευθεία σχήματα;

Απάντηση

Τα συμμετρικά ως προς ευθεία σχήματα είναι ίσα.

Β.2.2. Άξονας συμμετρίας

Ερώτηση 130. Τι είναι ο άξονας συμμετρίας ενός σχήματος;

Απάντηση

Άξονας συμμετρίας σχήματος ονομάζεται η ευθεία που χωρίζει το σχήμα σε δύο μέρη, τα οποία συμπίπτουν όταν διπλωθεί το σχήμα κατά μήκος της ευθείας.

Στην περίπτωση αυτή λέμε ότι το σχήμα έχει άξονα συμμετρίας την ευθεία αυτή.

Β.2.3. Μεσοκάθετος ευθυγράμμου σχήματος

Ερώτηση 131. Τι είναι ο η μεσοκάθετος ενός ευθυγράμμου τμήματος;

Απάντηση

Μεσοκάθετος ευθυγράμμου τμήματος λέγεται η ευθεία που είναι κάθετη προς αυτό και διέρχεται από το μέσον του.

Ερώτηση 132. Τι ιδιότητες έχει η μεσοκάθετος ενός ευθυγράμμου τμήματος;

Απάντηση

- Κάθε σημείο της μεσοκαθέτου ενός ευθυγράμμου τμήματος έχει ίσες αποστάσεις (**ισαπέχει**) από τα άκρα του.
- Κάθε σημείο που **ισαπέχει** από τα άκρα ενός ευθυγράμμου τμήματος βρίσκεται πάνω στη μεσοκάθετό του.
- Η μεσοκάθετος ενός ευθυγράμμου τμήματος είναι άξονας συμμετρίας του.

Β.2.4. Συμμετρία ως προς σημείο

Ερώτηση 133. Πότε δυο σημεία είναι συμμετρικά ως προς σημείο Ο;

Απάντηση

Δύο σημεία Μ και Μ' είναι συμμετρικά ως προς σημείο Ο, όταν το Ο είναι μέσο του τμήματος ΜΜ'.

Ερώτηση 134. Τι σχέση έχουν μεταξύ τους δυο συμμετρικά σχήματα ως προς σημείο;

Απάντηση

Τα συμμετρικά ως προς σημείο σχήματα είναι ίσα

Β.2.5. Κέντρο συμμετρίας

Ερώτηση 135. Τι ονομάζεται κέντρο συμμετρίας ενός σχήματος;

Απάντηση

Κέντρο συμμετρίας σχήματος ονομάζεται ένα σημείο του Ο, γύρω από το οποίο αν περιστραφεί το σχήμα κατά 180°, συμπίπτει με το αρχικό.

√ Στην περίπτωση που υπάρχει τέτοιο σημείο, λέμε ότι το σχήμα έχει **κέντρο συμμετρίας** το σημείο Ο.

√ Όταν ένα σχήμα έχει κέντρο συμμετρίας, το συμμετρικό του ως προς το κέντρο αυτό είναι το ίδιο το σχήμα.

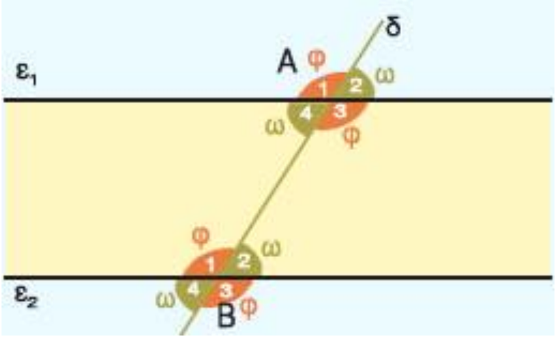
Σχόλια:

• Το συμμετρικό παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ, ως προς κέντρο συμμετρίας το σημείο τομής των διαγωνίων του, είναι το ίδιο το παραλληλόγραμμο.

• Το κέντρο του κύκλου είναι κέντρο συμμετρίας του καθώς και του αντίστοιχου κυκλικού δίσκου.

• Το συμμετρικό σχήμα μιας ευθείας ε, ως προς κέντρο Ο, είναι ευθεία ε'//ε.

Β.2.6. Παράλληλες ευθείες που τέμνονται από μια άλλη



- Οι γωνίες που βρίσκονται ανάμεσα στις ευθείες $ε_1$ και $ε_2$ ονομάζονται "**εντός**" (των ευθειών) και όλες οι άλλες "**εκτός**".

$\hat{A}_3, \hat{A}_4, \hat{B}_1, \hat{B}_2$ είναι "εντός" $\hat{A}_1, \hat{A}_2, \hat{B}_3, \hat{B}_4$ είναι "εκτός"

- Οι γωνίες που βρίσκονται προς το ίδιο μέρος της ευθείας δ ονομάζονται "**επί τα αυτά**"

$\hat{A}_2, \hat{A}_3, \hat{B}_2, \hat{B}_3$ είναι "επί τα αυτά"

$\hat{A}_1, \hat{A}_4, \hat{B}_1, \hat{B}_4$ είναι "επί τα αυτά"

- Δύο γωνίες που βρίσκονται η μία στο ένα κι η άλλη στο άλλο ημιεπίπεδο της ευθείας δ, λέγονται μεταξύ τους "εναλλάξ".

$\hat{A}_4$ με την $\hat{B}_2$ είναι "εναλλάξ"

Ερώτηση 136. Αν δύο παράλληλες ευθείες τέμνονται από μια τρίτη ευθεία τότε:

α. Οι εντός εναλλάξ γωνίες τι σχέση έχουν;

β. Οι εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη γωνίες τι σχέση έχουν;

γ. Οι εντός και επί τα αυτά μέρη γωνίες τι σχέση έχουν;

Απάντηση

α. Οι εντός εναλλάξ γωνίες είναι ίσες

β. Οι εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη γωνίες είναι ίσες

γ. Οι εντός και επί τα αυτά μέρη γωνίες είναι παραπληρωματικές.

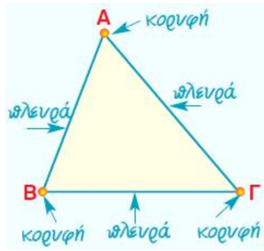
Κεφάλαιο 3ο-Τρίγωνα-Παραλληλόγραμμα -Τραπέζια

Β.3.1. Στοιχεία τριγώνου-Είδη τριγώνων

Ερώτηση 137. Ποια είναι τα κύρια στοιχεία ενός τριγώνου;

Απάντηση

Τα κύρια στοιχεία ενός τριγώνου είναι οι πλευρές και οι γωνίες του.



Ερώτηση 138. Ποια είναι τα είδη των τριγώνων ως προς τις πλευρές τους; Τι γνωρίζετε για αυτά;

Απάντηση

√ **Ισόπλευρο** είναι το τρίγωνο που έχει όλες τις πλευρές του ίσες.

√ **Ισοσκελές** είναι το τρίγωνο δύο πλευρές του ίσες.

√ **Σκαληνό** είναι το τρίγωνο που έχει όλες τις πλευρές του άνισες.

Ερώτηση 139. Ποια είναι τα είδη των τριγώνων ως προς τις γωνίες τους; Τι γνωρίζετε για αυτά;

Απάντηση

√ **Ορθογώνιο** είναι το τρίγωνο που μια ορθή γωνία.

√ **Αμβλυγώνιο** είναι το τρίγωνο που έχει μια αμβλεία γωνία.

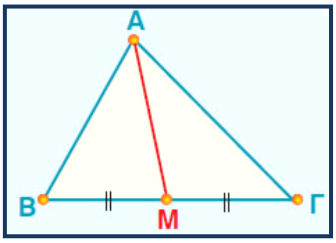
√ **Οξυγώνιο** είναι το τρίγωνο που έχει όλες τις γωνίες του ορθές.

Ερώτηση 140. Ποια είναι τα δευτερεύοντα στοιχεία ενός τριγώνου; Τι γνωρίζετε για αυτά;

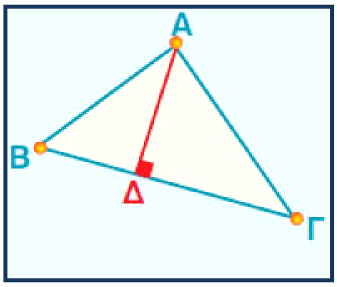
Απάντηση

Τα δευτερεύοντα στοιχεία ενός τριγώνου είναι η διάμεσος ,το ύψος και η διχοτόμος.

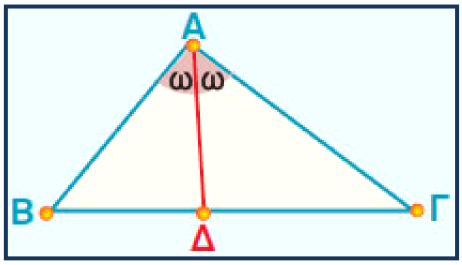
- **Διάμεσος** λέγεται το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει την κορυφή ενός τριγώνου με το μέσο της απέναντι πλευράς



- **Ύψος** λέγεται το ευθύγραμμο τμήμα που φέρνουμε από μία κορυφή ενός τριγώνου κάθετο στην ευθεία της απέναντι πλευράς.



- **Διχοτόμος** λέγεται το ευθύγραμμο τμήμα της διχοτόμου μιας γωνίας ενός τριγώνου που φέρνουμε από μια κορυφή και καταλήγει στην απέναντι πλευρά.



Β.3.2. Άθροισμα γωνιών τριγώνου-Ιδιότητες ισοσκελούς τριγώνου

Ερώτηση 141. Με τι είναι ίσο το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου;

Απάντηση

Σε κάθε τρίγωνο το άθροισμα των γωνιών του είναι ίσο με 180^0

Δηλαδή: Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει: $\hat{A}+\hat{B}+\hat{\Gamma}=180^0$

Ερώτηση 142. Ποιες είναι οι ιδιότητες του ισοσκελούς τριγώνου;

Απάντηση

- Η ευθεία της διαμέσου, που αντιστοιχεί στη βάση είναι άξονας συμμετρίας του ισοσκελούς τριγώνου.
- Η διάμεσος, που αντιστοιχεί στη βάση είναι ύψος και διχοτόμος.
- Οι προσκείμενες γωνίες στη βάση του ισοσκελούς είναι ίσες.

Ερώτηση 143. Ποιες είναι οι ιδιότητες του ισόπλευρου τριγώνου;

Απάντηση

- Οι ευθείες των διαμέσων είναι άξονες συμμετρίας του ισοπλεύρου τριγώνου.
- Κάθε διάμεσος είναι ύψος και διχοτόμος.
- Όλες οι πλευρές και όλες οι γωνίες του ισοπλεύρου τριγώνου είναι ίσες.

Β.3.3. Παραλληλόγραμμο-Ορθογώνιο-Ρόμβος-Τετράγωνο-Τραπέζιο-Ισοσκελές τραπέζιο

Ερώτηση 144. Ποιο τετράπλευρο λέγεται παραλληλόγραμμο;

Απάντηση

Παραλληλόγραμμο λέγεται το τετράπλευρο ΑΒΓΔ που έχει τις απέναντι πλευρές του παράλληλες, δηλαδή ΑΒ//ΓΔ και ΑΔ//ΒΓ

√ Κάθε πλευρά του παραλληλογράμμου μπορεί να ονομαστεί **βάση** του παραλληλογράμμου.

√ Η απόσταση της βάσης από την απέναντι πλευρά λέγεται **ύψος** του παραλληλογράμμου.

Ερώτηση 145. Ποιο τετράπλευρο λέγεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο;

Απάντηση

Ένα παραλληλόγραμμο που έχει όλες τις γωνίες του ορθές λέγεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ή απλά ορθογώνιο.

Ερώτηση 146. Ποιο τετράπλευρο λέγεται ρόμβος;

Απάντηση

Ένα παραλληλόγραμμο που έχει όλες τις πλευρές του ίσες, λέγεται ρόμβος.

Ερώτηση 147. Ποιο τετράπλευρο λέγεται τετράγωνο;

Απάντηση

Ένα παραλληλόγραμμο που έχει όλες τις γωνίες του ορθές και όλες τις πλευρές του ίσες λέγεται τετράγωνο.

Ερώτηση 148. Ποιο τετράπλευρο λέγεται τραπέζιο;

Απάντηση

Το τετράπλευρο του οποίου μόνο δύο πλευρές είναι παράλληλες λέγεται τραπέζιο

Ερώτηση 149. Ποιες είναι οι βάσεις και ποιο το ύψος ενός τραπεζίου;

Απάντηση

Οι παράλληλες πλευρές του τραπεζίου λέγονται βάσεις.

Η απόσταση των βάσεων λέγεται ύψος.

Ερώτηση 150. Πότε ένα τραπέζιο λέγεται ισοσκελές;

Απάντηση

Ένα τραπέζιο που έχει τις μη παράλληλες πλευρές του ίσες, λέγεται ισοσκελές τραπέζιο.

Β.3.4. Ιδιότητες Παραλληλόγραμμου-Ορθογωνίου-Ρόμβου-Τετραγώνου- Τραπεζίου-Ισοσκελούς τραπεζίου

Ερώτηση 151. Ποιες είναι οι ιδιότητες του ορθογωνίου και πλάγιου παραλληλογράμμου; Ποιες επιπλέον ιδιότητες έχει το ορθογώνιο;

Απάντηση

√ Σε κάθε παραλληλόγραμμο το σημείο τομής των διαγωνίων του είναι κέντρο συμμετρίας του.

√ Οι διαγώνιές του διχοτομούνται (κάθε μία περνάει από το μέσον της άλλης).

√ Οι απέναντι πλευρές είναι ίσες.

√ Οι απέναντι γωνίες είναι ίσες.

Στο ορθογώνιο:

√ Οι μεσοκάθετοι των πλευρών του είναι άξονες συμμετρίας.

√ Οι διαγώνιές του είναι ίσες και διχοτομούνται.

Ερώτηση 152. Ποιες είναι οι ιδιότητες του ρόμβου;

Απάντηση

Εκτός των ιδιοτήτων του παραλληλογράμμου έχει ακόμα και τις εξής:

√ Οι ευθείες των διαγωνίων είναι άξονες συμμετρίας.

√ Οι διαγώνιές του είναι κάθετες και διχοτομούνται.

√ Οι διαγώνιές του είναι και διχοτόμοι των γωνιών του.

Ερώτηση 153. Ποιες είναι οι ιδιότητες του τετραγώνου;

Απάντηση

Εκτός των ιδιοτήτων του παραλληλογράμμου έχει ακόμα και τις εξής:

- √ Οι ευθείες των διαγωνίων του και οι μεσοκάθετοι των πλευρών του είναι άξονες συμμετρίας.
- √ Οι διαγώνιές του είναι ίσες, κάθετες (και διχοτομούνται).
- √ Οι διαγώνιές του είναι και διχοτόμοι των γωνιών του.

Ερώτηση 154. Ποιες είναι οι ιδιότητες του ισοσκελούς τραπεζίου;

Απάντηση

- √ Η ευθεία που διέρχεται από τα μέσα των βάσεων είναι άξονας συμμετρίας και μεσοκάθετος στις βάσεις του.
- √ Οι προσκείμενες σε κάθε βάση γωνίες του είναι ίσες.

Θέματα για εξετάσεις

Άλγεβρα

Θέμα 1.

Δίνονται οι παραστάσεις

$A = 6 - 8 : 4 + (6 \cdot 7) : 21 + (15 : 5) \cdot 3 - (2 \cdot 4 - 5)$ και

$B = 2 \cdot 3^2 + 2 \cdot (3^3 - 5^2) - (3^2 - 2^3)^{2018} - 4^2$

α. Να δείξετε ότι Α=12 και Β=5

β. Να εξετάσετε αν οι αριθμοί είναι πρώτοι ή σύνθετοι

γ. Να βρείτε το ΕΚΠ και το ΜΚΔ των αριθμών Α και Β

δ. Να λύσετε την εξίσωση $x + \frac{A}{2} = 2B$

Θέμα 2.

Δίνονται οι παραστάσεις

$A = -2 - (5 - 3 + 8) - 10 - 2 \cdot (-3 - 5)$

$B = [(-3) \cdot (-1) + (-2) \cdot (+3)] \cdot (-2) + 2$

$\Gamma = \left[(-1)^{10} \cdot (-\frac{1}{2})\right] : \left(\frac{5}{2} \cdot \frac{2}{5}\right)$

α. Να δείξετε ότι Α=-6 , Β=8 και $\Gamma = -\frac{1}{2}$

β. Να εξετάσετε αν ο αριθμός $K = A^2 + 9 \cdot B - 40 \cdot \Gamma$ διαιρείται με το 9

γ. Να υπολογίσετε τις απόλυτες τιμές $\left|\frac{A}{B}\right|$, $\left|\frac{B}{A}\right|$, $|\Gamma|$

δ. Να υπολογίσετε την παράσταση: $M = \dfrac{2 - \left|\frac{A}{B}\right|}{\left|\frac{B}{A}\right| - |\Gamma|}$

Θέμα 3.

Δίνονται οι παραστάσεις

$A = \frac{3}{4} - \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{3} + \frac{5}{12}$, $B = 1 - \left(1 - \frac{1}{3}\right) : \left(\frac{3}{2} - 1 + \frac{1}{3}\right)$ και

$\Gamma = \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{3} - \frac{3}{2}\right) : \left(-\frac{5}{3}\right)$

α. Να δείξετε ότι $A = \frac{1}{2}$, $B = \frac{1}{5}$ και $\Gamma = \frac{3}{5}$

β. Να γράψετε σε αύξουσα σειρά τα κλάσματα Α, Β , Γ

γ. Να εξετάσετε αν ο αριθμός $\frac{1}{A}$ είναι πρώτος ή σύνθετος

δ. Να βρείτε μεταξύ ποιων διαδοχικών φυσικών αριθμών είναι το κλάσμα $K = \dfrac{\frac{1}{3} \cdot A}{\frac{8}{3} \cdot B}$

Θέμα 4.

Δίνεται ο αριθμός $\alpha = 24 - 2^3 : (-4) + 3^2 \cdot (-2) + (2 \cdot 3 - 3) \cdot (-1)$ και η εξίσωση $\beta = 4 \cdot x - 8$ με άγνωστο το x που έχει λύση τον αριθμό 3.

α. Να δείξετε ότι α=5 και β=4

β. Να εξετάσετε αν ο αριθμός $\kappa = 30 \cdot \alpha + 50 \cdot \beta$ διαιρείται με το 2 και το 5

γ. Αν το 5β% ενός αριθμού είναι 16 να βρείτε ποιος είναι ο αριθμός.

δ. Να βρείτε τον αντίστροφο του αριθμού $3\alpha + 5$ και τον αντίθετο το αριθμού $2\beta + 7$

Θέμα 5.

Δίνονται οι παραστάσεις

$\alpha = (6^2 + 3\cdot 4 - 47)^{10} + (3^3 - 3\cdot 9)^{2019}$

$\beta = (3^2 - 2^3)\cdot 2 + (7-8)\cdot(-1)$

$\gamma = 8\cdot(12-10) - (2018-2019) - 3\cdot 4$

α. Να δείξετε ότι α=1 , β=3 και γ=5

β. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις

i. $A = \alpha\cdot\beta + (\alpha+\gamma):\beta$ *ii.* $B = \alpha^2 + \beta^2 - (\gamma-\alpha-\beta)^{20}$

iii. $\Gamma = 4\beta^2 + (\alpha\cdot\gamma)^2 - \alpha^2\cdot\beta$

γ. Να βρείτε τον αριθμό Δ ο οποίος όταν διαιρεθεί με τον αριθμό $\beta\cdot\gamma$ δίνει πηλίκο 20 και υπόλοιπο 11

δ. Να βρεθούν όλοι οι αριθμοί οι οποίοι όταν διαιρεθούν με το β=3 δίνουν πηλίκο ίσο με το υπόλοιπο.

Θέμα 6.

Δίνονται οι παραστάσεις

$A = 2^6 : (5^2 - 3^2) + (2^2\cdot 3)^2 : 2^3 + 4\cdot(5^2\cdot 2) : 2^2$

$B = 2\cdot(2^2)^2 - (11^2 - 3^4 - 5\cdot 2^3)^{2019} + 2^5 : 2$

α. Να δείξετε ότι Α=72 , Β=48

β. Να αναλύσετε τους αριθμούς Α και Β σε γινόμενο πρώτων παραγόντων

γ. Να βρείτε το ΕΚΠ και το ΜΚΔ των αριθμών Α και Β

δ. Να εξετάσετε αν οι αριθμοί Α και Β είναι πρώτοι μεταξύ τους

ε. Να εξετάσετε αν ο αριθμός $(A-B)^2$ διαιρείται με το 4 και το 9

Θέμα 7.

Δίνονται οι παραστάσεις

$A = 3 - 6 : 3 + (7 \cdot 9) : 21 + 5^2 - 4^2 - 1^{10}$

$B = (2^3 - 5) \cdot 4 + \left[6^2 : (7^2 - 5 \cdot 8)\right] : 4 + 56 : 8$

α. Να δείξετε ότι Α=12 , Β=20

β. Να αναλύσετε τους αριθμούς Α και Β σε γινόμενο πρώτων παραγόντων

γ. Να απλοποιηθεί το κλάσμα $\frac{A}{B}$ μέχρι να γίνει ανάγωγο

δ. Να μετατραπεί το κλάσμα $\frac{A}{B}$ σε ποσοστό%

Θέμα 8.

Έστω $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ $\quad A = \frac{x+y}{y}$, $B = \frac{x+y}{x}$, $\Gamma = \frac{2x-4y}{2y}$

α. Να δείξετε ότι $A = \frac{5}{3}$, $B = \frac{5}{2}$, $\Gamma = -\frac{4}{3}$

β. Να συγκρίνετε τα κλάσματα Α και Β

γ. Αν κ ο φυσικός αριθμός μεταξύ των Α και Β, να εξετάσετε αν ο αριθμός $M = (-\kappa)^4 - 3^2$ είναι πρώτος ή σύνθετος

δ. Να λύσετε την εξίσωση $|A| \cdot x = |B| - |\Gamma|$

Θέμα 9.

Τα μηνιαία έσοδα μιας οικογένειας είναι 2100 € και οι δαπάνες κατανέμονται ως εξής:

Το $\frac{1}{5}$ ξοδεύεται για ενοίκιο, το 45% για τρόφιμα, το 8% για ΔΕΗ, νερό, τηλέφωνο και τα υπόλοιπα για άλλες ανάγκες.

α. Να βρείτε πόσα χρήματα ξοδεύει η οικογένεια για κάθε κατηγορία δαπανών.

β. Να βρείτε ποιο είναι το ποσοστό για τις άλλες ανάγκες.

γ. Αν τα μηνιαία έσοδα μειωθούν κατά 10% να βρείτε το νέο ποσό των μηνιαίων εσόδων.

Θέμα 10.

Ένα κατάστημα πλήρωσε για την αγορά προϊόντων 2300€ και ΦΠΑ με συντελεστή 24%.

α. Πόσα χρήματα πλήρωσε μαζί με τον ΦΠΑ;

β. Αν τα προϊόντα αυτά τα πούλησε και εισέπραξε 2700€ και ΦΠΑ με συντελεστή 24% να βρείτε:

β1. Πόσα χρήματα εισέπραξε μαζί με το ΦΠΑ;

β2. Το φόρο που πρέπει να αποδώσει το κατάστημα στην εφορία.

Θέμα 11.

Ένας γεωργός έσπειρε δύο χωράφια με βαμβάκι. Το ένα χωράφι που είναι δικό του είναι 12 στρέμματα και το άλλο του γείτονα είναι 8 στρέμματα. Με τον γείτονα έκανε συμφωνία να του δώσει το 20% της παραγωγής του χωραφιού του.
Η συνολική παραγωγή ήταν 9 τόνοι βαμβάκι.

α. Πόσους τόνους βαμβάκι θα πάρει ο γεωργός;

β. Πόσα χρήματα θα πάρει ο γείτονας αν η τιμή του βαμβακιού είναι 0,51€ το κιλό;

Θέμα 12.

Ένας μανάβης αγόρασε 600 κιλά φρούτα. Το $\frac{3}{5}$ αυτών ήταν πορτοκάλια, το 60% των υπολοίπων ήταν μήλα και όλα τα υπόλοιπα αχλάδια.

α. Να βρείτε πόσα κιλά πορτοκάλια και πόσα κιλά μήλα αγόρασε ο μανάβης

β. Να βρείτε τι μέρος των φρούτων αντιπροσώπευαν τα αχλάδια

γ. Αν το κιλό τα πορτοκάλια τα είχε αγοράσει 0,3€ και θέλει να κερδίσει 40% από την πώλησή τους ,πόσο πρέπει να πουλήσει το κιλό;

δ. Πόσα χρήματα θα εισπράξει από την πώληση των πορτοκαλιών;

Θέμα 13.

Τρία αδέρφια μοιράστηκαν ένα χρηματικό ποσό. Ο Γιώργος πήρε 2000 €, ο Κώστας πήρε 2400 € και ο Δημήτρης πήρε τα $\frac{3}{4}$ των χρημάτων του Γιώργου.

α. Να βρείτε πόσα χρήματα πήρε ο Δημήτρης

β. Να βρείτε ποιο ποσό χρημάτων μοιράστηκαν τα τρία αδέλφια

γ. Αν τα χρήματα του Κώστα μειωθούν κατά 25%, πόσα χρήματα θα έχει τώρα ο Κώστας;

δ. Αν το ποσό κατά το οποίο μειώθηκαν τα χρήματα του Κώστα το πάρει ο Δημήτρης , να βρείτε το νέο ποσό των χρημάτων του Δημήτρη και το ποσοστό που αυτό αντιπροσωπεύει σε σχέση με το συνολικό ποσό που μοιράστηκαν τα αδέρφια.

Θέμα 14.

Ένας φούρναρης με 40 κιλά αλεύρι φτιάχνει 52 κιλά ψωμί .

α. Πόσα κιλά ψωμί θα φτιάξει από 200 κιλά αλεύρι;

β. Πόσα κιλά αλεύρι θα χρειαστεί για να φτιάξει 1274 κιλά ψωμί ;

γ. Αν το κιλό το αλεύρι κοστίζει 0,50€ , πόσο θα στοιχίσει η παρασκευή των 1274 κιλών του ψωμιού με την προϋπόθεση ότι δεν έχει άλλα έξοδα;

δ. Αν το ψωμί θέλει να το πουλήσει με κέρδος 20% , πόσο θα πρέπει να πουλήσει το κιλό και πόσα χρήματα θα πάρει από την πώληση των 1274 κιλών ψωμιού;

Θέμα 15.

Οι μαθητές που παρακολουθούν την Α΄ τάξη ενός Γυμνασίου είναι όσο η τιμή της παράστασης

$$K = 4^2 - 36 : 2^2 + (3^2 - 2^3)^{20} + (5^2 - 4^2) \cdot 2^3$$

α. Να δείξετε ότι η Α΄ τάξη έχει 80 μαθητές

β. Αν το 60% των μαθητών της Α΄ τάξης είναι κορίτσια να βρείτε πόσα αγόρια και πόσα κορίτσια υπάρχουν στην Α΄ τάξη

γ. Αν επιπλέον το 25% των αγοριών και το 25% των κοριτσιών παρακολουθούν Γαλλικά να βρείτε

γ1. Πόσα αγόρια και πόσα κορίτσια παρακολουθούν Γαλλικά

γ2. Ποιο είναι το ποσοστό των μαθητών της Α΄ τάξης που παρακολουθούν Γαλλικά

Θέμα 16.

Ένα καινούριο αυτοκίνητο κόστιζε 20.000 €. Το αγόρασε κάποιος και μετά από 1 χρόνο ήθελε να το πουλήσει, κατά 30% λιγότερο, από όσο το αγόρασε. Ο υποψήφιος αγοραστής έμαθε, ότι το ίδιο ακριβώς μοντέλο, καινούριο, κόστιζε 25.000 €.

α. Σε ποια τιμή θα αγόραζε το μεταχειρισμένο αυτοκίνητο;

β. Τι ποσοστό της τιμής του καινούριου αυτοκινήτου είναι η τιμή του μεταχειρισμένου;

γ. Αν ένα μαγαζί που πουλάει μεταχειρισμένα αυτοκίνητα δίνει το ίδιο μοντέλο σε τιμή 40% φτηνότερα από την τρέχουσα τιμή του καινούριου, από ποιον συμφέρει να αγοράσει το μεταχειρισμένο αυτοκίνητο ο υποψήφιος αγοραστής;

Θέμα 17.

Στην Α΄ τάξη ενός Γυμνασίου τα $\frac{3}{5}$ των μαθητών παρακολουθούν Γερμανικά , το 25% Γαλλικά και οι υπόλοιποι Ιταλικά. Αν οι μαθητές που παρακολουθούν Ιταλικά είναι 12 να βρείτε:

α. Πόσοι μαθητές είναι στην Α΄ Γυμνασίου;

β. Πόσοι μαθητές παρακολουθούν γαλλικά;

γ. Πόσοι μαθητές παρακολουθούν γερμανικά;

Θέμα 18.

Ένα κατάστημα κάνει έκπτωση σε όλα του τα είδη ίση με το $\frac{1}{5}$ της αρχικής τους αξίας. Για ένα παντελόνι πληρώσαμε 60€

Να υπολογίσετε

α. Ποιο μέρος της αρχικής αξίας είναι τα 60€

β. Πόσα € (ευρώ) είναι η έκπτωση;

γ. Πόσο αξίζει το παντελόνι χωρίς την έκπτωση;

Θέμα 19.

Δίνονται οι παραστάσεις

$$A = -(-7+3) - [-10 - (-5+8) - 2] - |-7|$$

$$B = \frac{(-3)\cdot(-6) + (-4-10) : (+7)}{(-10) + (-2)\cdot(-3)}$$

$$\Gamma = \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) : \left|\frac{1}{5} - \frac{1}{4}\right|$$

α. Να δείξετε ότι A=9 , B=-4 , $\Gamma = \frac{5}{3}$

β. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα

Αριθμός	Αντίθετος	Αντίστροφος	Απόλυτη τιμή
Α			
Β			
Γ			

γ. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$K = \frac{A\cdot\Gamma - |B| + (A-1)^2}{A+B}$$

Θέμα 20.

Δίνονται οι αριθμοί

$$k = \frac{1}{3} : (-2) + 5 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) + (2^5 - 3^3)$$

$$\lambda = \left(\frac{9}{2} - 1\right) : \frac{3}{2} - (2 \cdot 5^2 - 7^2)^{2019}$$

και $\alpha = \frac{k}{\lambda}$ ο συντελεστής αναλογίας δύο ανάλογων ποσών x και y

α. Να βρείτε τους αριθμούς k και λ

β. Να βρείτε τη σχέση των ανάλογων ποσών x και y

γ. Να εκφράσετε τον συντελεστή αναλογίας με ποσοστό.

Θέμα 21.

Στον διπλανό πίνακα τα ποσά x και y είναι ανάλογα

x	0		2	5
y		2	1	

α. Να βρείτε τον συντελεστή αναλογίας

β. Να συμπληρώσετε τον πίνακα

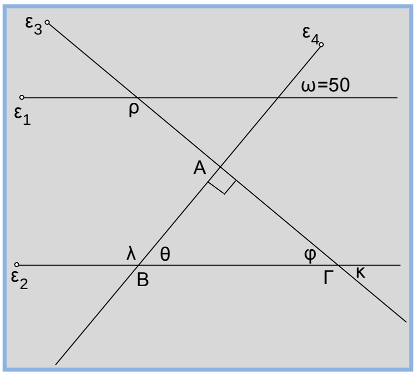
γ. Να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση της σχέσης αναλογίας των ποσών x και y σε ένα ορθοκανονικό σύστημα ημιαξόνων.

Γεωμετρία

Θέμα 22.

Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες $ε_1$ και $ε_2$ είναι παράλληλες

Οι ευθείες $ε_3$ και $ε_4$ είναι κάθετες στο σημείο Α και η γωνία $\hat{\omega} = 50^0$



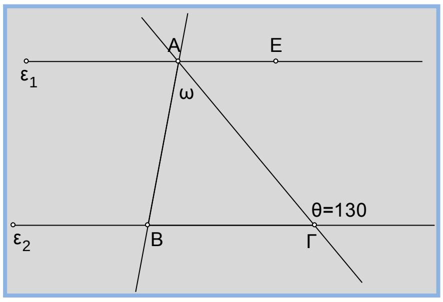
α. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\theta}$ και $\hat{\phi}$ του τριγώνου ΑΒΓ

β. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\rho}$ και $\hat{\lambda}$

γ. Να υπολογίσετε την γωνία $\hat{\kappa}$

Θέμα 23.

Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες $ε_1$ και $ε_2$ είναι παράλληλες και το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές με βάση την ΑΓ



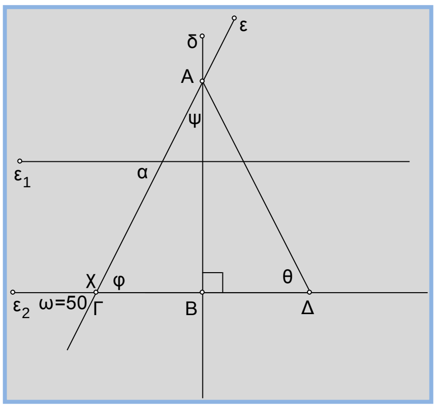
α. Να δείξετε ότι $\hat{\omega} = 50^0$

β. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ

γ. Να δείξετε ότι η ΑΓ είναι διχοτόμος της γωνίας $B\hat{A}E$

Θέμα 24.

Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες $ε_1$ και $ε_2$ είναι παράλληλες και η ευθεία δ είναι μεσοκάθετος του ευθύγραμμου τμήματος ΓΔ και $\hat{\omega} = 50^0$

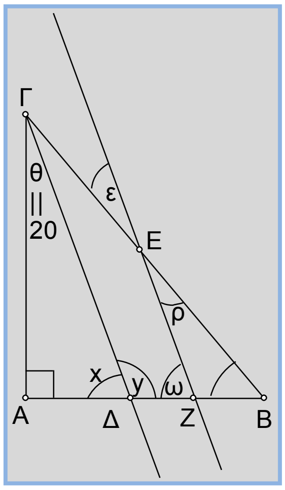


α. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\phi}$, $\hat{x}$, $\hat{\alpha}$ και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

β. Να υπολογίσετε την γωνία $\hat{y}$ και να βρείτε το είδος του τρίγωνου ΑΓΔ ως προς τις πλευρές του.

γ. Να υπολογίσετε την γωνία $\hat{\theta}$ και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Θέμα 25.



Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο με $\hat{A} = 90^{0}$ και η ΓΔ είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{\Gamma}$.

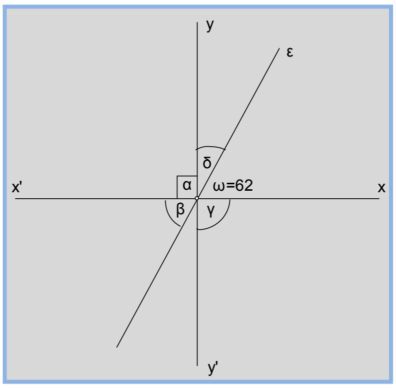
Επίσης είναι ΕΖ//ΓΔ και $A\hat{\Gamma}\Delta = \hat{\theta} = 20^{0}$

α. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{B}$ και $\hat{\Gamma}$ του τριγώνου ΑΒΓ

β. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{x}$ και $\hat{y}$

γ. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\omega}$, $\hat{\rho}$, και $\hat{\varepsilon}$

Θέμα 26.



Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες xx΄ και yy΄ είναι κάθετες .Επίσης $\hat{\omega} = 62^{0}$

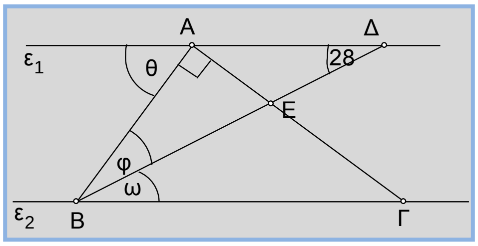
α. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$, $\hat{\gamma}$, $\hat{\delta}$

β. Να βρείτε :

i. Ποια από αυτές τις γωνίες είναι συμπληρωματική της $\hat{\omega}$

ii. Ποιές είναι εφεξής με την $\hat{\alpha}$

Θέμα 27.



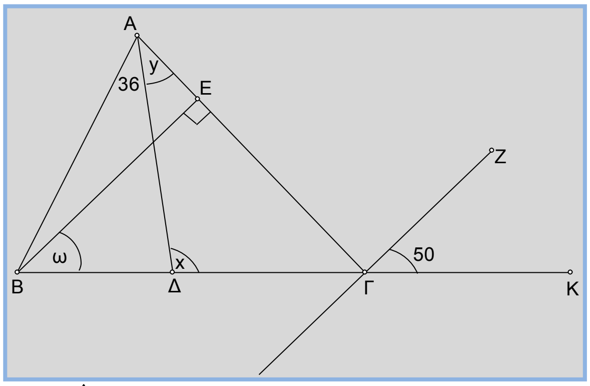
Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι παράλληλες και η ΒΔ είναι διχοτόμος της γωνίας $\widehat{ΑΒΓ}$

α. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\phi}$ και $\hat{\omega}$

β. Να δείξετε ότι $\widehat{ΒΓΕ} = 34^{0}$

γ. Να βρείτε τη γωνία $\hat{\theta}$

Θέμα 28.



Στο διπλανό σχήμα η ΑΔ είναι διχοτόμος της γωνίας $\widehat{ΒΑΓ}$,

$\widehat{ΒΑΔ} = 36^{0}$, $\widehat{ΖΓΚ} = 50^{0}$,

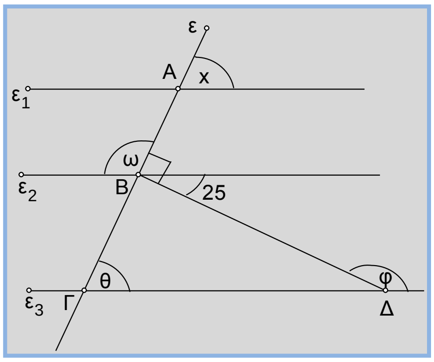
$ΒΕ \perp ΑΓ$, $ΓΖ // ΒΕ$

α. Να βρείτε τη γωνία $\hat{y}$

β. Να υπολογίσετε τιε γωνίες $\hat{\omega}$ και $\hat{x}$

γ. Να βρείτε το είδος του τριγώνου ΑΔΓ ως προς τις γωνίες του.

Θέμα 29.



Στο διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2 // \varepsilon_3$

α. Να βρείτε τη γωνία $\hat{\phi}$

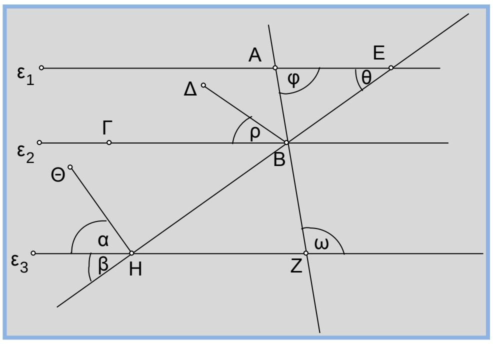
β. Να δείξετε ότι $\hat{\theta} = 65^{0}$

γ. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\omega}$ και $\hat{x}$

Θέμα 30.

Στο διπλανό σχήμα είναι $ε_1$ // $ε_2$ //$ε_3$
Η ΒΔ είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{ΑΒΓ}$ και ΗΘ ⊥ ΗΒ

Αν $\hat{φ} = 2κ$, $\hat{θ} = κ + 10$, $\hat{ω} = 3κ - 20$ τότε



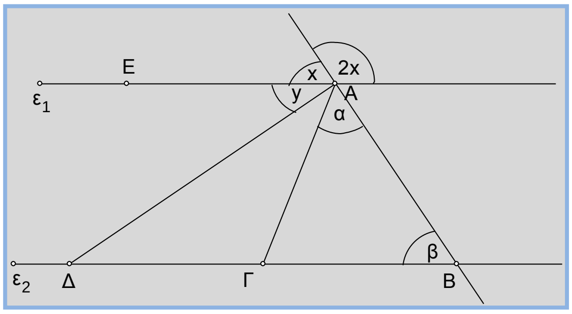
α. Να δείξετε ότι κ=40

β. Να βρείτε τις γωνίες $\hat{φ}$, $\hat{θ}$ και $\hat{ω}$

γ. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{ρ}$, $\hat{α}$ και $\hat{β}$

Θέμα 31.

Στο διπλανό σχήμα είναι $ε_1$ // $ε_2$
ΑΔ διχοτόμος της $\hat{ΕΑΓ}$ και
ΑΔ ⊥ ΑΒ

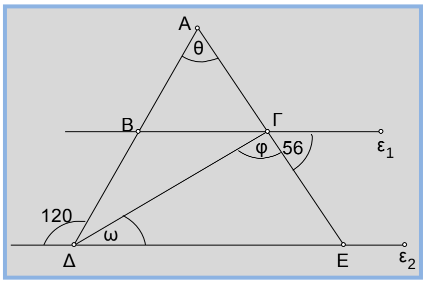


α. Να υπολογίσετε τις γωνίες
$\hat{x}$, $\hat{α}$, $\hat{β}$, $\hat{y}$

β. Να βρείτε το είδος του τριγώνου ΑΒΓ ως προς τις πλευρές και ως προς τις γωνίες του.
Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας

Θέμα 32.

Στο διπλανό σχήμα είναι $ε_1$ // $ε_2$
και η ΔΓ διχοτόμος της γωνίας $\hat{ΑΔΕ}$



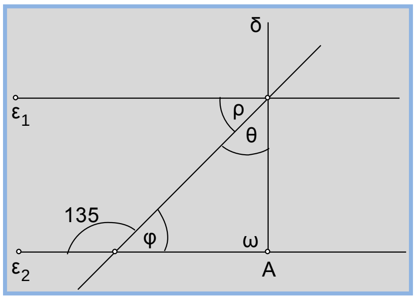
α. Να βρείτε τη γωνία $\hat{ω}$

β. Να δείξετε ότι $\hat{φ} = 94^0$

γ. Να υπολογίσετε τη γωνία $\hat{θ}$

Θέμα 33.

Στο διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$ και $\delta \perp \varepsilon_2$ στο σημείο Α.



α. Να βρείτε τη γωνία $\hat{\phi}$

β. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\rho}$, $\hat{\theta}$ και $\hat{\omega}$

γ. Να βρείτε το είδος του τριγώνου ΑΒΓ ως προς τις πλευρές και ως προς τις γωνίες του.
Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας

Θέμα 34.

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ

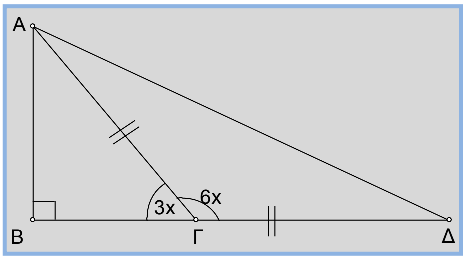
α. Αν είναι $\hat{A} = 75^0$ και η γωνία $\hat{B}$ είναι διπλάσια από την γωνία $\hat{\Gamma}$ να βρείτε τις γωνίες $\hat{B}$ και $\hat{\Gamma}$ του τριγώνου.

β. Αν είναι $\hat{B} = 80^0$ και η γωνία $\hat{A}$ ισούται με τα $\frac{2}{3}$ της γωνίας $\hat{\Gamma}$ να βρείτε τις γωνίες $\hat{A}$ και $\hat{\Gamma}$ του τριγώνου.

Γ. Αν είναι $\hat{A} = \frac{1}{3}\hat{B}$ και $\hat{B} = \frac{1}{2}\hat{\Gamma}$ να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου.

Θέμα 35.

Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο και το τρίγωνο ΑΓΔ είναι ισοσκελές με ΑΓ=ΓΔ



α. Να υπολογίσετε την τιμή του x

β. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ

γ. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΑΓΔ

Διαγωνίσματα

Διαγώνισμα 1

Θεωρία

Θέμα 1

Α. Ποιοι αριθμοί ονομάζονται πρώτοι και ποιοι σύνθετοι;

Β. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά:

i. Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 3 όταν.................

ii. Ισχύει: $\alpha(\beta-\gamma)=$ ....

iii. Το γινόμενο $\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha$ με τη μορφή δύναμης γράφεται ως ....

Γ. Δύο φυσικοί αριθμοί διαφορετικοί από το μηδέν είναι πολλαπλάσια του 3. Μπορεί οι αριθμοί αυτοί να είναι πρώτοι μεταξύ τους; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Θέμα 2

Α. Πότε δύο γωνίες λέγονται παραπληρωματικές; Αν μία γωνία είναι 65^o πόσες μοίρες είναι η παραπληρωματική της;

Β. ***Να αντιστοιχίσετε κάθε γωνία ω της στήλης Α με την αντίστοιχη ονομασία της στη στήλη Β***

Στήλη Α	Στήλη Β
α. $\omega = 180^o$	1. Πλήρης γωνία
β. $\omega < 90^o$	2. Μηδενική γωνία
γ. $\omega = 0^o$	3. Αμβλεία γωνία
δ. $\omega = 360^o$	4. Ευθεία γωνία
ε. $90^o < \omega < 180^o$	5. Οξεία γωνία

α.	β.	γ.	δ	ε.

Γ. ***Να συμπληρώσετε τα επόμενα κενά , ώστε να προκύψουν αληθής προτάσεις:***

Κατακορυφήν γωνίες ονομάζονται δύο γωνίες που έχουν .... κορυφή και τις δύο πλευρές τους ....ημιευθείες.

Ασκήσεις

Άσκηση 1

Δίνονται οι παραστάσεις :

Κ= $-2-(5-3+8)-10-2\cdot(-3-5)$

Λ= $[(-3)\cdot(-1)+(-2)\cdot(+3)]\cdot(-2)+2$

$M=\left[(-1)\cdot\left(+\frac{1}{2}\right)\right]:\left(\frac{5}{4}\cdot\frac{4}{5}\right)$

α. Να δείξετε ότι Κ=−6, Λ= 8, Μ= $-\frac{1}{2}$.

β. Να υπολογίσετε τις απόλυτες τιμές: $\left|\frac{K}{\Lambda}\right|$, $\left|\frac{\Lambda}{M}\right|$, $|M|$ και να απλοποιήσετε τα κλάσματα που προκύπτουν.

γ. Να διατάξετε τα κλάσματα του **(Β)** ερωτήματος από το μικρότερο στο μεγαλύτερο.

Άσκηση 2

Από τους 180 μαθητές ενός σχολείου το 70% παίζει ποδόσφαιρο. Τα $\frac{2}{3}$ των υπολοίπων ασχολείται με το μπάσκετ και οι υπόλοιποι με το τέννις.

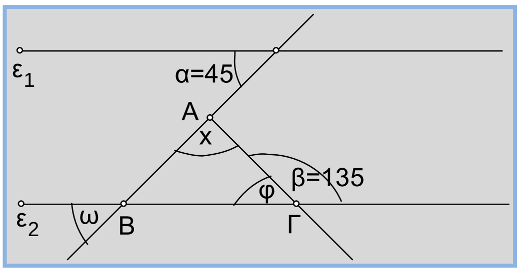
α. Πόσοι μαθητές παίζουν ποδόσφαιρο;

β. Πόσοι μαθητές παίζουν μπάσκετ;

γ. Ποιο ποσοστό % των μαθητών ασχολείται με το τέννις;

Άσκηση 3

Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι παράλληλες . Αν ισχύει $\hat{\alpha}=45^0$ και $\hat{\beta}=135^0$ να υπολογίσετε, τις γωνίες $\hat{\varphi}$, $\hat{x}$ και $\hat{\omega}$ και να βρείτε το είδος του τριγώνου ΑΒΓ ως προς τις πλευρές και ως προς τις γωνίες του.



Διαγώνισμα 2

Θεωρία

Θέμα 1

Α. Πότε δύο ρητοί αριθμοί ονομάζονται ομόσημοι και πότε ετερόσημοι; Δώστε ένα παράδειγμα ομόσημων αριθμών και ένα ετερόσημων.

Β. Το άθροισμα δύο αντίθετων αριθμών είναι ίσο με ……….

Γ. Το γινόμενο δύο αντίστροφων αριθμών είναι ίσο με ……… Δώστε ένα παράδειγμα αντίθετων αριθμών και ένα αντίστροφων αριθμών.

Δ. ***Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) σωστό ή (Λ) λάθος.***

i. $+3 - 3 = 0$

ii. $2 \cdot \frac{1}{2} = 0$

iii. $(-5).(+5) = 0$

Θέμα 2

Α. Τι λέγεται διάμεσος σε ένα τρίγωνο;

Β. ***Συμπληρώστε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις:***

α. Αν ένα τρίγωνο έχει μία γωνία μεγαλύτερη της ορθής, τότε λέγεται………………

β. Το ευθύγραμμο τμήμα που φέρνουμε από μία κορυφή ενός τριγώνου κάθετο στην ευθεία της απέναντι πλευράς, λέγεται ……………………………

γ. Σε κάθε ισοσκελές τρίγωνο, κάθε διάμεσος είναι ……………και …………

δ. Κάθε ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει δύο σημεία του κύκλου, λέγεται ……………….του κύκλου.

Ασκήσεις

Άσκηση 1

Δίνονται οι παραστάσεις:

$K = 18 - 12 - (-5 + 3 - 8) - 10 \cdot (-3 + 5)$

$\Lambda = (-3) \cdot (-1) + (-2) \cdot (+6) + 3 \cdot (-1)$

$M = +2 - (2^4 - 1^{13}) + 13 - 8 : (+2)$

Να υπολογίσετε τις παραστάσεις Κ, Λ και Μ

Στη συνέχεια να χρησιμοποιήσετε τις τιμές που θα βρείτε, για να υπολογίσετε την παράσταση:

$$A = \frac{K}{\Lambda} - \frac{\Lambda}{K} - \frac{1}{3} - \frac{+2-18}{6-4}$$

Άσκηση 2

Δίνονται οι παραστάσεις:

$A = 5^2 + 9 : (-3) - 2 \cdot (-6 - 1)$ και

$B = -\frac{3}{2} \cdot (-15) + \frac{9}{2} : \frac{1}{7} + 5 \cdot (-6)$

α. Να αποδείξετε ότι: Α=36 και Β=24

β. Να αναλύσετε τους αριθμούς Α=36 και Β=24 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων και στη συνέχεια με την βοήθεια της ανάλυσης αυτής να δείξετε ότι ΕΚΠ(Α,Β) = 72

γ. Εφαρμόζοντας τα κατάλληλα κριτήρια διαιρετότητας, εξηγήστε γιατί το ΕΚΠ(Α,Β) διαιρείται με το 2 και με το 3.

Άσκηση 3

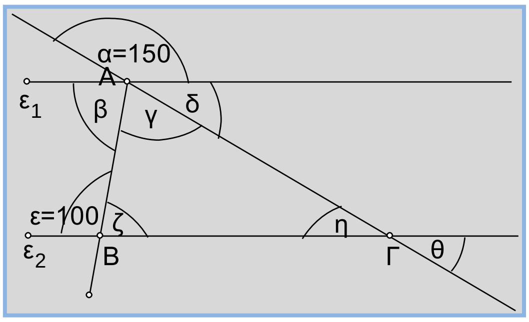
Στο διπλανό σχήμα ισχύει ότι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$.

Δίνεται η $\hat{\alpha} = 150^0$ και $\hat{\varepsilon} = 100^0$.

Να βρείτε τις άγνωστες γωνίες

$\hat{\beta}, \hat{\gamma}, \hat{\delta}, \hat{\zeta}, \hat{\eta}$ και $\hat{\theta}$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας



Διαγώνισμα 3

Θεωρία

Θέμα 1

Α. Να αναφέρετε τα κριτήρια διαιρετότητας με τους αριθμούς 2,3,5 και 9. Να βρείτε έναν τριψήφιο αριθμό που να διαιρείται ταυτόχρονα με το2,3,5 και 9.

Β. Ποιος αριθμός λέγεται πρώτος και ποιος σύνθετος; Δώστε παράδειγμα.

Γ. Πότε δύο αριθμοί λέγονται ομόσημοι και πότε ετερόσημοι; Δώστε παράδειγμα.

Δ. Πότε δύο αριθμοί λέγονται αντίστροφοι; Δώστε παράδειγμα. Ποιος αριθμός δεν έχει αντίστροφο;

Θέμα 2

Α. Ποιες γωνίες λέγονται εφεξής; (Κάνετε σχήμα).

Β. Ποιες γωνίες λέγονται συμπληρωματικές; (Κάνετε σχήμα).

Γ. Τι ονομάζεται απόσταση δύο παράλληλων ευθειών; (Κάνετε το κατάλληλο σχήμα).

Δ. Ποιο τρίγωνο ονομάζεται σκαληνό; (Κάνετε το κατάλληλο σχήμα).

Ε. Ποιο τρίγωνο ονομάζεται αμβλυγώνιο; (Κάνετε το κατάλληλο σχήμα).

Ασκήσεις

Άσκηση 1

Δίνονται οι παραστάσεις:

$A = 2 \cdot 10^3 + 2^2 - (3^2 - 2^3)^{2014} + (2 \cdot 5 - 3^2) \cdot (2^4 - 5)$

$B = \frac{2}{3} \cdot \left(3 - \frac{5}{2}\right) + \left(\frac{7}{6} - 1\right) \cdot 5 - \frac{2}{3}$

α. Να αποδείξετε ότι: Α= και Β=

β. Αν Α=2019 και Β=$\frac{1}{2}$ να βρείτε την τιμή της παράστασης

$K = A : B + A \cdot B - 2 \cdot A - 7$

Άσκηση 2

Η τιμή ενός Η/Υ ένα χρόνο μετά την κυκλοφορία του έπεσε στα 680 €(ευρώ) αφού μειώθηκε κατά 15%.

Μετά από 6 μήνες η τιμή του μειώθηκε ξανά κατά 20% .

Να βρείτε:

α. Την αρχική τιμή του Η/Υ (πριν την πρώτη μείωση)

β. Την τελική τιμή του Η/Υ

γ. Το συνολικό ποσοστό της μείωσης

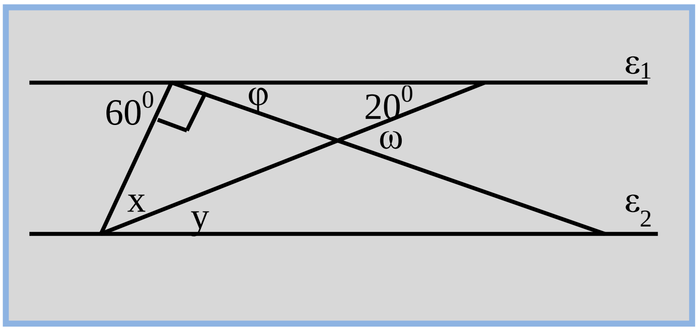
Άσκηση 3

Στο διπλανό σχήμα δίνονται :

$\varepsilon_1 // \varepsilon_2$

Να βρείτε τις γωνίες

$\hat{\varphi}$, $\hat{x}$, $\hat{y}$,και $\hat{\omega}$



- **Να απαντήσετε σε (1) ένα από τα δύο θέματα θεωρίας και σε (2) δύο από τα τρία θέματα ασκήσεων.**
- **Όλα τα θέματα είναι ισοδύναμα.**

Θέματα Τοπικών Διαγωνισμών

Θέμα 1.

α. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$K = \left(5^3 - 15\cdot 2^2 - 4^3\right)^{2018} + \left(6^2 + 2^6 + 3\cdot 5^2 - 14:2\right):\left(2^4 - 7\cdot 2\right) - 1$$

β. Το κλάσμα $A = \dfrac{84}{x}$ είναι ανάγωγο και ο παρονομαστής του x είναι φυσικός αριθμός μεγαλύτερος από το 29 αλλά μικρότερος από τον 37. Να βρείτε το κλάσμα αυτό.

γ. Να βρείτε το ΕΚΠ των αριθμών 84 και 126 και στη συνέχεια να συγκρίνετε τα κλάσματα $\dfrac{84}{31}$ και $\dfrac{126}{47}$

Παράρτημα Νομού Ηλείας-3ος τοπικός διαγωνισμός «Δημήτρης Ζούνης»

Θέμα 2.

Δίνονται οι παραστάσεις $A = \dfrac{\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}\right):\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{8}\right)}{2^3}$ και

$B = 1\dfrac{1}{8} - (3^2 - 2^3)^{2018} + 0^5$

α. Να υπολογίσετε τις αριθμητικές τιμές των παραστάσεων Α και Β

β. Να συγκρίνετε τους αριθμούς 2Α και $\dfrac{B}{A}$

γ. Να εξετάσετε αν ο αριθμός $2\left(2A + \dfrac{1}{2}\right) + 3\left(\dfrac{B}{A} + \dfrac{1}{2}\right) + 2^3$ είναι πρώτος ή σύνθετος

Παράρτημα Ημαθίας-11ος τοπικός διαγωνισμός «Η ΥΠΑΤΙΑ»

Θέμα 3.

α. Να υπολογίσετε τις παρακάτω τιμές

$$A=\left(3^2-1^5\right)^2\cdot\left(1+2^2\right)^2+3\cdot\left(5\cdot 26+3^2\right)+1^{123}$$

$$B=2^3\cdot 5^3\cdot\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\right)+3^2$$

β. Να παραγοντοποιήσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τις παραστάσεις $2\cdot A-6^2$ και $3\cdot B-27$

γ. Να γράψετε το πηλίκο $\Gamma=\dfrac{2\cdot A-6^2}{3\cdot B-27}$ και να το απλοποιήσετε

Παράρτημα Δωδεκανήσου-9ος τοπικός διαγωνισμός «Ο ΕΥΔΗΜΟΣ»

Θέμα 4.

Δίνονται οι παραστάσεις $A=\dfrac{\left(3^2+1\right)^2\cdot 0{,}01+2^5:2^4}{\left(3^2-\dfrac{4}{2^3}\cdot 16\right)^{2018}}$ και

$B=\left[5\cdot 4^2-\left(0{,}95\cdot 10^2-2^3\cdot 8-1\right)\right]:10$

α. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις Α και Β

β. Να βρείτε δυο κλάσματα μεταξύ των $\dfrac{A}{B}$ και $\dfrac{B}{A}$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας

Παράρτημα Ροδόπης-9ος τοπικός διαγωνισμός «ΚΑΡΑΘΕΟΔΩΡΗ»

Θέμα 5.

Δίνεται η αριθμητική παράσταση

$$x=\frac{2\cdot 3^2-1^{2018}}{2^2}-\left(1\frac{3}{4}+1{,}75\right)$$

α. Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης x

β. Να προσδιορίσετε μεταξύ ποιών φυσικών αριθμών βρίσκεται ο x.

γ. Σε ποιον από αυτούς τους δυο αριθμούς είναι πλησιέστερα ο x;

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας

δ. Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης

$$A = 4 \cdot x - \frac{x + \frac{1}{4}}{x - \frac{5}{12}}$$

Παράρτημα Ν. Μαγνησίας-8ος τοπικός διαγωνισμός «Ο Θαλής για την Α΄»

Θέμα 6.

Δίνονται οι παραστάσεις

$$A = \frac{3^3 - \left|2^5 - 5 \cdot (3 \cdot 4 - 2 \cdot 5) + 2^4 : (12^2 - 2^2 \cdot 7 \cdot 5) - 0{,}25 \cdot 4\right|}{(11^2 - 10^2) - (6^2 - 10^1 \cdot 3)} : \frac{8}{25}$$

και $B = \dfrac{4 : \frac{1}{3} + 8 : \frac{1}{6}}{5 \cdot \left(\frac{14}{7} - 1^3\right)^{2018} + \frac{5}{3} : \frac{2}{3}} - \dfrac{20}{3}$

α. Να βρείτε την αριθμητική τιμή των παραστάσεων Α και Β και να τις γράψετε (αν είναι δυνατόν) ως ανάγωγα κλάσματα

β. Να συγκρίνετε τα κλάσματα Α και Β

γ. Να βρείτε μεταξύ ποιών διαδοχικών φυσικών αριθμών βρίσκεται ο αριθμός $\Gamma = 2A + 4B$

Παράρτημα Σερρών-3ος τοπικός διαγωνισμός «Διόφαντος»

Θέμα 7.

Δίνονται οι αριθμητικές παραστάσεις

$$A=\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(\frac{2}{1}+\frac{3}{1}\right)\cdot\left(\frac{4}{3}+\frac{3}{4}\right)\cdot 2^3\cdot 3^2 \text{ και } B=\left(6^2-3^3\right)\cdot 2-2^3$$

α. Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων Α και Β

β. Να βρείτε τον μέγιστο κοινό διαιρέτη (ΜΚΔ) και το ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο (ΕΚΠ) των Α και Β

γ. Να βρείτε το μικρότερο θετικό ακέραιο αριθμό που πρέπει να προσθέσουμε στον αριθμό Β ώστε να προκύψει διαιρέτης του Α

Παράρτημα Ν. Μαγνησίας-7ος τοπικός διαγωνισμός «Ο Ευκλείδης για την Α΄»

Θέμα 8.

Σε ένα αγώνα μπάσκετ, ένας παίκτης είχε συνολικά 10 εύστοχα σουτ από τα 16 που επιχείρησε (δίποντα και τρίποντα) ενώ εκτέλεσε και 8 βολές (κάθε βολή μετράει για 1 πόντο)

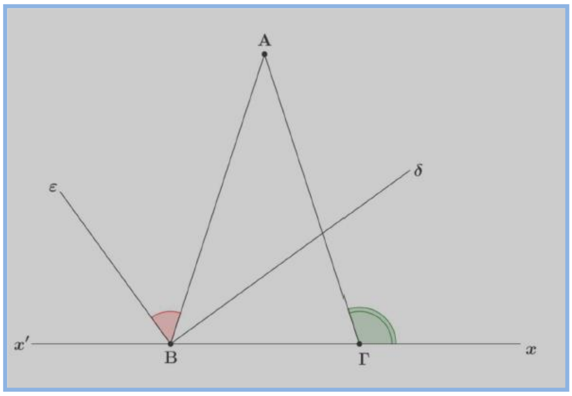
α. Ποιο ήταν το ποσοστό ευστοχίας του σε όλα τα σουτ που επιχείρησε; (εκτός από τις βολές)

β. Αν το ποσοστό ευστοχίας του στις βολές ήταν 75% και το σύνολο των πόντων που πέτυχε ήταν 29 , πόσα δίποντα και πόσα τρίποντα πέτυχε;

γ. Αν οι προσπάθειές του για δίποντο ήταν 4 περισσότερες από εκείνες για τρίποντο, ποιο ήταν το ποσοστό ευστοχίας που είχε στα δίποντα και ποιο στα τρίποντα;

Παράρτημα Ηρακλείου-7ος τοπικός διαγωνισμός «Ο Επιμενίδης»

Θέμα 9.



Στο διπλανό σχήμα, το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές με βάση ΒΓ. Η ημιευθεία Βδ είναι διχοτόμος της γωνίας $A\hat{B}\Gamma$ και η ημιευθεία Βε είναι διχοτόμος της γωνίας $A\hat{B}x'$. Δίνεται ακόμη ότι η γωνία $A\hat{B}\varepsilon$ είναι ίση με τα $\frac{3}{5}$ της ορθής γωνίας.

α. Να βρείτε το μέτρο της γωνίας $A\hat{B}\varepsilon$ σε μοίρες

β. Να εξηγήσετε γιατί η γωνία $\delta\hat{B}\varepsilon$ είναι ορθή

γ. Να υπολογίσετε τη γωνία $A\hat{\Gamma}x$

Παράρτημα Αιτωλοακαρνανίας-3ος τοπικός διαγωνισμός «Θ. Α. Βαρόπουλος»

Θέμα 10.

Δίνονται οι παραστάσεις

$A = \left(2^5 - 3^3\right) : 5 + (6{,}4 - 5) \cdot \frac{20}{4}$ και

$B = 18 \cdot \left(1 - \frac{1}{2} : \frac{3}{4}\right) \cdot \left(1\frac{3}{6} - 1\right)$

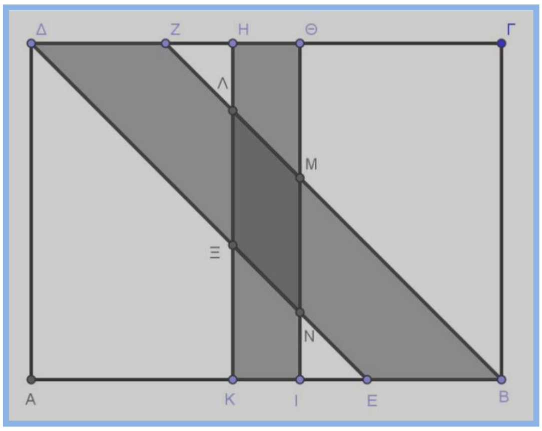
α. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων Α και Β

β. Να υπολογίσετε την τιμή παράστασης $A^2 + B^2 + A \cdot B + 1$

γ. Αν οι κ, λ είναι αντίστροφοι αριθμοί, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $(\kappa \cdot \lambda)^{2017} + \kappa\left(\lambda + \frac{1}{\kappa}\right)$

Παράρτημα Ημαθίας-9ος τοπικός διαγωνισμός «Κ. Καραθεοδωρή»

Θέμα 11.



Το διπλανό χωράφι ΑΒΓΔ είναι σχήματος ορθογωνίου με πλευρές ΑΒ=7εκ. και ΑΔ=5εκ. από το οποίο διέρχονται δύο δρόμοι. Ακόμη δίνεται ότι ΛΞ=2εκ. , ΔΖ=ΒΕ=2εκ. και ΗΘ=ΚΙ=1εκ.

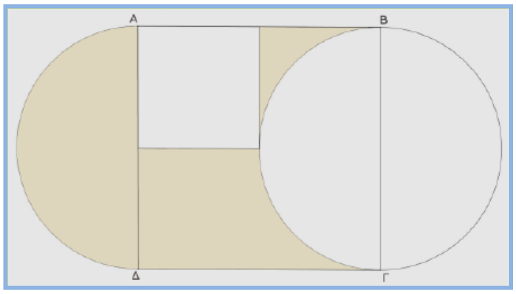
α. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωραφιού ΑΒΓΔ

β. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου ΛΜΝΞ

γ. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της επιφάνειας που καλύπτεται από δρόμους

Παράρτημα Ημαθίας-9ος τοπικός διαγωνισμός «Κ. Καραθεοδωρή»

Θέμα 12.



Στο διπλανό σχήμα το μήκος της πλευράς του τετραγώνου ΑΒΓΔ είναι 4 εκατοστά,

α. Τι μέρος του εμβαδού του τετραγώνου ΑΒΓΔ είναι το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης περιοχής;
(Να εκφραστεί σε μορφή κλάσματος)

β. Πόσο είναι το εμβαδό της μη γραμμοσκιασμένης περιοχής του σχήματος;

Παράρτημα Σερρών-2ος τοπικός διαγωνισμός «Διόφαντος»

Θέμα 13.

Ένα σχολείο έχει συνολικά 357 μαθητές και τα $\frac{4}{7}$ από αυτούς είναι κορίτσια.

Τα $\frac{5}{9}$ των αγοριών και το $\frac{1}{6}$ των κοριτσιών παίζουν βόλεϊ.

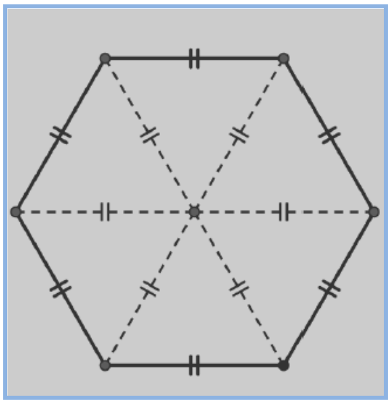
α. Πόσα είναι τα κορίτσια και πόσα τα αγόρια του σχολείου αυτού;

β. Πόσα παιδιά του σχολείου παίζουν βόλεϊ συνολικά;

γ. Στο σχολείο αυτό ήρθαν με μετεγγραφή δύο κορίτσια και τρία αγόρια ακόμη.
Ποιο κλάσμα του συνόλου των μαθητών του σχολείου αποτελούν τώρα όλα τα κορίτσια και ποιο κλάσμα όλα τα αγόρια;

Παράρτημα Δωδεκανήσου-7ος τοπικός διαγωνισμός «Ο ΕΥΔΗΜΟΣ»

Θέμα 14.



Στο διπλανό σχήμα «κρύβονται» τρία **διαφορετικά** γεωμετρικά σχήματα

α. Μπορείτε να τα βρείτε, να τα ονομάσετε και να γράψετε το είδος του καθενός;

β. Τι μέρος του συνολικού εμβαδού αποτελεί το καθένα;

γ. Αν το μεγαλύτερο από αυτά έχει εμβαδόν $48cm^2$ να βρεθούν τα εμβαδά των υπολοίπων σχημάτων καθώς και το εμβαδό ολόκληρου του σχήματος

Παράρτημα Ημαθίας-10ος τοπικός διαγωνισμός «Η ΥΠΑΤΙΑ»

Θέμα 15.

Στο Δημήτρη έκαναν δώρο στη γιορτή του, το βιβλίο «Αχμές ο γιος του φεγγαριού» , ένα μαθηματικό μυθιστόρημα του Μαθηματικού –συγγραφέα Τεύκρου Μιχαηλίδη. Το μυθιστόρημα αρχίζει από τη σελίδα 7 και τελειώνει στη σελίδα 313 (οι πρώτες σελίδες είναι λευκές, σχόλια και πληροφορίες) Κάθε σελίδα έχει διαστάσεις 13,8 εκ. επί 20,4 εκ.

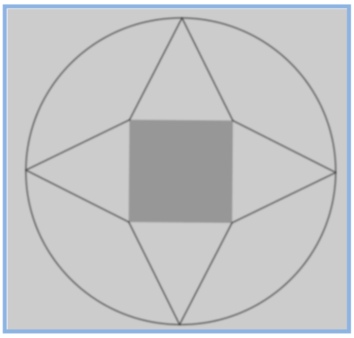
α. Πόσες σελίδες έχει πραγματικά το μυθιστόρημα;

β. Πόση επιφάνεια (εμβαδόν) είναι η κάθε σελίδα;

γ. Πόσο χαρτί (εμβαδόν σε τετρ. Μέτρα) χρειάστηκε για να εκδοθεί το βιβλίο αυτό μαζί με τα δυο εξώφυλλα, ίδιων διαστάσεων;

Παράρτημα Ν. Μαγνησίας-7ος τοπικός διαγωνισμός «Ο Θαλής για την Α'»

Θέμα 16.



Ένας κηπουρός φυτεύει γαρύφαλλα σε ένα τετράγωνο, του οποίου η περίμετρος είναι 8μ. Εξωτερικά του τετραγώνου σχεδιάζει τέσσερα ισοσκελή τρίγωνα, τα οποία έχουν βάσεις τις πλευρές του τετραγώνου και ύψος ίσο με την πλευρά του τετραγώνου και φυτεύει γαρδένιες στα τρίγωνα αυτά. Περιβάλλει μετά το τετράγωνο και τα τρίγωνα με έναν κύκλο ο οποίος περνά από τις κορυφές των τριγώνων, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα και φυτεύει στα κενά που δημιουργούνται μεταξύ του κύκλου και των τριγώνων μαργαρίτες.

Να υπολογιστεί πόση επιφάνεια του κήπου είναι φυτεμένη με γαρύφαλλα, πόση με γαρδένιες, και πόση με μαργαρίτες

Παράρτημα Ηρακλείου-6ος τοπικός διαγωνισμός «Ο Επιμενίδης»

Θέμα 17.

Έχουμε μία δεξαμενή με διαστάσεις 1,5m πλάτος, 10dm μήκος και 30cm ύψος και δύο βρύσες που μπορούν να γεμίσουν τη δεξαμενή.

Η πρώτη βρύση μπορεί και γεμίζει τη δεξαμενή σε δέκα ώρες, ενώ η δεύτερη γεμίζει 30 λίτρα σε μία ώρα.

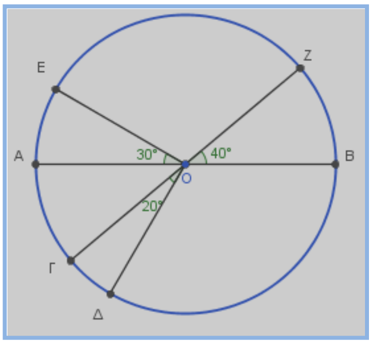
α. Σε πόσες ώρες μπορούμε να γεμίσουμε τη δεξαμενή με ανοιχτή μόνο τη δεύτερη βρύση;

β. Σε πόσες ώρες μπορούμε να γεμίσουμε τη δεξαμενή και με τις δύο βρύσες ανοιχτές;

γ. Έχοντας και τις δύο βρύσες ανοιχτές ανοίγουμε μία βάνα τη στιγμή που έχει γεμίσει το $\frac{1}{3}$ της δεξαμενής και η δεξαμενή χάνει 10 λίτρα κάθε 12 λεπτά. Σε πόση ώρα θα γεμίσει ολόκληρη η δεξαμενή;

Παράρτημα Ροδόπης-3ος τοπικός διαγωνισμός «ΒΙΩΝ»

Θέμα 18.



Σε κύκλο με κέντρο Ο φέρνουμε τις διαμέτρους ΑΒ και ΓΖ ώστε $B\hat{O}Z = 40^0$ Πάνω στην περιφέρεια του κύκλου θεωρούμε ακόμη τα σημεία Δ και Ε ώστε $\Gamma\hat{O}\Delta = 20^0$ και $A\hat{O}E = 30^0$ όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

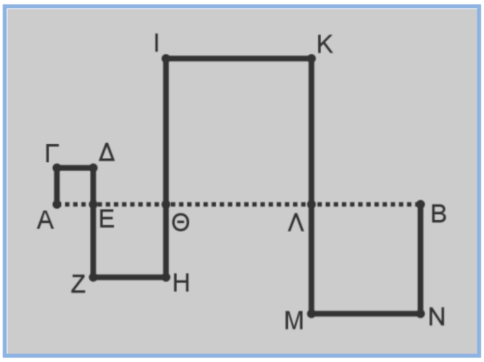
α. Να βρείτε το μέτρο των γωνιών $A\hat{O}\Gamma$,$\Delta\hat{O}B$ και $Z\hat{O}E$

β. Από το κέντρο Ο του κύκλου κινούμαστε πάνω στην ακτίνα ΟΑ μέχρι το σημείο Α και επιστρέφουμε στο Ο. Στη συνέχεια επαναλαμβάνουμε τη διαδρομή για τα σημεία Γ, Δ, Β, Ζ και τελικά από το κέντρο Ο κινούμαστε πάνω στην ακτίνα ΟΕ μέχρι το σημείο Ε. Αν η συνολική διαδρομή είχε μήκος 12,1 m να βρείτε τη διάμετρο του κύκλου.

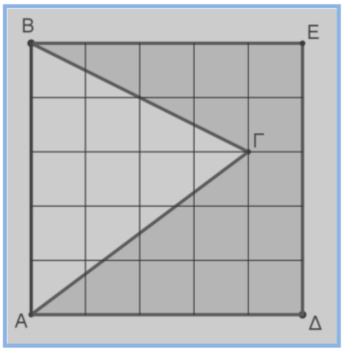
Παράρτημα Δωδεκανήσου-6ος τοπικός διαγωνισμός «Ο ΙΠΠΑΡΧΟΣ»

Θέμα 19.

α. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η διαδρομή που έκανε ένα ταξί για να πάει από το σημείο Α στο σημείο Β μιας πόλης λόγω των κυκλοφοριακών ρυθμίσεων που υπάρχουν. Η ευθεία απόσταση των σημείων Α και Β δηλαδή το μήκος του τμήματος ΑΒ είναι 3 χιλιόμετρα. Τα σχήματα ΑΓΔΕ, ΕΖΗΘ, ΘΙΚΛ, και ΛΜΝΒ είναι τετράγωνα. Να βρείτε το μήκος της διαδρομής ΑΓΔΖΗΙΚΜΝΒ που έκανε το ταξί



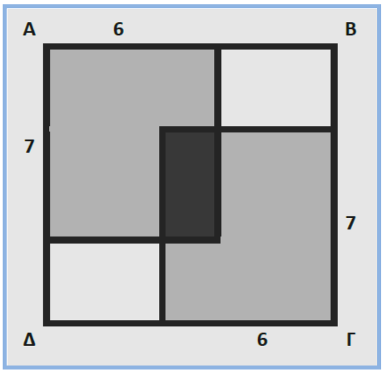
β. Στο διπλανό σχήμα το μήκος του τμήματος ΑΒ είναι 5 μέτρα.
Να βρείτε το εμβαδόν του χρωματισμένου μέρους του σχήματος.



Παράρτημα Νομού Ηλείας-2ος τοπικός διαγωνισμός «Δημήτρης Ζούνης»

Θέμα 20.

Δύο ίδια φύλλα χαρτιού με πλευρές 6 εκ. και 7 εκ. τοποθετούνται στις γωνίες του τετραγώνου ΑΒΓΔ πλευράς 10 εκ.
Τα δύο φύλλα επικαλύπτονται, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



α. Πόσο είναι το εμβαδό και πόση η περίμετρος της επικαλυπτόμενης επιφάνειας;

β. Πόσο είναι το εμβαδό της υπόλοιπης περιοχής;

Παράρτημα Ημαθίας-8ος τοπικός διαγωνισμός «Κ. Καραθεοδωρή»

Θέμα 21.

Σε ένα λεωφορείο επιβαίνουν συνολικά 60 άνθρωποι, **άνδρες**, **γυναίκες**, **παιδιά** και **ηλικιωμένοι**.
Στην 1η στάση κατεβαίνουν τα $\frac{3}{4}$ των **ανδρών** οπότε μένουν 45 επιβάτες.
Στη 2η στάση κατεβαίνουν οι υπόλοιποι **άνδρες** και τα $\frac{2}{3}$ των **γυναικών**, οπότε μένουν 28 επιβάτες.
Στην 3η στάση κατεβαίνουν τα μισά **παιδιά** οπότε μένουν 20 επιβάτες.
Πόσοι είναι οι **ηλικιωμένοι** που βρίσκονται στο λεωφορείο;

Παράρτημα Ν. Μαγνησίας-5ος τοπικός διαγωνισμός «Ο Ευκλείδης για την Α΄»

Θέμα 22.

Στο συνέδριο της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας στη Λευκάδα, κανόνισαν να συναντηθούν δύο φίλοι από την Κομοτηνή, ο Θοδωρής και ο Νίκος.

Στο δρόμο για τη Λευκάδα επισκέφτηκαν φίλους και συγγενείς. Ο Θοδωρής ξεκίνησε την Παρασκευή στις 7:15 πμ και επισκέφτηκε με τη σειρά την Καβάλα, τη Θεσσαλονίκη και τα Ιωάννινα. Ενώ ο Νίκος που ξεκίνησε την Παρασκευή στις 8:20 πμ πήγε με τη σειρά στην Ξάνθη, στην Κατερίνη, στα Γρεβενά και τέλος στην Άρτα. Υποθέτουμε ότι το ταξίδι από Κομοτηνή μέχρι τη Λευκάδα χωρίς στάσεις είναι 6 ώρες. Στην πρώτη στάση τους, ο Θοδωρής κάθισε το διπλάσιο χρόνο από τον Νίκο, ο οποίος έκανε μία ώρα για να φτάσει στην Ξάνθη και έφυγε από εκεί στις 10:20 πμ.

Στη δεύτερη στάση τους, ο Θοδωρής έμεινε στη Θεσσαλονίκη $\frac{2}{8}$ λιγότερο χρόνο απ' ότι ο Νίκος στην Κατερίνη, ο οποίος έμεινε 2 ώρες. Στην τρίτη τους στάση, ο Θοδωρής έμεινε στα Ιωάννινα τον τριπλάσιο χρόνο από την προηγούμενη στάση του ενώ ο Νίκος κάθισε στα Γρεβενά $\frac{4}{12}$ του χρόνου του Θοδωρή στα Ιωάννινα.

α. Να βρείτε πόσες ώρες διήρκησε το ταξίδι του Θοδωρή

β. Αν ο Νίκος έκανε δώδεκα ώρες για να φτάσει στη Λευκάδα, να βρείτε πόσες ώρες ήταν η τελευταία στάση του στην Άρτα.

γ. Τι ώρα έφτασε ο καθένας; Ποιος έφτασε πρώτος;

Παράρτημα Ροδόπης-8ος τοπικός διαγωνισμός «ΚΑΡΑΘΕΟΔΩΡΗ»

Θέμα 23.

Μια μαθήτρια της Α΄ Γυμνασίου έγραψε δύο τεστ στα μαθηματικά. Στο ένα έγραψε 16 και στο άλλο 18.

α. Πόσο πρέπει να γράψει στο επόμενο τεστ, ώστε και στα τρία τεστ να έχει γράψει κατά μέσο όρο 18;

β. Μπορεί να βγάλει μέσο όρο 19;

Παράρτημα Κέρκυρας-2ος τοπικός διαγωνισμός «ΚΩΣΤΑΣ ΖΕΡΒΟΣ»

Θέμα 24.

Δίνονται οι αριθμοί $\alpha = \frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{4}{5}+\ldots+\frac{2015}{2016}+\frac{2016}{2017}$

και $\beta = \frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\ldots+\frac{1}{2016}+\frac{1}{2017}$

α. Να συγκριθούν οι αριθμοί α και β.

β. Να βρείτε το άθροισμα $\alpha+\beta$

Παράρτημα Αιτωλοακαρνανίας-2ος τοπικός διαγωνισμός «Θ. Α. Βαρόπουλος»

Θέμα 25.

Ένα μαγαζί πουλάει χριστουγεννιάτικα στολίδια . Στη βιτρίνα του έχει τοποθετήσει τριών ειδών στολίδια (● ▣ ✦) αναγράφοντας στο τέλος κάθε γραμμής το συνολικό κόστος των στολιδιών της γραμμής και στο τέλος κάθε στήλης το συνολικό κόστος των στολιδιών της στήλης. Πόσο κοστίζει κάθε στολίδι ;

● = ?

▣ = ?

✦ = ?

✦	▣	●	●	13
▣	✦	✦	▣	10
●	▣	●	✦	13
✦	●	✦	▣	12
12	11	14	11	

Παράρτημα Χανίων-6ος τοπικός διαγωνισμός «Σταμάτης Μπάτσης»


2+3=5
3+4=