Γενικό Λύκειο Βαθέος Αυλίδας

Σχολικό Έτος 2021-2022

ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ Ι . Ε . Π

ΦΥΣΙΚΗΣ Β΄ θετικής κατεύθυνσης

Τελευταία ενημέρωση 16 – 04 - 2022

Επιμέλεια : Νίκος Παπαγιάννης Φυσικός

Αφιερωμένο στους Μαθητές μου

Κ Α Λ Η Ε Π Ι Τ Υ Χ Ι Α

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ποσότητα ιδανικού αερίου βρίσκεται σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας, στην οποία η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του είναι $\overline{K}$. Αν διπλασιαστεί η θερμοκρασία, στη νέα κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας, η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου είναι:

(α) $\overline{K}$, **(β)** $2 \cdot \overline{K}$, **(γ)** $\frac{\overline{K}}{2}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Για τα μέτρα των εντάσεων του πεδίου βαρύτητας της Γης g_A και g_B, σε δύο σημεία του Α και Β αντίστοιχα, ισχύει: $g_A = \frac{g_B}{4}$. Για τις αποστάσεις r_A και r_B των σημείων Α και Β αντίστοιχα, από το κέντρο της Γης, ισχύει:

(α) $r_A = 2 \cdot r_B$, **(β)** $r_A = 4 \cdot r_B$, **(γ)** $r_A = \frac{r_B}{2}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β. Ισχύει: $\overline{K} = \frac{3}{2} \cdot k \cdot T$, οπότε η μέση κινητική ενέργεια των μορίων ποσότητας ιδανικού αερίου που βρίσκεται σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας είναι ανάλογη της απόλυτης θερμοκρασίας του.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση είναι η (α).

Μονάδες 4

2.2.Β. Ισχύει: $g_A = \frac{1}{4} g_B$, $G \cdot \frac{M_\Gamma}{r_A^2} = \frac{1}{4} \cdot G \cdot \frac{M_\Gamma}{r_B^2}$,$r_A^2 = 4 \cdot r_B^2$, $r_A = 2 \cdot r_B$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Η διαφορά δυναμικού $V_A - V_B$ δύο σημείων Α και Β αντίστοιχα, ενός πεδίου βαρύτητας είναι αρνητική. Αυτό σημαίνει ότι:

(α) για να μεταφερθεί σημειακή μάζα m από το σημείο Α στο σημείο Β απαιτείται να προσφερθεί ενέργεια.

(β) για να μεταφερθεί σημειακή μάζα m από το σημείο Α στο σημείο Β δεν απαιτείται να προσφερθεί ενέργεια.

(γ) κατά τη μεταφορά σημειακής μάζας m από το σημείο Α στο σημείο Β, το έργο της δύναμης του πεδίου είναι θετικό.

2.1.Α. Να επιλέξετε την σωστή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Κατά την αδιαβατική συμπίεση ποσότητας ιδανικού αερίου, η θερμοκρασία του αερίου:

(α) ελαττώνεται, **(β)** παραμένει σταθερή, **(γ)** αυξάνεται

2.2.Α. Να επιλέξετε την σωστή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.
2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (α).

Μονάδες 4

2.1.Β. Το έργο της βαρυτικής δύναμης υπολογίζεται από τη σχέση: $W_{\vec{w}} = (V_A - V_B) \cdot m$ και συνεπώς είναι αρνητικό (καταναλισκόμενο). Έτσι, για να μεταφερθεί σημειακή μάζα m από το σημείο Α στο σημείο Β απαιτείται ενέργεια τουλάχιστον ίση με την απόλυτη τιμή του έργου της βαρυτικής δύναμης.

Μονάδες 8

2.2.
2.2.Α. Σωστή απάντηση είναι η (γ).

Μονάδες 4

2.2.Β. Από τον πρώτο (1^o) Θερμοδυναμικό Νόμο ισχύει: $Q = \Delta U + W$. Στην αδιαβατική μεταβολή όμως $Q = 0$. Έτσι, $0 = \Delta U + W$, $\Delta U = - W$. Κατά τη συμπίεση: $W < 0$, οπότε: $\Delta U > 0$, $\Delta T > 0$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Σημειακό αντικείμενο μάζας m, κινούμενο με ταχύτητα υ, συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με αρχικά ακίνητο σημειακό αντικείμενο μάζας $3 \cdot m$, το οποίο είναι ελεύθερο να κινηθεί. Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του βλήματος που μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια, κατά τη διάρκεια της κρούσης, είναι:

(α) 25% , **(β)** 75% , **(γ)** 50%

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Θερμική μηχανή απορροφά σε κάθε κύκλο λειτουργίας της θερμότητα 10000 J από τη θερμή δεξαμενή και αποβάλλει ποσό θερμότητας 5000 J στην ψυχρή δεξαμενή. Η απόδοση της μηχανής είναι:

α) 50% , **(β)** 25% , **(γ)** 75%

2.2.Α. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.
2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής, αφού το σύστημα είναι μονωμένο, έχουμε:

$$m \cdot \upsilon = 4 \cdot m \cdot V \,, V = \frac{\upsilon}{4} \; [1]$$

Η θερμότητα που ρέει στο περιβάλλον, κατά τη διάρκεια της κρούσης, είναι:

$$Q = |\Delta K_{\sigma\upsilon\sigma\tau}| = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot m \cdot V^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 - 2 \cdot m \cdot \frac{\upsilon^2}{16} = \frac{3}{8} \cdot m \cdot \upsilon^2 \; [2]$$

Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του βλήματος που ρέει ως θερμότητα στο περιβάλλον, κατά τη διάρκεια της κρούσης, είναι:

$$\frac{Q}{\frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2} = \frac{\frac{3}{8} \cdot m \cdot \upsilon^2}{\frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2} = 75\%$$

Μονάδες 8

2.2.
2.2.Α. Σωστή απάντηση είναι η (α).

Μονάδες 4

2.2.Β. Ισχύει:

$$\alpha = \frac{W}{Q_h} = \frac{Q_h - |Q_c|}{Q_h} = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_h} = 1 - \frac{5000}{10000} = 1 - 0{,}5 = 0{,}5 \text{ ή } 50\%$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας διαφυγής ενός σώματος από το βαρυτικό πεδίο της Γης, όταν αυτό εκτοξεύεται από ύψος $h = R_Γ$.

Μονάδες 6

4.2. Σώμα Σ εκτοξεύεται προς το διάστημα, από ύψος $h = R_Γ$ από την επιφάνεια της Γης. Τη στιγμή της εκτόξευσης, η κινητική ενέργεια του σώματος Σ είναι δεκαέξι φορές μεγαλύτερη από την απόλυτη τιμή της δυναμικής ενέργειας του συστήματος σώμα Σ – Γη. Να αποδείξετε ότι το σώμα Σ θα διαφύγει από το βαρυτικό πεδίο της Γης.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια του σώματος Σ, τη στιγμή που διαφεύγει από το βαρυτικό πεδίο της Γης, αν εκτοξεύτηκε από το ύψος h προς το διάστημα, με την ταχύτητα που προσδιορίσατε στο προηγούμενο ερώτημα. Η μάζα του σώματος Σ είναι $m = 4\ \mathrm{kg}$.

Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε το έργο της βαρυτικής δύναμης που δέχεται το σώμα Σ από τη στιγμή της εκτόξευσης, μέχρι τη διαφυγή του από το πεδίο βαρύτητας της Γης, αν η μάζα του είναι $m = 4\ \mathrm{kg}$.

Μονάδες 7

Δίνονται η ακτίνα της Γης $R_Γ = 6400\ \mathrm{km}$ και το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γης στην επιφάνειά της $g_0 = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Να θεωρήσετε ότι στο σώμα, μετά την εκτόξευσή του ασκείται μόνο η βαρυτική έλξη από τη Γη.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Ισχύει:

$$\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_\Gamma}{R_\Gamma + h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_\Gamma}{2 \cdot R_\Gamma}} = \sqrt{g_0 \cdot R_\Gamma} = 8 \cdot 10^3 \ \frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.2. Ισχύει:

$$K = 16 \cdot |U| \,, \ \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 = 16 \cdot \frac{G \cdot M_\Gamma \cdot m}{R_\Gamma + h} \,, \ \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 = 16 \cdot \frac{g_0 \cdot R_\Gamma^2 \cdot m}{2 \cdot R_\Gamma} \,,$$

$$\upsilon = \sqrt{16 \cdot g_0 \cdot R_\Gamma} = 32 \cdot 10^3 \ \frac{m}{s}$$

Ισχύει: $\upsilon > \upsilon_\delta$ και συνεπώς το σώμα Σ θα διαφύγει από το πεδίο βαρύτητας της Γης.

Μονάδες 6

4.3. Η μηχανική ενέργεια του σώματος Σ διατηρείται σταθερή κατά τη διάρκεια της κίνησής του, επειδή η μοναδική δύναμη που του ασκείται είναι η βαρυτική έλξη της Γης, δύναμη που είναι συντηρητική. Έτσι:

$$E_{\alpha\rho\chi} = E_{\tau\varepsilon\lambda} \,, \ K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \,, \ \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 - \frac{G \cdot M_\Gamma \cdot m}{R_\Gamma + h} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + 0 \,,$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot 16 \cdot g_0 \cdot R_\Gamma - \frac{g_0 \cdot R_\Gamma^2 \cdot m}{2 \cdot R_\Gamma} = K_{\tau\varepsilon\lambda} \,, \ K_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{15}{2} \cdot m \cdot g_0 \cdot R_\Gamma = 1{,}92 \cdot 10^9 \, J$$

Μονάδες 6

4.4. Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας:

$$W_{\vec{w}} = \Delta K = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} - \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 = K_{\tau\varepsilon\lambda} - \frac{1}{2} \cdot m \cdot 16 \cdot g_0 \cdot R_\Gamma =$$

$$= 1{,}92 \cdot 10^9 \, J - 2.048 \cdot 10^9 \, J = -1{,}28 \cdot 10^8 \, J$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας διαφυγής από το βαρυτικό πεδίο της Γης ενός σώματος που εκτοξεύεται από την επιφάνειά της.

Μονάδες 6

4.2. Σώμα Σ εκτοξεύεται από την επιφάνεια της Γης προς το διάστημα, με ταχύτητα ίση με την ταχύτητα διαφυγής. Ποια είναι η σχέση της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ με τη δυναμική ενέργεια του συστήματος σώμα Σ – Γη τη στιγμή της εκτόξευσης;

Μονάδες 6

4.3. Πόση είναι η μηχανική ενέργεια του σώματος Σ τη στιγμή που διαφεύγει από το βαρυτικό πεδίο της Γης.

Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε το έργο της βαρυτικής δύναμης που δέχεται το σώμα Σ από τη στιγμή της εκτόξευσης, μέχρι τη διαφυγή του από το πεδίο βαρύτητας της Γης, αν η μάζα του σώματος Σ είναι $m = 4\ \mathrm{kg}$.

Μονάδες 7

Δίνονται η ακτίνα της Γης $R_\Gamma = 6400\ km$ και το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γης στην επιφάνειά της $g_0 = 10\ \frac{m}{s^2}$. Να θεωρήσετε ότι δρουν μόνο οι βαρυτικές δυνάμεις.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Ισχύει:

$$\upsilon_{\delta} = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_{\Gamma}}{R_{\Gamma}}} = \sqrt{2 \cdot g_0 \cdot R_{\Gamma}} = 8 \cdot \sqrt{2} \cdot 10^3 \ \frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.2. Ισχύει:

$$K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_2^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 2 \cdot g_0 \cdot R_{\Gamma} = m \cdot g_0 \cdot R_{\Gamma}$$

$$U = -G \cdot \frac{M_{\Gamma} \cdot m}{R_{\Gamma}} = -m \cdot g_0 \cdot R_{\Gamma}$$

Συνεπώς: $K = -U$.

Μονάδες 6

4.3. $E_{\tau\varepsilon\lambda} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} = 0 + 0 = 0$.

Μονάδες 6

4.4. Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας:

$$W_{\vec{w}} = \Delta K = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = 0 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_{\delta}^2 = -2{,}56 \cdot 10^8 \ J$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Δύο υλικά σημεία, που έχουν ίσες μάζες και φέρουν ηλεκτρικά φορτία $q_1 = +1\,\mu C$ και $q_2 = +2\,\mu C$, συγκρατούνται ακίνητα στο κενό και σε απόσταση $r = 2\,cm$.

4.1. Να υπολογίσετε την ηλεκτρική δυναμική τους ενέργεια.

Μονάδες 6

Τα υλικά σημεία αφήνονται ελεύθερα να κινηθούν την χρονική στιγμή $t_0 = 0$.

4.2. Αν υ_1, υ_2 είναι τα αντίστοιχα μέτρα των ταχυτήτων τους, να υπολογίσετε τον λόγο $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}$, όταν η απόστασή τους γίνει αρκετά μεγάλη ώστε η μεταξύ τους ηλεκτρική αλληλεπίδραση να θεωρείται ασήμαντη.

Μονάδες 6

4.3. Αν η μάζα κάθε υλικού σημείου είναι $m = 0{,}1\,kg$, να υπολογίσετε τα μέτρα υ_1 και υ_2 των ταχυτήτων του προηγούμενου ερωτήματος.

Μονάδες 7

4.4. Για την χρονική διάρκεια από t_0 μέχρι την χρονική στιγμή που η απόστασή τους γίνει αρκετά μεγάλη, ώστε η μεταξύ τους ηλεκτρική αλληλεπίδραση να θεωρείται ασήμαντη, να υπολογίσετε το έργο της δύναμης που δέχεται το πρώτο υλικό σημείο από το δεύτερο.

Μονάδες 6

Δίνεται: $k_{\eta\lambda} = 9 \cdot 10^9\ \frac{N \cdot m^2}{C^2}$. Να θεωρήσετε αμελητέα την βαρυτική αλληλεπίδραση των υλικών σημείων τόσο μεταξύ τους όσο και με άλλα σώματα.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Για την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο υλικών σημείων ισχύει:

$$U_{ηλ} = k_{ηλ} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-2}} J = 0{,}9 \, J$$

Μονάδες 6

4.2. Η ορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή, αφού είναι μονωμένο. Από την αρχή διατήρησης της ορμής, με θετική φορά τη φορά κίνησης του πρώτου υλικού σημείου:

$$0 = m \cdot υ_1 - m \cdot υ_2 \,, \; \frac{υ_1}{υ_2} = 1$$

Μονάδες 6

4.3. Η ηλεκτρική δύναμη είναι συντηρητική, συνεπώς η μηχανική ενέργεια του συστήματος των υλικών σημείων διατηρείται σταθερή:

$$E_{αρχ} = E_{τελ} \,, \; K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \,, \; 0 + U_{αρχ} = K_{τελ} + 0 \,,$$

$$U_{αρχ} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot υ_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot υ_2^2 \,, \; U_{αρχ} = m \cdot υ^2 \,, \; υ = \sqrt{\frac{U_{αρχ}}{m}} = 3 \, \frac{m}{s}$$

Μονάδες 7

4.4. Από το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας ισχύει:

$$ΔK_1 = W_{\vec{F}_{1,2}} \,, \; K_1 - 0 = W_{\vec{F}_{1,2}} \,, \; W_{\vec{F}_{1,2}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot υ_1^2 = 0{,}45 \, J$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

Δύο σημειακά φορτία $q_1 = +1\ \mu C$ και $q_2 = -2\ \mu C$ έχουν ίσες μάζες και συγκρατούνται ακίνητα στο κενό και σε απόσταση $r = 10\ cm$ μεταξύ τους.
4.1. Να υπολογίσετε την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των σημειακών φορτίων q_1 και q_2.
Μονάδες 6

Τα σημειακά φορτία αφήνονται ελεύθερα να κινηθούν τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$.
4.2. Αν υ_1, υ_2 είναι τα μέτρα των ταχυτήτων των σημειακών φορτίων q_1 και q_2 αντίστοιχα, όταν η μεταξύ τους απόσταση υποπενταπλασιαστεί, να υπολογίσετε τον λόγο $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}$,
Μονάδες 6
4.3. Να υπολογίσετε τα μέτρα υ_1 και υ_2 των ταχυτήτων των σημειακών φορτίων q_1 και q_2 αντίστοιχα, όταν η απόστασή τους υποπενταπλασιαστεί, αν για τις μάζες των δύο φορτίων ισχύει $m_1 = m_2 = m = 0{,}72\ mg$
Μονάδες 7
4.4. Να σχεδιάσετε, σε κοινό σύστημα ορθογώνιων αξόνων, τις γραφικές παραστάσεις που απεικονίζουν τις μεταβολές της ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας, της κινητικής ενέργειας και της μηχανικής ενέργειας του συστήματος των σημειακών φορτίων q_1 και q_2, σε συνάρτηση με την απόστασή τους, από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή που η απόστασή τους υποπενταπλασιάζεται.
Μονάδες 6

Δίνεται: $k_{\eta\lambda} = 9 \cdot 10^9\ \frac{N \cdot m^2}{C^2}$. Σε καθένα από τα φορτία q_1 και q_2 ασκείται μόνο η ηλεκτρική δύναμη αλληλεπίδρασης μεταξύ τους.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Για την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σημειακών φορτίων ισχύει: $U = k_{\eta\lambda} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r} = -9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{10^{-1}} J = -0{,}18 J$

Μονάδες 6

4.2. Η ορμή του συστήματος των σημειακών φορτίων διατηρείται σταθερή, αφού είναι μονωμένο σύστημα. Από την αρχή διατήρησης της ορμής, με θετική φορά τη φορά κίνησης του φορτίου q_1: $0 = m \cdot \upsilon_1 - m \cdot \upsilon_2$, $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = 1$

Μονάδες 6

4.3. Η ηλεκτρική δύναμη είναι συντηρητική δύναμη και συνεπώς η μηχανική ενέργεια του συστήματος των φορτίων διατηρείται σταθερή:

$$E_{\alpha\rho\chi} = E_{\tau\varepsilon\lambda},\ K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda},\ 0 + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda},$$

$$U_{\alpha\rho\chi} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_2^2 + k_{\eta\lambda} \frac{q_1 \cdot q_2}{\frac{r}{5}},\ U_{\alpha\rho\chi} = m \cdot \upsilon_1^2 + k_{\eta\lambda} \frac{5 \cdot q_1 \cdot q_2}{r},$$

Συνεπώς, για το μέτρο της κοινής ταχύτητας των δύο φορτίων ισχύει:

$$\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon = \sqrt{\frac{U_{\alpha\rho\chi} - k_{\eta\lambda} \frac{5 \cdot q_1 \cdot q_2}{r}}{m}},\ \upsilon = \sqrt{\frac{-0{,}18 + 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{10^{-1}}}{0{,}72 \cdot 10^{-6}}\frac{m}{s}},$$

$$\upsilon = \sqrt{\frac{-0{,}18 + 0{,}9}{0{,}72 \cdot 10^{-6}}}\ \frac{m}{s},\ \upsilon = 10^3\ \frac{m}{s}$$

Μονάδες 7

4.4. Για την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια U του συστήματος των σημειακών φορτίων q_1 και q_2 σε συνάρτηση με την απόστασή τους r ισχύει: $U = k_{\eta\lambda} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r}$, $U = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-6} \cdot (-2 \cdot 10^{-6})}{r}\ (S.I.)$,

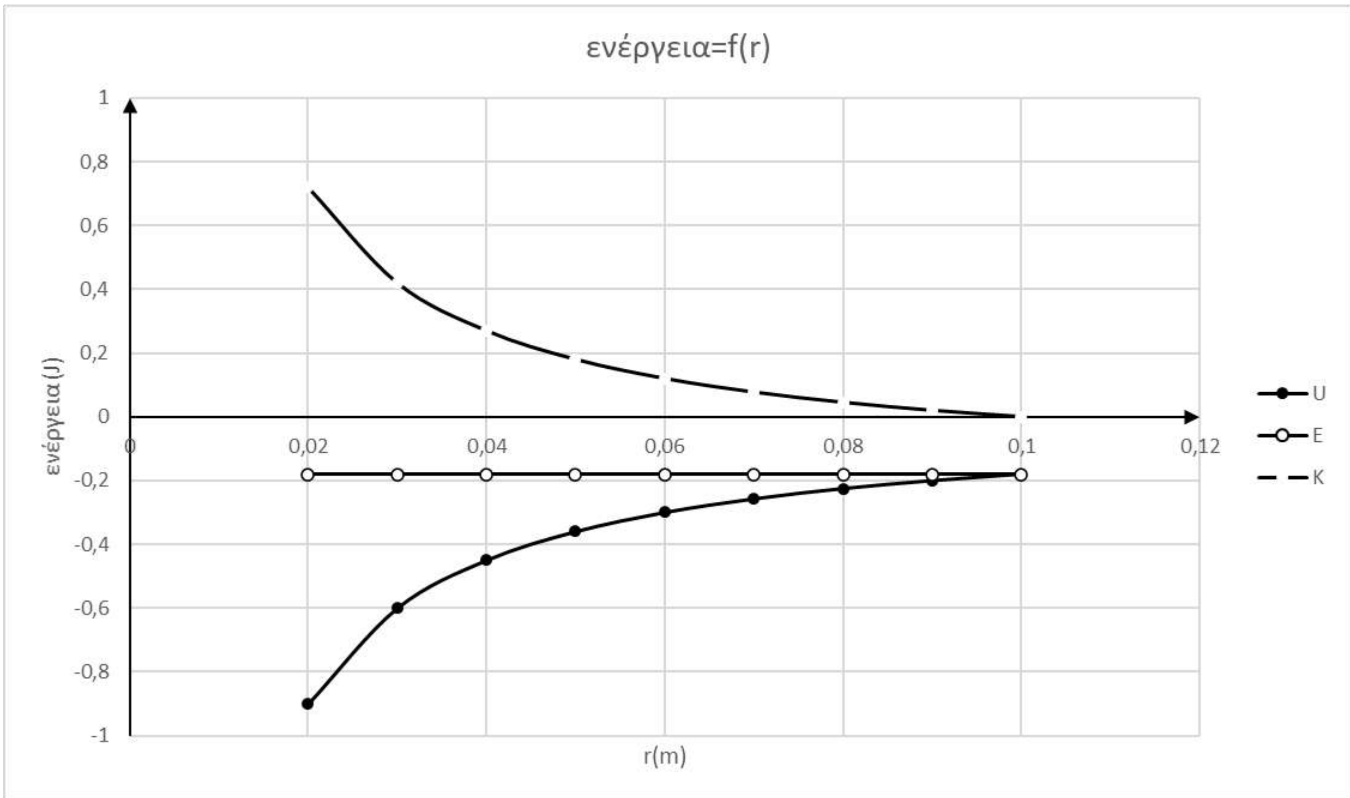
$$U = -\frac{0{,}018}{r}\ (S.I.)$$

Η μηχανική ενέργεια E του συστήματος των σημειακών φορτίων q_1 και q_2 παραμένει σταθερή και ίση με την αρχική. Έτσι: $E = U_{\alpha\rho\chi}$, $E = -0{,}18 J$.

Για την κινητική ενέργεια U του συστήματος των σημειακών φορτίων q_1 και q_2 σε συνάρτηση με την απόστασή τους r ισχύει:

$$E = K + U,\ K = E - U,\ K = -0{,}18 + \frac{0{,}018}{r}\ (S.I.)$$

Οι ζητούμενες γραφικές παραστάσεις από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ (οπότε $r = 10\,cm = 0{,}1\,m$) μέχρι τη χρονική στιγμή που η απόσταση των δύο σημειακών φορτίων έχει υποπενταπλασιαστεί ($r = 0{,}02\,m$) είναι:


ενέργεια=f(r)
1
0,8
0,6
0,4
0,2
0
-0,2
-0,4
-0,6
-0,8
-1
ενέργεια (J)
0
0,02
0,04
0,06
0,08
0,1
0,12
r(m)
U
E
K

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

Δύο σημειακά φορτία $q_1 = q_2 = +1\,\mu C$ συγκρατούνται σε σημεία Α και Β αντίστοιχα, στον αέρα και σε απόσταση $r = 10\,cm$.

4.1. Να υπολογίσετε την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των σημειακών φορτίων.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε το δυναμικό του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργούν τα φορτία q_1 και q_2 στο μέσο Μ της απόστασης των σημείων Α και Β.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης που πεδίου κατά τη μεταφορά σημειακού φορτίου $q = -1\,\mu C$ από το σημείο Μ στο άπειρο (∞), δηλαδή σε θέση όπου η δύναμη του πεδίου μηδενίζεται.

Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας με την οποία πρέπει να εκτοξευθεί, από το σημείο Μ, κάθετα στην ΑΒ, σημειακό φορτίο $q = -1\,\mu C$ και μάζας $m = 72\,mg$ ώστε μόλις να διαφύγει από το ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργούν τα σημειακά φορτία q_1 και q_2.

Μονάδες 7

Δίνεται $k_{\eta\lambda} = 9 \cdot 10^9\,\frac{N \cdot m^2}{C^2}$. Να ληφθούν υπόψη μόνο οι ηλεκτρικές αλληλεπιδράσεις των φορτίων.

ΘΕΜΑ 4

4.1.

Ισχύει: $U = k_{\eta\lambda} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-6} \cdot 10^{-6}}{10^{-1}} J = 0{,}09\, J$

Μονάδες 6

4.2. Ισχύει:

$$\sum V = V_A + V_B = k_{\eta\lambda} \cdot \frac{q_1}{\frac{r}{2}} + k_{\eta\lambda} \cdot \frac{q_2}{\frac{r}{2}} = 4 \cdot k_{\eta\lambda} \cdot \frac{q_1}{r} = 4 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-6}}{10^{-1}} V = 3{,}6 \cdot 10^5\, V$$

Μονάδες 6

4.3. Ισχύει: $W_{\vec{w}} \left(M \xrightarrow{q} \infty\right) = \sum V \cdot q = 3{,}6 \cdot 10^5 \cdot (-1) \cdot 10^{-6} J = -0{,}36\, J$

Μονάδες 6

4.4. Η ηλεκτρική δύναμη είναι συντηρητική δύναμη και συνεπώς η μηχανική ενέργεια του βλήματος διατηρείται σταθερή καθ’ όλη τη διάρκεια της κίνησής του. Έτσι:

$$E_M = E_\infty\, ,\ U_M + K_M = U_\infty + K_\infty\, ,\ \sum V \cdot q + \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_0^2 = 0 + 0\, ,\ \upsilon_0 = \sqrt{\frac{-2 \cdot \sum V \cdot q}{m}} = 10^2\, \frac{m}{s}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2

2.1 Τρεις ίσες σημειακές μάζες $m_1 = m$, $m_2 = m$, και $m_3 = m$ βρίσκονται στις κορυφές ενός ισοπλεύρου τριγώνου με μήκος πλευράς α και έχουν δυναμική ενέργεια βαρύτητας U. Αν σε άλλο ισόπλευρο τρίγωνο με μήκος πλευράς $4α$, τοποθετήσουμε στις κορυφές του τις σημειακές μάζες $m_1' = 2m$, $m_2' = 2m$ και $m_3' = 2m$, τότε αυτές θα έχουν

(α) δυναμική ενέργεια μεγαλύτερη της U.

(β) δυναμική ενέργεια μικρότερη της U.

(γ) δυναμική ενέργεια ίση με την U.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Από ύψος $h = R_Γ$ πάνω από την επιφάνεια της Γης, όπου $R_Γ$, η ακτίνα της Γης, εκτοξεύουμε κατακόρυφα προς τα πάνω ένα σώμα με αρχική ταχύτητα μέτρου $υ_o = \sqrt{g_o R_Γ}$, όπου g_o, το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης. Αν το σώμα κατά την κίνησή του δέχεται μόνο τη δύναμη βαρύτητας, τότε το δυναμικό του πεδίου βαρύτητας στη θέση όπου η ταχύτητα του σώματος μηδενίζεται στιγμιαία είναι:

(α) $-g_o R_Γ$, **(β)** 0, **(γ)** $-2g_o R_Γ$

2.2.Α. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η δυναμική ενέργεια βαρύτητας U είναι:

$$U = -\frac{G(m_1 \cdot m_2)}{\alpha} - \frac{G(m_1 \cdot m_3)}{\alpha} - \frac{G(m_2 \cdot m_3)}{\alpha} = -\frac{3m^2G}{\alpha}$$

Η δυναμική ενέργεια U΄ του συστήματος των σημειακών μαζών m_1', m_2', m_3' είναι:

$$U' = -\frac{G(m_1' \cdot m_2')}{4\alpha} - -\frac{G(m_1' \cdot m_3')}{4\alpha} - \frac{G(m_3' \cdot m_2')}{4\alpha} = -\frac{3m^2G}{\alpha}$$

Παρατηρούμε ότι $U = U'$.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Με βάση την ένταση του βαρυτικού πεδίου της Γης στην επιφάνειά της έχουμε:

$$g_o = \frac{G \cdot M_\Gamma}{R_\Gamma^2} \Longrightarrow G \cdot M_\Gamma = g_o \cdot R_\Gamma^2$$

Το δυναμικό του πεδίου βαρύτητας σε ύψος h από την επιφάνεια της Γης είναι:

$$V_{\alpha\rho\chi} = -\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h} = -\frac{g_o \cdot R_\Gamma^2}{2R_\Gamma} = -\frac{g_o R_\Gamma}{2}$$

Με εφαρμογή ΘΜΚΕ από το σημείο εκτόξευσης μέχρι το σημείο όπου η ταχύτητα του σώματος μηδενίζεται στιγμιαία, έχουμε:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = m\left(V_{\alpha\rho\chi} - V_{\tau\varepsilon\lambda}\right) \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}mu_0^2 = m\left(-\frac{g_o R_\Gamma}{2} - V_{\tau\varepsilon\lambda}\right) \Rightarrow \frac{1}{2}g_o R_\Gamma = \frac{g_o R_\Gamma}{2} - V_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow$$

$$V_{\tau\varepsilon\lambda} = 0$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Δύο σημειακά αντικείμενα 1 και 2, τα οποία κινούνται στην ευθεία που ορίζουν, συγκρούονται. Αν Δp_1 είναι η μεταβολή της ορμής του σημειακού αντικειμένου 1 και Δp_2 η μεταβολή της ορμής του σημειακού αντικειμένου 2 κατά τη διάρκεια της κρούσης τους, τότε:

(α) $\Delta p_1 = \Delta p_2$, **(β)** $\Delta p_1 = -\Delta p_2$, **(γ)** $\Delta p_1 = \Delta p_2 = 0$

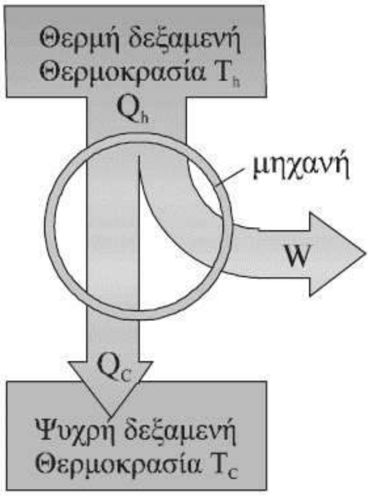
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Η μαθηματική έκφραση της αρχής διατήρησης της ενέργειας κατά τη διάρκεια ενός κύκλου λειτουργίας μια θερμικής μηχανής, η αρχή λειτουργίας της οποίας, απεικονίζεται στην παρακάτω εικόνα είναι:



(α) $Q_h = Q_c + W$, **(β)** $Q_c = Q_h + W$, **(γ)** $Q_h = |Q_c| + W$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.
2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (β).

Μονάδες 4

2.1.Β. Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής, κατά τη διάρκεια της κρούσης, έχουμε:

$$p_1 + p_2 = p_1' + p_2', p_1 - p_1' = p_2' - p_2, -\Delta p_1 = \Delta p_2$$

Μονάδες 8

2.2.
2.2.Α. Σωστή απάντηση είναι η (γ).

Μονάδες 4

2.2.Β. Η θερμότητα Q_c, δηλαδή η θερμότητα που εκλύεται στην ψυχρή δεξαμενή σε κάθε κύκλο λειτουργίας μιας θερμικής μηχανής, λογίζεται αρνητική, γιατί αποβάλλεται από το σύστημα.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Δύο σημειακές μάζες m_1 και m_2 συγκρατούνται σε απόσταση r, σε περιοχή μακριά από άλλα βαρυτικά πεδία. Η ελάχιστη ενέργεια που απαιτείται για να μεταφερθούν οι δύο μάζες σε αρκετά μεγάλη απόσταση, ώστε η μεταξύ τους αλληλεπίδραση να γίνει ασήμαντη, είναι:

(α) $-G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r}$, **(β)** $G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r}$, **(γ)** 0

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Μια ιδανική θερμική μηχανή (μηχανή Carnot) Α έχει απόδοση e_A. Μια άλλη ιδανική θερμική μηχανή (μηχανή Carnot) Β έχει ίδια θερμοκρασία θερμής δεξαμενής με την Α $[T_h(B) = T_h(A)]$ και θερμοκρασία ψυχρής δεξαμενής διπλάσια εκείνης της Α $[T_c(B) = 2 \cdot T_c(A)]$. Αν η απόδοση της θερμικής μηχανής Β είναι e_B, τότε ισχύει η σχέση:

(α) $e_B = 2 \cdot e_A - 1$, **(β)** $e_B = 2 \cdot e_A + 1$, **(γ)** $e_A = 2 \cdot e_B - 1$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.
2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (β).

Μονάδες 4

2.1.Β. Η αρχική μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο μαζών είναι: $E_{\alpha\rho\chi} = -G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r}$. Όταν η απόσταση των δύο μαζών γίνει αρκετά μεγάλη, ώστε η μεταξύ τους αλληλεπίδραση να γίνει ασήμαντη, η βαρυτική δυναμική ενέργεια του συστήματός τους είναι μηδενική. Μηδενική είναι επίσης και η κινητική ενέργεια του συστήματος των μαζών, επειδή η ενέργεια που ζητείται είναι η ελάχιστη. Έτσι:

$$E_{\tau\varepsilon\lambda} = E_{\alpha\rho\chi} + E\,,\ E = 0 - E_{\alpha\rho\chi}\,,\ E = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r}$$

Μονάδες 8

2.2.
2.2.Α. Ορθή απάντηση είναι η (α).

Μονάδες 4

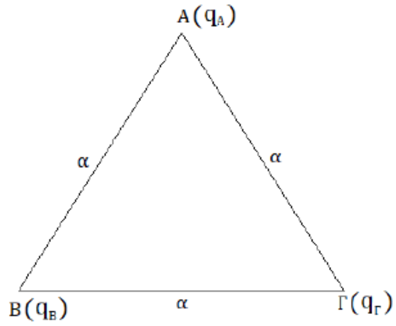
2.2.Β. Ισχύει: $e_A = 1 - \frac{T_c(A)}{T_h(A)}$, $\frac{T_c(A)}{T_h(A)} = 1 - e_A$ $[1]$, $e_B = 1 - \frac{T_c(B)}{T_h(B)}$, $e_B = 1 - \frac{2 \cdot T_c(A)}{T_h(A)}$,

$e_B = 1 - 2 \cdot (1 - e_A)$, $e_B = 2 \cdot e_A - 1.$,

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Τρία σημειακά φορτία $q_A = -2q,\ q_B = +3q,\ q_\Gamma = +q$ διατηρούνται ακίνητα στις κορυφές Α, Β, Γ αντίστοιχα, ενός ισοπλεύρου τριγώνου ΑΒΓ πλευράς α.



Η ηλεκτροστατική δυναμική ενέργεια U του συστήματος των τριών φορτίων είναι:

(α) $\mathrm{U} = -11\mathrm{K_C}\frac{\mathrm{q}^2}{\alpha}$

(β) $\mathrm{U} = -5\mathrm{K_C}\frac{\mathrm{q}^2}{\alpha}$

(γ) $\mathrm{U} = +11\mathrm{K_C}\frac{\mathrm{q}^2}{\alpha}$

όπου $\mathrm{K_C}$, η σταθερά του Coulomb

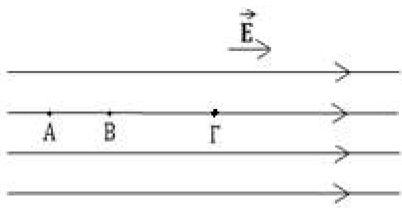
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο του σχήματος έχει ένταση $\vec{E}$. Τρία σημεία Α, Β και Γ του πεδίου, ανήκουν στην ίδια δυναμική γραμμή, για τα οποία ισχύει ότι $(\mathrm{B\Gamma}) = 2 \cdot (\mathrm{AB})$. Ένα θετικό ηλεκτρικό φορτίο $\mathrm{q_1}$ αφήνεται στο σημείο Α ελεύθερο να κινηθεί. Το έργο της δύναμης του πεδίου για να μεταβεί το ηλεκτρικό φορτίο $\mathrm{q_1}$ από το σημείο Α στο Β είναι $\mathrm{W_{AB}} = 10\mathrm{J}$. Η κινητική ενέργεια $\mathrm{K_\Gamma}$, που θα αποκτήσει το φορτίο $\mathrm{q_1}$ όταν φτάσει στο σημείο Γ είναι:



(α) $\mathrm{K_\Gamma} = 10\mathrm{J}$, **(β)** $\mathrm{K_\Gamma} = 20\mathrm{J}$, **(γ)** $\mathrm{K_\Gamma} = 30\mathrm{J}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

$$U = K_C\frac{q_A \cdot q_B}{\alpha} + K_C\frac{q_A \cdot q_\Gamma}{\alpha} + K_C\frac{q_B \cdot q_\Gamma}{\alpha} = K_C\frac{(-2q)\cdot(+3q)}{\alpha} + K_C\frac{(-2q)\cdot(+q)}{\alpha} + K_C\frac{(+3q)\cdot(+q)}{\alpha} \Rightarrow$$

$$U = -5K_C\frac{q^2}{\alpha}$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

$$(\mathrm{A\Gamma}) = (\mathrm{AB}) + (\mathrm{B\Gamma}) = (\mathrm{AB}) + 2(\mathrm{AB}) \Rightarrow (\mathrm{A\Gamma}) = 3\cdot(\mathrm{AB})$$

Επειδή το ηλεκτρικό πεδίο είναι ομογενές έχουμε:

$$\frac{V_{AB}}{V_{A\Gamma}} = \frac{E\cdot(\mathrm{AB})}{E\cdot(\mathrm{A\Gamma})} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{A\Gamma} = 3V_{AB} \qquad \text{(μονάδες 3)}$$

Το έργο της δύναμης του πεδίου για να μεταβεί το ηλεκτρικό φορτίο q_1 από το σημείο Α στο Β είναι:

$W_{AB} = q_1 V_{AB} = 10\ \mathrm{J}$, οπότε το αντίστοιχο έργο από το σημείο Α στο Γ είναι:

$$W_{A\Gamma} = q_1 V_{A\Gamma} = 3q_1 V_{AB} = 30\ \mathrm{J} \qquad \text{(μονάδες 4)}$$

Από ΘΜΚΕ από το σημείο Α στο Γ έχουμε:

$$K_2 - 0 = W_{A\Gamma} \Rightarrow K_2 = 30\ \mathrm{J} \qquad \text{(μονάδες 2)}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Σώμα μάζας M βρίσκεται ακίνητο πάνω σε λεία οριζόντια επιφάνεια. Βλήμα μάζας $m = M/4$ με κινητική ενέργεια E, κινείται οριζόντια και συγκρούεται πλαστικά με το σώμα μάζας M. Η απώλεια στην κινητική ενέργεια $K_{\alpha\pi}$ λόγω της κρούσης είναι:

(α) $K_{\alpha\pi} = \frac{4}{5}E$, **(β)** $K_{\alpha\pi} = \frac{2}{5}E$, **(γ)** $K_{\alpha\pi} = \frac{1}{5}E$

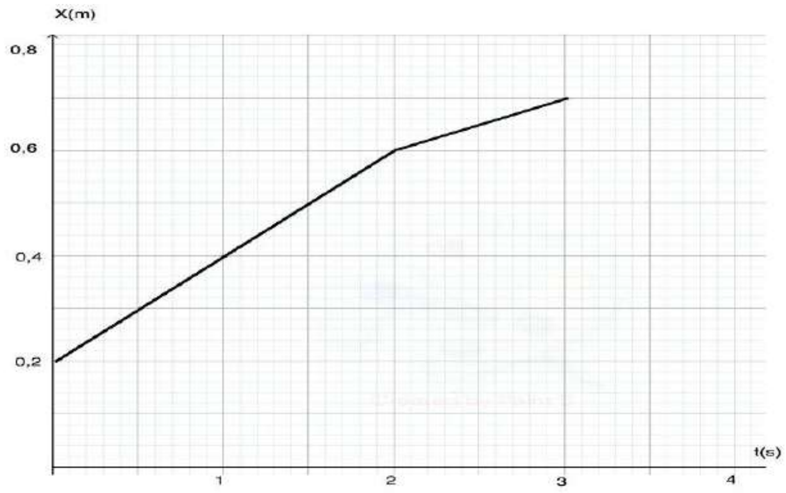
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2.



Αμαξίδιο (Α) μάζας $m_A = 1Kg$, τη χρονική στιγμή $t = 2s$ συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο αμαξίδιο μάζας m_B. Το διάγραμμα της θέσης του αμαξιδίου (Α) με το χρόνο πριν και μετά την κρούση φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Η μάζα του αμαξιδίου (Β) ισούται με:

(α) $m_B = 0{,}5Kg$, **(β)** $m_B = 1Kg$, **(γ)** $m_B = 2Kg$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α).

Μονάδες 4

2.1.Β. Εφαρμόζοντας Α.Δ.Ο. κατά τη διάρκεια της κρούσης των δύο σωμάτων έχουμε:

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m\upsilon + 0 = (m + M)V \Rightarrow V = \frac{m}{m + M}\upsilon \Rightarrow V = \frac{\upsilon}{5}$$

(μονάδες 4)

Η απώλεια στην κινητική ενέργεια θα είναι:

$$K_{\alpha\pi} = \frac{1}{2}m\upsilon^2 - \frac{1}{2}(m + M)V^2 = \frac{1}{2}m\upsilon^2 - \frac{1}{2}\cdot 5m \cdot \frac{\upsilon^2}{25} = \frac{4}{5}\cdot\frac{1}{2}m\upsilon^2 = \frac{4}{5}E$$

(μονάδες 4)

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β).

Μονάδες 4

2.2.Β. Από το διάγραμμα θέσης-χρόνου βρίσκουμε τις ταχύτητες του αμαξιδίου (Α) πριν και μετά την κρούση αντίστοιχα:

$$\upsilon_A = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0{,}6 - 0{,}2}{2 - 0} = 0{,}2\mathrm{m/s} \quad \text{και} \quad \upsilon_A{}' = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0{,}7 - 0{,}6}{3 - 2} = 0{,}1\mathrm{m/s}$$

(μονάδες 4)

Επειδή το αμαξίδιο (Α) είναι ένα από τα σώματα του συσσωματώματος, έχει την ταχύτητα του συσσωματώματος, δηλαδή: $V = \upsilon_A{}' = 0{,}1\mathrm{m/s}$.

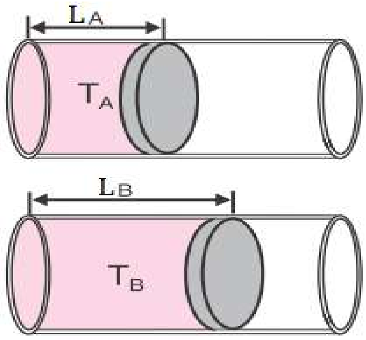
Εφαρμόζοντας Α.Δ.Ο. κατά τη διάρκεια της κρούσης των δύο αμαξιδίων βρίσκουμε τη μάζα του αμαξιδίου Β:

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m_A\upsilon_A + 0 = (m_A + m_B)V \Rightarrow m_B = \frac{m_A\upsilon_A}{V} - m_A = 1\mathrm{Kg}$$

(μονάδες 5)

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2



2.1. Ένα κυλινδρικό δοχείο περιέχει ποσότητα ιδανικού αερίου σε θερμοκρασία T_A και κλείνεται αεροστεγώς με έμβολο διατομής A. Το δοχείο τοποθετείται με τον άξονά του οριζόντιο, όπως φαίνεται στο σχήμα και το έμβολο ισορροπεί, με το μήκος της αέριας στήλης να είναι L_A (κατάσταση Α). Αυξάνουμε σιγά σιγά τη θερμοκρασία στο δοχείο, μέχρις ότου το μήκος της αέριας στήλης γίνει $L_B = 2L_A$ και το έμβολο ισορροπεί (κατάσταση Β). Θεωρούμε ότι η μετακίνηση του εμβόλου γίνεται αργά και χωρίς τριβές και η πίεση του αερίου είναι πάντα ίση με την ατμοσφαιρική πίεση. Ο λόγος $\frac{\bar{K}_A}{\bar{K}_B}$ των μέσων κινητικών ενεργειών των μορίων του ιδανικού αερίου στις καταστάσεις Α και Β είναι:

(α) $\frac{\bar{K}_A}{\bar{K}_B} = 0{,}5$, **(β)** $\frac{\bar{K}_A}{\bar{K}_B} = 1$, **(γ)** $\frac{\bar{K}_A}{\bar{K}_B} = 2$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Κυλινδρικό δοχείο με διαθερμικά τοιχώματα φράσσεται με εφαρμοστό έμβολο. Το δοχείο βρίσκεται μέσα σε λουτρό νερού σταθερής θερμοκρασίας και περιέχει ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου πίεσης 1atm και πυκνότητας ρ_A. Πιέζουμε το έμβολο ώστε η πίεση του αερίου στο δοχείο να αυξηθεί σε 2atm, οπότε η πυκνότητά του γίνεται ρ_B, που είναι ίση με:

(α) $\rho_B = \rho_A$

(β) $\rho_B = \frac{1}{2}\rho_A$

(γ) $\rho_B = 2\rho_A$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α).

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η μέση κινητική ενέργεια των μορίων δίνεται από τη σχέση: $\overline{\mathrm{K}} = \frac{1}{2}\mathrm{m}\overline{\upsilon^2} = \frac{3}{2}\mathrm{kT}$, οπότε:

$$\frac{\overline{\mathrm{K}}_\mathrm{A}}{\overline{\mathrm{K}}_\mathrm{B}} = \frac{\frac{3}{2}\mathrm{kT_A}}{\frac{3}{2}\mathrm{kT_B}} = \frac{\mathrm{T_A}}{\mathrm{T_B}} \quad (1)$$

Εφόσον η πίεση του αερίου διατηρείται σταθερή, η μεταβολή ΑΒ είναι ισοβαρής και ισχύει:

$$\frac{\mathrm{V_A}}{\mathrm{T_A}} = \frac{\mathrm{V_B}}{\mathrm{T_B}} \Rightarrow \frac{\mathrm{T_A}}{\mathrm{T_B}} = \frac{\mathrm{V_A}}{\mathrm{V_B}} \Rightarrow \frac{\mathrm{T_A}}{\mathrm{T_B}} = \frac{\mathrm{A \cdot L_A}}{\mathrm{A \cdot L_B}} = \frac{1}{2} \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) καταλήγουμε:

$$\frac{\overline{\mathrm{K}}_\mathrm{A}}{\overline{\mathrm{K}}_\mathrm{B}} = 0{,}5$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ).

Μονάδες 4

2.2.Β. Η μεταβολή του αερίου είναι ισόθερμη, οπότε σύμφωνα με το νόμο Boyle:

$$\mathrm{p_A V_A} = \mathrm{p_B V_B} \Rightarrow \frac{\mathrm{V_A}}{\mathrm{V_B}} = 2 \quad (1)$$

Επειδή η πυκνότητα δίνεται από τη σχέση: $\rho = m/V$, έχουμε:

$$\frac{\rho_\mathrm{B}}{\rho_\mathrm{A}} = \frac{\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{V_B}}}{\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{V_A}}} = \frac{\mathrm{V_A}}{\mathrm{V_B}} \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) βρίσκουμε: $\rho_\mathrm{B} = 2\rho_\mathrm{A}$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Δύο σώματα Α και Β εκτοξεύονται ταυτόχρονα οριζόντια από σημεία που απέχουν από το έδαφος ύψη h και 9h αντίστοιχα.

(α) Το Α σώμα θέλει τριπλάσιο χρόνο από το Β σώμα για να φτάσει στο έδαφος.

(β) Το Β σώμα θέλει τριπλάσιο χρόνο από το Α σώμα για να φτάσει στο έδαφος.

(γ) Τα δύο σώματα Α και Β φτάνουν ταυτόχρονα στο έδαφος.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο σφαιρίδια Σ$_1$ και Σ$_2$ βρίσκονται πάνω σε λείο οριζόντιο τραπέζι, είναι δεμένα από ακλόνητα σημεία με λεπτά μη εκτατά νήματα μήκους L_1 και L_2 αντίστοιχα, όπου $L_1 = 3L_2$ και εκτελούν ομαλές κυκλικές κινήσεις με περιόδους T_1 και T_2 αντίστοιχα, όπου $T_1 = 2T_2$. Για τα μέτρα α_1 και α_2 των κεντρομόλων επιταχύνσεων των σφαιριδίων Σ$_1$ και Σ$_2$ αντίστοιχα ισχύει:

(α) $\alpha_1 = \frac{2}{3}\alpha_2$, **(β)** $\alpha_1 = \frac{3}{4}\alpha_2$, **(γ)** $\alpha_1 = \frac{4}{3}\alpha_2$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β).

Μονάδες 4

2.1.Β. Τα σώματα Α και Β εκτελούν οριζόντια βολή, συνεπώς, στον κατακόρυφο άξονα η κίνησή τους είναι ελεύθερη πτώση, οπότε:

Για το Α: $\mathrm{h} = \frac{1}{2}\mathrm{g}\mathrm{t}_1^2 \Rightarrow \mathrm{t}_1 = \sqrt{\frac{2\mathrm{h}}{\mathrm{g}}}$ Για το Β: $9\mathrm{h} = \frac{1}{2}\mathrm{g}\mathrm{t}_2^2 \Rightarrow \mathrm{t}_2 = 3\sqrt{\frac{2\mathrm{h}}{\mathrm{g}}} = 3\mathrm{t}_1$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β).

Μονάδες 4

2.2.Β. Οι γραμμικές ταχύτητες των σφαιριδίων $Σ_1$ και $Σ_2$ θα είναι:

$$\upsilon_1 = \omega_1 L_1 = \frac{2\pi}{T_1} \cdot L_1 \quad (1) \qquad \upsilon_2 = \omega_2 L_2 = \frac{2\pi}{T_2} \cdot L_2 \quad (2) \quad (3\ \mu\acute{o}\rho\iota\alpha)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) παίρνουμε:

$$\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{L_1}{L_2} = \frac{T_2}{2T_2} \cdot \frac{3L_2}{L_2} = \frac{3}{2} \quad (3) \quad (1\ \mu\acute{o}\rho\iota o)$$

Τα μέτρα των κεντρομόλων επιταχύνσεων των σφαιριδίων $Σ_1$ και $Σ_2$ είναι:

$$\alpha_1 = \frac{\upsilon_1^2}{L_1} \quad (4) \qquad \alpha_2 = \frac{\upsilon_2^2}{L_2} \quad (5) \quad (3\ \mu\acute{o}\rho\iota\alpha)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (4) και (5) και λαμβάνοντας υπόψη τη σχέση (3) παίρνουμε:

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{\upsilon_1^2}{\upsilon_2^2} \cdot \frac{L_2}{L_1} = \frac{9}{4} \cdot \frac{L_2}{3L_2} = \frac{3}{4} \Rightarrow \alpha_1 = \frac{3}{4}\alpha_2 \quad (2\ \mu\acute{o}\rho\iota\alpha)$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Μπαλάκι του τένις, μάζας m, αφήνεται να πέσει από ύψος h_1 από την επιφάνεια του εδάφους. Αφού χτυπήσει στο έδαφος αναπηδά και φτάνει σε ύψος h_2 από την επιφάνεια του εδάφους. Να υπολογίσετε :

4.1. το μέτρο της ταχύτητας που έχει το μπαλάκι ακριβώς πριν προσκρούσει στο έδαφος,

Μονάδες 5

4.2. τη μεταβολή της ορμής (μέτρο και κατεύθυνση) κατά τη διάρκεια της αναπήδησής του στο έδαφος.

Μονάδες 7

4.3. Αν η μέση συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο μπαλάκι κατά τη διάρκεια της πρόσκρουσης έχει μέτρο 6 N να υπολογιστεί η χρονική διάρκεια της πρόσκρουσης.

Μονάδες 6

Στη συνέχεια το μπαλάκι αναπηδά στο έδαφος για δεύτερη φορά.

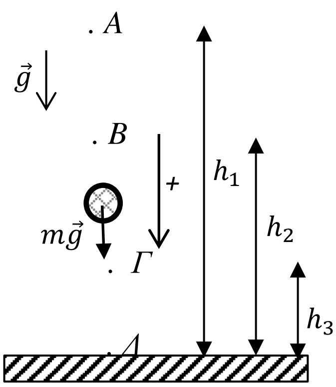
4.4. Εάν γνωρίζετε ότι κατά τη διάρκεια της δεύτερης αυτής πρόσκρουσης χάνεται στο περιβάλλον το 50% της ενέργειας που είχε το μπαλάκι πριν την πρόσκρουση, να υπολογίσετε το νέο μέγιστο ύψος από το έδαφος, h_3, στο οποίο θα ανέβει.

Μονάδες 7

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g = 10m/s^2$, $m = 100g$, $h_1 = 80cm$, $h_2 = 20cm$. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Έστω Α η θέση από την οποία αφήνεται το μπαλάκι να πέσει ελεύθερα και Δ η θέση ακριβώς πριν προσκρούσει στο έδαφος για πρώτη φορά. Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας στις θέσεις Α και Δ. Ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας θεωρούμε το έδαφος:

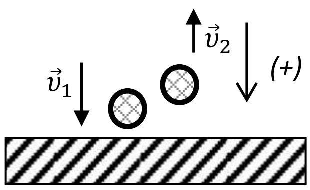


$$E_A = E_Δ \text{ ή } K_A + U_A = K_Δ + U_Δ \text{ ή } 0 + m \cdot g \cdot h_1 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot υ_1^2 + 0 \text{ ή}$$

$$υ_1 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1} \text{ ή } υ_1 = 4m/s$$

Μονάδες 5

4.2. Έστω ότι το μπαλάκι αμέσως μετά την πρώτη αναπήδηση αποκτά ταχύτητα μέτρου $υ_2$ και στην συνέχεια ανεβαίνει μέχρι τη θέση Β όπου ακινητοποιείται στιγμιαία. Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας στις θέσεις Δ και Β:



$$E_Δ = E_B \text{ ή } K_Δ + U_Δ = K_B + U_B \text{ ή } \frac{1}{2} \cdot m \cdot υ_2^2 + 0 = 0 + m \cdot g \cdot h_2 \text{ ή}$$

$$υ_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_2} \text{ ή } υ_2 = 2m/s \text{ με φορά προς τα πάνω.}$$

Η μεταβολή της ορμής είναι:

$Δ\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$**,** θεωρώντας ως θετική τη φορά του σχήματος, έχουμε:

$$Δp = -p_2 - p_1 = -m \cdot (υ_2 + υ_1) = -0{,}6kg \cdot \frac{m}{s}$$

Άρα η μεταβολή της ορμής έχει μέτρο $0{,}6kg \cdot \frac{m}{s}$**,** διεύθυνση κατακόρυφη και φορά προς τα πάνω.

Μονάδες 7

4.3. Σύμφωνα με τον δεύτερο νόμο του Newton:

$\sum \vec{F} = \frac{Δ\vec{p}}{Δt}$, θεωρώντας ως θετική τη φορά του σχήματος, έχουμε:

$$ΣF = \frac{Δp}{Δt} \text{ ή } Δt = \frac{Δp}{ΣF} = \frac{-0{,}6\ kg \cdot \frac{m}{s}}{-6N} = 0{,}1s$$

Μονάδες 6

4.4. Μεταξύ των αναπηδήσεων η μηχανική ενέργεια διατηρείται καθώς στο μπαλάκι ασκείται μόνο το βάρος. Άρα μεταξύ της 1ης και 2ης αναπήδησης η μηχανική ενέργεια είναι:

$$E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot υ_2^2 = m \cdot g \cdot h_2 = 0{,}2J$$

Κατά τη δεύτερη αναπήδηση το μπαλάκι χάνει το 50% της μηχανικής ενέργειας, οπότε η νέα τιμής της είναι:

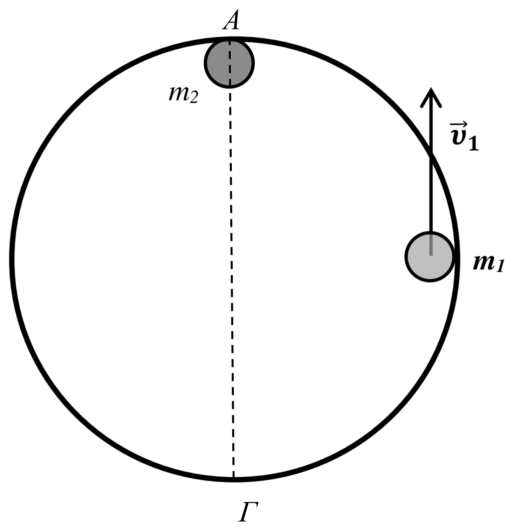
$$E' = \frac{50}{100}E = 0{,}1J$$

Στη συνέχεια το μπαλάκι φτάνει στη θέση Γ η οποία απέχει h_3 από το έδαφος. Από την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας υπολογίζουμε το ύψος h_3 ως εξής:

$$E' = m \cdot g \cdot h_3 \text{ ή } h_3 = 0{,}1m$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4



Δύο σφαιρίδια $Σ_1$ και $Σ_2$ με λείες επιφάνειες και μάζες $m_1 = 4kg$ και $m_2 = 6kg$ αντίστοιχα μπορούν να κινούνται στο εσωτερικό κυκλικού δακτυλίου ακτίνας $R = 2m$ που είναι ακλόνητα στερεωμένος σε λείο οριζόντιο τραπέζι (κάτοψη του οποίου εικονίζεται στο σχήμα). Οι τριβές μεταξύ των σφαιριδίων και του κυκλικού δακτυλίου θεωρούνται αμελητέες, όπως και οι διαστάσεις τους. Αρχικά το σφαιρίδιο $Σ_2$ είναι ακίνητο, ενώ το $Σ_1$ εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με φορά αντίθετη εκείνης των δεικτών του ρολογιού με ταχύτητα, μέτρου $\upsilon_1 = 5m/s.$ Αν τα σφαιρίδια $Σ_1$ και $Σ_2$ συγκρουστούν πλαστικά, να υπολογίσετε :

4.1. Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση καθώς και την περίοδο της κίνησης του.

Μονάδες 6

4.2. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σφαιριδίου $Σ_1$ κατά την πλαστική κρούση.

Μονάδες 6

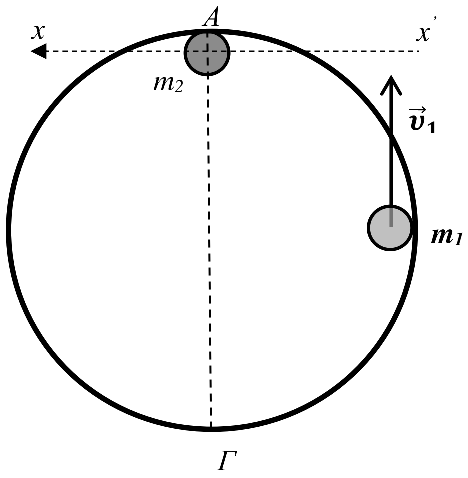
4.3. Την απώλεια της μηχανικής ενέργειας κατά την πλαστική κρούση.

Μονάδες 6

4.4. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του μεταξύ της θέσης κρούσης Α και της αντιδιαμετρικής της Γ.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4



4.1. Στον άξονα $x'Ax$ που πραγματοποιείται η κρούση το σύστημα των δύο σφαιριδίων δεν δέχεται εξωτερικές δυνάμεις, οπότε είναι μονωμένο και η ορμή του διατηρείται:

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}$$

Λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του άξονα:

$$m_1 \cdot \upsilon_1 = (m_1 + m_2) \cdot V \text{ ή } 4 \cdot 5\ kg \cdot \frac{m}{s} = 10kg \cdot V$$

ή $V = 2m/s$ *(Μονάδες 4)*

Το συσσωμάτωμα θα εκτελέσει ομαλή κυκλική κίνηση με περίοδο:

$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{V} = 2 \cdot \pi\ s$ *(Μονάδες 2)*

Μονάδες 6

4.2. Η μεταβολή της ορμής του Σ_1 είναι:

$\Delta\vec{p}_1 = \vec{p}_{1,\tau\varepsilon\lambda} - \vec{p}_{1,\alpha\rho\chi}$, θεωρώντας ως θετική τη φορά του άξονα, έχουμε:

$$\Delta p_1 = m_1 \cdot V - m_1 \cdot \upsilon_1 = -12\ kg \cdot \frac{m}{s}$$

Άρα η μεταβολή της ορμής έχει μέτρο 12 $kg \cdot \frac{m}{s}$.

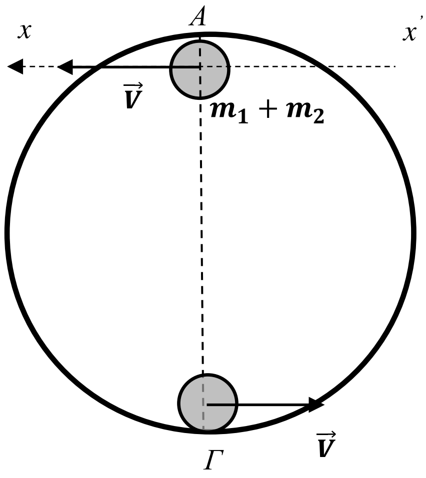
Μονάδες 6

4.3. Επειδή τα σφαιρίδια θεωρούνται υλικά σημεία πρακτικά ακριβώς πριν και ακριβώς μετά την κρούση βρίσκονται στην ίδια θέση οπότε η δυναμική ενέργεια δεν αλλάζει και έτσι η απώλεια της μηχανικής ενέργειας κατά την πλαστική κρούση θα είναι ίση με την μείωση της κινητικής ενέργειας του συστήματος:

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot {\upsilon_1}^2 - \frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2)V^2 = 30J$$

Μονάδες 6

4.4. Όπως φαίνεται στο σχήμα στις αντιδιαμετρικές θέσεις Α και Γ οι ταχύτητες και οι ορμές του συσσωματώματος έχουν την ίδια διεύθυνση αλλά αντίθετη φορά, οπότε για τη μεταβολή της ορμής ισχύει:



$\Delta\vec{p}_{\sigma\upsilon\sigma} = \vec{p}_{\sigma\upsilon\sigma,\tau\varepsilon\lambda} - \vec{p}_{\sigma\upsilon\sigma,\alpha\rho\chi}$, θεωρώντας ως θετική τη φορά του άξονα, έχουμε:

$$\Delta p_{,\sigma\upsilon\sigma} = -(m_1 + m_2) \cdot V - (m_1 + m_2) \cdot V = -40kg \cdot m/s$$

Και το μέτρο της είναι $40kg \cdot m/s$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Σε οριζόντιο επίπεδο βρίσκεται ακίνητο ένα μήλο μάζας $M = 200g$. Ένα μικρό βέλος μάζας $m = 50g$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου, $\upsilon_1 = 10m/s$, χτυπά το μήλο με αποτέλεσμα να το διαπεράσει. Αν γνωρίζετε ότι η χρονική διάρκεια της διάτρησης είναι $\Delta t = 0{,}1\ s$ και ότι το βέλος εξέρχεται από το μήλο με ταχύτητα, μέτρου $\upsilon_2 = 8\ m/s$, να υπολογίσετε :

4.1. το μέτρο της ορμής του μήλου ακριβώς μετά την έξοδο του βέλους από αυτό,

Μονάδες 5

4.2. τη μεταβολή της ορμής του βέλους εξαιτίας της διάτρησης (μέτρο και κατεύθυνση),

Μονάδες 6

4.3. τη μέση δύναμη που ασκείται από το βέλος στο μήλο κατά τη χρονική διάρκεια της διάτρησης καθώς και τη μέση δύναμη που ασκείται από το μήλο στο βέλος στην ίδια χρονική διάρκεια,

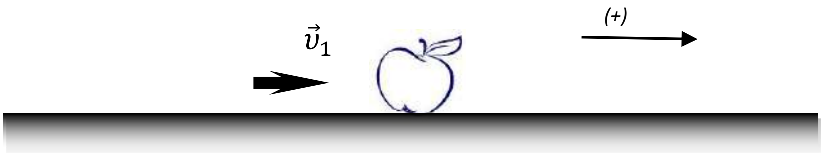
Μονάδες 7

4.4. την απώλεια μηχανικής ενέργειας του συστήματος βέλους-μήλου κατά τη διάρκεια της διάτρησης.

Μονάδες 7

Για την επίλυση του προβλήματος θεωρήστε το βέλος αλλά και το μήλο ως υλικά σημεία.

ΘΕΜΑ 4



4.1. Στη διεύθυνση που πραγματοποιείται η κρούση το σύστημα μήλο, βέλος δεν δέχεται εξωτερικές δυνάμεις, οπότε είναι μονωμένο και η ορμή του διατηρείται:

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}$$

Λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του σχήματος:

$$m \cdot \upsilon_1 + 0 = m \cdot \upsilon_2 + M \cdot V \text{ ή } 0{,}5\,kg \cdot \frac{m}{s} = 0{,}4\,kg \cdot \frac{m}{s} + 0{,}2\,kg \cdot V$$

$$\text{ή } V = 0{,}5\,m/s$$

Άρα το μέτρο της ορμής του μήλου ακριβώς μετά την έξοδο του βέλους από αυτό είναι:

$$p = M \cdot V = 0{,}1\,kg \cdot \frac{m}{s}$$

Μονάδες 5

4.2. Η μεταβολή της ορμής του βέλους είναι:

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{p}_{\alpha\rho\chi},$$

θεωρώντας ως θετική τη φορά του σχήματος, έχουμε:

$$\Delta p = m \cdot \upsilon_2 - m \cdot \upsilon_1 = -0{,}1\,kg \cdot \frac{m}{s}$$

Άρα η μεταβολή της ορμής του βέλους έχει μέτρο $0{,}1\,kg \cdot \frac{m}{s}$.

Μονάδες 6

4.3. Σύμφωνα με τον δεύτερο νόμο του Newton:

$\sum \vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$, θεωρώντας ως θετική τη φορά του σχήματος, έχουμε:

Α) στο βέλος:

$$\Sigma F_{M\acute{\eta}\lambda o,B\acute{\varepsilon}\lambda o\varsigma} = \frac{\Delta p_{\beta\acute{\varepsilon}\lambda o\upsilon\varsigma}}{\Delta t} \text{ ή } \Sigma F_{M\acute{\eta}\lambda o,B\acute{\varepsilon}\lambda o\varsigma} = \frac{-0{,}1\,kg \cdot \frac{m}{s}}{0{,}1 s} = -1N$$

Β) Στο μήλο:

$$\Sigma F_{B\acute{\varepsilon}\lambda o\varsigma,M\acute{\eta}\lambda o} = \frac{\Delta p_{M\acute{\eta}\lambda o\upsilon}}{\Delta t} \text{ ή } \Sigma F_{B\acute{\varepsilon}\lambda o\varsigma,M\acute{\eta}\lambda o} = \frac{0{,}1\,kg \cdot \frac{m}{s} - 0}{0{,}1 s} = 1N$$

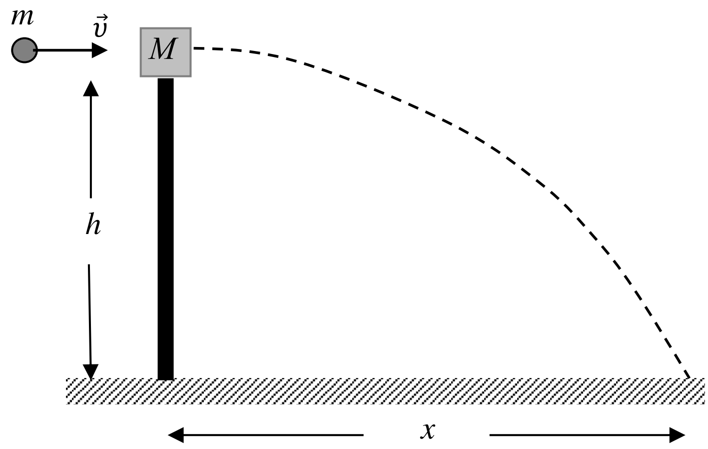
Μονάδες 7

4.4. Επειδή το μήλο και το βέλος θεωρούνται υλικά σημεία, πρακτικά ακριβώς πριν και ακριβώς μετά την διάτρηση βρίσκονται στην ίδια θέση οπότε η δυναμική ενέργεια δεν αλλάζει και έτσι η απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος μήλο-βέλος κατά τη διάρκεια της διάτρησης θα είναι ίση με την μείωση της κινητικής του ενέργειας:

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot {\upsilon_1}^2 - (\frac{1}{2} \cdot m \cdot {\upsilon_2}^2 + \frac{1}{2} \cdot M \cdot V^2) = 0{,}875 J$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4



Ο καθηγητής Φυσικής σε μία σχολή αξιωματικών του στρατού θέτει ένα πρόβλημα σχετικά με το πώς οι φοιτητές, αξιοποιώντας τις γνώσεις τους από το μάθημα, θα μπορούσαν να υπολογίσουν την ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ του βλήματος ενός πιστολιού. Ο καθηγητής υποδεικνύει στους φοιτητές την παρακάτω διαδικασία: Το βλήμα μάζας m εκτοξεύεται οριζόντια και σφηνώνεται σε ένα κομμάτι ξύλου, μάζας M, που ισορροπεί ελεύθερο στην κορυφή ενός στύλου ύψους h. Οι μάζες m και M μετρώνται με ζύγιση και το ύψος h μετράται με μετροταινία. Το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση εκτελεί οριζόντια βολή και χτυπάει στο έδαφος σε οριζόντια απόσταση x από τη βάση του στύλου, αφήνοντας ένα σημάδι στο χώμα ώστε να είναι δυνατή η μέτρηση αυτής της απόστασης x. Οι φοιτητές ακολούθησαν τη διαδικασία και έλαβαν μετρήσεις ακολουθώντας τη διαδικασία που τους υπέδειξε ο καθηγητής τους και κατέγραψαν τις τιμές $m = 0{,}1kg$, $M = 1{,}9kg$, $h = 5\,m$ και $x = 10\,m$. Λαμβάνοντας υπόψη τις προηγούμενες τιμές των μεγεθών που μετρήθηκαν από τους φοιτητές, και θεωρώντας την αντίσταση του αέρα αμελητέα, να υπολογίσετε:

4.1. Το χρονικό διάστημα που πέρασε από την στιγμή της κρούσης μέχρι το συσσωμάτωμα να αγγίξει το έδαφος.

Μονάδες 6

4.2. Το μέτρο της οριζόντιας ταχύτητας $\vec{V}$ την οποία απέκτησε το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 6

4.3. Το μέτρο της ταχύτητας $\vec{\upsilon}$ του βλήματος πριν σφηνωθεί στο ξύλο.

Μονάδες 6

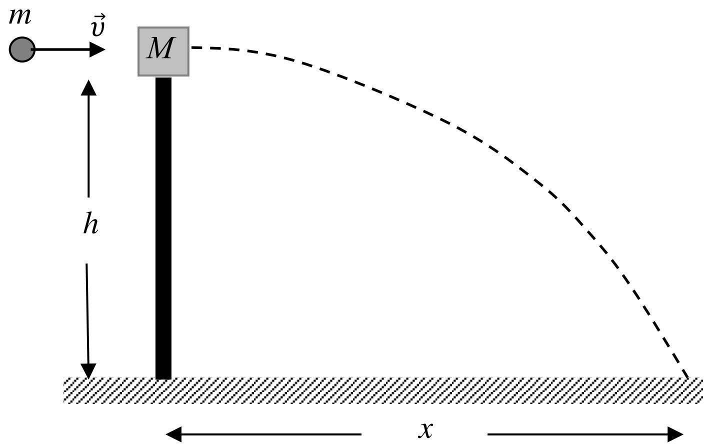
4.4. Την απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος βλήμα-ξύλο κατά την κρούση.

Μονάδες 7

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g = 10m/s^2$.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το συσσωμάτωμα εκτελεί οριζόντια βολή. Σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων η κίνηση του προκύπτει από την επαλληλία της ελεύθερης πτώσης στον κατακόρυφο άξονα και της ευθύγραμμης ομαλής στον οριζόντιο.



Το χρονικό διάστημα που πέρασε από την στιγμή της κρούσης μέχρι το συσσωμάτωμα να αγγίξει το έδαφος t_π υπολογίζεται από την εξίσωση κίνησης της ελεύθερης πτώσης για ύψος $h = 5\ m$:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot {t_\pi}^2 \text{ ή } t_\pi = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = 1s$$

Μονάδες 6

4.2. Κατά την οριζόντια βολή η τροχιά είναι παραβολική και η εξίσωση της προκύπτει από τις εξισώσεις κίνησης της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης και της ελεύθερης πτώσης με απαλοιφή του χρόνου:

Οριζόντιος άξονας:

$$x = V \cdot t \text{ ή } t = \frac{x}{V}$$

Κατακόρυφος άξονας:

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \text{ή } y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{x^2}{V^2}$$

Το μέτρο της οριζόντιας ταχύτητας V την οποία απέκτησε το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση υπολογίζεται θέτοντας στην εξίσωση της παραβολής $y = 5\ m$ και $x = 10\ m$ οπότε:

$$V = \sqrt{\frac{g \cdot x^2}{2 \cdot y}} = 10m/s$$

Εναλλακτικά: $x = V \cdot t_\pi$ ή $V = \frac{x}{t_\pi} = 10m/s$

Μονάδες 6

4.3. Στον άξονα που πραγματοποιείται η κρούση το σύστημα βλήμα-ξύλο δεν δέχεται εξωτερικές δυνάμεις, οπότε είναι μονωμένο και η ορμή του διατηρείται:

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}$$

Λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας του βλήματος πριν την κρούση:

$$m \cdot \upsilon = (m + M) \cdot V \text{ ή } 0{,}1 \cdot \upsilon\ kg \cdot \frac{m}{s} = 2kg \cdot 10m/s$$

$$\text{ή } \upsilon = 200\ m/s$$

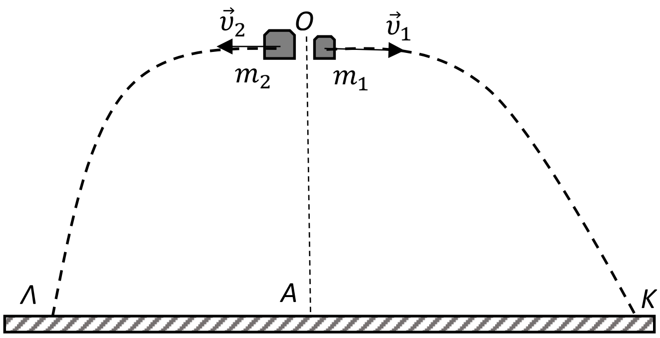
Μονάδες 6

4.4. Επειδή το βλήμα και το ξύλο θεωρούνται υλικά σημεία πρακτικά ακριβώς πριν και ακριβώς μετά την κρούση βρίσκονται στην ίδια θέση οπότε η δυναμική ενέργεια δεν αλλάζει και έτσι η απώλεια της μηχανικής ενέργειας κατά την πλαστική κρούση θα είναι ίση με την μείωση της κινητικής ενέργειας του συστήματος:

$$E_{απωλ} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \frac{1}{2} \cdot (m + M)V^2 = 1900\, J$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4



Μία οβίδα μάζας 3 kg εκτοξεύεται από το σημείο Α του οριζόντιου εδάφους κατακόρυφα προς τα πάνω. Όταν φθάνει στο ανώτερο σημείο Ο της τροχιάς της, διασπάται ακαριαία, λόγω εσωτερικής έκρηξης, σε δύο κομμάτια με μάζες $m_1 = 1kg$ και $m_2 = 2kg$. Το σημείο Ο βρίσκεται σε ύψος 20 m από το έδαφος. Το κομμάτι μάζας m_1 αποκτά αμέσως μετά την έκρηξη οριζόντια ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = 10m/s$ όπως φαίνεται στο σχήμα. Τα κομμάτια m_1 και m_2 κινούνται και πέφτουν στο έδαφος σε σημεία Κ και Λ αντιστοίχως. Να υπολογίσετε:

4.1. Το μέτρο και την κατεύθυνση της ταχύτητας που αποκτά το κομμάτι μάζας m_2 αμέσως μετά την έκρηξη.

Μονάδες 7

4.2. Το χρονικό διάστημα που κινείται κάθε κομμάτι από τη στιγμή της έκρηξης μέχρι να αγγίξει το έδαφος.

Μονάδες 6

4.3. Την απόσταση ΚΛ.

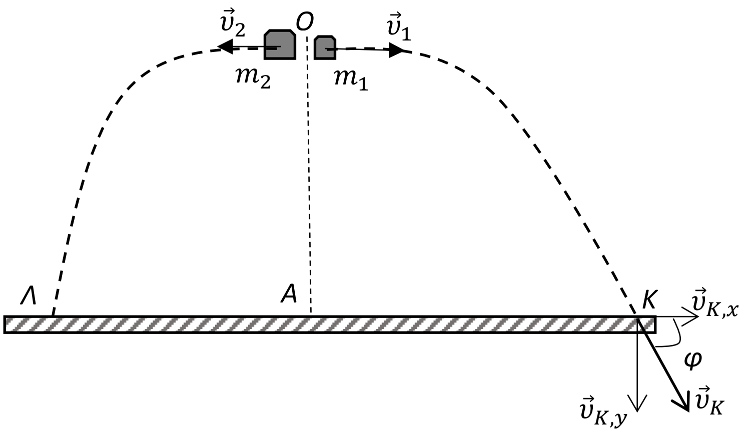
Μονάδες 7

4.4 Την ταχύτητα (μέτρο και κατεύθυνση) του κομματιού μάζας m_1 ακριβώς πριν ακουμπήσει στο σημείο Κ του εδάφους.

Μονάδες 5

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g = 10m/s^2$, και ότι η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

ΘΕΜΑ 4



4.1. Η οβίδα στο ανώτερο σημείο της τροχιάς της (Ο) ακινητοποιείται στιγμιαία οπότε ακριβώς πριν την διάσπαση έχει μηδενική ταχύτητα και ορμή.

Κατά την έκρηξη που διαρκεί ελάχιστο χρόνο οι εσωτερικές δυνάμεις που αναπτύσσονται είναι πολύ μεγαλύτερες του βάρους (εξωτερική δύναμη), οπότε το σύστημα θεωρείται μονωμένο και η ορμή του διατηρείται:

$$\vec{p}_{πριν} = \vec{p}_{μετά}$$

Λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας του κομματιού με μάζα m_1 αμέσως μετά την έκρηξη:

$$0 = m_1 \cdot v_1 - m_2 \cdot v_2 \text{ή } v_2 = \frac{m_1 \cdot v_1}{m_2} = 5\, m/s$$

Άρα η ταχύτητα που αποκτά το κομμάτι μάζας m_2 αμέσως μετά την έκρηξη έχει μέτρο $5\, m/s$ και κατεύθυνση αντίθετη της $\vec{v}_1$.

Μονάδες 7

4.2. Το κάθε κομμάτι εκτελεί οριζόντια βολή. Σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων η κίνηση τους προκύπτει από την επαλληλία μίας ελεύθερης πτώσης στον κατακόρυφο άξονα και μίας ευθύγραμμης ομαλής στον οριζόντιο.

Το χρονικό διάστημα που πέρασε από την στιγμή της κρούσης μέχρι το κάθε κομμάτι να αγγίξει το έδαφος $Δt_π$ είναι το ίδιο και για τα δύο καθώς βάλλονται ταυτόχρονα από το ίδιο ύψος. Το $Δt_π$ υπολογίζεται από την εξίσωση κίνησης της ελεύθερης πτώσης για ύψος $(OA) = h\ =\ 20\, m$:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot {Δt_π}^2 \text{ή } Δt_π\ = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = 2s$$

Μονάδες 6

4.3. Κατά την οριζόντια βολή η τροχιά είναι παραβολική. Η εξίσωση κίνησης της ευθύγραμμης ομαλής υπολογίζει την μέγιστη οριζόντια απόσταση (βεληνεκές) για κάθε κομμάτι μετά τη διάσπαση. Συγκεκριμένα:

Κομμάτι μάζας m_1:

$$(AK) = \upsilon_1 \cdot \Delta t_\pi = 20m$$

Κομμάτι μάζας m_2:

$$(A\Lambda) = \upsilon_2 \cdot \Delta t_\pi = 10m$$

$$Άρα\ (K\Lambda) = (AK) + (A\Lambda) = 30m.$$

Μονάδες 7

4.4 Σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων η ταχύτητα πρόσκρουσης του κομματιού με μάζα m_1 στο σημείο Κ προκύπτει από το διανυσματικό άθροισμα των ταχυτήτων στον κατακόρυφο άξονα (ελεύθερη πτώση) και στον οριζόντιο άξονα (ευθύγραμμη ομαλή κίνηση).

Οριζόντιος άξονας:

$$\upsilon_{K,x} = \upsilon_1 = 10m/s$$

Κατακόρυφος άξονας:

$$\upsilon_{K,y} = g \cdot \Delta t_\pi = 20m/s$$

Οπότε,

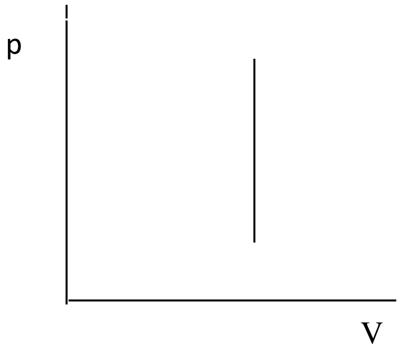
$$\upsilon_K = \sqrt{\upsilon_{K,x}{}^2 + \upsilon_{K,y}{}^2} = \sqrt{500}m/s = 10 \cdot \sqrt{5}m/s\ (\text{μέτρο})$$

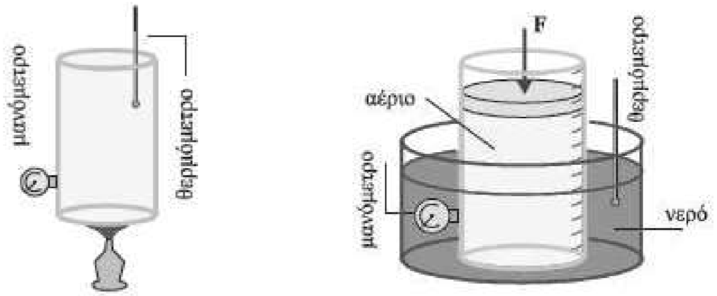
$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{\upsilon_{K,y}}{\upsilon_{K,x}} = 2(\text{Κατεύθυνση})$$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2

2.1. Δίνεται το διπλανό διάγραμμα (p - V) το οποίο απεικονίζει μια μεταβολή ιδανικού αερίου. Παρακάτω δίνονται τρεις πειραματικές διατάξεις που χρησιμοποιούνται για πειράματα με μονοατομικά αέρια που με καλή προσέγγιση θεωρούνται ιδανικά. Ποια από αυτές θα προκαλέσει μεταβολή στο μονοατομικό αέριο που περιέχει, αντίστοιχη με αυτή που παριστάνεται γραφικά στο διπλανό διάγραμμα;





(α) (β) (γ)

2.1.Α. Να επιλέξετε την κατάλληλη διάταξη.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένα βλήμα με μάζα $0{,}05\ \mathrm{kg}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα $800\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ μέχρι τη στιγμή που σφηνώνεται σε τοίχο. Πριν ακινητοποιηθεί το βλήμα διανύει απόσταση $8\ \mathrm{cm}$ μέσα στον τοίχο. Αν η αντίσταση του τοίχου θεωρηθεί σταθερή δύναμη, το βλήμα θα ακινητοποιηθεί μετά από:

(α) $t = 2 \cdot 10^{-2} s$, **(β)** $t = 2 \cdot 10^{-3} s$, **(γ)** $t = 2 \cdot 10^{-4} s$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α).

Μονάδες 4

2.1.Β.

Παρατηρούμε ότι κατά τη διάρκεια της μεταβολής στο διάγραμμα ο όγκος παραμένει σταθερός όσο μεταβάλλεται η πίεση. Άρα πρόκειται για μια ισόχωρη μεταβολή.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)**.**

Μονάδες 4

2.2.Β.

Στο βλήμα θεωρούμε ότι ασκείται σταθερή δύναμη από τον τοίχο για χρόνο Δt. Από τον 2^{ο} νόμο του Newton:

$$\vec{F} = \frac{\vec{P}_{τελ} - \vec{P}_{αρχ}}{\Delta t} \text{ (1)}$$

Το μέτρο της δύναμης μπορούμε να το υπολογίσουμε από το θεώρημα έργου-ενέργειας.

$$\Delta K = W_F$$

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = F \cdot \Delta x$$

$$-\frac{1}{2} m υ^2 = -F \, \Delta x$$

Άρα $F = 200.000 \ N$

Άρα από (1) προκύπτει ότι: $\Delta t = \frac{m \cdot υ}{F} = 0{,}0002 \ s$ ή $\Delta t = 2 \cdot 10^{-4} \ s$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου που βρίσκεται σε κυλινδρικό δοχείο, υφίσταται ισόθερμη αντιστρεπτή συμπίεση.

2.1.Α. Συμπληρώστε τις φράσεις με μια από τις τρεις επιλογές: «μειώνεται», «αυξάνεται», «δεν αλλάζει»

(α) η μάζα του ________________

(β) η πίεση του ________________

(γ) ο όγκος του ________________

(δ) η πυκνότητα του ________________

(ε) ο αριθμός των μορίων του αερίου ________________

(στ) η απόσταση μεταξύ των μορίων ________________

Μονάδες 6

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε τις επιλογές σας.

Μονάδες 6

2.2. Ένα φορτηγό με μάζα M και ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ και ένα επιβατηγό αυτοκίνητο με μάζα $m_1 = \frac{M}{4}$ και ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1 = 3 \cdot \vec{\upsilon}$ κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις πάνω σε οριζόντιο μονόδρομο, πλησιάζοντας το ένα το άλλο. Τα οχήματα συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά δημιουργώντας συσσωμάτωμα. Η συνολική ορμή $\vec{p}$ του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση, έχει μέτρο:

(α) $\frac{M}{4} \cdot \upsilon$, **(β** $3 \cdot \frac{M}{4} \cdot \upsilon$, **(γ)** $M \cdot \upsilon$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστές απαντήσεις:

(α) η μάζα του ___ δεν αλλάζει ___

(β) η πίεση του ___ αυξάνεται ____

(γ) ο όγκος του ____ μειώνεται ____

(δ) η πυκνότητα του ___ αυξάνεται ___

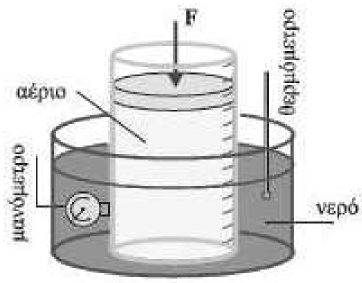
(ε) ο αριθμός των μορίων του αερίου ___ δεν αλλάζει ___

(στ) η απόσταση μεταξύ των μορίων ___ μειώνεται ____

Μονάδες 6

2.1.Β.

Σε μια ισόθερμη αντιστρεπτή συμπίεση η ποσότητα του αερίου παραμένει η ίδια καθώς το δοχείο είναι κλειστό. Άρα η μάζα του δεν αλλάζει, ούτε ο αριθμός των μορίων. Συμπιέζεται, άρα ο όγκος του μειώνεται, συνεπώς το αέριο θα έχει μεγαλύτερη πυκνότητα, μικρότερες αποστάσεις μεταξύ των μορίων και η πίεση θα αυξάνεται.



Μονάδες 6

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β. Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής στην πλαστική κρούση (με θετική φορά τη φορά της ταχύτητας του φορτηγού).

$$\vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} = \vec{p}_{\varphi\_\alpha\rho\chi} + \vec{p}_{1\_\alpha\rho\chi}$$

$$p_{\tau\varepsilon\lambda} = -\frac{M}{4}\cdot 3\cdot \upsilon + M\cdot \upsilon$$

$$p_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{M}{4}\cdot \upsilon$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Μια μηχανή Carnot λειτουργεί ανάμεσα στις θερμοκρασίες $T_h = 500\ K$ και $T_c = 250\ K$. Αν μεταβληθεί η θερμοκρασία T_c της μηχανής με τέτοιο τρόπο ώστε να αυξηθεί ο συντελεστής απόδοσής της κατά 50%, τότε αυτό θα σημαίνει ότι η θερμοκρασία T_c της μηχανής:

(α) μειώθηκε κατά $250\ K$, **(β)** μειώθηκε κατά $125\ K$, **(γ)** αυξήθηκε κατά $125\ K$

2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

2.2. Οι δυναμικές γραμμές ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου, έντασης μέτρου $E = 5 \cdot 10^2\ \frac{N}{C}$, έχουν κατεύθυνση προς τις θετικές τιμές του άξονα x΄x. Το δυναμικό στη θέση $x = +5\ m$ είναι $2500\ V$. Ποιο η τιμή του δυναμικού στη θέση $x = +2\ m$;

(α) $3000\ V$, **(β)** $4000\ V$, **(γ)** $5000\ V$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Αρχικά ο συντελεστής απόδοσης της μηχανής Carnot είναι:

$$e = 1 - \frac{T_c}{T_h} = 1 - \frac{250}{500} = 0{,}5$$

Αύξηση του συντελεστή κατά 50% σημαίνει ότι γίνεται 0,75, επομένως

$$e' = 1 - \frac{T_c{}'}{T_h} = 0{,}75$$

$$T_c' = (e' - 1)T_h = 0{,}25 \cdot 500\ K = 125\ K$$

Άρα η θερμοκρασία της ψυχρής δεξαμενής μειώθηκε κατά $125\ K$.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β. Κατά μήκος της ίδιας δυναμικής γραμμής, αναζητούμε το δυναμικό στη θέση $x = +2\ m$. Ισχύει

$$E = \frac{V_A - V_B}{\Delta x}$$

$$V_A = E \cdot \Delta x + V_B = [500 \cdot (5 - 2) + 2500]\ V = 4000\ V$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Δύο θερμικές μηχανές (1) και (2) έχουν αντίστοιχα συντελεστές απόδοσης e_1 και e_2. Η θερμική μηχανή (1) λειτουργεί με απορρόφηση θερμότητας Q_{h1} από τη δεξαμενή υψηλής θερμοκρασίας και παράγει έργο W_1. Η θερμική μηχανή (2) λειτουργεί με απορρόφηση θερμότητας Q_{h2} από τη δεξαμενή υψηλής θερμοκρασίας και παράγει έργο W_2. Δίνεται ότι για τις θερμότητες Q_{h1}, Q_{h2} και τα έργα W_1, W_2 των δύο θερμικών μηχανών ισχύουν οι σχέσεις: $Q_{h1} = 2 \cdot Q_{h2}$ και $W_1 = 3 \cdot W_2$.

Για το πηλίκο $\frac{e_1}{e_2}$ των συντελεστών απόδοσης των δύο μηχανών ισχύει η σχέση:

(α) $\frac{e_1}{e_2} = \frac{3}{2}$, **(β)** $\frac{e_1}{e_2} = 1$, **(γ)** $\frac{e_1}{e_2} = \frac{2}{3}$

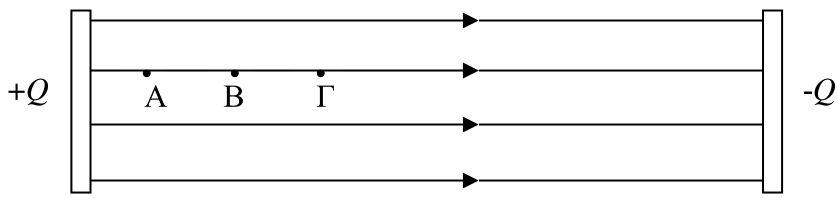
2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δίνεται το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο του παρακάτω σχήματος, το οποίο έχει ένταση $\vec{E}$. Για τα τρία σημεία Α, Β, Γ του πεδίου τα οποία ανήκουν στην ίδια δυναμική γραμμή ισχύει ότι $(AB) = (B\Gamma)$. Για τις διαφορές δυναμικού V_{AB} και $V_{A\Gamma}$, ανάμεσα στα σημεία Α, Β και Α, Γ αντίστοιχα ισχύει:



(α)) $\frac{V_{AB}}{V_{A\Gamma}} = 2$, **(β)** $\frac{V_{AB}}{V_{A\Gamma}} = \frac{1}{4}$, **(γ)** $\frac{V_{AB}}{V_{A\Gamma}} = \frac{1}{2}$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η σχέση που συνδέει τους συντελεστές απόδοσης για τις δύο θερμικές μηχανές προκύπτει ως εξής:

$$e_1 = \frac{W_1}{Q_{h1}} = \frac{3 \cdot W_2}{2 \cdot Q_{h2}} = \frac{3}{2} e_2$$

Άρα $\frac{e_1}{e_2} = \frac{3}{2}$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β. Κατά μήκος της ίδιας δυναμικής γραμμής σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο η ένταση είναι σταθερή, οπότε θα ισχύει:

$$E = \frac{V_A - V_B}{AB}$$

και

$$E = \frac{V_A - V_\Gamma}{A\Gamma} = \frac{V_A - V_\Gamma}{2AB}$$

Διαιρώντας κατά μέλη έχουμε

$$\frac{V_{AB}}{V_{A\Gamma}} = \frac{1}{2}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Μικρή σφαίρα αφήνεται να πέσει από μικρό ύψος h από το έδαφος, εκτελώντας ελεύθερη πτώση. Μια ίδια σφαίρα βάλλεται ταυτόχρονα από το ίδιο ύψος με οριζόντια ταχύτητα μέτρου υ_o. Έστω Δt_1 και Δt_2 τα χρονικά διαστήματα που κάνουν η πρώτη και η δεύτερη σφαίρα, αντίστοιχα, για να φτάσουν στο έδαφος. Η σχέση ανάμεσα στα δύο χρονικά διαστήματα είναι:

(α) $\Delta t_1 < \Delta t_2$, **(β)** $\Delta t_1 = \Delta t_2$, **(γ)** $\Delta t_1 > \Delta t_2$

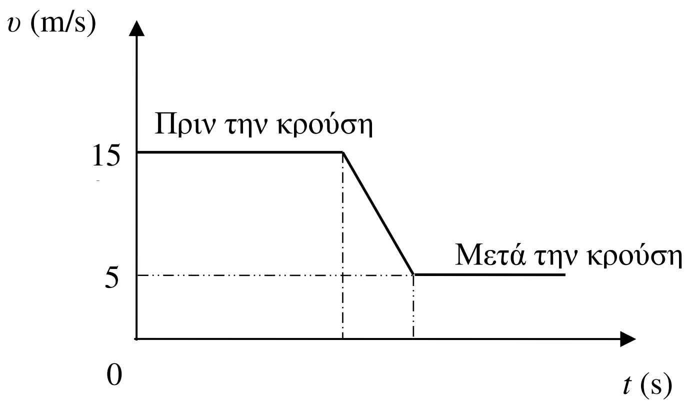
2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

2.2. Στο διπλανό διάγραμμα παρουσιάζεται η τιμή της ταχύτητας ενός σώματος μάζας $m = 100\ g$ που συγκρούεται με δεύτερο σώμα. Η σύγκρουση διαρκεί χρονικό διάστημα $1\ s$ και εξαιτίας της, το σώμα μάζας m επιβραδύνεται. Τα σώματα κινούνται στην ίδια ευθεία πριν και μετά την σύγκρουση. Θεωρήστε ότι η δύναμη, που δέχθηκε γι' αυτό το χρονικό διάστημα το σώμα μάζας m, είναι σταθερή. Το μέτρο της δύναμης που δέχθηκε το σώμα μάζας m κατά την κρούση είναι:



(α) $1\ N$, **(β)** $5\ N$, **(γ)** $15\ N$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Για τη σφαίρα που εκτελεί οριζόντια βολή, σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων, στον κατακόρυφο άξονα η κίνηση της περιγράφεται από τις εξισώσεις της ελεύθερης πτώσης. Άρα θα φτάσει στον ίδιο χρόνο με τη σφαίρα που αφήνεται να πέσει, δηλαδή $\Delta t_1 = \Delta t_2$.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β. Εφαρμόζοντας τον 2ο νόμο του Newton θα υπολογίσουμε την τιμή της σταθερής δύναμης και λαμβάνοντας τις τιμές των ταχυτήτων από τη γραφική παράσταση:

$$\vec{F} = \frac{\vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{P}_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t}$$

$$F = \frac{0{,}1 \cdot 5 - 0{,}1 \cdot 15}{1} N = -1N$$

Άρα το μέτρο της δύναμης που δέχθηκε το σώμα μάζας m κατά την κρούση είναι $1\ N$.

<u>Σχόλιο:</u> Το αντίθετο πρόσημο της τιμής της δύναμης (και της επιτάχυνσης που προκαλεί), με αυτό της ταχύτητας, περιγράφει επιβραδυνόμενη κίνηση.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Δύο σώματα με την ίδια μάζα $m = 0{,}2\ kg$, κινούνται ευθύγραμμα και ομαλά σε λείο οριζόντιο επίπεδο σε αντίθετες κατευθύνσεις (το ένα κινείται με κατεύθυνση προς το άλλο). Το μέτρο της ταχύτητας του πρώτου σώματος είναι $\upsilon_1 = 6\ \frac{m}{s}$ και του δευτέρου $\upsilon_2 = 2\ \frac{m}{s}$. Τη χρονική στιγμή $t = 0\ s$ απέχουν μεταξύ τους $4\ m$.

4.1. Υπολογίστε και σχεδιάστε τις ορμές των δύο σωμάτων τη χρονική στιγμή $t = 0\ s$.

Μονάδες 6

4.2. Ποια χρονική στιγμή θα συγκρουστούν τα δύο σώματα μεταξύ τους;

Μονάδες 6

4.3. Αν η κρούση τους είναι πλαστική και η χρονική της διάρκεια είναι αμελητέα, ποιο θα είναι το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση;

Μονάδες 6

4.4. Σχεδιάστε (σε κοινό διάγραμμα) τις γραφικές παραστάσεις για τις τιμές των ταχυτήτων των δύο σωμάτων και του συσσωματώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, για το χρονικό διάστημα από 0 μέχρι 1 s. Να θεωρήσετε ως θετική την αρχική φορά κίνησης του σώματος με ταχύτητα υ_1.

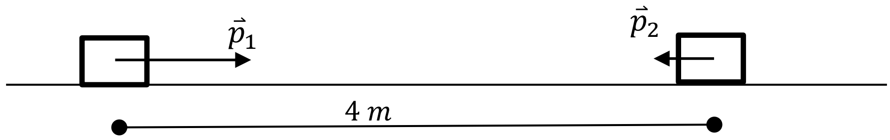
Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το μέτρο της ορμής των δύο σωμάτων είναι:

$$p_1 = m \cdot \upsilon_1 = 0{,}2\ \cdot 6 = 1{,}2\ kg \cdot \frac{m}{s}$$ με κατεύθυνση προς τα δεξιά

και $$p_2 = m \cdot \upsilon_2 = 0{,}2\ \cdot 2 = 0{,}4\ kg \cdot \frac{m}{s}$$ με κατεύθυνση προς τα αριστερά.



Μονάδες 6

4.2. Τα δύο σώματα κινούνται ευθύγραμμα και ομαλά. Έστω ότι θα συγκρουστούν τη χρονική στιγμή t_1. Αν το πρώτο σώμα έχει διανύσει απόσταση x τότε το άλλο σώμα θα έχει καλύψει απόσταση $4 - x$, οπότε:

$\frac{x}{\upsilon_1} = \frac{4-x}{\upsilon_2}$ ή $\frac{x}{6} = \frac{4-x}{2}$, άρα το πρώτο σώμα θα έχει καλύψει απόσταση $x = 3\ m$ σε χρόνο:

$$t_1 = \frac{x}{\upsilon_1} = \frac{3}{6} s = 0{,}5\ s$$

Μονάδες 6

4.3. Στο σύστημα που αποτελείται από τα δύο σώματα η ορμή διατηρείται πριν και μετά την κρούση καθώς είναι μονωμένο. Σύμφωνα με τη θετική φορά που δίνεται στην εκφώνηση, προκύπτει:

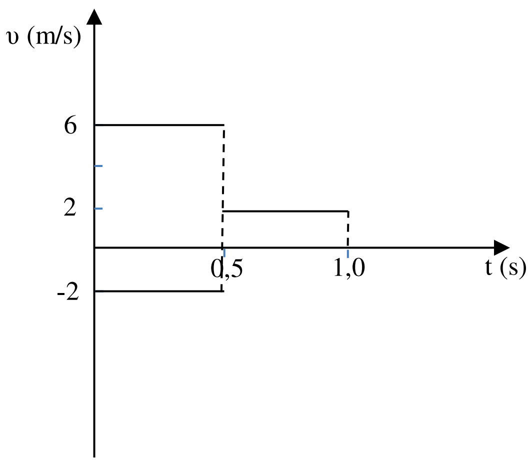
$$\vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} = \vec{p}_{1\alpha\rho\chi} + \vec{p}_{2\alpha\rho\chi}$$

$$2m \cdot \upsilon_{\tau\varepsilon\lambda} = m \cdot \upsilon_1 - m \cdot \upsilon_2$$

$$\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{m \cdot \upsilon_1 - m \cdot \upsilon_2}{2m} = 2\frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.4. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα θα κινείται ευθύγραμμα και ομαλά με την ίδια φορά που είχε το πρώτο σώμα (προς τα δεξιά).



Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Δύο σημειακά σώματα με μάζες $m_1 = 0{,}4\ kg$ και $m_2 = 0{,}6\ kg$ κινούνται ευθύγραμμα (και σε αντίθετες κατευθύνσεις) πάνω σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζουν συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0{,}2$. Κάποια στιγμή τα σώματα συγκρούονται πλαστικά μεταξύ τους. Ακριβώς πριν τη στιγμή της σύγκρουσης τα δύο σώματα είχαν ταχύτητες μέτρων $\upsilon_1 = 20\ \frac{m}{s}$ και $\upsilon_2 = 5\ \frac{m}{s}$ αντίστοιχα. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

4.1. Υπολογίστε τα μέτρα και σχεδιάστε (ποιοτικά) τις ορμές των δύο σωμάτων ακριβώς πριν την κρούση.

Μονάδες 6

4.2. Αν η κρούση τους είναι πλαστική και η χρονική της διάρκεια είναι αμελητέα, ποιο θα είναι το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση;

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα για το οποίο θα κινηθεί μετά την κρούση το συσσωμάτωμα.

Μονάδες 7

4.4. Να υπολογίσετε την απώλεια ενέργειας του συσσωματώματος λόγω της τριβής ολίσθησης στο τραχύ δάπεδο.

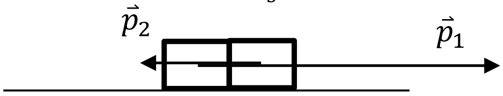
Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το μέτρο της ορμής των δύο σωμάτων είναι:

$$p_1 = m_1 \cdot \upsilon_1 = 0{,}4 \ \cdot 20 = 8\ kg \cdot \frac{m}{s}$$ με κατεύθυνση προς τα δεξιά

και $p_2 = m_2 \cdot \upsilon_2 = 0{,}6 \ \cdot 5 = 3\ kg \cdot \frac{m}{s}$ με κατεύθυνση προς τα αριστερά.



Μονάδες 6

4.2. Στο σύστημα που αποτελείται από τα δύο σώματα η ορμή διατηρείται πριν, μετά και κατά τη διάρκεια της κρούσης. Θεωρούμε ως θετική φορά κίνησης από αριστερά προς τα δεξιά, οπότε:

$$\vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} = \vec{p}_{1\alpha\rho\chi} + \vec{p}_{2\alpha\rho\chi}$$

$$(m_1 + m_2) \cdot \upsilon_{\tau\varepsilon\lambda} = m_1 \cdot \upsilon_1 - m_2 \cdot \upsilon_2$$

$$\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{m_1 \cdot \upsilon_1 - m_2 \cdot \upsilon_2}{(m_1 + m_2)} = \frac{8-3}{1}\frac{m}{s} = 5\frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.3. Το συσσωμάτωμα θα κινηθεί για χρόνο Δt_2 πριν ακινητοποιηθεί λόγω της τριβής. Από το 2ο νόμο του Newton μπορεί να υπολογιστεί το μέτρο της επιτάχυνσης (επιβράδυνση) με την οποία κινείται το συσσωμάτωμα λόγω της τριβής ολίσθησης στο οριζόντιο επίπεδο.

$$F_{o\lambda} = m_{o\lambda} \cdot a$$

$$\mu \cdot m_{o\lambda} \cdot g = m_{o\lambda} \cdot a, \text{ άρα}$$

$$\alpha = \frac{\mu \cdot m_{o\lambda} \cdot g}{m_{o\lambda}} = \frac{0{,}2 \cdot 1 \cdot 10}{1}\frac{m}{s^2} = 2\frac{m}{s^2}$$

$$\Delta t_2 = \frac{|\Delta\upsilon|}{a} = \frac{5}{2}s = 2{,}5\ s$$

Μονάδες 7

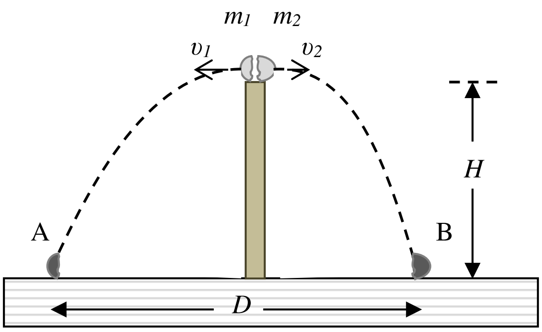
4.4. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα θα κινηθεί για 2,5 s μέχρι να ακινητοποιηθεί. Η μεταβολή της κινητικής του ενέργειας (λόγω του έργου της τριβής ολίσθησης) θα είναι ίση με:

$$\Delta K = W_T = 0 - \frac{1}{2} \cdot m_{o\lambda} \cdot {\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda}}^2 = -\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 25\ J = -12{,}5\ J$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

Μικρή σφαίρα μάζας $m = 300\ g$ είναι τοποθετημένη πάνω σε κατακόρυφο στύλο μεγάλου ύψους H. Ξαφνικά μια έκρηξη διασπά τη σφαίρα σε δύο κομμάτια που αμέσως μετά την έκρηξη κινούνται σε οριζόντια διεύθυνση. Οι μάζες των δύο κομματιών είναι m_1 και m_2, για τις οποίες ισχύει: $m_2 = 2 \cdot m_1$.



Τα δύο κομμάτια m_1, m_2, εκτελούν οριζόντιες βολές και πέφτουν στο οριζόντιο δάπεδο που βρίσκεται στη βάση του στύλου, μετά από χρόνο $3\ s$ από τη στιγμή της έκρηξης, στα σημεία Α και Β αντίστοιχα, που απέχουν μεταξύ τους $D = 180\ m$, όπως φαίνεται και στο σχήμα. Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας $g = 10\ \frac{m}{s^2}$ και ότι η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Να υπολογίσετε:

4.1. Το ύψος του στύλου.

Μονάδες 6

4.2. Τα μέτρα των ταχυτήτων που έχουν τα δύο κομμάτια, αμέσως μετά την έκρηξη.

Μονάδες 6

4.3. Ποια η ταχύτητα (μέτρο, κατεύθυνση) με την οποία φτάνει η μάζα m_1 στο έδαφος.

Μονάδες 6

4.4. Την απόσταση μεταξύ των δύο κομματιών $2\ s$ μετά από τη στιγμή της έκρηξης.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1. Οι δύο μάζες φτάνουν στο οριζόντιο έδαφος μετά από χρονικό διάστημα $3\ s$. Εκτελούν οριζόντια βολή, άρα, σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων, η κίνηση της κάθε μάζας στον κατακόρυφο άξονα περιγράφεται από τις εξισώσεις της ελεύθερης πτώσης.

$$H = \frac{1}{2}\ g \cdot t^2 = 0{,}5\ \cdot 10 \cdot 9\ m = 45\ m$$

Μονάδες 6

4.2. Στο σύστημα των δύο μαζών η ορμή διατηρείται πριν, μετά και κατά την έκρηξη, συνεπώς:

$$\vec{p}_{τελ} = \vec{p}_{αρχ}$$

Ορίζουμε ως θετική ~~φορά~~ τη φορά της ταχύτητα της μάζας m_1, οπότε:

$$m_1 \cdot \upsilon_{1x} - m_2 \cdot \upsilon_{2x} = 0$$

$$m_1 \cdot \upsilon_{1x} - 2m_1 \cdot \upsilon_{2x} = 0$$

$$\upsilon_{1x} = 2 \cdot \upsilon_{2x}\ (1)$$

Οι δύο μάζες εκτελούν οριζόντια βολή, άρα στον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων η κίνηση της κάθε μάζας περιγράφεται από τις εξισώσεις της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης. Οι δύο μάζες διανύουν οριζόντια απόσταση $S_1 + S_2 = D$, σε χρόνο $t = 3\ s$, άρα:

$$t \cdot \upsilon_{1x} + t \cdot \upsilon_{2x} = D, \text{ ή}$$

$$3 \cdot 2 \cdot \upsilon_{2x} + 3 \cdot \upsilon_{2x} = 180\ m, \text{ άρα}$$

$$\upsilon_{2x} = 20\frac{m}{s}$$

και από τη σχέση (1) : $\upsilon_{1x} = 40\frac{m}{s}$

Μονάδες 6

4.3. Η μάζα m_1 μετά την έκρηξη πραγματοποιεί οριζόντια βολή και φτάνει στο έδαφος μετά από $3\ s$. Η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας είναι $\upsilon_{1x} = 40\frac{m}{s}$. Η κατακόρυφη θα προκύψει από την εξίσωση ταχύτητας κατά την ελεύθερη πτώση της μάζας για χρονική διάρκεια κίνησης $3\ s$.

$$\upsilon_{1y} = g \cdot t = 30\frac{m}{s}$$

Συνεπώς, η συνολική ταχύτητα της μάζας m_1 θα προκύψει από το διανυσματικό άθροισμα των δύο ταχυτήτων, με μέτρο:

$${\upsilon_1}^2 = {\upsilon_{1x}}^2 + {\upsilon_{1y}}^2$$

$${\upsilon_1}^2 = (40^2 + 30^2)\ (\frac{m}{s})^2$$

$$\upsilon_1 = 50\frac{m}{s}$$

Για τη κατεύθυνση έχουμε:

Η ταχύτητα πρόσκρουσης σχηματίζει γωνία $\widehat{\varphi}$ με τον οριζόντιο άξονα με $εφφ = \frac{\upsilon_{1y}}{\upsilon_{1x}} = \frac{3}{4}$.

Μονάδες 6

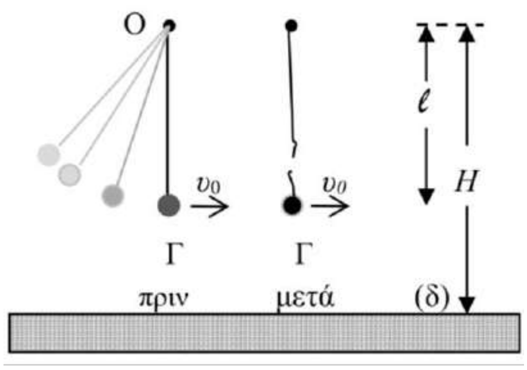
4.4. Μετά την έκρηξη οι δύο μάζες κινούνται με τις ταχύτητες που αναφέρθηκαν στο ερώτημα 4.2. Και οι δύο μάζες κινούνται με την ίδια κατακόρυφη ταχύτητα άρα είναι στο ίδιο ύψος κάθε χρονική στιγμή, δεδομένου ότι πραγματοποιούν οριζόντια βολή, και κινούνται οριζόντια με σταθερή ταχύτητα. Συνεπώς:

$$D' = x_1 + x_2 = t' \cdot \upsilon_{1x} + t' \cdot \upsilon_{2x} = 120\ m$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Μικρή σφαίρα μάζας $m = 200\ g$ κρέμεται δεμένη στο κάτω άκρο αβαρούς μη ελαστικού νήματος, μήκους l. Το πάνω άκρο του νήματος είναι δεμένο σε ακλόνητο σημείο Ο, το οποίο απέχει από οριζόντιο δάπεδο (δ), ύψος $H = 1{,}25\ m$. Θέτουμε το σύστημα σε αιώρηση με τέτοιο τρόπο ώστε τελικά το σώμα να κινείται σε κατακόρυφο επίπεδο με το νήμα τεντωμένο.



Τη στιγμή που η σφαίρα περνάει από την κατώτερη θέση Γ της κυκλικής τροχιάς της, με το νήμα τεντωμένο και κατακόρυφο, η κεντρομόλος επιτάχυνσή της έχει μέτρο $20\ \frac{m}{s^2}$. Ακριβώς τη στιγμή που διέρχεται από τη θέση Γ, το νήμα κόβεται και η σφαίρα με την ταχύτητα που είχε, πραγματοποιεί οριζόντια βολή μέχρι να χτυπήσει στο οριζόντιο δάπεδο. Η σφαίρα φτάνει στο δάπεδο μετά από χρόνο $0{,}3\ s$ από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα. Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας $g = 10\ \frac{m}{s^2}$ και ότι η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Να υπολογίσετε:

4.1.Το μήκος l του νήματος.

Μονάδες 6

4.2.Την οριζόντια απόσταση από το σημείο Γ, του σημείου στο οποίο θα χτυπήσει η σφαίρα στο δάπεδο.

Μονάδες 6

4.3. Τη βαρυτική δυναμική ενέργεια της σφαίρας ως προς το οριζόντιο δάπεδο (δ) μετά από χρόνο $0{,}2\ s$ από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα.

Μονάδες 6

4.4. Το μέτρο της ταχύτητας καθώς και την εφαπτομένη της γωνίας που σχηματίζει το διάνυσμα της ταχύτητας με το οριζόντιο δάπεδο, ελάχιστα πριν η σφαίρα προσκρούσει στο δάπεδο.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η μάζα m φτάνει στο οριζόντιο δάπεδο μετά από χρόνο $0{,}3\, s$. Εκτελεί οριζόντια βολή άρα στον κατακόρυφο άξονα σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων η κίνηση της μάζας περιγράφεται από τις εξισώσεις της ελεύθερης πτώσης.

$$H - l = \frac{1}{2}\, g \cdot t^2 = 0{,}5\ \cdot 10 \cdot 0{,}09\, m = 0{,}45\, m$$

$$\text{Άρα } l = \ 1{,}25 - 0{,}45 = 0{,}8\, m$$

Μονάδες 6

4.2. Η μάζα m μετά το κόψιμο του νήματος πραγματοποιεί οριζόντια βολή και οριζοντίως σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων πραγματοποιεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και φτάνει στο έδαφος μετά από $t = 0{,}3\, s$. Διανύει συνεπώς απόσταση $S = t \cdot \upsilon_x$. Η ταχύτητα με την οποία το σώμα βάλλεται οριζόντια θα προκύψει από την κεντρομόλο επιτάχυνση που είχε το σώμα κατά την κυκλική του κίνηση στη θέση Γ.

$$\alpha_\kappa = \frac{{\upsilon_x}^2}{l}$$

$$\upsilon_x = \sqrt{\alpha_\kappa \cdot l} = \sqrt{20 \cdot 0{,}8}\frac{m}{s} = 4\frac{m}{s}$$

Συνεπώς η οριζόντια απόσταση που θα διανύσει το σώμα θα είναι: $S = t \cdot \upsilon_x = 0{,}3 \cdot 4 = 1{,}2\, m$

Μονάδες 6

4.3. Η μάζα m μετά από χρόνο $t_2 = 0{,}2\, s$ από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα θα βρίσκεται σε ύψος:

$$h' = 0{,}45 - \frac{1}{2}\, g \cdot {t_2}^2 = (0{,}45 - 0{,}5\ \cdot 10 \cdot 0{,}04)m = 0{,}25\, m$$

Άρα η βαρυτική δυναμική ενέργεια του σώματος ως προς το δάπεδο θα είναι:

$$U = mgh' = 0{,}2\ \cdot 10 \cdot 0{,}25 = 0{,}5\, J$$

Μονάδες 6

4.4. Μετά το κόψιμο του νήματος το σώμα πραγματοποιεί οριζόντια βολή και φτάνει στο έδαφος μετά από $0{,}3\, s$. Η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας είναι $\upsilon_x = 4\frac{m}{s}$. Η κατακόρυφη θα προκύψει από την εξίσωση ταχύτητας στην ελεύθερη πτώση για χρονική διάρκεια κίνησης $0{,}3\, s$.

$$\upsilon_y = g \cdot t = 3\frac{m}{s}$$

Συνεπώς η συνολική ταχύτητα της μάζας m θα προκύψει από το διανυσματικό άθροισμα των δύο ταχυτήτων, με μέτρο:

$$\upsilon^2 = \ {\upsilon_x}^2 + {\upsilon_y}^2$$

$$\upsilon^2 = (4^2 + 3^2)\ (\frac{m}{s})^2$$

$$\upsilon = 5\frac{m}{s}$$

Για τη κατεύθυνση έχουμε:

Η ταχύτητα πρόσκρουσης σχηματίζει γωνία $\hat{\varphi}$ με τον οριζόντιο άξονα με: $\varepsilon\varphi\varphi = \frac{\upsilon_y}{\upsilon_x} = \frac{3}{4}$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Δύο αυτοκινητάκια από παιδικό παιχνίδι, με μάζες $m_1 = 250\ g$ και $m_2 = 300\ g$ αντίστοιχα, κινούνται σε κυκλική πίστα ακτίνας $R = \frac{200}{\pi}\ cm$ και πραγματοποιούν ομαλή κυκλική κίνηση με ταχύτητες μέτρου $\upsilon_1 = 40\ \frac{cm}{s}$ και $\upsilon_2 = 50\ \frac{cm}{s}$ αντίστοιχα. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Να υπολογίσετε:

4.1. Τις περιόδους περιστροφής των δύο αυτοκινήτων T_1 και T_2.

Μονάδες 6

4.2. Το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών συναντήσεων των αυτοκινήτων, δεδομένου ότι κινούνται κατά την ίδια φορά.

Μονάδες 6

Ξαφνικά, το δεύτερο αυτοκινητάκι ξεφεύγει από την πορεία του. Κινούμενο ευθύγραμμα προσκρούει κάθετα στον προστατευτικό ελαστικό τοίχο της πίστας και γυρίζει προς τα πίσω με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_3 = 20\ \frac{cm}{s}$. Αν η πρόσκρουση διαρκεί $\Delta t = 0{,}07 s$ να υπολογιστούν:

4.3. Η μέση δύναμη κατά μέτρο, διεύθυνση και φορά που δέχθηκε το αυτοκινητάκι από τον προστατευτικό τοίχο της πίστας κατά την πρόσκρουση.

Μονάδες 6

4.4. Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμική ενέργεια κατά την πρόσκρουση.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1. Τα αυτοκινητάκια εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση, με ίδια ακτίνα, οπότε:

$$T_1 = \frac{2\pi R}{\upsilon_1} = \frac{2\pi \frac{2}{\pi}}{0{,}4}\ s = 10s$$

$$T_2 = \frac{2\pi R}{\upsilon_2} = \frac{2\pi \frac{2}{\pi}}{0{,}5} s = 8s$$

Μονάδες 6

4.2. Αφού κινούνται προς την ίδια φορά θα ξανασυναντηθούν όταν το δεύτερο αυτοκινητάκι θα έχει κάνει ένα γύρο παραπάνω από το πρώτο.

$$S_2 - S_1 = 2 \cdot \pi \cdot R$$

$$\upsilon_2 \cdot t - \upsilon_1 \cdot t = 2 \cdot \pi \cdot R$$

$$t = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{\upsilon_2 - \upsilon_1} = \frac{2\pi \frac{2}{\pi}}{0{,}1}\ s = 40\ s$$

Μονάδες 6

4.3. Η μέση δύναμη που δέχεται το αυτοκινητάκι από τον τοίχο προκύπτει από τον 2° νόμο του Newton για το χρονικό διάστημα Δt.

$$\vec{F} = \frac{\vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{P}_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t}$$

όπου θετική είναι η φορά της δύναμης που ασκεί ο τοίχος στο αυτοκινητάκι κατά την πρόσκρουση:

$$F = \frac{m_2 \cdot \upsilon_3 - (-m_2 \cdot \upsilon_2)}{\Delta t} = \frac{0{,}3 \cdot 0{,}2 + 0{,}3 \cdot 0{,}5}{0{,}07} N = 3\ N$$

Μονάδες 6

4.4. Η πρόσκρουση προκαλεί μείωση της κινητικής ενέργειας του αυτοκινήτου κατά:

$$K_{\alpha\rho\chi} - K_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2} m_2 ({\upsilon_2}^2 - {\upsilon_3}^2)$$

Και το ποσοστό της μείωσης της κινητικής ενέργειας που μετατρέπεται σε θερμική κατά την πρόσκρουση του αυτοκινήτου με τον τοίχο προκύπτει από το πηλίκο:

$$\pi\% = \frac{K_{\alpha\rho\chi} - K_{\tau\varepsilon\lambda}}{K_{\alpha\rho\chi}} \cdot 100\% = \frac{{\upsilon_2}^2 - {\upsilon_3}^2}{{\upsilon_2}^2} \cdot 100\% = \frac{0{,}5^2 - 0{,}2^2}{0{,}5^2} \cdot 100\% = 84\%$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2

2.1. Σημειακό αντικείμενο μάζας m κινείται με ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ και συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με άλλο, ακίνητο σημειακό αντικείμενο, μάζας $3 \cdot m$. Η κρούση διαρκεί μικρό χρονικό διάστημα Δt. Κατά τη διάρκεια αυτού του χρονικού διαστήματος, το μέτρο της μέσης δύναμης που δέχεται το σημειακό αντικείμενο μάζας m από το σημειακό αντικείμενο μάζας $3 \cdot m$ είναι:

(α) $-\frac{3 \cdot m \cdot |\upsilon|}{4 \cdot \Delta t}$, **(β)** $\frac{4 \cdot m \cdot |\upsilon|}{3 \cdot \Delta t}$, **(γ)** $\frac{3 \cdot m \cdot |\upsilon|}{4 \cdot \Delta t}$

όπου $|\upsilon|$ το μέτρο της ταχύτητας $\vec{\upsilon}$.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού, μονοατομικού, αερίου θερμαίνεται κατά ΔT (όπου ΔT η μεταβολή της θερμοκρασίας) με δύο τρόπους: διατηρώντας σταθερό τον όγκο του (αντιστρεπτή ισόχωρη θέρμανση) και διατηρώντας σταθερή την πίεσή του (αντιστρεπτή ισοβαρής θέρμανση). Αν Q_V και Q_P είναι τα ποσά της θερμότητας που πρέπει να απορροφήσει η συγκεκριμένη ποσότητα του ιδανικού μονοατομικού αερίου, για να θερμανθεί κατά ΔT, κατά την αντιστρεπτή ισόχωρη και κατά την αντιστρεπτή ισοβαρή θέρμανση αντίστοιχα, τότε:

(α) $\frac{Q_P}{Q_V} = \frac{3}{5}$, **(β)** $\frac{Q_P}{Q_V} = \frac{5}{3}$, **(γ)** $\frac{Q_P}{Q_V} = 1$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.A. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Από την αρχή διατήρησης της ορμής του συστήματος των σημειακών αντικειμένων κατά τη διάρκεια της κρούσης και με θετική φορά τη φορά κίνησης του σώματος μάζας m ισχύει:

$m \cdot |\upsilon| = (m + 3 \cdot m) \cdot |V|$, $|V| = \frac{|\upsilon|}{4}$ [1]

Από τον 2ο νόμο του Newton για το σώμα μάζας m, κατά τη διάρκεια της κρούσης Δt ισχύει:

$\sum F_m = \frac{\Delta p}{\Delta t}$, $F_m = \frac{m \cdot |V| - m \cdot |\upsilon|}{\Delta t}$ και με τη βοήθεια της σχέσης [1]: $F_m = \frac{m \cdot \frac{|\upsilon|}{4} - m \cdot |\upsilon|}{\Delta t} = -\frac{3 \cdot m \cdot |\upsilon|}{4 \cdot \Delta t}$,

οπότε, για το μέτρο της δύναμης: $|F_m| = \frac{3 \cdot m \cdot |\upsilon|}{4 \cdot \Delta t}$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.A. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Ισχύει: $Q_V = \Delta U = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T$ [1] και $Q_P = \Delta U + W = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T + P\Delta V =$

$= \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T + n \cdot R \cdot \Delta T = \frac{5}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T$ [2]. Διαιρώντας κατά μέλη τις εξισώσεις [2] και [1] προκύπτει: $\frac{Q_P}{Q_V} = \frac{5}{3}$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ένα βλήμα μάζας Μ κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω και τη χρονική στιγμή που η ταχύτητά του έχει μέτρο u, εκρήγνυται σε δύο κομμάτια Σ_1και Σ_2 με μάζες $m_1 = m_2 = m$. Το Σ_1 αμέσως μετά την έκρηξη κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = 2\upsilon$. Η ταχύτητα $\vec{\upsilon}_2$ του Σ_2 αμέσως μετά την έκρηξη:

(α) έχει μέτρο υ και διεύθυνση κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω.
(β) έχει μέτρο υ και διεύθυνση κατακόρυφη με φορά προς τα κάτω.
(γ) είναι μηδέν.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο σημειακές μάζες $m_1 = m$ και $m_2 = 4m$ βρίσκονται σε απόσταση r. Στο σημείο Ο που η ένταση του βαρυτικού τους πεδίου είναι μηδέν, το δυναμικό έχει τιμή:

(α) $V_O = -G\frac{5m}{r}$ **(β)** $V_O = -G\frac{9m}{r}$ **(γ)** $V_O = -G\frac{15m}{r}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

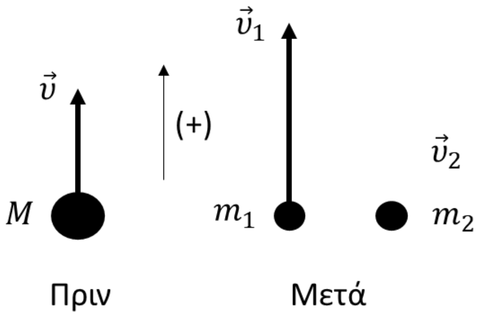
ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.



Κατά τη διάρκεια της έκρηξης το σύστημα θεωρείται μονωμένο, $\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\xi} \cong 0$, αφού τα βάρη των σωμάτων δεν προλαβαίνουν να επηρεάσουν το αποτέλεσμά της.

Εφαρμόζουμε Αρχή Διατήρησης της Ορμής για την έκρηξη

$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \implies M \cdot \vec{\upsilon} = m_1 \cdot \vec{\upsilon}_1 + m_2 \cdot \vec{\upsilon}_2 \implies$

$\implies 2m \cdot \upsilon = m \cdot \upsilon_1 + m \cdot \upsilon_2 \implies$

$\implies 2m \cdot \upsilon = m \cdot 2\upsilon + m \cdot \upsilon_2$

Επομένως, $\upsilon_2 = 0$

Μονάδες 8

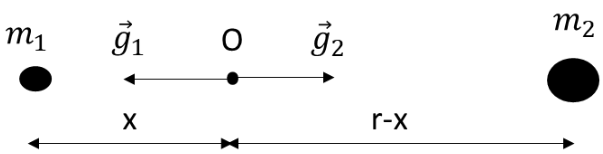
2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Το σημείο Ο που η ένταση του βαρυτικού τους πεδίου είναι μηδέν απέχει απόσταση x από την m_1.



$$\vec{g}_{(O)} = 0 \implies g_1 = g_2 \implies G \cdot \frac{m_1}{x^2} = G \cdot \frac{m_2}{(r-x)^2} \implies \frac{m}{x^2} = \frac{4m}{(r-x)^2} \implies (r-x)^2 = 4x^2 \implies x = \frac{r}{3}$$

Το δυναμικό στο σημείο Ο είναι ίσο με το αλγεβρικό άθροισμα των δυναμικών των δύο μαζών στο σημείο αυτό. Επομένως,

$$V_O = V_{O,1} + V_{O,2} \implies V_O = -\frac{Gm_1}{x} - \frac{Gm_2}{r-x} \implies V_O = -G\frac{9m}{r}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ο ωροδείκτης και ο λεπτοδείκτης ενός ρολογιού τοίχου έχουν μήκη ℓ_1 και ℓ_2 αντίστοιχα, για τα οποία ισχύει: $\frac{\ell_1}{\ell_2} = \frac{1}{12}$. Ο λόγος $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}$ των μέτρων, των γραμμικών ταχυτήτων, των ελεύθερων άκρων του ωροδείκτη και του λεπτοδείκτη αντίστοιχα είναι ίσος με:

(α) 144 , **(β)** $\frac{1}{144}$, **(γ)** 12

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Θερμική μηχανή λειτουργεί μεταξύ των θερμοκρασιών $T_h = 350\ K$ (θερμοκρασία θερμής δεξαμενής) και $T_c = 300\ K$ (θερμοκρασία ψυχρής δεξαμενής) και έχει απόδοση ίση με το 50% της απόδοσης της ιδανικής θερμικής μηχανής (θερμική μηχανή Carnot), που λειτουργεί μεταξύ των ίδιων θερμοκρασιών. Για το λόγο $\frac{|Q_c|}{Q_h}$ της θερμικής μηχανής ισχύει:

(α) $\frac{|Q_c|}{Q_h} = \frac{14}{13}$, **(β)** $\frac{|Q_c|}{Q_h} = \frac{13}{14}$, **(γ)** $\frac{|Q_c|}{Q_h} = 1$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Ορθή απάντηση είναι η (β).

Μονάδες 4

2.1.Β. Ισχύει: $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{\frac{2\cdot\pi\cdot\ell_1}{T_1}}{\frac{2\cdot\pi\cdot\ell_2}{T_2}} = \frac{\ell_1}{\ell_2}\cdot\frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{12}\cdot\frac{1\,h}{12\,h} = \frac{1}{144}$.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Ορθή απάντηση είναι η (β).

Μονάδες 4

2.2.Β. Ισχύει: $e = \frac{1}{2}\cdot e_C = \frac{1}{2}\cdot\left(1-\frac{T_c}{T_h}\right) = \frac{1}{2}\cdot\left(1-\frac{300}{350}\right) = \frac{1}{14}$.

Επίσης: $e = \frac{W}{Q_h} = \frac{Q_h - |Q_c|}{Q_h} = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_h}$, $\frac{|Q_c|}{Q_h} = 1 - e = 1 - \frac{1}{14} = \frac{13}{14}$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ένα βλήμα μάζας Μ που είναι ακίνητο εκρήγνυται σε δύο κομμάτια Σ_1και Σ_2 με μάζες $m_1 = m$ και $m_2 = 2m$. Ο λόγος των κινητικών ενεργειών $\frac{K_1}{K_2}$ των δύο κομματιών αμέσως μετά την έκρηξη είναι ίσος με:

(α) 1 **(β)** 2 **(γ)** $\frac{1}{2}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Τρεις σημειακές μάζες m_1 και m_2 και m_3 βρίσκονται στις κορυφές Α, Β και Γ αντίστοιχα, ισόπλευρου τριγώνου με μήκος πλευράς r. Αν υποδιπλασιάσουμε το μήκος κάθε πλευράς του τριγώνου η δυναμική ενέργεια του συστήματος των τριών αυτών μαζών:

(α) διπλασιάζεται

(β) τετραπλασιάζεται

(γ) εξαπλασιάζεται

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

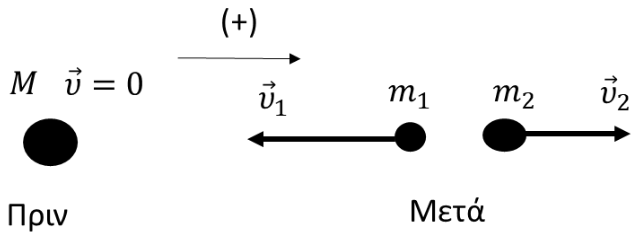
2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Κατά τη διάρκεια της έκρηξης το σύστημα είναι, $\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\xi} = 0$.

Εφαρμόζουμε Αρχή Διατήρησης της Ορμής για την έκρηξη



$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow 0 = m_1 \cdot \vec{\upsilon}_1 + m_2 \cdot \vec{\upsilon}_2 \Rightarrow 0 = -m_1 \cdot \upsilon_1 + m_2 \cdot \upsilon_2 \Rightarrow m \cdot \upsilon_1 = 2m \cdot \upsilon_2 \Rightarrow \upsilon_1 = 2\upsilon_2$$

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{1}{2}m_1 \cdot \upsilon_1^2}{\frac{1}{2}m_2 \cdot \upsilon_2^2} \Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \frac{m \cdot 4\upsilon_2^2}{2m \cdot \upsilon_2^2} \Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = 2$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Όταν το ισόπλευρο τρίγωνο έχει πλευρά με μήκος r, η δυναμική ενέργεια του συστήματος των τριών σημειακών μαζών m_1, m_2 και m_3, είναι ίση με:

$$U = -G\frac{m_1 \cdot m_2}{r} - G\frac{m_1 \cdot m_3}{r} - G\frac{m_2 \cdot m_3}{r}$$

Όταν το ισόπλευρο τρίγωνο έχει πλευρά με μήκος $r' = \frac{r}{2}$, η δυναμική ενέργεια του συστήματος των τριών σημειακών μαζών m_1, m_2 και m_3, είναι ίση με:

$$U' = -G\frac{m_1 \cdot m_2}{\frac{r}{2}} - G\frac{m_1 \cdot m_3}{\frac{r}{2}} - G\frac{m_2 \cdot m_3}{\frac{r}{2}} \Rightarrow U' = 2U$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Η ταχύτητα διαφυγής ενός σώματος από σημείο Α που βρίσκεται σε ύψος $h = R_Γ$ από την επιφάνεια της Γης έχει μέτρο:

(α) $υ_δ = \sqrt{g_0 \cdot R_Γ}$ **(β)** $υ_δ = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R_Γ}{2}}$ **(γ)** $υ_δ = \sqrt{2\, g_0 \cdot R_Γ}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Σώμα $Σ_1$ μάζας m_1 που κινείται με ταχύτητα μέτρου $υ_1$ πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, συγκρούεται πλαστικά με σώμα $Σ_2$ μάζας $m_2 = 2m_1$το οποίο κινείται πάνω στο ίδιο λείο οριζόντιο επίπεδο, σε αντίθετη κατεύθυνση με ταχύτητα μέτρου $υ_2$. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει παραμένει ακίνητο μετά την κρούση. Αν K_1 και K_2 οι κινητικές ενέργειες των σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$ πριν την κρούση, ο λόγος τους $\frac{K_1}{K_2}$ θα έχει τιμή

(α) $\frac{1}{2}$ **(β)** 2 **(γ)** 3

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση. αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η ταχύτητα διαφυγής ενός σώματος από ύψος h δίνεται από τη σχέση: $\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2G\cdot M_\Gamma}{R_\Gamma+h}}$

Όμως, $g_0 = \frac{G\cdot M_\Gamma}{R_\Gamma^2} \Rightarrow G\cdot M_\Gamma = g_0\cdot R_\Gamma^2$

Επομένως, $\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2g_0\cdot R_\Gamma^2}{2R_\Gamma}} \Rightarrow \upsilon_\delta = \sqrt{g_0\cdot R_\Gamma}$

Μονάδες 8

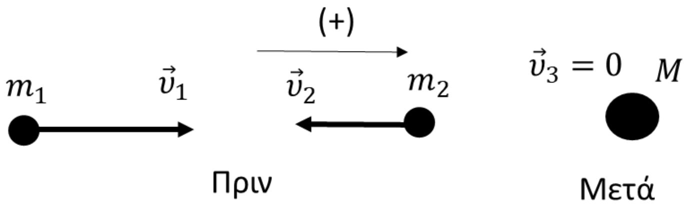
2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Κατά τη διάρκεια της πλαστικής κρούσης το σύστημα είναι μονωμένο, $\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\xi} = 0$, αφού τα σώματα κινούνται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Εφαρμόζουμε Αρχή Διατήρησης της Ορμής για την πλαστική κρούση.



$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow m_1\cdot\vec{\upsilon}_1 + m_2\cdot\vec{\upsilon}_2 = 0 \Rightarrow m_1\cdot\upsilon_1 - m_2\cdot\upsilon_2 = 0 \Rightarrow m_1\cdot\upsilon_1 = 2\,m_1\cdot\upsilon_2$

Επομένως, $\upsilon_1 = 2\upsilon_2$

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{1}{2}m_1\cdot\upsilon_1^2}{\frac{1}{2}m_2\cdot\upsilon_2^2} \Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \frac{m_1\cdot 4\upsilon_2^2}{2m_1\cdot\upsilon_2^2} \Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = 2$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Δύο σημειακές μάζες $m_1 = m$ και $m_2 = 2m$ βρίσκονται σε απόσταση r και έχουν δυναμική ενέργεια U. Δύο άλλες σημειακές $m_1' = 2m$ και $m_2' = m$ βρίσκονται σε απόσταση $r' = 2r$ και έχουν δυναμική ενέργεια U' . Ο λόγος των δύο δυναμικών ενεργειών $\frac{U}{U'}$ είναι ίσος με:

(α) 1 **(β)** 2 **(γ)** $\frac{1}{2}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένα φορτηγό με μάζα Μ που κινείται με ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ και ένα επιβατηγό αυτοκίνητο με μάζα $m_1 = \frac{M}{4}$ και ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1 = -2\vec{\upsilon}$, συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά δημιουργώντας συσσωμάτωμα. Η συνολική ορμή $\vec{p}_{o\lambda}$ του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση, έχει μέτρο:

(α) $2M\upsilon$ **(β)** $\frac{M\upsilon}{2}$ **(γ)** $M\upsilon$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β. Η δυναμική ενέργεια του συστήματος των σημειακών μαζών m_1, m_2 είναι ίση με:

$U = -G\frac{m_1 \cdot m_2}{r} \Longrightarrow U = -G\frac{m \cdot 2m}{r} \Longrightarrow U = -G\frac{2m^2}{r}$

Η δυναμική ενέργεια του συστήματος των σημειακών μαζών m_1', m_2' είναι ίση με:

$U' = -G\frac{m_1' \cdot m_2'}{r'} \Longrightarrow U' = -G\frac{2m \cdot m}{2r} \Longrightarrow U' = -G\frac{2m^2}{2r} \Longrightarrow U' = -G\frac{m^2}{r}$

Επομένως, $\frac{U}{U'} = 2$

Μονάδες 8

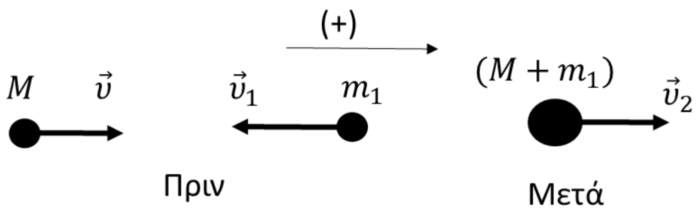
2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Κατά τη διάρκεια της πλαστικής κρούσης το σύστημα είναι μονωμένο, $\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\xi} = 0$. Εφαρμόζουμε Αρχή Διατήρησης της Ορμής για την πλαστική κρούση.



$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Longrightarrow M \cdot \vec{\upsilon} + m_1 \cdot \vec{\upsilon}_1 = \vec{p}_{o\lambda} \Longrightarrow p_{o\lambda} = M \cdot \upsilon - m_1 \cdot \upsilon_1 \Longrightarrow p_{o\lambda} = M \cdot \upsilon - \frac{M}{4} \cdot 2\upsilon \Longrightarrow$

$\Longrightarrow p_{o\lambda} = \frac{M \cdot \upsilon}{2}$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Η ταχύτητα διαφυγής ενός σώματος από σημείο Α που βρίσκεται σε ύψος $h = 3R_Γ$ από την επιφάνεια της Γης έχει μέτρο:

(α) $υ_δ = \sqrt{g_0 \cdot R_Γ}$ **(β)** $υ_δ = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R_Γ}{2}}$ **(γ)** $υ_δ = \sqrt{2\, g_0 \cdot R_Γ}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου υποβάλλεται σε αντιστρεπτή μεταβολή κατά την οποία ο όγκος του αερίου τετραπλασιάζεται και η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου τετραπλασιάζεται.
Κατά τη μεταβολή αυτή:
(α) Η πίεση του αερίου τετραπλασιάζεται και η θερμοκρασία του διπλασιάζεται
(β) Η πίεση του αερίου παραμένει σταθερή και η θερμοκρασία του τετραπλασιάζεται
(γ) Η πίεση και η θερμοκρασία του αερίου διπλασιάζονται

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η ταχύτητα διαφυγής ενός σώματος από ύψος h δίνεται από τη σχέση: $\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2G \cdot M_\Gamma}{R_\Gamma + h}}$

Όμως, $g_0 = \frac{G \cdot M_\Gamma}{R_\Gamma^2} \Rightarrow G \cdot M_\Gamma = g_0 \cdot R_\Gamma^2$

Επομένως, $\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2g_0 \cdot R_\Gamma^2}{4R_\Gamma}} \Rightarrow \upsilon_\delta = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R_\Gamma}{2}}$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Έστω Α (p_A, V_A, T_A) η αρχική και Β (p_B, V_B, T_B) η τελική κατάσταση ισορροπίας του αερίου.
Η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου, $\overline{K} = \frac{1}{2} m \cdot \overline{\upsilon^2}$, στην αρχική και τελική κατάσταση ισορροπίας είναι:

$\overline{K}_A = \frac{3kT_A}{m}$ (1) και $\overline{K}_B = \frac{3kT_B}{m}$ (2)

Επειδή $\overline{K}_B = 4\overline{K}_A$, από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει ότι: $T_B = 4T_A$ (3)

Σύμφωνα με την καταστατική εξίσωση:

$p_A \cdot V_A = n \cdot R \cdot T_A$ (4) και $p_B \cdot V_B = n \cdot R \cdot T_B$ (5)

Λαμβάνοντας υπόψη τη σχέση (3) και ότι $V_B = 4V_A$, από τις σχέσεις (4) και (5) προκύπτει ότι:

$p_A = p_B$

Επομένως, η πίεση του αερίου παραμένει σταθερή και η θερμοκρασία του τετραπλασιάζεται.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Δύο σώματα με μάζες $m_1 = 0{,}6\, Kg$ και $m_2 = 0{,}4\, Kg$ κινούνται πάνω σε λείο. Τα σώματα κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις και συγκρούονται πλαστικά, έχοντας ακριβώς πριν τη στιγμή της σύγκρουσης ταχύτητες μέτρων $\upsilon_1 = 20\frac{m}{s}$ και $\upsilon_2 = 5\frac{m}{s}$ αντίστοιχα. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10\frac{m}{s^2}$.

4.1. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε το ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συστήματος κατά την κρούση.

Μονάδες 6

Το συσσωμάτωμα αφού διανύσει μικρή απόσταση στο λείο οριζόντιο επίπεδο εισέρχεται σε τραχύ οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής μ=0,2.

4.3. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος κατά την κίνηση του στο τραχύ οριζόντιο επίπεδο.

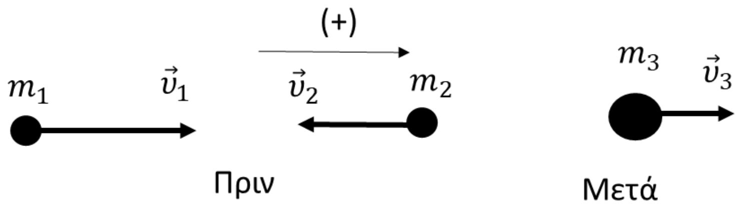
Μονάδες 7

4.4. Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα της κίνησης του συσσωματώματος στο τραχύ οριζόντιο επίπεδο και την απόσταση που διανύει σε αυτό μέχρι να σταματήσει.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

4.1. Κατά τη διάρκεια της πλαστικής κρούσης το σύστημα είναι μονωμένο, $\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\xi} = 0$, αφού τα σώματα κινούνται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο.



Έστω $m_3 = m_1 + m_2 \Rightarrow m_3 = 1Kg$ η μάζα του συσσωματώματος.

Εφαρμόζουμε Αρχή Διατήρησης της Ορμής για την πλαστική κρούση.

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow m_1 \cdot \vec{\upsilon}_1 + m_2 \cdot \vec{\upsilon}_2 = m_3 \cdot \vec{\upsilon}_3 \Rightarrow m_1 \cdot \upsilon_1 - m_2 \cdot \upsilon_2 = m_3 \cdot \upsilon_3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \upsilon_3 = \frac{m_1 \cdot \upsilon_1 - m_2 \cdot \upsilon_2}{m_3} \Rightarrow \upsilon_3 = \frac{0{,}6 \cdot 20 - 0{,}4 \cdot 5}{1}\frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon_3 = 10\ \frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.2. Η κινητική ενέργεια του συστήματος πριν την κρούση είναι το άθροισμα των κινητικών ενεργειών των δύο σωμάτων.

$$K_{\pi\rho\iota\nu} = \frac{1}{2}m_1 \cdot \upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2 \cdot \upsilon_2^2 \Rightarrow K_{\pi\rho\iota\nu} = \left(\frac{1}{2}0{,}6 \cdot 400 + \frac{1}{2}0{,}4 \cdot 25\right)J \Rightarrow K_{\pi\rho\iota\nu} = 125\,J$$

Η κινητική ενέργεια του συστήματος μετά την κρούση είναι η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος.

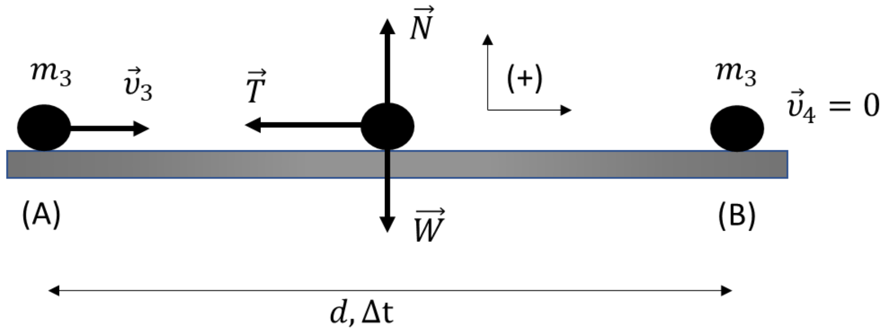
$$K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = \frac{1}{2}m_3 \cdot \upsilon_3^2 \Rightarrow K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = \left(\frac{1}{2}1 \cdot 100\right)J \Rightarrow K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = 50\,J$$

Όμως, $\Delta K\% = \frac{K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} - K_{\pi\rho\iota\nu}}{K_{\pi\rho\iota\nu}} \cdot 100\% \Rightarrow \Delta K\% = \frac{50-125}{125} \cdot 100\% \Rightarrow \Delta K\% = -60\%$

Μονάδες 6

4.3. Το συσσωμάτωμα εισέρχεται στο τραχύ οριζόντιο επίπεδο στο σημείο (Α) με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_3$, αφού στο λείο οριζόντιο επίπεδο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, και σταματά λόγω της τριβής στο σημείο (Β).

Κατά την κίνηση του από το (Α) στο (Β) ισορροπεί στον άξονα Υ, επομένως:



$$\Sigma\vec{F}_y = 0 \Rightarrow \vec{N} + \vec{w} = 0 \Rightarrow N - m_3 \cdot g = 0 \Rightarrow N = m_3 \cdot g \Rightarrow N = 10\,N$$

Σύμφωνα με το νόμο της τριβής, $T = \mu \cdot N \Rightarrow T = 0{,}2 \cdot 10\,N \Rightarrow T = 2\,N$

Σύμφωνα με τη γενικότερη διατύπωση του θεμελιώδους νόμου της μηχανικής:

$$\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \Sigma\vec{F} \Rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = -T \Rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = -2\frac{Kg \cdot m}{s^2}$$

Μονάδες 7

4.4. Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος κατά την κίνηση του παραμένει σταθερός.

Όμως, $\Delta p = 0 - m_3 \cdot \upsilon_3 \implies \Delta p = (0 - 1 \cdot 10)\ \frac{Kg \cdot m}{s} \implies \Delta p = -10\ \frac{Kg \cdot m}{s}$

Επομένως, $\frac{-10}{\Delta t} = -2 \implies \Delta t = 5s$

Εφαρμόζουμε Θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας από το (Α) στο (Β):

$\Delta K = W_N + W_w + W_T \implies 0 - \frac{1}{2} m_3 \cdot \upsilon_3^2 = 0 + 0 - T \cdot d \implies d = \frac{m_3 \cdot \upsilon_3^2}{2T} \implies d = \frac{1 \cdot 100}{4}\ m \implies d = 25\ m$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

Ένα κιβώτιο μάζας $M = 970\ g$ βρίσκεται ακίνητο πάνω σε οριζόντιο δάπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0{,}2$. Βλήμα μάζας $m = 30\ g$ κινείται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $\upsilon_\beta = 200\frac{m}{s}$, συγκρούεται με το ακίνητο κιβώτιο και σφηνώνεται σ' αυτό, οπότε δημιουργείται συσσωμάτωμα. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10\frac{m}{s^2}$.

4.1. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκείται από το βλήμα στο κιβώτιο, αν το βλήμα ακινητοποιήθηκε μέσα στο κιβώτιο σε χρονικό διάστημα $\Delta t = 0{,}01\ s$.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε την απώλεια της κινητικής ενέργειας του συστήματος κιβώτιο – βλήμα λόγω της κρούσης.

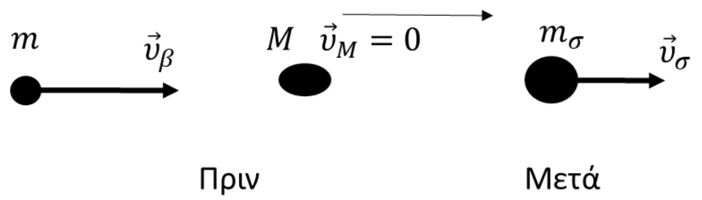
Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε το διάστημα που θα διανύσει το συσσωμάτωμα, αμέσως μετά την κρούση, μέχρι να σταματήσει.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1. Κατά τη διάρκεια της πλαστικής κρούσης το σύστημα θεωρείται μονωμένο , $\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\xi} \cong 0$, αφού οι τριβές δεν επηρεάζουν το αποτέλεσμα της.



Έστω $m_\sigma = M + m \Rightarrow m_\sigma = 1Kg$ η μάζα του συσσωματώματος.

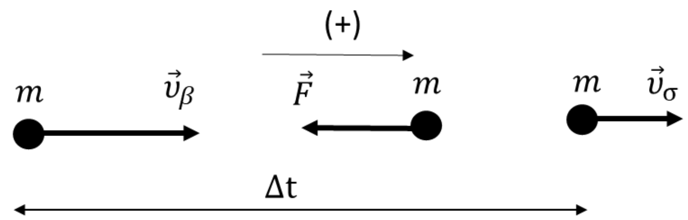
Εφαρμόζουμε Αρχή Διατήρησης της Ορμής για την πλαστική κρούση.

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow m \cdot \vec{\upsilon}_\beta + 0 = m_\sigma \cdot \vec{\upsilon}_\sigma \Rightarrow m \cdot \upsilon_\beta = m_\sigma \cdot \upsilon_\sigma \Rightarrow \upsilon_\sigma = \frac{m \cdot \upsilon_\beta}{m_\sigma} \Rightarrow \upsilon_\sigma = \frac{3 \cdot 10^{-2} \cdot 200}{1} \frac{m}{s}$$

Επομένως, $\upsilon_\sigma = 6\ \frac{m}{s}$

Μονάδες 6

4.2. Η δύναμη αντίστασης $\vec{F}$ που ασκείται από το κιβώτιο στο βλήμα είναι η μοναδική δύναμη που ευθύνεται για τη μεταβολή της ορμής του βλήματος, επομένως:



$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}_\beta}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F} = \frac{m \cdot \vec{\upsilon}_\sigma - m \cdot \vec{\upsilon}_\beta}{\Delta t} \Rightarrow F = \frac{m \cdot \upsilon_\sigma - m \cdot \upsilon_\beta}{\Delta t} \Rightarrow F = \frac{3 \cdot 10^{-2} \cdot (6 - 200)}{10^{-2}}\ N$$

Επομένως, $F = -582\ N$

Μονάδες 6

4.3. Η κινητική ενέργεια του συστήματος πριν την κρούση είναι το άθροισμα των κινητικών ενεργειών του βλήματος και του κιβωτίου.

$$K_{\pi\rho\iota\nu} = \frac{1}{2} m \cdot \upsilon_\beta^2 + 0 \Rightarrow K_{\pi\rho\iota\nu} = \left(\frac{1}{2} 3 \cdot 10^{-2} \cdot 4 \cdot 10^4\right) J \Rightarrow K_{\pi\rho\iota\nu} = 600\ J$$

Η κινητική ενέργεια του συστήματος μετά την κρούση είναι η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος.

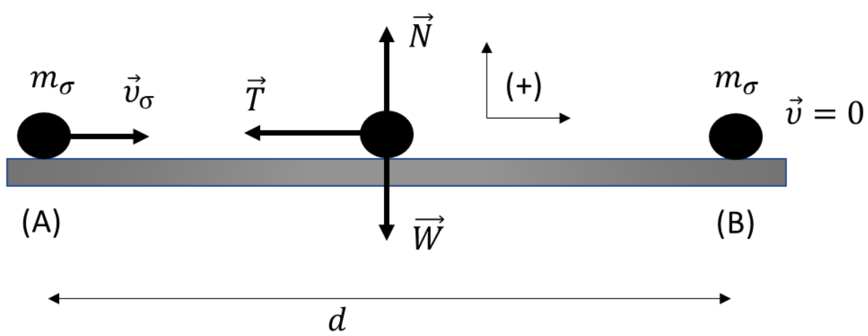
$$K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = \frac{1}{2} m_\sigma \cdot \upsilon_\sigma^2 \Rightarrow K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = \left(\frac{1}{2} 1 \cdot 36\right) J \Rightarrow K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = 18\, J$$

Η απώλεια κινητικής ενέργειας του συστήματος είναι ίση με:

$$E_{\alpha\pi} = K_{\pi\rho\iota\nu} - K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow E_{\alpha\pi} = (600 - 18) J \Rightarrow E_{\alpha\pi} = 582\, J.$$

Μονάδες 6

4.4. Το συσσωμάτωμα κινείται στο τραχύ οριζόντιο επίπεδο από το σημείο (Α) με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_\sigma$, μέχρι το σημείο (Β) όπου και σταματά λόγω της τριβής που δέχεται.



Κατά την κίνηση του από το (Α) στο (Β) ισορροπεί στον κατακόρυφο άξονα Υ, επομένως:

$\Sigma\vec{F}_y = 0 \implies \vec{N} + \vec{w} = 0 \implies N - m_\sigma \cdot g = 0 \implies N = m_\sigma \cdot g \implies N = 10\ N$

Σύμφωνα με το νόμο της τριβής, $T = \mu \cdot N \implies T = 0{,}2 \cdot 10\ N \implies T = 2\ N$

Εφαρμόζουμε Θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας από το (Α) στο (Β):

$\Delta K = W_N + W_w + W_T \implies 0 - \frac{1}{2} m_\sigma \cdot \upsilon_\sigma^2 = 0 + 0 - T \cdot d \implies d = \frac{m_\sigma \cdot \upsilon_\sigma^2}{2T} \implies d = \frac{1 \cdot 36}{4}\ m \implies d = 9\ m$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Ένα σώμα μάζας m_1 περιστρέφεται σε κυκλική τροχιά σε ύψος $h = \frac{7}{9} R_Γ$ από την επιφάνεια της Γης υπό την επίδραση μόνο της βαρυτικής έλξης της Γης. Ένα άλλο σώμα μάζας $m_2 = 2m_1$ που περιστρέφεται κατά την αντίθετη φορά στην ίδια κυκλική τροχιά υπό την επίδραση μόνο της βαρυτικής έλξης της Γης, συγκρούεται πλαστικά με το σώμα μάζας m_1. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.
Δίνονται: η ακτίνα της Γης $R_Γ = 6400\ Km$ και το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g_0 = 10 \frac{m}{s^2}$.

4.1. Να υπολογίσετε την ταχύτητα περιστροφής κάθε σώματος πριν συγκρουστούν.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε την περίοδο περιστροφής κάθε σώματος πριν συγκρουστούν.
Δίνεται ότι: $\frac{1024\pi}{27} = 119{,}15$

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά τη δημιουργία του.

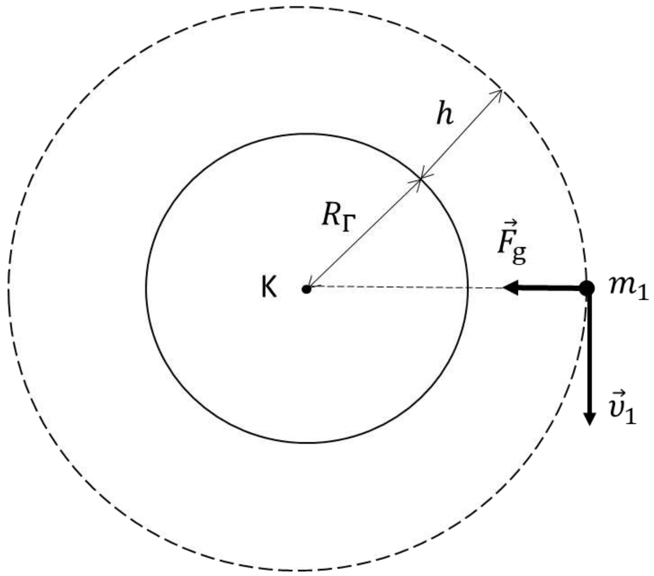
Μονάδες 6

4.4. Να ελέγξετε αν το συσσωμάτωμα διαφεύγει από το βαρυτικό πεδίο της Γης.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η βαρυτική έλξη $\vec{F}_g$ που δέχεται το σώμα μάζας m_1 από τη Γη δρα σαν κεντρομόλος:



$$F_g = F_k \Rightarrow G\frac{M_\Gamma \cdot m_1}{(R_\Gamma + h)^2} = m_1 \cdot \frac{\upsilon_1^2}{R_\Gamma + h}$$

Επομένως,

$$\upsilon_1 = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}} \Rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{\frac{g_0 R_\Gamma^2}{\frac{16}{9}R_\Gamma}} \Rightarrow \upsilon_1 = \frac{3}{4}\sqrt{g_0 R_\Gamma}$$

Άρα, $\upsilon_1 = 6 \cdot 10^3 \frac{m}{s}$

Παρατηρούμε ότι το μέτρο της ταχύτητας περιστροφής του σώματος είναι ανεξάρτητο από τη μάζα του. Το σώμα μάζας m_2 περιστρέφεται στο ίδιο ύψος, επομένως:

$$\upsilon_2 = \upsilon_1 = 6 \cdot 10^3 \frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

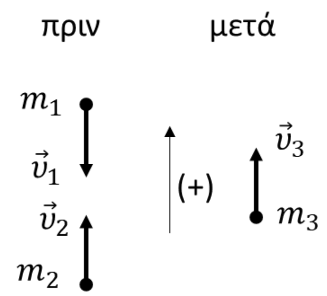
4.2. Η περίοδος περιστροφής του σώματος μάζας m_1 είναι ίση με:

$$T_1 = \frac{2\pi(R_\Gamma + h)}{\upsilon_1} \Rightarrow T_1 = \frac{32\pi R_\Gamma}{9\upsilon_1} \Rightarrow T_1 = 11915\ s$$

Όμοια, $T_2 = T_1 = 11915\ s$.

Μονάδες 6

4.3. Κατά τη διάρκεια της πλαστικής κρούσης το σύστημα είναι μονωμένο στη διεύθυνση που κινούνται τα σώματα. Έστω $m_3 = m_1 + m_2 = 3m_1$, η μάζα του συσσωματώματος.
Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής κατά την πλαστική κρούση.



$$\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\xi} = 0 \Rightarrow \vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow -m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 = m_3\upsilon_3 \Rightarrow \upsilon_3 = \frac{\upsilon_1}{3}$$

Επομένως, $\upsilon_3 = 2 \cdot 10^3 \frac{m}{s}$.

Μονάδες 6

4.4. Η ταχύτητα διαφυγής στη θέση που δημιουργείται το συσσωμάτωμα είναι ίση με:

$$\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}} \Rightarrow \upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2g_0 R_\Gamma^2}{\frac{16}{9}R_\Gamma}} \Rightarrow \upsilon_\delta = \frac{3}{4}\sqrt{2g_0 R_\Gamma} \Rightarrow \upsilon_\delta = 6\sqrt{2} \cdot 10^3 \frac{m}{s}.$$

Παρατηρούμε ότι, $\upsilon_3 < \upsilon_\delta$, επομένως το συσσωμάτωμα δεν διαφεύγει από το βαρυτικό πεδίο της Γης.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Ένα σώμα μάζας $m = 34\,Kg$ εκτοξεύεται κατακόρυφα από την επιφάνεια της Γης με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$. Η ταχύτητα του σώματος μηδενίζεται τη στιγμή που βρίσκεται σε ύψος $h = 7R_\Gamma$, οπότε διασπάται σε δύο κομμάτια με μάζες $m_1 = 10\,Kg$ και $m_2 = 24\,Kg$ αντίστοιχα. Το κομμάτι μάζας m_1 κατευθύνεται προς την επιφάνεια της Γης κινούμενο στην ευθεία που περνά από το κέντρο της, ενώ το κομμάτι μάζας m_2 φτάνει στο άπειρο με ταχύτητα που έχει μέτρο $\upsilon_\infty = 3 \cdot 10^3\,\frac{m}{s}$. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Δίνονται: η ακτίνα της Γης $R_\Gamma = 6400\,Km$ και το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g_0 = 10\,\frac{m}{s^2}$. Να υπολογίσετε:

4.1. Την ταχύτητα $\vec{u}_0$.

Μονάδες 6

4.2. Την ταχύτητα $\vec{\upsilon}_2$ του κομματιού μάζας m_2 αμέσως μετά τη διάσπαση του σώματος.

Μονάδες 6

4.3. Την ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$ του κομματιού μάζας m_1 αμέσως μετά τη διάσπαση του σώματος και την ταχύτητα $\vec{\upsilon}_3$ με την οποία φτάνει στην επιφάνεια της Γης.

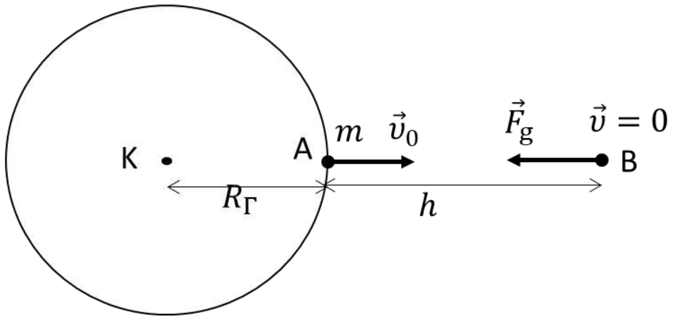
Μονάδες 8

4.4. Το ρυθμό μεταβολής της ορμής του κομματιού μάζας m_1 τη στιγμή που βρίσκεται σε ύψος $h_1 = R_\Gamma$.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η βαρυτική έλξη $\vec{F}_g$ είναι η μόνη δύναμη που δέχεται το σώμα κατά την κίνησή του από το Α στο Β. Εφαρμόζουμε Θεώρημα Μεταβολής Κινητικής Ενέργειας.



$$\Delta K = W_{(A)\to(B)} \implies$$

$$\implies 0 - \frac{1}{2} m\upsilon_0^2 = m\left(-\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma} + \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}\right) \implies$$

$$\implies -\frac{1}{2} m\upsilon_0^2 = m\left(-\frac{g_0 . {R_\Gamma}^2}{R_\Gamma} + \frac{g_0 . {R_\Gamma}^2}{8R_\Gamma}\right) \Rightarrow$$

$$\implies -\frac{1}{2} m\upsilon_0^2 = -\frac{7}{8} m \cdot g_0 . R_\Gamma \Rightarrow \upsilon_0 = \sqrt{\frac{7}{4} g_0 R_\Gamma} \implies \upsilon_0 = 4\sqrt{7} \cdot 10^3 \frac{m}{s}$$

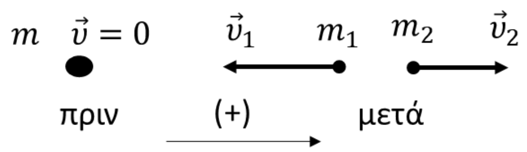
Μονάδες 6

4.2. Η βαρυτική έλξη $\vec{F}_g$ είναι η μόνη δύναμη που δέχεται το κομμάτι μάζας m_2 κατά την κίνησή του από το Β μέχρι το άπειρο. Εφαρμόζουμε Θεώρημα Μεταβολής Κινητικής Ενέργειας.

$$\Delta K = W_{(B)\to(\infty)} \implies \frac{1}{2} m_2 \upsilon_\infty^2 - \frac{1}{2} m_2 \upsilon_2^2 = m_2\left(-\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}\right) \implies \upsilon_2 = \sqrt{\upsilon_\infty^2 + \frac{g_0 R_\Gamma}{4}} \implies \upsilon_2 = 5 \cdot 10^3 \frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.3. Κατά τη διάρκεια της διάσπασης το σύστημα θεωρείται μονωμένο.
Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής.



$$\Sigma \vec{F}_{\varepsilon\xi} \cong 0 \implies \vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \implies 0 = -m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 \implies$$

$$\upsilon_1 = \frac{m_2\upsilon_2}{m_1} \implies \upsilon_1 = 12 \cdot 10^3 \frac{m}{s}$$

Η βαρυτική έλξη $\vec{F}_g$ είναι η μόνη δύναμη που δέχεται το κομμάτι μάζας m_1 κατά την κίνησή του από το Β μέχρι το Α. Εφαρμόζουμε Θεώρημα Μεταβολής Κινητικής Ενέργειας.

$$\Delta K = W_{(B)\to(A)} \implies \frac{1}{2} m_1 \upsilon_3^2 - \frac{1}{2} m_1 \upsilon_1^2 = m_1\left(-\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h} + \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma}\right) \implies \upsilon_3 = \sqrt{\upsilon_1^2 + \frac{7g_0 R_\Gamma}{4}}$$

Επομένως, $u_3 = 16 \cdot 10^3 \frac{m}{s}$

Μονάδες 8

4.4. Σύμφωνα με τη γενικότερη διατύπωση του θεμελιώδους νόμου της μηχανικής:

$$\Sigma \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \vec{F}_g$$

Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος έχει κατακόρυφη διεύθυνση με φορά προς το κέντρο της Γης και μέτρο:

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{GM_\Gamma m_1}{(R_\Gamma + h_1)^2} \Rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m_1 g_0}{4} \Rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = 25\ N$$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4

Δύο σφαιρικοί πλανήτες Π_1 και Π_2 με μάζες M_1 και $M_2 = 9M_1$ έχουν ακτίνες $R_1 = 10^5 m$ και $R_2 = 10R_1$ αντίστοιχα. Τα κέντρα των δύο πλανητών απέχουν απόσταση $\ell = 40R_1$. Η ένταση του βαρυτικού πεδίου του πλανήτη Π_1 στην επιφάνειά του έχει μέτρο $g_{0,1} = 6\frac{m}{s^2}$. Να υπολογίσετε:

4.1. Την απόσταση X, από το κέντρο του πλανήτη Π_1, του σημείου Σ της διακέντρου των δύο πλανητών στο οποίο η συνολική ένταση του βαρυτικού τους πεδίου είναι μηδέν.

Μονάδες 6

4.2. Το συνολικό δυναμικό του βαρυτικού πεδίου των δύο πλανητών στο σημείο Σ.

Μονάδες 6

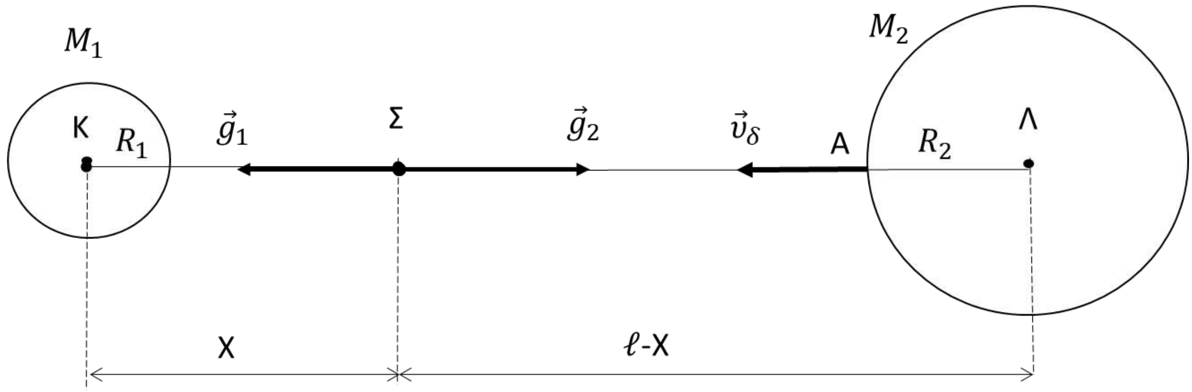
4.3. Την ελάχιστη ταχύτητα $\vec{\upsilon}_\delta$ με την οποία πρέπει να εκτοξεύσουμε ένα σώμα μάζας $m = 3\ Kg$ από την επιφάνεια του πλανήτη Π_2 για να φτάσει στον πλανήτη Π_1.

Μονάδες 8

4.4. Το ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος μάζας m αμέσως μετά την εκτόξευσή του από τον πλανήτη Π_2.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4



4.1. Στο σημείο Σ η συνολική ένταση του βαρυτικού πεδίου των δύο πλανητών έχει δύο συνιστώσες, την $\vec{g}_1$ λόγω του πλανήτη Π_1 και την $\vec{g}_2$ λόγω του πλανήτη Π_2, επομένως:

$$\vec{g}_\Sigma = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 \Rightarrow g_1 = g_2 \Rightarrow \frac{GM_1}{X^2} = \frac{GM_2}{(\ell - X)^2} \Rightarrow \frac{M_1}{X^2} = \frac{9M_1}{(\ell - X)^2} \Rightarrow (\ell - X)^2 = 9X^2 \Rightarrow X = \frac{\ell}{4}$$

Επομένως, $X = 10\,R_1 \Rightarrow X = 10^6 m$

Μονάδες 6

4.2. Το συνολικό δυναμικό του βαρυτικού πεδίου των δύο πλανητών στο σημείο Σ είναι ίσο με:

$$V_\Sigma = V_1 + V_2 \Rightarrow V_\Sigma = -\frac{GM_1}{X} - \frac{GM_2}{\ell - X} \Rightarrow V_\Sigma = -\frac{g_{0,1}R_1^2}{10R_1} - \frac{9g_{0,1}R_1^2}{30R_1} \Rightarrow V_\Sigma = -\frac{4g_{0,1}R_1}{10} \Rightarrow V_\Sigma = -24 \cdot 10^4 \frac{J}{Kg}.$$

Μονάδες 6

4.3. Το συνολικό δυναμικό του βαρυτικού πεδίου των δύο πλανητών στο σημείο Α είναι ίσο με:

$$V_A = V_1 + V_2 \Rightarrow V_A = -\frac{GM_1}{\ell - R_2} - \frac{GM_2}{R_2} \Rightarrow V_A = -\frac{g_{0,1}R_1^2}{30R_1} - \frac{9g_{0,1}R_1^2}{10R_1} \Rightarrow V_\Sigma = -\frac{28g_{0,1}R_1}{30} \Rightarrow V_A = -56 \cdot 10^4 \frac{J}{Kg}.$$

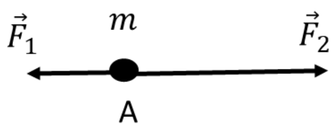
Η ελάχιστη ταχύτητα $\vec{\upsilon}_\delta$ με την οποία πρέπει να εκτοξεύσουμε ένα σώμα μάζας $m = 3\,Kg$ από την επιφάνεια του πλανήτη Π_2 για να φτάσει στον πλανήτη Π_1 αντιστοιχεί σε μηδενική ταχύτητα του σώματος στο σημείο Σ αφού στη συνέχεια θα επιταχυνθεί προς την επιφάνεια του πλανήτη Π_1 λόγω της ισχυρότερης βαρυτικής έλξης που δέχεται από αυτόν.

Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ από το Α στο Σ.

$$\Delta K = W_{(A)\to(\Sigma)} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}m\upsilon_\delta^2 = m(V_A - V_\Sigma) \Rightarrow \upsilon_\delta = \sqrt{2(V_\Sigma - V_A)} \Rightarrow \upsilon_\delta = 800\frac{m}{s}$$

Μονάδες 8

4.4. Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος μάζας m αμέσως μετά την εκτόξευσή του από τον πλανήτη Π_2 είναι ίσος με τη συνισταμένη βαρυτική έλξη που δέχεται στο σημείο Α.



$$\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \Rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = F_2 - F_1 \Rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{GM_2 m}{R_2^2} - \frac{GM_1 m}{(\ell - R_2)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{9GM_1 m}{100R_1^2} - \frac{GM_1 m}{900R_1^2} \Rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{9g_{0,1}R_1^2 m}{100R_1^2} - \frac{g_{0,1}R_1^2 m}{900R_1^2} \Rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{8mg_{0,1}}{90} \Rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = 1{,}6\,N$$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2

2.1. Η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης είναι g_0 και η ακτίνα της Γης είναι $R_Γ$. Σε ύψος h= $3R_Γ$ πάνω από την επιφάνεια της Γης η ένταση του πεδίου βαρύτητας είναι:

(α) $\frac{g_0}{16}$, **(β)** $\frac{g_0}{8}$, **(γ)** $\frac{g_0}{4}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Αν ο λόγος των ακτινών σε κυκλική τροχιά δύο δορυφόρων της Γης είναι $\frac{r_1}{r_2} = 4$, τότε ο αντίστοιχος λόγος των περιόδων περιστροφής τους είναι:

(α) 8, **(β)** 2, **(γ)** 4

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α.Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η ένταση του πεδίου βαρύτητας σε ύψος h από την επιφάνειας της γης δίνεται από τον τύπο:

$$g = \frac{G \cdot M_\Gamma}{(R_\Gamma + h)^2} \; (1)$$

αντικαθιστώ στη σχέση (1) όπου $\mathrm{h} = 3 \cdot R_\Gamma$ και έχω

$$g = \frac{G \cdot M_\Gamma}{(R_\Gamma + h)^2} \Leftrightarrow g = \frac{G \cdot M_\Gamma}{(4R_\Gamma)^2} \Leftrightarrow g = \frac{G \cdot M_\Gamma}{16 \cdot {R_\Gamma}^2} \; (2)$$

Η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης είναι:

$$g = \frac{G \cdot M_\Gamma}{{R_\Gamma}^2} \Leftrightarrow G \, M_\Gamma = g_0 \cdot {R_\Gamma}^2 \; (3)$$

Η σχέση (2) μέσω της σχέσεως (3) γίνεται:

$$g = \frac{g_0 \cdot {R_\Gamma}^2}{16 \cdot {R_\Gamma}^2} \Leftrightarrow g = \frac{g_0}{16}$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α.Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η βαρυτική έλξη της Γης σε κάθε δορυφόρο, παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης.

Για τον πρώτο δορυφόρο:

$$F_1 = F_\kappa \Leftrightarrow G\frac{M_\Gamma \cdot m}{r_1^2} = \frac{mu_1^2}{r_1} \Leftrightarrow \frac{G \cdot M_\Gamma}{r_1} = u_1^2 \Leftrightarrow u_1 = \sqrt{\frac{G \cdot M_\Gamma}{r_1}}$$

Η περίοδος T_1 δίνεται από τον τύπο:

$$T_1 = \frac{2\pi \cdot r_1}{u_1} \Leftrightarrow T_1 = \frac{2\pi}{u_1} \cdot r_1 \Leftrightarrow T_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{G \cdot M_\Gamma}{r_1}}} \cdot r_1 \Leftrightarrow T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{r_1}{G \cdot M_\Gamma}} \cdot r_1 \Leftrightarrow T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{r_1^3}{G \cdot M_\Gamma}}\,(1)$$

Για τον δεύτερο δορυφόρο:

$$F_2 = F_\kappa \Leftrightarrow G\frac{M_\Gamma \cdot m}{r_2^2} = \frac{m \cdot u_2^2}{r_2} \Leftrightarrow \frac{G \cdot M_\Gamma}{r_2} = u_2^2 \Leftrightarrow u_2 = \sqrt{\frac{G \cdot M_\Gamma}{r_2}}$$

Η περίοδος T_2 δίνεται από τον τύπο:

$$T_2 = \frac{2\pi \cdot r_2}{u_2} \Leftrightarrow T_2 = \frac{2\pi}{u_2} \cdot r_2 \Leftrightarrow T_2 = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{G \cdot M_\Gamma}{r_2}}} \cdot r_2 \Leftrightarrow T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{r_2}{G \cdot M_\Gamma}} \cdot r_2 \Leftrightarrow T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{r_2^3}{G \cdot M_\Gamma}}\,(2)$$

Διαιρώ κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) και έχω:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{r_1^3}{G \cdot M_\Gamma}}}{2\pi\sqrt{\frac{r_2^3}{G \cdot M_\Gamma}}} \Leftrightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{\frac{r_1^3}{G \cdot M_\Gamma}}{\frac{r_2^3}{G \cdot M_\Gamma}}}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{r_1^3}{r_2^3}} \Leftrightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{4^3} \Leftrightarrow \frac{T_1}{T_2} = 4^{3/2}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = (2^2)^{3/2} \Leftrightarrow \frac{T_1}{T_2} = 2^3$$

$$\frac{T_1}{T_2} = 8$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Σώμα εκτοξεύεται οριζόντια από κάποιο ύψος με ταχύτητα μέτρου υ_0. Ο χρόνος που περνά για να γίνει το μέτρο της ταχύτητας του σώματος ίσο με $3\upsilon_0$ είναι ίσος με:

(α) $t = \frac{\upsilon_0 \cdot \sqrt{2}}{g}$ **(β)** $t = \frac{2\upsilon_0 \cdot \sqrt{2}}{g}$ **(γ)** $t = \frac{\upsilon_0}{g}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο κινητά τη χρονική στιγμή $t_o=0$ αρχίζουν να κινούνται από αντιδιαμετρικά σημεία μίας περιφέρειας κύκλου αντίρροπα με συχνότητες f_1 και f_2 αντίστοιχα. Η χρονική στιγμή t που συναντιούνται για πρώτη φορά είναι:

(α) $\frac{2}{f_1+f_2}$, **(β)** $\frac{1}{f_1+f_2}$, **(γ)** $\frac{1}{2(f_1+f_2)}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β. Το σώμα στον οριζόντιο άξονα x’x εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και στον κατακόρυφο άξονα y’y ελεύθερη πτώση.

Η ταχύτητα στον άξονα x’x είναι σταθερή $\upsilon_x = \upsilon_0$

Η ταχύτητα στον άξονα y’y δίνεται από τον τύπο $\upsilon_y = g \cdot t$

Το μέτρο της ταχύτητας $\upsilon = \sqrt{\upsilon_x{}^2 + \upsilon_y{}^2}$ (1)

Αντικαθιστώ όπου υ=3υ_0 και όπου $\upsilon_x = \upsilon_0$ και ο τύπος (1) γίνεται $3\upsilon_0 = \sqrt{\upsilon_0{}^2 + \upsilon_y{}^2}$,υψώνω στο τετράγωνο και έχω

$$9\upsilon_0{}^2 = \upsilon_0{}^2 + \upsilon_y{}^2 \Leftrightarrow \upsilon_y{}^2 = 8\upsilon_0{}^2 \Leftrightarrow \upsilon_y = \sqrt{8\upsilon_0{}^2} \Leftrightarrow \upsilon_y = 2\upsilon_0\sqrt{2}\ (1)$$

Η ταχύτητα $\upsilon_y = g \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{\upsilon_y}{g} \overset{(1)}{\Leftrightarrow} t = \frac{2\upsilon_0\sqrt{2}}{g}$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β. Οι γωνιακές ταχύτητες των δύο κινητών είναι ω_1 και ω_2. Τα δύο κινητά μέχρι τη στιγμή συνάντησης διαγράφουν αντίστοιχα γωνίες ϕ_1 και ϕ_2 για τις οποίες ισχύει $\phi_1 + \phi_2 = \pi$ (1)

Για τη γωνία ϕ_1 ισχύει $\phi_1 = \omega_1 \cdot t$ (2)

και για την γωνία ϕ_2 ισχύει $\phi_2 = \omega_2 \cdot t$ (3).

Η σχέση (1) μέσω των σχέσεων (2) και (3) γίνεται

$$\omega_1 \cdot t + \omega_2 \cdot t = \pi \Leftrightarrow (\omega_1 + \omega_2) \cdot t = \pi \Leftrightarrow t = \frac{\pi}{\omega_1 + \omega_2} (4)$$

Οι γωνιακές συχνότητες ω_1 και ω_2 συνδέονται με τις συχνότητες f_1 και f_2 βάση των τύπων

$$\omega_1 = 2\pi \cdot f_1\ (5) \text{ και } \omega_2 = 2\pi \cdot f_2\ (6).$$

Η σχέση (4) μέσω των σχέσεων (5) και (6) γίνεται

$$t = \frac{\pi}{2\pi \cdot f_1 + 2\pi \cdot f_2} \Leftrightarrow t = \frac{\pi}{2\pi \cdot (f_1 + f_2)} \Leftrightarrow t = \frac{1}{2(f_1 + f_2)}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Δύο όμοιοι δορυφόροι μάζας m=100kg κινούνται σε ύψος $h=3R_Γ$ πάνω από την επιφάνεια της Γης, στην ίδια κυκλική τροχιά, με αντίθετες ταχύτητες. Αν οι δύο δορυφόροι ξεκινούν τη χρονική στιγμή t=0 από το ίδιο σημείο.

4.1. Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων τους.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε τις περιόδους τους.

Μονάδες 6

4.3. Να βρείτε μετά από πόσο χρόνο θα συγκρουστούν.

Μονάδες 6

4.4. Εάν οι δορυφόροι συγκρουσθούν κεντρικά και πλαστικά να υπολογίσετε την απώλεια στην κινητική ενέργεια του συστήματος λόγω της κρούσης.

Μονάδες 7

Δίνονται η ακτίνα της Γης $R_Γ$=6400Km και η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνειας της Γης $g_0=10 \mathrm{m}/_{\mathrm{s}^2}$.

Προσεγγιστικά να θεωρηθούν οι συγκρουόμενοι δορυφόροι ως συγκρουόμενες σφαίρες.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το βάρος του δορυφόρου παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης, οπότε:

$$F = F_{\kappa} \Leftrightarrow \frac{G \cdot M_{\Gamma} \cdot m}{r^2} = \frac{m \cdot u^2}{r} \Leftrightarrow \frac{G \cdot M_{\Gamma}}{r} = u^2 \Leftrightarrow u = \sqrt{\frac{G \cdot M_{\Gamma}}{r}} (1)$$

όπου ΜΓ η μάζα της Γης και r= $R_Γ$+h=4$R_Γ$ η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς. Οι δύο δορυφόροι κινούνται στην ίδια κυκλική τροχιά, άρα έχουν το ίδιο μέτρο ταχύτητας. Για την επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης έχουμε το

$$g_0 = \frac{G \cdot M_{\Gamma}}{{R_{\Gamma}}^2} \Leftrightarrow G \cdot M_{\Gamma} = g_0 \cdot {R_{\Gamma}}^2 (2)$$

και με αντικατάσταση στην (1) παίρνουμε:

$$u = \sqrt{\frac{G \cdot M_{\Gamma}}{r}} = u = \sqrt{\frac{g_0 \cdot {R_{\Gamma}}^2}{4\, R_{\Gamma}}} = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R_{\Gamma}}{4}} \Leftrightarrow u = \sqrt{\frac{10\, {}^{m}/_{s^2} \cdot 6400 \cdot 10^3 m}{4}} \Leftrightarrow u = 4000\, {}^{m}/_{s}$$

άρα και οι δύο δορυφόροι έχουν μέτρο ταχύτητας $\mathrm{u} = 4000\, {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}$

Μονάδες 6

4.2. Η περίοδος περιφοράς του κάθε δορυφόρου υπολογίζεται από τη σχέση

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{u}$$

που από τον τύπο παρατηρώ ότι εξαρτάται από την ταχύτητα u του κάθε δορυφόρου καθώς και από την ακτίνα r της κυκλικής τροχιάς. Οι δορυφόροι κινούνται στην ίδια κυκλική τροχιά, άρα έχουν ίδια μέτρα ταχυτήτων και ίδια ακτίνα r.

Η περίοδος

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{u} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 4R_{\Gamma}}{u} \Leftrightarrow T = \frac{2 \cdot \pi \cdot 4 \cdot 6400 \cdot 10^3 m}{4000\, {}^{m}/_{s}} \Leftrightarrow T = 12800 \cdot \pi s$$

Μονάδες 6

4.3. Οι δύο δορυφόροι κινούνται αντίρροπα και συναντιούνται μετά από χρόνο t. Στο χρόνο αυτό οι δύο δορυφόροι έχουν διανύσει ίσα μήκη τόξων $s_1 = s_2 = u \cdot t$.

Το άθροισμα των μηκών των τόξων, που διανύουν οι δορυφόροι είναι ίσο με το μήκος της περιφέρειας του κύκλου στην οποία κινούνται οι δορυφόροι.

Δηλαδή:

$$s_1 + s_2 = 2\pi \cdot r \Leftrightarrow u \cdot t + u \cdot t = 2\pi \cdot r \;\Leftrightarrow\; 2u \cdot t = 2\pi \cdot r \Leftrightarrow t = \frac{2\pi r}{2 \cdot u} \Leftrightarrow\; t = \frac{\pi r}{u} \Leftrightarrow t = \frac{\pi \cdot 4R_{\Gamma}}{u}$$

$$t = 4\pi \cdot \frac{6400 \cdot 10^3 m}{4000\, {}^{m}/_{s}} \;\Leftrightarrow t = 6400 \cdot \pi s$$

Μονάδες 6

4.4. Στην οριζόντια διεύθυνση (διεύθυνση κίνησης) στην διάρκεια της κρούσης δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις στο σύστημα των οχημάτων, οπότε για το σύστημα θα ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής. Συνεπώς σε όλη τη διάρκεια της κρούσης η ολική ορμή του συστήματος διατηρείται.

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi\ \sigma\upsilon\sigma} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda\ \sigma\upsilon\sigma}$$

$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}_{\sigma\upsilon\sigma}$$

$$m \cdot u - m \cdot u = (m + m) \cdot u_{\sigma\upsilon\sigma}$$

$$0 = 2 \cdot m \cdot u_{\sigma\upsilon\sigma} \Leftrightarrow u_{\sigma\upsilon\sigma} = 0$$

Από την αρχή διατήρησης ενέργειας έχω:

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda} = K_{\sigma\upsilon\sigma\pi\rho\iota\nu} - K_{\sigma\upsilon\sigma\mu\varepsilon\tau\alpha}$$

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda} = K_1 + K_2 - K_{\sigma\upsilon\sigma} \xLeftrightarrow{K_{\sigma\upsilon\sigma}=0}$$

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda} = K_1 + K_2$$

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda} = \frac{1}{2}\, m \cdot u^2 + \frac{1}{2}\, m \cdot u^2$$

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda} = 2\frac{1}{2}\, m \cdot u^2 \Leftrightarrow E_{\alpha\pi\omega\lambda} = m \cdot u^2$$

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda} = 100kg\ \cdot \left(4000\frac{m}{s}\right)^2$$

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda} = 10^2kg\ \cdot \left(4 \cdot 10^3\frac{m}{s}\right)^2$$

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda} = 10^2kg\ \cdot 16 \cdot 10^6\frac{m^2}{s^2}$$

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda} = 16 \cdot 10^8 J$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Ένας τεχνητός δορυφόρος της Γης εκτελεί κυκλική κίνηση με κέντρο το κέντρο της Γης, σε ύψος $h = 3R_Γ$ από την επιφάνειά της.

4.1. Να υπολογιστεί η ένταση του πεδίου βαρύτητας σε ύψος $h = 3R_Γ$ από την επιφάνεια της Γης.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογιστεί η ταχύτητα του δορυφόρου.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογιστεί η μηχανική ενέργεια ενός σώματος Σ μάζας $m = 4kg$ μέσα στο δορυφόρο, με δεδομένο ότι η δυναμική του ενέργεια είναι μηδέν στο άπειρο.

Μονάδες 6

4.4. Πόση είναι η ελάχιστη ενέργεια η οποία πρέπει να δοθεί στο παραπάνω σώμα Σ, προκειμένου να εγκαταλείψει τον δορυφόρο και να φτάσει σε άπειρη απόσταση από τη Γη.

Μονάδες 7

Η Γη θεωρείται το μοναδικό σώμα στο διάστημα, η επίδραση της ατμόσφαιρας είναι αμελητέα, ενώ $R_Γ = 6400km$ και $g_0 = 10\,{}^{m}/_{s^2}$.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η ένταση του πεδίου βαρύτητας σε ύψος $h = 3R_Γ$ από την επιφάνεια της γης υπολογίζεται από τον τύπο: $g = G\frac{M_Γ}{(R_Γ+h)^2}$.

Αντικαθιστώ στον τύπο του ύψους $h = 3R_Γ$. Έτσι έχω

$$g = \frac{G \cdot M_Γ}{(R_Γ + 3R_Γ)^2} \Leftrightarrow g = \frac{G\ \cdot M_Γ}{(4\,R_Γ)^2} \Leftrightarrow g = \frac{G\ \cdot M_Γ}{16{R_Γ}^2}(1)$$

Για την ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνειας της Γης έχω

$$g_0 = \frac{G \cdot M_Γ}{{R_Γ}^2} \Leftrightarrow G \cdot M_Γ = g_0 \cdot {R_Γ}^2(2)$$

Έχω $g = \frac{G\ \cdot M_Γ}{16{R_Γ}^2} \overset{(2)}{\Leftrightarrow} g = \frac{g_0 \cdot {R_Γ}^2}{16{R_Γ}^2} \Leftrightarrow g = \frac{1}{16}g_0 \Leftrightarrow g = \frac{1}{16}10\,{}^{m}/_{s^2} \Leftrightarrow g = \frac{5}{8}{}^{m}/_{s^2}$

Μονάδες 6

4.2. Το βάρος του δορυφόρου, παίζει τον ρόλο της κεντρομόλου δύναμης, οπότε:

$$F = F_κ \Leftrightarrow \frac{G \cdot M_Γ \cdot m}{r^2} = \frac{m \cdot u^2}{r} \Leftrightarrow \frac{G \cdot M_Γ}{r} = u^2 \Leftrightarrow u = \sqrt{\frac{G \cdot M_Γ}{r}}(1)$$

όπου $M_Γ$ η μάζα της Γης και $r = R_Γ + h = 4R_Γ$, η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς.

Για την επιτάχυνση στην επιφάνεια της Γης έχουμε:

$$g_0 = \frac{G \cdot M_Γ}{{R_Γ}^2} \Leftrightarrow G \cdot M_Γ = g_0 \cdot {R_Γ}^2(2)$$

και με αντικατάσταση στην (1) παίρνουμε:

$$u = \sqrt{\frac{G \cdot M_Γ}{r}} = u = \sqrt{\frac{g_0 \cdot {R_Γ}^2}{4\,R_Γ}} = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R_Γ}{4}} \Leftrightarrow u = \sqrt{\frac{10\,{}^{m}/_{s^2} \cdot 6400 \cdot 10^3 m}{4}} \Leftrightarrow u = 4000\,{}^{m}/_{s}$$

Μονάδες 6

4.3. Η μηχανική ενέργεια του σώματος Σ, ίση με το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής του ενέργειας είναι ίση:

$$E_M = K + \text{U} = \frac{1}{2}m \cdot u^2 + \left(-G\frac{M_Γ \cdot m}{r}\right) = \frac{1}{2}m\left(\sqrt{G\frac{M_Γ}{r}}\right)^2 - G\frac{M_Γ \cdot m}{r}$$

$$E_M = \frac{1}{2}\frac{m \cdot G \cdot M_Γ}{r} - \frac{m \cdot G \cdot M_Γ}{r} \Leftrightarrow E_M = -\frac{m \cdot G \cdot M_Γ}{2r}(3)$$

Αντικαθιστώ στην σχέση (3) όπου $G \cdot M_Γ = g_0{R_Γ}^2$ και όπου $r = 4R_Γ$ και έτσι έχω:

$$E_M = -\frac{g_0 \cdot m \cdot {R_Γ}^2}{2 \cdot 4 \cdot R_Γ} \Leftrightarrow E_M = -\frac{1}{8}g_0 \cdot m \cdot R_Γ \Leftrightarrow E_M = -\frac{1}{8}4kg \cdot 10\frac{m}{s^2} \cdot 6400 \cdot 10^3 m = -32 \cdot 10^6 J$$

Άρα: E_M=-32·10^6J

Μονάδες 6

4.4. Η ελάχιστη ενέργεια $Ε_{προσφ}$ είναι αυτή η οποία θα επιτρέψει στο σώμα να φτάσει στο άπειρο με μηδενική ταχύτητα.

Από την αρχή διατήρηση ενέργειας για το σώμα Σ θα πάρουμε:

$$Ε_{Μ(αρχ)}+Ε_{προσφ}=Ε_{Μ(τελ)}$$

$$Ε_{Μ}+Ε_{προσφ}=Κ_{\infty}+U_{\infty}$$

$$Ε_{Μ}+Ε_{προσφ}=0$$

$$Ε_{προσφ}=-\,E_M$$

$$Ε_{προσφ}=-\,(-32\cdot 10^6 J)$$

$$Ε_{προσφ}=32\cdot 10^6 J$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Ένα σώμα βάλλεται κατακόρυφα τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ προς τα πάνω από εξώστη ύψους $H = 25m$. Η αλγεβρική τιμή της ορμής του σε συνάρτηση με το χρόνο δίνεται από τη σχέση $P = 30 - 15t(SI)$. Η βαρυτική επιτάχυνση έχει μέτρο $g = 10\,{}^{m}/_{s^2}$.

4.1. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της ορμής και τη μάζα του σώματος.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε τη χρονική άφιξη του σώματος στο μέγιστο ύψος.

Μονάδες 6

4.3. Να βρείτε το μέγιστο ύψος, μετρημένο από το έδαφος, που φθάνει το σώμα.

Μονάδες 6

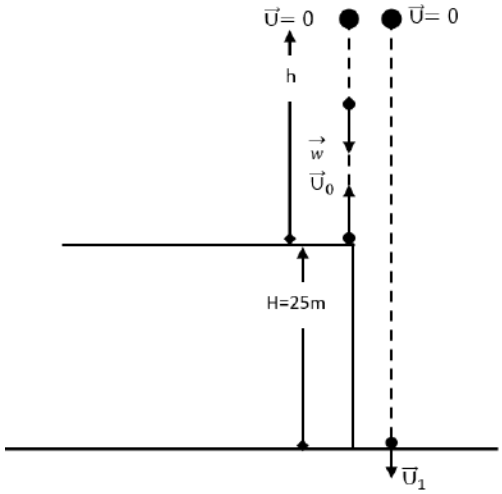
4.4. Να υπολογίσετε τη συνολική μεταβολή της ορμής του σώματος από τη στιγμή της εκτόξευσης μέχρι τη στιγμή της προσεδάφισής του.

Μονάδες 7

Αντιστάσεις από τον αέρα παραλείπονται.

ΘΕΜΑ 4

4.1.



Για δύο χρονικές στιγμές, η ορμή υπολογίζεται αντιστοίχως

$P_1 = 30 - 15t_1$ και $P_2 = 30 - 15t_2$.

Ο ρυθμός μεταβολής ορμής υπολογίζεται

$$\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t} = \frac{\vec{P}_2 - \vec{P}_1}{t_2 - t_1} = \frac{P_2 - P_1}{t_2 - t_1} = \frac{30 - 15t_2 - (30 - 15t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{30 - 15t_2 - 30 + 15t_1}{t_2 - t_1}$$

$$\frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{-15(t_2 - t_1)}{t_2 - t_1} \Leftrightarrow \frac{\Delta P}{\Delta t} = -15kg\,{}^{m}/_{s^2}$$

Ο ρυθμός μεταβολής ορμής $\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}$ είναι η Συνισταμένη δύναμη που δέχεται το σώμα κατά της άνοδό του. Επειδή οι αντιστάσεις του αέρα παραλείπονται η μοναδική δύναμη που δέχεται είναι το βάρος του.

$$\Sigma\vec{F} = \frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t} \Leftrightarrow -w = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Leftrightarrow -mg = \frac{\Delta P}{\Delta t}$$

$$m = -\frac{1}{g}\cdot\frac{\Delta P}{\Delta t}$$

$$m = -\frac{1}{10}\cdot(-15) \Leftrightarrow m = 1{,}5kg$$

Μονάδες 6

4.2. Όταν το σώμα φτάσει στο μέγιστο ύψος έχει μηδενική ταχύτητα και άρα μηδενική ορμή $\vec{P} = 0$. Άρα την χρονική στιγμή t_3 που φτάνει στο μέγιστο ύψος έχω

$$P = 0 \Leftrightarrow P = 30 - 15t \Leftrightarrow 0 = 30 - 15t_3 \Leftrightarrow 15t_3 = 30$$

$$t_3 = 2s$$

Μονάδες 6

4.3. Το σώμα εκτελεί κατακόρυφη βολή προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα U_0 που υπολογίζεται ως εξής: τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έχει ορμή μέτρου $P_0 = 30kg\,{}^{m}/_{s}$

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ η ορμή δίνεται από τον τύπο

$$P_0 = m \cdot \upsilon_0 \Leftrightarrow \upsilon_0 = \frac{P_0}{m} = \frac{30\, {kg}/{s}}{1{,}5kg} \Leftrightarrow \upsilon_0 = 20\, {m}/{s}$$

Το ύψος h που φτάνει το σώμα από την επιφάνεια του εξώστη υπολογίζεται από τον τύπο

$$y = \upsilon_o \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

Θέτοντας όπου y=h και όπου $t = t_3$ έτσι έχω

$$h = \upsilon_0 \cdot t_3 - \frac{1}{2} g \cdot {t_3}^2$$

Αντικαθιστώ αριθμητικές τιμές και προκύπτει:

$$h = 20m$$

$h_{max} = h + H \;\Rightarrow\; h_{max} = 45\ m$ από το έδαφος

Μονάδες 6

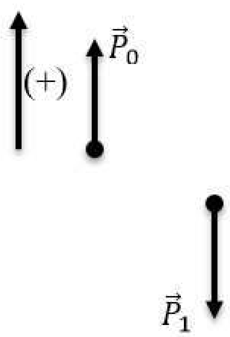
4.4. Βρίσκω το μέτρο της ταχύτητας υ_1 με την οποία φτάνει το σώμα στο έδαφος εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας.

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_w$$

$$\frac{1}{2} m \cdot {\upsilon_1}^2 - 0 = +mg(h + H)$$

$$\upsilon_1 = \sqrt{2g(H + h)} \Leftrightarrow \upsilon_1 = 30\, {m}/{s}$$

Για την εύρεση της μεταβολής ορμής έχω:



$$\Delta\vec{P} = \vec{P}_1 - \vec{P}_0$$
$$\Delta P = -P_1 - (+P_0)$$
$$\Delta P = -P_1 - P_0$$
$$\Delta P = -m \cdot \upsilon_1 - m\, \upsilon_0 \Leftrightarrow \Delta P = -m\, (\upsilon_1 + \upsilon_0)$$
$$\Delta P = -75kg\, {m}/{s}$$

Η μεταβολή της ορμής είναι ένα διάνυσμα που έχει μέτρο $\Delta P = 75kg\, {m}/{s}$, διεύθυνση κατακόρυφη και φορά αντίθετη από την θετική φορά.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2

2.1. Θερμική μηχανή παράγει, σε κάθε κύκλο λειτουργίας της, ωφέλιμο έργο 2000J και απορροφά από το περιβάλλον θερμότητα 8000J. Η απόδοση της μηχανής είναι:
(α) 25%.
(β) 33%.
(γ) 50%.
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Το πιο γνωστό, ίσως, διαστημικό τηλεσκόπιο είναι το Hubble, που κινείται σε τροχιά γύρω από τη Γη σε ύψος $h_H = \frac{R_\Gamma}{12}$ (όπου R_Γ η ακτίνα της Γης).
Το πρώτο, όμως, διαστημικό τηλεσκόπιο που έθεσε σε σχεδόν κυκλική τροχιά η NASA ήταν το τηλεσκόπιο OAO 2 (Orbiting Astronomical Observatory 2) το 1968, μόλις τρεις εβδομάδες πριν από την πρώτη επανδρωμένη αποστολή στη Σελήνη. Το τηλεσκόπιο αυτό τέθηκε σε δορυφορική τροχιά γύρω από τη Γη, σε ύψος $h_o = \frac{R_\Gamma}{8}$ από την επιφάνειά της (όπου R_Γ η ακτίνα της Γης).
Αν θεωρήσετε, ως υ_o το μέτρο της ταχύτητας με την οποία κινούνταν το OAO 2 και υ_H το μέτρο της ταχύτητας του τηλεσκοπίου Hubble, τότε ο λόγος των μέτρων των ταχυτήτων $\frac{\upsilon_o}{\upsilon_H}$ είναι ίσος με:

(α) $\sqrt{\frac{26}{27}}$, **(β)** $\sqrt{\frac{27}{26}}$, **(γ)** $\sqrt{\frac{8}{12}}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Ο συντελεστής απόδοσης μίας θερμικής μηχανής δίνεται από τη σχέση:

$$e = \frac{W}{Q_h}$$

(Μονάδα 1)

Από τα δεδομένα, το έργο ισούται με $W = 2000J$ και η θερμότητα που δαπανάται για κάθε κύκλο λειτουργίας της μηχανής είναι ίση με $Q_h = 8000J$.
Άρα με αντικατάσταση στην (1):

$$e = \frac{2000\mathrm{J}}{8000\mathrm{J}}\ ,\ e = 0{,}25$$

Άρα, η απόδοση είναι 25%

(Μονάδες 7)

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η βαρυτική δύναμη που δέχεται ένας τεχνητός δορυφόρος που κινείται γύρω από τη Γη δρα ως κεντρομόλος δύναμη.

Σχέση βαρυτικής δύναμης: $w = G\frac{m \cdot M}{r^2}$

Σχέση κεντρομόλου δύναμης: $F_\kappa = \frac{m \cdot \upsilon^2}{r}$

Είναι: $F_\kappa = w\ ,\ \frac{m \cdot \upsilon^2}{r} = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}\ ,\ \upsilon^2 = G \cdot \frac{M}{r}\ ,\ \upsilon = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$ (1)

(Μονάδες 3)

Για τον δορυφόρο ΟΑΟ 2 στο ύψος h_0 είναι: $r_o = R_\Gamma + h_o\ ,\ r_0 = R_\Gamma + \frac{R_\Gamma}{8}\ ,\ r_0 = \frac{9}{8} \cdot R_\Gamma$ (2)

Άρα, αν αντικαταστήσουμε στην (1) τη (2) έχουμε:

$$\upsilon_o = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r_o}}\ ,\ \upsilon_o = \sqrt{\frac{G \cdot M}{\frac{9}{8} \cdot R_\Gamma}}\ ,\ \upsilon_o = \sqrt{\frac{8 \cdot G \cdot M}{9 \cdot R_\Gamma}}\ (3)$$

Για τον δορυφόρο / τηλεσκόπιο Hubble στο ύψος h_H είναι: $r_H = R_\Gamma + h_H\ ,\ r_H = R_\Gamma + \frac{R_\Gamma}{12}$,

$r_H = \frac{13}{12} \cdot R_\Gamma$ (4)

Άρα, αν αντικαταστήσουμε στην (1) τη (4) έχουμε:

$$\upsilon_H = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r_H}}\ ,\ \upsilon_H = \sqrt{\frac{G \cdot M}{\frac{13}{12} \cdot R_\Gamma}}\ ,\ \upsilon_H = \sqrt{\frac{12 \cdot G \cdot M}{13}}\ (5)$$

(Μονάδες 3)

Διαιρούμε κατά μέλη $\frac{(3)}{(5)}$: $\frac{\upsilon_o}{\upsilon_H} = \frac{\sqrt{\frac{8 \cdot G \cdot M}{9 \cdot R_\Gamma}}}{\sqrt{\frac{12 \cdot GM}{13 \cdot R_\Gamma}}}.\ , \frac{\upsilon_o}{\upsilon_H} = \sqrt{\frac{\frac{8 \cdot G \cdot M}{9 \cdot R_\Gamma}}{\frac{12 \cdot G \cdot M}{13 \cdot R_\Gamma}}}\ ,\ \frac{\upsilon_o}{\upsilon_H} = \sqrt{\frac{8 \cdot 13}{9 \cdot 12}}\ ,\ \frac{\upsilon_o}{\upsilon_H} = \sqrt{\frac{2 \cdot 13}{3 \cdot 9}}$,

$$\frac{\upsilon_o}{\upsilon_H} = \sqrt{\frac{26}{27}}$$

(Μονάδες 3)

Μονάδες 9

Στους παρακάτω υπερσυνδέσμους μπορείτε να βρείτε πληροφορίες για τους δορυφόρους ΟΑΟ 2 και Hubble.

https://www.nasa.gov/feature/goddard/2018/nasa-s-first-stellar-observatory-oao-2-turns-50

https://www.nasa.gov/content/about-facts-hubble-faqs

ΘΕΜΑ 2

2.1. Δύο παιδιά, η Κυβέλη και ο Αντώνης, συζητούν για το λογοτεχνικό βιβλίο του Ιουλίου Βερν «Γύρω από τη Σελήνη». Σε αυτό, ένα βλήμα που μεταφέρει δύο ανθρώπους, αφού εκτοξεύεται από τη Γη, καταλήγει να γίνει τεχνητός δορυφόρος της Σελήνης, σε ύψος h από την επιφάνειά της.
Η συζήτηση των παιδιών αφορά στην ταχύτητα που έχει ένας τεχνητός δορυφόρος της Σελήνης σε κάποιο ύψος από την επιφάνειά της και κατά πόσο το μέτρο της ταχύτητας αυτής εξαρτάται από τη μάζα του δορυφόρου. Η Κυβέλη ισχυρίζεται ότι το μέτρο της ταχύτητας αυτής δεν εξαρτάται από τη μάζα του δορυφόρου, ενώ ο Αντώνης ότι εξαρτάται. Τελικά,
(α) η Κυβέλη έχει δίκιο, διότι το μέτρο της ταχύτητας του τεχνητού δορυφόρου εξαρτάται από την ακτίνα περιστροφής από το κέντρο της Σελήνης και από τη μάζα της Σελήνης.
(β) ο Αντώνης έχει δίκιο διότι το μέτρο της ταχύτητας περιστροφής εξαρτάται από την ακτίνα περιστροφής από το κέντρο της Σελήνης και τη μάζα του τεχνητού δορυφόρου.
(γ) ο Αντώνης έχει δίκιο διότι το μέτρο της ταχύτητας περιστροφής εξαρτάται μόνο από τη μάζα του σώματος που περιστρέφεται.
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Αν για ένα σώμα που εκτελεί οριζόντια βολή με αρχική ταχύτητα μέτρου υ_0, το οριζόντιο βεληνεκές είναι ίσο με S, τότε το ύψος H από το οποίο εκτοξεύθηκε το αντικείμενο είναι:

(α) $\frac{2\cdot\upsilon_o^2}{g}$, **(β)** $\frac{2\cdot\upsilon_o^2}{g\cdot S^2}$, **(γ)** $\frac{g\cdot S^2}{2\cdot\upsilon_o^2}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

Να θεωρήσετε την επιτάχυνση της βαρύτητας σταθερή και να αμελητέες τις δυνάμεις που ασκεί ο ατμοσφαιρικός αέρας.

ΘΕΜΑ 2

2.1.
2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η σχέση, που προσδιορίζει την ταχύτητα του βλήματος μπορεί να προκύψει μέσω της ακόλουθης διαδικασίας.

Η βαρυτική δύναμη που δέχεται το βλήμα που κινείται σε κυκλική τροχιά με ακτίνα $r = R_{\Sigma} + h$ από το κέντρο της Σελήνης (όπου R_{Σ} η ακτίνα της Σελήνης και h το ύψος από την επιφάνειά της) δρα ως κεντρομόλος δύναμη.

Σχέση βαρυτικής δύναμης: $w = G \cdot \frac{m \cdot M_{\Sigma}}{r^2}$

Σχέση κεντρομόλου δύναμης: $F_{\kappa} = \frac{m \cdot \upsilon^2}{r}$

Είναι: $F_{\kappa} = w$, $\frac{m \cdot \upsilon^2}{r} = G \cdot \frac{m \cdot M_{\Sigma}}{r^2}$, $\upsilon^2 = G \cdot \frac{M_{\Sigma}}{r}$, $\upsilon = \sqrt{\frac{G \cdot M_{\Sigma}}{r}}$

(Μονάδες 5)

Στη σχέση αυτή, η μάζα M_{Σ} είναι η μάζα της Σελήνης γύρω από την οποία κινείται το βλήμα και η ακτίνα r είναι η ακτίνα περιστροφής του βλήματος γύρω από τη Σελήνη.
Συνεπώς, η Κυβέλη έχει δίκιο αφού η ταχύτητα περιστροφής εξαρτάται από τη μάζα της Σελήνης και την ακτίνα περιστροφής από το κέντρο της Σελήνης και όχι από τη μάζα του αντικειμένου που περιστρέφεται σε ύψος h, άρα σε ακτίνα $r = R_{\Sigma} + h$.

(Μονάδες 3)

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Στον άξονα x΄x το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και όταν φτάνει στο έδαφος ισχύει $x = S$.
Συνεπώς:

$$x = \upsilon_o \cdot t, \; t_{o\lambda} = \frac{S}{\upsilon_o}$$

(Μονάδες 3)

Στο άξονα y΄y το σώμα εκτελεί ελεύθερη πτώση.

Και όταν φτάνει στο έδαφος ισχύει $y = H$. Συνεπώς:

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2, \; H = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t_{o\lambda})^2, \; H = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{S}{\upsilon_o}\right)^2, \; H = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{S^2}{\upsilon_o^2}, \; H = \frac{g \cdot S^2}{2 \cdot \upsilon_o^2}$$

(<u>Μονάδες 6</u>)

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Πλανήτης έχει ακτίνα R. Ο πίνακας δείχνει το δυναμικό σε δύο χαρακτηριστικά ύψη από την επιφάνεια του πλανήτη.

Ύψος h	Δυναμικό V
R	V_1
$2R$	V_2

Η σχέση ανάμεσα στα V_1 και V_2 είναι

(α) $V_1 = \frac{3}{2}V_2$ **(β)** $V_1 = 2V_2$ **(γ)** $V_1 = 4V_2$

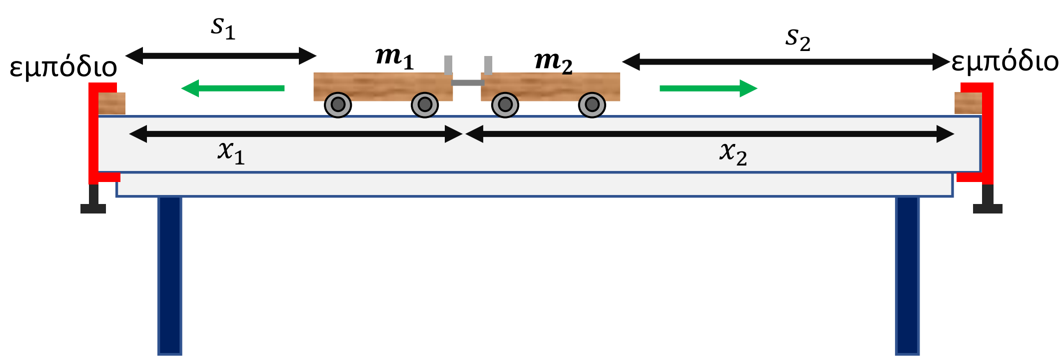
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Εργαστηριακά αμαξίδια μαζών m_1 και m_2 είναι αρχικά ακίνητα σε εργαστηριακό πάγκο. Το ένα από τα δύο έχει συμπιεσμένο έμβολο. Τοποθετούνται σε κατάλληλη θέση, ώστε αφού το έμβολο απελευθερωθεί, τα αμαξίδια να κινηθούν, κατά προσέγγιση, ευθύγραμμα και ομαλά, και να ακουστεί ταυτόχρονα κρότος εξαιτίας της σύγκρουσης του κάθε αμαξιδίου με καλά στερεωμένο ξύλινο εμπόδιο που βρίσκεται στη δική του άκρη του πάγκου.



Με βάση τις αποστάσεις που σημειώνονται στο σχήμα, ισχύει:

(α) $m_1x_1 = m_2x_2$ **(β)** $m_1s_1 = m_2s_2$ **(γ)** $m_1s_2 = m_2s_1$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Ο τύπος του δυναμικού είναι $V = -\frac{GM}{r}$ (2 μονάδες), όπου r η απόσταση από το κέντρο του πλανήτη. Είναι $r = R + h$ (2 μονάδες). Αυτό σημαίνει (2 μονάδες):

$$V_1 = -\frac{GM}{R+R} \Rightarrow V_1 = -\frac{GM}{2R}$$

$$V_2 = -\frac{GM}{R+2R} \Rightarrow V_2 = -\frac{GM}{3R}$$

Συγκρίνοντας (ή απλά διαιρώντας κατά μέλη) (2 μονάδες): $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3R}{2R}$ ή $V_1 = \frac{3}{2}V_2$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Λόγω διατήρησης ορμής (5 μονάδες):

$$p_{ολ,πριν} = p_{ολ,μετα}$$

$$0 = m_1 v_1 - m_2 v_2$$

$$0 = m_1 \frac{s_1}{t} - m_2 \frac{s_2}{t}$$

$$m_1 \frac{s_1}{t} = m_2 \frac{s_2}{t}$$

$$m_1 s_1 = m_2 s_2$$

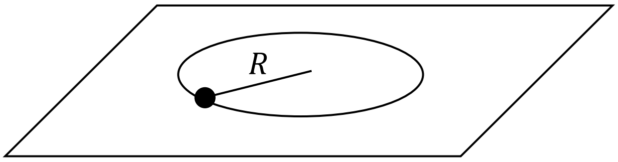
Οι αποστάσεις είναι s και όχι x γιατί κάθε σημείο του αμαξιδίου μετατοπίζεται κατά s (μόνο το μπροστινό μέρος του φτάνει στο εμπόδιο) (2 μονάδες).

Ο χρόνος είναι t και για τις δύο κινήσεις γιατί το έμβολο αναγκάζει και τα δύο να ξεκινήσουν ταυτόχρονα, ενώ ο κρότος ακούγεται επίσης ταυτόχρονα, άρα κινούνται για το ίδιο χρονικό διάστημα (2 μονάδες).

Επειδή τα αμαξίδια έχουν τροχούς (χρησιμοποιούν σε γενικές γραμμές την τριβή για να κινηθούν αντί αυτή να τα εμποδίζει), προφανώς μπορούμε προσεγγιστικά να θεωρήσουμε την κίνηση ευθύγραμμη ομαλή.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2



2.1. Σώμα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο σε ένα σχοινί. Το σχοινί σπάει όταν η δύναμη που θα του ασκηθεί είναι μεγαλύτερη ή ίση από T_{Θ} (όριο θραύσης). Όταν το σώμα κινείται σε κύκλο ακτίνας R το σχοινί σπάει όταν η γωνιακή ταχύτητα έχει μέτρο ω_1. Όταν το σώμα κινείται σε κύκλο ακτίνας $\frac{R}{2}$ το σχοινί σπάει όταν η γωνιακή ταχύτητα έχει μέτρο ω_2.

Για το λόγο των μέτρων των δύο γωνιακών ταχυτήτων ισχύει:

α. $\frac{\omega_1}{\omega_2} = 2$ β. $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ γ. $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{1}{2}$

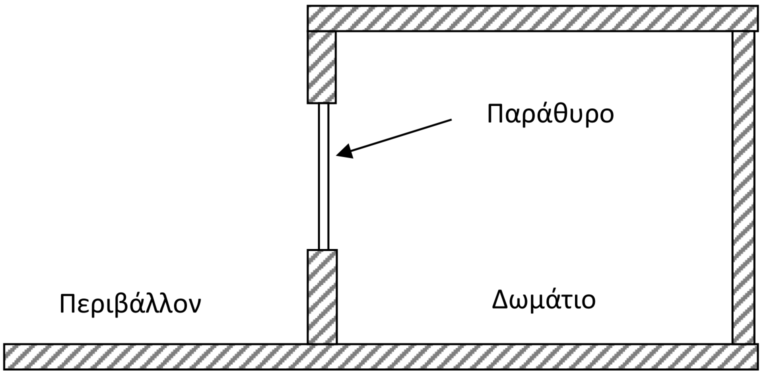
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Κάποια ημέρα η απόλυτη θερμοκρασία του αέρα είναι T_1 και η ατμοσφαιρική πίεση p_1. Ένα δωμάτιο έχει αρχικά ένα τζάμι του ανοιχτό και επικοινωνεί με το περιβάλλον. Το τζάμι του παραθύρου έχει εμβαδόν A. Κλείνουμε το παράθυρο και το δωμάτιο είναι πλέον αεροστεγώς κλεισμένο. Θερμαίνουμε με ηλεκτρική θερμάστρα το δωμάτιο και η θερμοκρασία του γίνεται $T_2 = 1{,}5T_1$. Θεωρούμε ότι ο αέρας είναι ιδανικό αέριο.



Το μέτρο της συνισταμένης δύναμης, στην οριζόντια διεύθυνση, που ασκείται τότε στο τζάμι του παραθύρου από τον αέρα στο περιβάλλον και τον αέρα μέσα στο δωμάτιο είναι:

α. $\Sigma F = 0{,}5 p_1 A$ β. $\Sigma F = p_1 A$ γ. $\Sigma F = 1{,}5 p_1 A$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.
2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β. Το σχοινί θα σπάσει όταν η κεντρομόλος δύναμη γίνει τουλάχιστον ίση με την T_{Θ} (2 μονάδες).

Η κεντρομόλος δύναμη γενικά μπορεί να γραφεί ως: $F = \frac{mv^2}{R} = \frac{m(\omega R)^2}{R} = m\omega^2 R$

Στην πρώτη περίπτωση (γωνιακή ταχύτητα ω_1) (2 μονάδες): $T_{\Theta} = m{\omega_1}^2 R$

Στην δεύτερη περίπτωση (γωνιακή ταχύτητα ω_2 και ακτίνα $R/2$) (2 μονάδες): $T_{\Theta} = m{\omega_2}^2 \frac{R}{2}$

Εξισώνοντας και λύνοντας (2 μονάδες):

$$m{\omega_1}^2 R = m{\omega_2}^2 \frac{R}{2}$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Επειδή αρχικά το παράθυρο ήταν ανοιχτό, ο αέρας στο δωμάτιο είχε πίεση p_1 και θερμοκρασία T_1. Κλείνοντας το παράθυρο, η ποσότητα του αέρα μένει σταθερή, ενώ αυξάνεται η θερμοκρασία, και μένει σταθερός ο όγκος, συνεπώς (2 μονάδες):

$$\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_1}{T_1}$$

$$\frac{p_2}{1{,}5T_1} = \frac{p_1}{T_1}$$

$$p_2 = 1{,}5p_1$$

Εφόσον ζητείται δύναμη σε σχέση με πίεση, χρησιμοποιείται ο ορισμός της πίεσης $p = F/A$.

(1 μονάδα)

Στο τζάμι από τον αέρα του δωματίου ασκείται (2 μονάδες) $F_2 = p_2 A = 1{,}5p_1 A$

Στο τζάμι από τον εξωτερικό αέρα ασκείται (2 μονάδες) $F_1 = p_1 A$

Η συνισταμένη στο τζάμι θα είναι (2 μονάδες): $\Sigma F = F_2 - F_1 = 1{,}5p_1 A - p_1 A = 0{,}5p_1 A$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Η γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας ενός σώματος ως συνάρτηση της ορμής του είναι:

(α) Ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων

(β) Ευθεία που δε διέρχεται από την αρχή των αξόνων

(γ) Παραβολή

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένας μαθητής ισχυρίζεται ότι έχει επινοήσει θεωρητικά μια μηχανή Carnot με πολύ μικρή απόδοση, γύρω στο 1%, τόσο μικρή που ακόμη και η απόδοση της μηχανής ενός πολύ παλιού αυτοκινήτου να είναι μεγαλύτερη.

(α) Ο μαθητής έχει δίκιο, διότι κάθε μηχανή Carnot έχει τη μικρότερη απόδοση από οποιαδήποτε άλλη.

(β) Ο μαθητής έχει απολύτως άδικο. Κάθε μηχανή Carnot έχει πάντα μεγαλύτερη απόδοση από κάθε άλλη θερμική μηχανή.

(γ) Ο μαθητής έχει δίκιο, μπορεί να υπάρξει μηχανή Carnot η οποία να έχει απόδοση μικρότερη από κάποια άλλη θερμική μηχανή, ακόμη κι από μια μηχανή πολύ κακής απόδοσης.

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β. Ο τύπος της κινητικής ενέργειας μπορεί να γραφεί συναρτήσει της ορμής (5 μονάδες):

$$K = \frac{1}{2}m\upsilon^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{p}{m}\right)^2 = \frac{p^2}{2m} = \frac{1}{2m}p^2$$

Η σχέση K και p είναι ίδια με τη σχέση των y και x στην συνάρτηση: (2 μονάδες)

$$y = ax^2$$

της οποίας η γραφική παράσταση είναι μία παραβολή (1 μονάδα).

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

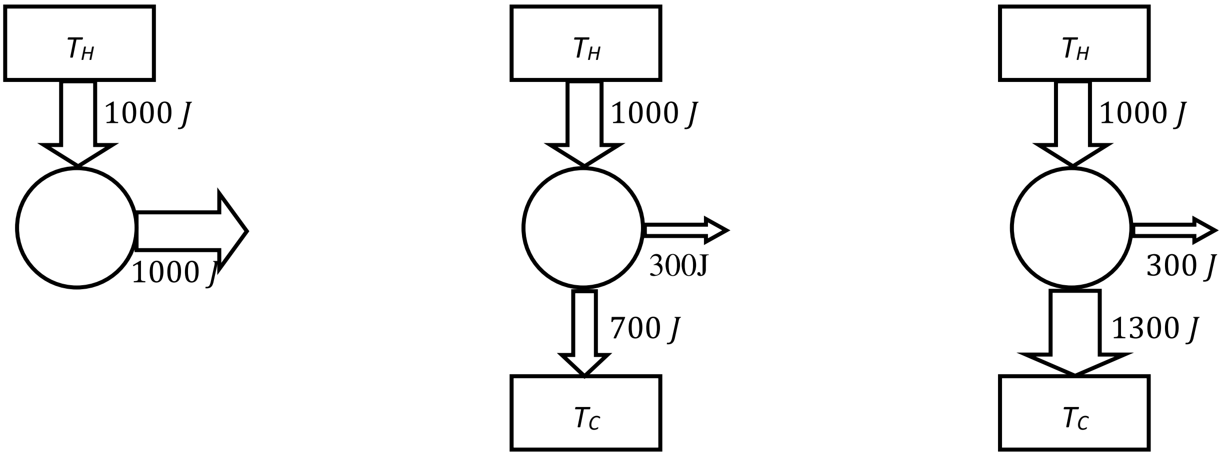
2.2.Β. Η μηχανή Carnot είναι η μηχανή με την υψηλότερη θεωρητική απόδοση ανάμεσα σε όλες τις θερμικές μηχανές **που λειτουργούν μεταξύ των ίδιων θερμοκρασιών** (3 μονάδες). Όσον αφορά τις πρακτικές αποδόσεις, αυτές (λόγω απωλειών στις διαδικασίες μετατροπής από αιτίες όπως η τριβή) είναι ακόμη μικρότερες από τις θεωρητικές (1 μονάδα). Αυτό δεν σημαίνει πως δεν μπορούν να υπάρξουν μηχανές που να έχουν υψηλότερη απόδοση από μια μηχανή Carnot, αρκεί η μηχανή Carnot και η μηχανή με την οποία την συγκρίνουμε να λειτουργούν ανάμεσα σε διαφορετικές θερμοκρασίες (5 μονάδες).

Για παράδειγμα, αν μια μηχανή Carnot λειτουργεί μεταξύ πολύ κοντινών θερμοκρασιών, η απόδοσή της θα είναι πολύ μικρή (για παράδειγμα, αν λειτουργεί μεταξύ 300 K και 297 K, τότε η απόδοσή της είναι 1%). Το ξέρουμε ότι υπάρχουν μηχανές, όχι Carnot, που έχουν πολύ υψηλότερη απόδοση και αυτό το επιτυγχάνουν επειδή λειτουργούν μεταξύ διαφορετικών ακραίων θερμοκρασιών (με μεγαλύτερη διαφορά μεταξύ τους).

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Στα παρακάτω διαγράμματα ο κύκλος παριστάνει τη θερμική μηχανή.



I. II. III.

Το διάγραμμα που αναπαριστά σωστά μια θερμική μηχανή είναι το:

(α) Ι (β) ΙΙ (γ) ΙΙΙ

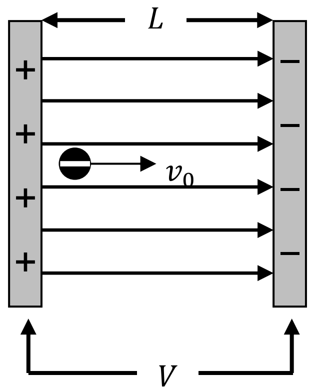
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Φορτισμένο σωματίδιο μάζας m με αρνητικό φορτίο q βάλλεται με αρχική ταχύτητα v_0 παράλληλα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς πεδίου έντασης $\vec{E}$ και ομόρροπα με αυτές όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Το πεδίο δημιουργείται ανάμεσα σε δύο φορτισμένες πλάκες που παρουσιάζουν διαφορά δυναμικού V και απέχουν απόσταση L. Θεωρούμε το βάρος του σωματιδίου αμελητέο.



Η απόσταση s_{stop} που θα διανύσει το σωματίδιο μέχρι να ακινητοποιηθεί είναι:

α. $s_{stop} = \frac{v_0 mL}{|q|V}$ β. $s_{stop} = \frac{v_0 mL}{2|q|V}$ γ. $s_{stop} = \frac{v_0^2 mL}{2|q|V}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β. Για μία θερμική μηχανή ισχύει $Q_H = W + |Q_C|$ (διατήρηση της ενέργειας – 1^{ος} θερμοδυναμικός νόμος κάτι που ισχύει μόνο στο διάγραμμα ΙΙ (όπου $1000\,J = (300\,J) + (700\,J)$).

Παρατήρηση:

Η μηχανή του διαγράμματος Ι έχει $|Q_C| = 0$, που σημαίνει πως παραβιάζει τον 2ο θερμοδυναμικό νόμο (διατύπωση Kelvin – Planck: είναι αδύνατο να κατασκευαστεί θερμική μηχανή που να μετατρέπει εξ ολοκλήρου τη θερμότητα σε ωφέλιμο έργο).

Για τη μηχανή του διαγράμματος ΙΙΙ ισχύει πως $|Q_C| = W + Q_H$ ($(1300\,J) = (300\,J) + (1000\,J)$) που σημαίνει πως η συνολική ενέργεια που εισέρχεται στη μηχανή είναι λιγότερη από αυτήν που εξέρχεται (παραβιάζεται η διατήρηση της ενέργειας – 1^{ος} θερμοδυναμικός νόμος).

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Το σωματίδιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Κάποια στιγμή σταματάει. Η εξίσωση της ταχύτητας $v = v_0 - at$ δίνει πως:

$$0 = v_0 - at_{stop}$$

$$t_{stop} = \frac{v_0}{a}$$

Η εξίσωση του διαστήματος $s = v_0 t - \frac{1}{2}at^2$ δίνει πως (2 μονάδες):

$$s_{stop} = v_0\frac{v_0}{a} - \frac{1}{2}a\left(\frac{v_0}{a}\right)^2 = \frac{v_0^2}{2a}$$

Το πεδίο είναι ομογενές, άρα (1 μονάδα) $E = \frac{V}{L}$

Από τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα, σε συνδυασμό με τον ορισμό της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου $E = F_{\eta\lambda}/|q|$ (1 μονάδα) και με το γεγονός πως η μόνη δύναμη που ασκείται στο σωματίδιο είναι η ηλεκτρική δύναμη (άρα $\Sigma F = F_{\eta\lambda}$) προκύπτει (3 μονάδες):

$$a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{F_{\eta\lambda}}{m} = \frac{|q|E}{m} = \frac{|q|V}{mL}$$

Αντικαθιστώντας στον τύπο του s_{stop} προκύπτει (2 μονάδες):

$$s_{stop} = \frac{v_0^2}{2a} = \frac{v_0^2}{2\frac{|q|V}{mL}} = \frac{v_0^2 mL}{2|q|V}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Προσφέρουμε ένα ποσό θερμότητας σε ένα ιδανικό αέριο. Τότε:

(α) Η θερμοκρασία του αερίου μειώνεται πάντα.

(β) Υπάρχει περίπτωση να μειωθεί η θερμοκρασία του αερίου.

(γ) Δεν υπάρχει περίπτωση να μειωθεί η θερμοκρασία του αερίου.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένα σώμα είναι αρχικά ακίνητο. Το σώμα εκρήγνυται και χωρίζεται σε δύο κομμάτια (θραύσματα) (1) και (2), με μάζες $m_1 \neq m_2$.

Για τα μέτρα της μεταβολής της ορμής και τις μεταβολές της κινητικής ενέργειας των δύο κομματιών ισχύει:

α. $|\Delta p_1| = |\Delta p_2|$, $\Delta K_1 = \Delta K_2$.

β. $|\Delta p_1| = |\Delta p_2|$, $\Delta K_1 \neq \Delta K_2$.

γ. $|\Delta p_1| \neq |\Delta p_2|$, $\Delta K_1 \neq \Delta K_2$.

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Με βάση τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο ισχύει (3 μονάδες)

$$Q = \Delta U + W$$

Η ερώτηση ζητάει να βρούμε τι παθαίνει η θερμοκρασία του αερίου. Η μεταβολή της θερμοκρασίας ενός ιδανικού αερίου είναι ανάλογη της μεταβολής της εσωτερικής του ενέργειας (2 μονάδες), άρα για να μειωθεί η θερμοκρασία του αερίου θα πρέπει $\Delta U < 0$:

$$\Delta U = Q - W$$

Αν προσφέρουμε θερμότητα στο αέριο, όπως στην συγκεκριμένη περίπτωση, είναι $Q > 0$.

Το αν θα είναι $W > 0$ ή $W < 0$ ή $W = 0$ εξαρτάται από το αν το αέριο παράγει έργο ή αν καταναλώνει έργο (πχ, μέσω ενός εμβόλου), οπότε αναμένουμε επίσης ότι η ΔU θα είναι θετική για μερικές μεταβολές και αρνητική για άλλες. (1 μονάδα).

Στην περίπτωση που το αέριο κάνει έργο και αυτό είναι $W > Q$, θα είναι $\Delta U < 0$ και η θερμοκρασία του αερίου θα μειωθεί (2 μονάδες). Σε κάθε άλλη περίπτωση η θερμοκρασία του αερίου θα μείνει σταθερή (μόνο αν $W = Q$) ή θα αυξηθεί. Συνεπώς υπάρχει περίπτωση να μειωθεί (αλλά δεν είναι σίγουρο πως θα γίνεται πάντα).

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Από την αρχή διατήρησης της ορμής για σύστημα δύο σωμάτων (εδώ τα δύο κομμάτια στα οποία χωρίζεται το σώμα):

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1{}' + \vec{p}_2{}'$$

$$\vec{p}_2' - \vec{p}_2 = \vec{p}_1 - \vec{p}_1{}'$$

$$\overrightarrow{\Delta p_2'} = -\overrightarrow{\Delta p_1'}$$

(Το παραπάνω είναι αναμενόμενο, γιατί αν η ορμή συστήματος δύο σωμάτων διατηρείται, η μεταβολή της ορμής του ενός θα πρέπει να αντισταθμιστεί από την αντίθετη μεταβολή της ορμής του άλλου). Συνεπώς:

$$|\Delta p_1| = |\Delta p_2|$$

Σε σχέση με την κινητική ενέργεια, αυτή στην αρχή είναι μηδενική για κάθε κομμάτι, εφόσον το αρχικό σώμα ήταν ακίνητο. Η μεταβολή της κινητικής ενέργεια θα είναι για το κομμάτι 1:

$$\Delta K_1 = K_1' - K_1 = K_1' - 0 = \frac{p_1'^2}{2m_1} = \frac{(p_1' - 0)^2}{2m_1} = \frac{(\Delta p_1)^2}{2m_1}$$

Αντίστοιχα

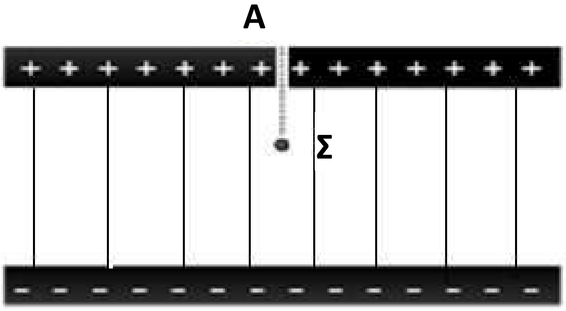
$$\Delta K_2 = \frac{(\Delta p_2)^2}{2m_2}$$

Επειδή $|\Delta p_1| = |\Delta p_2|$ και $m_1 \neq m_2$, θα είναι $\Delta K_1 \neq \Delta K_2$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Το πείραμα του Millikan, γνωστό και ως πείραμα της σταγόνας λαδιού, είναι από τα πιο διάσημα πειράματα στην ιστορία της Φυσικής και είχε ως αποτέλεσμα την ακριβή μέτρηση για πρώτη φορά του στοιχειώδους φορτίου (φορτίου του ηλεκτρονίου) το 1909. Η συσκευή με την οποία πραγματοποιήθηκε το πείραμα φαίνεται στη φωτογραφία. Στο κάτω μέρος της συσκευής υπάρχει ομογενές ηλεκτρικό πεδίο (επίπεδος πυκνωτής με τους οπλισμούς - πλάκες τοποθετημένους οριζόντια). Αρνητικά φορτισμένες σταγόνες λαδιού εισέρχονται από την οπή Α που υπάρχει στο θετικό οπλισμό του οριζόντια επίπεδου πυκνωτή. Όλο τα σύστημα βρίσκεται σε κενό. Η σταγόνα Σ, με μάζα $m = 0{,}1\,g$ και φορτίο $q = 1{,}5 \times 10^{-8}\,C^{-}$, κινείται ήδη εντός του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή, που έχει ένταση $E = 60\,kV/m$. Η απόσταση μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή είναι $d = 10\,mm$.



4.1. Να σχεδιάσετε τη φορά των δυναμικών γραμμών του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή, και να υπολογίσετε την ηλεκτρική δύναμη που δέχεται η σταγόνα Σ.

Μονάδες 5

4.2. Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που δέχεται η σταγόνα, καθώς και την κατεύθυνση της κίνησής της. Υπολογίστε την επιτάχυνση με την οποία κινείται.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε το έργο της ηλεκτρικής δύναμης κατά τη μετακίνηση της σταγόνας λαδιού από τον θετικό στον αρνητικό οπλισμό του πυκνωτή.

Μονάδες 6

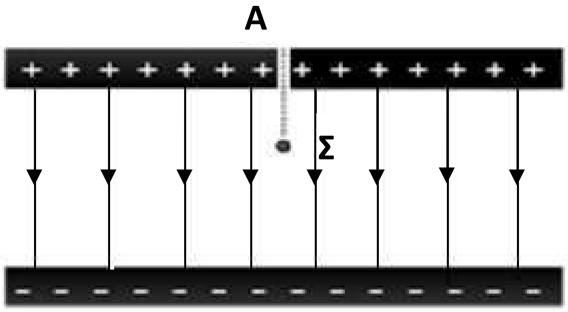
4.4. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της κινητικής ενέργεια της σταγόνας κατά την κίνησή της από τον θετικό στον αρνητικό οπλισμό του πυκνωτή.

Μονάδες 8

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g = 10\,m/s^2$. Η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

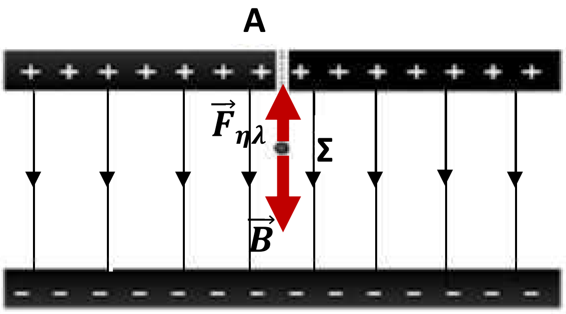
4.1.

$$F_{\eta\lambda} = qE = (1{,}5 \times 10^{-8}\,C)\left(60\frac{kV}{m}\right) =$$
$$= (1{,}5 \times 10^{-8}\,C)\left(60 \times 10^{3}\frac{N}{C}\right)$$
$$= 9 \times 10^{-4}\,N$$



Μονάδες 5

4.2. Η σταγόνα δέχεται το βάρος της προς τα κάτω και την ηλεκτρική δύναμη προς τα επάνω (η ίδια είναι αρνητικά φορτισμένη, οπότε έλκεται από τον θετικό οπλισμό). (2 μονάδες)



Το βάρος της σταγόνας είναι $B = mg = (0{,}1\,g)\left(10\frac{m}{s^2}\right) = (0{,}1 \times 10^{-3}\,kg)\left(10\frac{m}{s^2}\right) = 10 \times 10^{-4}\,N$ (1 μονάδα)

Το βάρος είναι μεγαλύτερο από την ηλεκτρική δύναμη σε μέτρο, άρα η σταγόνα θα επιταχυνθεί **προς τα κάτω** (1 μονάδα). Σύμφωνα με τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα (2 μονάδες):

$$a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{B - F_{\eta\lambda}}{m} = \frac{10 \times 10^{-4}\,N - 9 \times 10^{-4}\,N}{0{,}1 \times 10^{-3}\,kg} = 1\,m/s^2$$

Μονάδες 6

4.3. Η ηλεκτρική δύναμη κάνει αρνητικό έργο, αφού είναι αντίθετη (ασκείται κατακόρυφα προς τα επάνω) στην κίνηση του σώματος (η οποία γίνεται κατακόρυφα προς τα κάτω). (Ισοδύναμα, $\sigma\upsilon\nu\theta = \sigma\upsilon\nu 180^o = -1$ για αντικατάσταση στον τύπο του έργου) (2 μονάδες). Υπολογισμός (4 μονάδες):

$$W_{F_{\eta\lambda}} = -F_{\eta\lambda}d = -(9 \times 10^{-4}\,N)(10\,mm) = -(9 \times 10^{-4}\,N)(10 \times 10^{-3}\,m) = -9 \times 10^{-6}\,J$$

Μονάδες 6

4.4. Από το θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{o\lambda} = \Sigma Fd = (10 \times 10^{-4}\,N - 9 \times 10^{-4}\,N)(10\,mm) = (10^{-4}\,N)(10 \times 10^{-3}\,m)$$
$$= 10^{-6}\,J$$

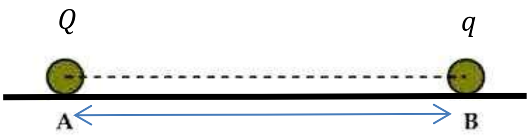
ή με διαφορετικό τρόπο υπολογισμού: $K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{o\lambda} = W_B + W_{F_{\eta\lambda}} = mgd + W_{F_{\eta\lambda}} =$

$$(0{,}1 \times 10^{-3}\,kg)\left(10\frac{m}{s^2}\right)(10 \times 10^{-3}\,m) + (-9 \times 10^{-6}\,J) = 10^{-6}\,J$$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

Τα σωματίδια Α και Β συγκρατούνται ακίνητα σε λείο οριζόντιο επίπεδο κατασκευασμένο από μονωτικό υλικό, όπως φαίνεται στο σχήμα. Τα σωματίδια έχουν ίσα θετικά φορτία $Q = q$ μάζες m_A και m_B αντίστοιχα, το σύστημα των δύο ηλεκτρικών φορτίων έχει ηλεκτρική δυναμική ενέργεια U και αφήνονται να κινηθούν.



4.1. Να δείξετε ότι ο λόγος των μέτρων των ταχυτήτων που έχουν κάθε χρονική στιγμή τα δύο σωματίδια είναι αντιστρόφως ανάλογος με τον λόγο των μαζών τους.

Μονάδες 5

4.2. Να δείξετε ότι η κινητική ενέργεια του Β, σε πολύ μεγάλη απόσταση από το Α (σε απόσταση τόση ώστε τα σωματίδια πρακτικά δεν αλληλεπιδρούν), δίνεται από τη σχέση:

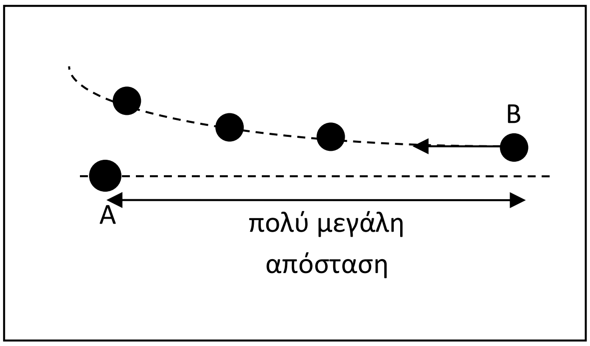
$$K_B = \frac{m_A}{m_A+m_B}\,U.$$

Μονάδες 8

4.3. Για αυτό το ερώτημα υποθέτουμε πως η μάζα του Α είναι πολύ μεγαλύτερη της μάζας του Β ($m_A \gg m_B$), ώστε στους υπολογισμούς η μάζα του Β να θεωρείται αμελητέα σε σχέση με τη μάζα του Α. Να υπολογίσετε, αξιοποιώντας το αποτέλεσμα του ερωτήματος 4.2. ή με όποιον άλλο τρόπο σκεφτείτε, τις κινητικές ενέργειες των Α και Β όταν βρίσκονται σε πολύ μεγάλη απόσταση μεταξύ τους.

Μονάδες 7

4.4. Όταν το Β φθάνει σε μεγάλη απόσταση από το Α, το εκτοξεύουμε και πάλι προς τα πίσω, όχι όμως ακριβώς στην ευθεία που ενώνει τα δύο σωματίδια αλλά λίγο έκκεντρα, όπως φαίνεται στο σχήμα που αποτελεί κάτοψη του επιπέδου στο οποίο γίνεται η κίνηση. Εξηγήστε γιατί το Β θα ακολουθήσει μια τροχιά όπως αυτή που φαίνεται στο σχήμα. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε κατάλληλο σχήμα.



Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το σύστημα είναι μονωμένο διότι δεν του ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις, άρα η ορμή του συστήματος διατηρείται (1 μονάδα). Αρχικά τα δύο σωματίδια είναι ακίνητα, άρα η ορμή του συστήματος είναι μηδέν (1 μονάδα). Σε μία τυχαία χρονική στιγμή οι ταχύτητές τους θα έχουν μέτρα v_A και v_B αντίστοιχα, οπότε, με δεδομένο πως κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις, λόγω άπωσης (και τα δύο είναι θετικά), η ορμή του συστήματος θα μπορεί να γραφτεί ως $m_B v_B - m_A v_A$ (θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα δεξιά στο σχήμα) (1 μονάδα).

Γράφοντας την αρχή διατήρησης ορμής:

$$\vec{p}_{ολ,πριν} = \vec{p}_{ολ,μετά}$$

$$0 = m_B v_B - m_A v_A$$

$$m_B v_B = m_A v_A$$

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{m_B}{m_A}$$

άρα οι ταχύτητες είναι αντιστρόφως ανάλογες των μαζών (2 μονάδες)

Μονάδες 5

4.2. Με δεδομένο πως η μόνη δύναμη που παράγει έργο στο σύστημα είναι η ηλεκτροστατική δύναμη Coulomb (συντηρητική δύναμη) η μηχανική ενέργεια του συστήματος διατηρείται (1 μονάδα). Ως αποτέλεσμα, το άθροισμα ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας και κινητικής ενέργειας των δύο σωματιδίων στην αρχή είναι ίσο με το αντίστοιχο άθροισμα όταν τα δύο σωματίδια θα βρίσκονται σε πολύ μεγάλη απόσταση (1 μονάδα). Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος σε πολύ μεγάλη απόσταση είναι μηδενική (1 μονάδα), ενώ η κινητική ενέργεια των δύο σωματιδίων στην αρχή ήταν επίσης μηδενική (1 μονάδα).

$$(U+K)_{αρχ} = (U+K)_{τελ}$$

$$U + 0 = 0 + K_A + K_B$$

Οι κινητικές ενέργειες των δύο σωματιδίων συνδέονται μέσω των ταχυτήτων τους, με βάση τη σχέση του ερωτήματος 4.1 (η οποία μπορεί να γραφεί ως $v_A = v_B \frac{m_B}{m_A}$) (2 μονάδες):

$$K_A = \frac{1}{2} m_A {v_A}^2 = \frac{1}{2} m_A (v_B \frac{m_B}{m_A})^2 = \frac{1}{2} \frac{{m_B}^2}{m_A} {v_B}^2 = \frac{m_B}{m_A} \frac{1}{2} m_B {v_B}^2 = \frac{m_B}{m_A} K_B$$

Αντικαθιστώντας στην σχέση που συνδέει τις ενέργειες και λύνοντας ως προς K_B προκύπτει το ζητούμενο (2 μονάδες):

$$U = \frac{m_B}{m_A} K_B + K_B$$

$$U = (\frac{m_B}{m_A} + 1) K_B$$

$$U = \frac{m_B + m_A}{m_A} K_B$$

$$K_B = \frac{m_A}{m_A + m_B} U$$

Μονάδες 8

4.3. Το αποτέλεσμα του ερωτήματος 4.2 είναι πως

$$K_B = \frac{m_A}{m_A + m_B} U$$

Αν ισχύει πως $m_A \gg m_B$, τότε $m_A + m_B \cong m_A$ (2 μονάδες), άρα (2 μονάδες):

$$K_B = \frac{m_A}{m_A + m_B} U \cong \frac{m_A}{m_A} U = U$$

Αν επανέλθουμε στην ενδιάμεση μορφή της διατήρησης μηχανικής ενέργειας που βρέθηκε στη διάρκεια της λύσης του 4.2 (3 μονάδες):

$$U = K_A + K_B$$

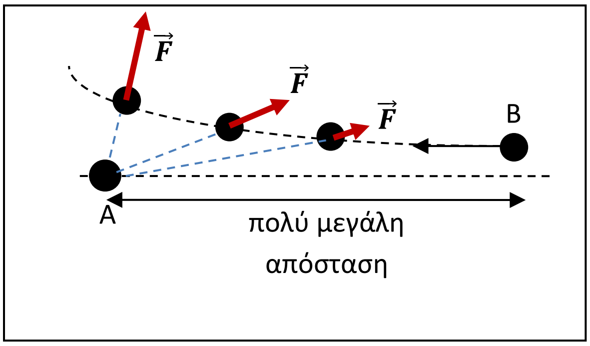
$$U = K_A + U$$

$$K_A = 0$$

(Εναλλακτικά, στη λύση του 4.2 βρέθηκε πως $K_A = \frac{m_B}{m_A} K_B$. Με δεδομένο πως $m_A \gg m_B$, ισχύει πως $\frac{m_B}{m_A} \cong 0$, άρα $K_A = 0$. Αντίστοιχα μπορεί κανείς να σκεφθεί πως $v_A = v_B \frac{m_B}{m_A} \cong 0$, οπότε πάλι $K_A = 0$)

Μονάδες 7

4.4. Τα δύο σωματίδια είναι θετικά άρα απωθούνται υπό την επίδραση της ηλεκτροστατικής δύναμης Coulomb $\vec{F}$ η οποία δρα στην ευθεία που συνδέει τα δύο σωματίδια (2 μονάδες). Αυτό σημαίνει πως η κίνηση του σωματιδίου Β θα αποκλίνει προς τα επάνω όπως φαίνεται στο σχήμα (1 μονάδα).

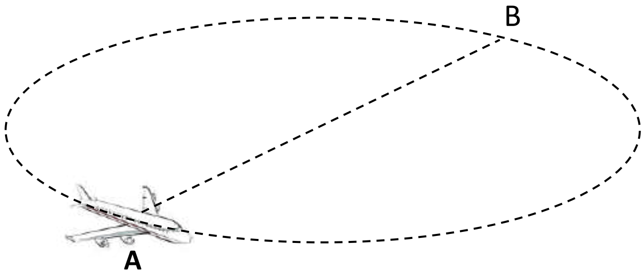


Το μέτρο της δύναμης Coulomb είναι αντιστρόφως ανάλογο του τετραγώνου της απόστασης (2 μονάδες), άρα μεγαλώνει όσο το σωματίδιο Β κινείται προς τα αριστερά και αυτό οδηγεί στην μεγαλύτερη καμπύλωση της τροχιάς όσο το Β πλησιάζει το Α.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4

Αεροπλάνο μάζας $20.000\ kg$ πετάει σε οριζόντιο κύκλο περιμένοντας άδεια να προσγειωθεί. Το μέτρο της ταχύτητάς του παραμένει σταθερό και ίσο με $100\ m/s$. Τα αεροπλάνα στρίβουν πάντα με κατάλληλο τρόπο ώστε να μειώσουν την αίσθηση της επιτάχυνσης στους επιβάτες, η οποία μπορεί να προκαλέσει δυσφορία στους τελευταίους.



4.1. Υπολογίστε την ακτίνα του κύκλου ώστε οι επιβάτες να μην αισθανθούν οριζόντια (κεντρομόλο) επιτάχυνση πάνω από $0{,}1g$.

Μονάδες 6

4.2. Υπολογίστε το μέτρο της μεταβολής της ταχύτητας του αεροπλάνου ανάμεσα στα σημεία Α και Β (όπου Β το σημείο αντιδιαμετρικά του Α).

Μονάδες 6

Ενώ το αεροπλάνο βρίσκεται σε ύψος $1280\ m$ και στο σημείο Β του παραπάνω σχήματος, **αφήνει** ένα πακέτο μάζας $5\ kg$ να πέσει προς το έδαφος, χωρίς αλεξίπτωτο. Οι διαστάσεις του πακέτου είναι πολύ μικρές, ώστε να μπορούμε να αγνοήσουμε την επίδραση της αντίστασης του αέρα.

4.3. Υπολογίστε την οριζόντια απόσταση ανάμεσα στο σημείο Β και στο σημείο όπου το πακέτο θα χτυπήσει στο έδαφος (βεληνεκές).

Μονάδες 6

4.4. 4. Υπολογίστε την εφαπτομένη της γωνίας που θα σχηματίζει η ταχύτητα του πακέτου με το οριζόντιο επίπεδο όταν το πακέτο θα χτυπήσει στο έδαφος.

Μονάδες 7

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ m/s^2$

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η κεντρομόλος επιτάχυνση πρέπει να είναι ίση με $0,1g = 0,1\left(10\frac{m}{s^2}\right) = 1\ m/s^2$ (2 μονάδες)
Από τον τύπο της κεντρομόλου επιτάχυνσης (4 μονάδες):

$$a_K = \frac{v^2}{R}$$
$$1\ m/s^2 = \frac{(100\frac{m}{s})^2}{R}$$
$$R = 10.000\ m$$

Μονάδες 6

4.2. Στο σημείο Β η ταχύτητα θα έχει ίσο μέτρο και αντίθετη κατεύθυνση (3 μονάδες), επομένως (3 μονάδες)

$$\Delta v = v_B - v_A = \left(100\ \frac{m}{s}\right) - \left(-100\ \frac{m}{s}\right) = 200\ m/s$$

Μονάδες 6

4.3. Το πακέτο θα εκτελέσει οριζόντια βολή, οπότε για τη στιγμή που θα φτάσει στο έδαφος θα ισχύουν:
Στον κατακόρυφο άξονα (3 μονάδες): $y = \frac{1}{2}gt^2$ ή $(1280\ m) = \frac{1}{2}\left(10\frac{m}{s^2}\right)t^2$ ή $t = 16\ s$
Στον οριζόντιο άξονα (3 μονάδες): $x = vt = \left(100\frac{m}{s}\right)(16\ s) = 1600\ m$

Μονάδες 6

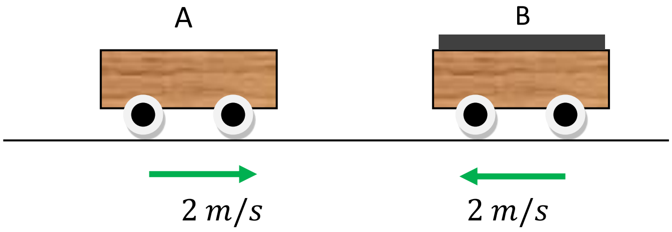
4.4. Το πακέτο θα εκτελέσει οριζόντια βολή, οπότε για τη στιγμή που θα φτάσει στο έδαφος θα ισχύουν:
Στον κατακόρυφο άξονα (2 μονάδες): $v_y = gt = \left(10\frac{m}{s^2}\right)(16\ s) = 160\ m/s$
Στον οριζόντιο άξονα (2 μονάδες): $v_x = v = 100\ m/s$
Για τη γωνία θ που σχηματίζει η ταχύτητα με το οριζόντιο επίπεδο ισχύει (3 μονάδες):

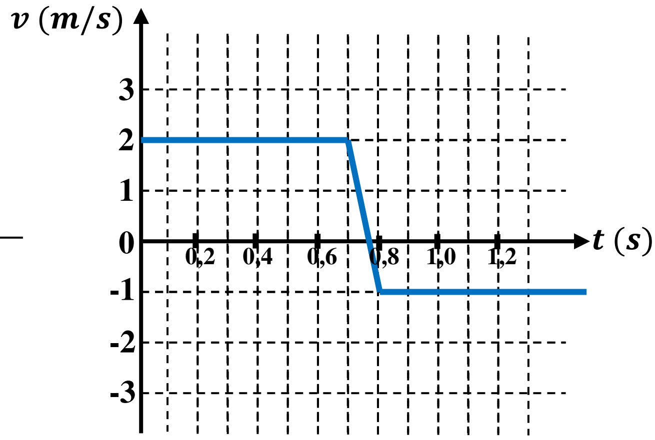
$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{160\ m/s}{100\ m/s} = 1,6$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Στο παρακάτω σχήμα, το εργαστηριακό αμαξίδιο Α, μάζας $1\ kg$, κινείται οριζόντια με αρχική ταχύτητα $2\ m/s$. Συγκρούεται με το εργαστηριακό αμαξίδιο Β μάζας $2\ kg$ το οποίο κινείται στην αντίθετη κατεύθυνση με ταχύτητα μέτρου $2\ m/s$. Η γραφική παράσταση που ακολουθεί, μας δείχνει την μεταβολή της ταχύτητας του αμαξιδίου Α (πριν, κατά τη διάρκεια και μετά την κρούση).





4.1. Υπολογίστε τη μεταβολή της ορμής του αμαξιδίου Α κατά την κρούση.

Μονάδες 6

4.2. Υπολογίστε την ταχύτητα του αμαξιδίου Β μετά την κρούση.

Μονάδες 7

4.3. Υπολογίστε τη δύναμη που ασκήθηκε στο αμαξίδιο Β κατά την κρούση.

Μονάδες 6

4.4. Υπολογίστε την μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο αμαξιδίων κατά την κρούση.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

4.1. Από το διάγραμμα φαίνεται πως η ταχύτητα του Α μετά την κρούση είναι $-1\ m/s$.

$$\Delta p_A = p'_A - p_A = (1\ kg)\left(-1\frac{m}{s}\right) - (1\ kg)\left(2\frac{m}{s}\right) = -3\ kg\frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.2. Το σύστημα των δύο αμαξιδίων μπορεί να θεωρηθεί, έστω κατά προσέγγιση, μονωμένο στη διάρκεια της κρούσης (1 μονάδα).

Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής (5 μονάδες):

$$\vec{p}_{ολ,πριν} = \vec{p}_{ολ,μετα}$$

$$(1\ kg)\left(2\frac{m}{s}\right) + (2\ kg)\left(-2\frac{m}{s}\right) = (1\ kg)\left(-1\frac{m}{s}\right) + (2\ kg)v_B{}'$$

$$v'_B = -0{,}5\ m/s$$

Άρα το Β κινείται προς τα αριστερά (1 μονάδα) με ταχύτητα μέτρου $0{,}5\ m/s$.

Μονάδες 7

4.3. Το Β δέχεται δύναμη από το Α στη διάρκεια της κρούσης. Από το διάγραμμα φαίνεται πως η κρούση διαρκεί μεταξύ $0{,}7\ s$ και $0{,}8\ s$, άρα διαρκεί $0{,}1\ s$ (2 μονάδες). Με βάση τον 2^{ο} νόμο του Νεύτωνα (4 μονάδες):

$$\Sigma F = \frac{\Delta p_B}{\Delta t} = \frac{p'_B - p_B}{\Delta t} = \frac{(2\ kg)\left(-0{,}5\frac{m}{s}\right) - (2\ kg)\left(-2\frac{m}{s}\right)}{0{,}1\ s} = 30\ N$$

Μονάδες 6

4.4. Πριν την κρούση, η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο αμαξιδίων είναι (2 μονάδες):

$$K_{πριν} = K_A + K_B = \frac{1}{2}m_A v_A{}^2 + \frac{1}{2}m_B v_B{}^2 = \frac{1}{2}(1\ kg)(2\frac{m}{s})^2 + \frac{1}{2}(2\ kg)(2\frac{m}{s})^2 = 6\ J$$

Μετά την κρούση, η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο αμαξιδίων είναι (2 μονάδες):

$$K_{μετά} = K_A{}' + K_B{}' = \frac{1}{2}m_A v_A{}'^2 + \frac{1}{2}m_B v_B{}'^2 = \frac{1}{2}(1\ kg)(1\frac{m}{s})^2 + \frac{1}{2}(2\ kg)(0{,}5\frac{m}{s})^2 = 0{,}75\ J$$

Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας είναι (2 μονάδες):

$$\Delta K = K_{μετά} - K_{πριν} = (0{,}75\ J) - (6\ J) = -5{,}25\ J$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

Οι εξωπλανήτες είναι πλανήτες οι οποίοι περιφέρονται γύρω από μακρινούς αστέρες, όπως η Γη περιφέρεται γύρω από τον Ήλιο. Μια βασική προϋπόθεση ώστε να μπορούσαν κάποτε άνθρωποι να επισκεφθούν κάποιον εξωπλανήτη και να μπορεί αυτός να συντηρήσει ζωή όπως την γνωρίζουμε, είναι να έχει βαρύτητα συγκρίσιμη με αυτήν της Γης. Ένας υποθετικός εξωπλανήτης έχει ακτίνα $R = 6 \times 10^6\ m$ και μάζα τέτοια ώστε $GM = 3{,}6 \times 10^{14}\ Nm^2/kg$.

4.1. Να υπολογίσετε την ένταση g_0 του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια του εξωπλανήτη και να επιβεβαιώσετε έτσι πως η βαρύτητά του είναι παρόμοια με αυτήν της Γης.

Μονάδες 6

Για να μελετηθεί καλά ο υποθετικός εξωπλανήτης από μελλοντικούς επισκέπτες, οι τελευταίοι θα τοποθετούσαν τεχνητούς δορυφόρους σε τροχιά γύρω από αυτόν.

4.2. Υπολογίστε την γραμμική ταχύτητα περιφοράς δορυφόρου ο οποίος εκτελεί κυκλική τροχιά γύρω από το κέντρο του πλανήτη σε ύψος R από την επιφάνειά του.

Μονάδες 7

4.3. Υπολογίστε τον χρόνο που χρειάζεται ο ίδιος δορυφόρος για να εκτελέσει μία πλήρη περιφορά γύρω από τον εξωπλανήτη.

Μονάδες 6

Μία ιδιαίτερα χρήσιμη κατηγορία δορυφόρων είναι οι γεωσύγχρονοι δορυφόροι. Στον συγκεκριμένο εξωπλανήτη ένας τέτοιος δορυφόρος πρέπει να τοποθετηθεί σε κυκλική τροχιά με κέντρο το κέντρο του εξωπλανήτη και ακτίνα $r' = 2.4 \times 10^7\ m$.

4.4. Υπολογίστε την ενέργεια που πρέπει να δοθεί σε έναν πύραυλο μάζας $m = 1000\ kg$, ώστε να φτάσει σε ύψος ίδιο με αυτό του γεωσύγχρονου δορυφόρου, ξεκινώντας από την επιφάνεια του πλανήτη.

Μονάδες 6

Μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι ακόλουθες προσεγγίσεις: $\sqrt{0{,}3} \cong 0{,}55$, $\frac{24\pi}{55} \cong 1{,}4$. Υπενθυμίζεται πως στην επιφάνεια της Γης η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\ m/s^2$.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Απλή αντικατάσταση (5 μονάδες) $g_0 = \frac{GM}{R^2} = \frac{3{,}6\times10^{14}\ Nm^2/kg}{(6\times10^6\ m\,)^2} = 10\ N/kg$

Παρατηρούμε πως η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια του πλανήτη είναι όση και στη Γη (1 μονάδα).

Μονάδες 6

4.2. Η ακτίνα της τροχιάς του δορυφόρου θα είναι $r = R + h = R + R = 2R$ (1 μονάδα).

Πρέπει η βαρυτική δύναμη να παίζει τον ρόλο της κεντρομόλου δύναμης (2 μονάδες):

$$F_\kappa = F_{\beta\alpha\rho}$$

Αντικατάσταση και επίλυση (4 μονάδες):

$$\frac{mv^2}{2R} = \frac{GMm}{(2R)^2}$$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{2R}}$$

$$v = \sqrt{\frac{3{,}6\times10^{14}\,\frac{Nm^2}{kg}}{2(6\times10^6\ m)}}$$

$$v = \sqrt{0{,}3}\times10^4\,\frac{m}{s} \cong 5500\ m/s$$

Μονάδες 7

4.3. Εφόσον η κίνηση είναι ομαλή κυκλική:

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi 2R}{T}$$

$$T = \frac{4\pi R}{v} = \frac{4\pi(6\times10^6\ m)}{5500\ m/s} \cong 1{,}4\times10^4\ s$$

Μονάδες 6

4.4. Το έργο του βαρυτικού πεδίου για τη μετακίνηση μάζας m από σημείο Α σε σημείο Β του βαρυτικού πεδίου είναι (2 μονάδες)

$$W_{A\to B} = m(V_A - V_B)$$

Το βαρυτικό δυναμικό δίνεται από τον τύπο: $V = -\frac{GM}{r}$

Για τον πύραυλο, Α=σημείο στην επιφάνεια της Γης και Β=σημείο σε απόσταση $2{,}4\times10^7\ m$ από το κεντρο του πλανήτη, άρα $r_A = R$, $r_B = r' = 2{,}4\times10^7\ m$ (1 μονάδα).

Με αντικατάσταση (2 μονάδες):

$$W_{A\to B} = m\left(-\frac{GM}{R} - \left(-\frac{GM}{r'}\right)\right) = (10^3\ kg)\left(-\frac{3{,}6\times10^{14}\,\frac{Nm^2}{kg}}{6\times10^6\ m} - \left(-\frac{3{,}6\times10^{14}\,\frac{Nm^2}{kg}}{2.4\times10^7\ m}\right)\right)$$

$$= -4{,}5\times10^{10}\ J$$

Η ενέργεια που πρέπει να δοθεί είναι (1 μονάδα) ακριβώς $E = -W_{A\to B} = 4{,}5 \times 10^{10}\ J$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 2

2.1. Σε ένα ρολόι τοίχου, ο ωροδείκτης έχει μήκος l_1, ο λεπτοδείκτης μήκος l_2 και για τα μήκη τους ισχύει η σχέση $l_2 = 1{,}5 \cdot l_1$. Οι δύο δείκτες περιστρέφονται γύρω από κοινό άξονα προσαρμοσμένο στο ένα τους άκρο. Για τα μέτρα υ_1και υ_2, των γραμμικών ταχυτήτων των κινούμενων άκρων του ωροδείκτη και του λεπτοδείκτη αντίστοιχα, ισχύει η σχέση:

(α). $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = 18$ **(β).** $\frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} = 1{,}5$ **(γ).** $\frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} = 18$

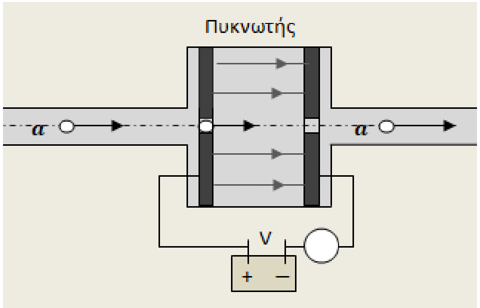
2.1.Α.Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β.Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2.Τα σωμάτια **α** είναι σωματίδια που αποτελούνται από δύο πρωτόνια και δύο νετρόνια. Σε τμήμα επιταχυντή σωματιδίων, σωμάτια **α** που κινούνται οριζόντια, ευθύγραμμα και ομαλά, χωρίς να δέχονται δυνάμεις αντίστασης, διαπερνούν κάθετα μια επίπεδη μεταλλική πλάκα, από κατάλληλη οπή και εξέρχονται επίσης κάθετα διαπερνώντας μια δεύτερη μεταλλική επιφάνεια που βρίσκεται απέναντι, σε σταθερή απόσταση από την πρώτη, από κατάλληλη οπή που υπάρχει και σε αυτή. Τα σωμάτια **α** κινούνται πάντα ευθύγραμμα και οι δύο οπές βρίσκονται στην ευθεία της κίνησης των σωματιδίων, όπως στην εικόνα. Το ηλεκτρικό φορτίο του πρωτονίου είναι το στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο ($q_\pi = e$).



Μεταξύ των δύο κατακόρυφων μεταλλικών πλακών, δημιουργείται ομογενές ηλεκτρικό πεδίο με κατεύθυνση ίδια με αυτή της κίνησης των σωματιδίων, με αυτόματη ενεργοποίηση κατάλληλης τάσης V, τη στιγμή ακριβώς που ένα σωμάτιο **α** εισέρχεται στο χώρο μεταξύ των δύο πλακών και καταργείται με απενεργοποίησή της, όταν αυτό εξέρχεται από το χώρο αυτό.

Ένα σωμάτιο **α** εισέρχεται στο ομογενές πεδίο με κινητική ενέργεια $K_0 = 500\ eV$ και εξέρχεται από αυτό με διπλάσια κινητική ενέργεια. Η τάση που εφαρμόστηκε μεταξύ των μεταλλικών πλακών κατά το πέρασμα του σωματιδίου από το χώρο μεταξύ τους, ήταν:

(α) $V = 250\ V$, **(β)** $V = 500\ V$, **(γ)** $V = 1000\ V$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η περίοδος της κυκλικής κίνησης του ελεύθερου άκρου του ωροδείκτη είναι $T_1 = 12\ \mathrm{h}$. Η περίοδος της κυκλικής κίνησης του ελεύθερου άκρου του λεπτοδείκτη είναι $T_2 = 1\ \mathrm{h}$. Άρα για τις δύο περιόδους ισχύει η σχέση $T_1 = 12 \cdot T_2$.

Για το λόγο των μέτρων των γραμμικών ταχυτήτων των ελεύθερων άκρων του λεπτοδείκτη (υ_2) και του ωροδείκτη (υ_1), ισχύει:

$$\frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} = \frac{\frac{2\cdot\pi\cdot l_2}{T_2}}{\frac{2\cdot\pi\cdot l_1}{T_1}} = \frac{T_1 \cdot l_2}{T_2 \cdot l_1} = \frac{12 \cdot T_2 \cdot 1{,}5 \cdot l_1}{T_2 \cdot l_1} = 18$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α.Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Το ηλεκτρικό φορτίο του σωματίου α είναι το φορτίο των δύο πρωτονίων του, δηλαδή $q_\alpha = 2 \cdot e$. Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το σωμάτιο α κατά το πέρασμά του από το ενεργοποιημένο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή:

$\varDelta K = W_{\eta\lambda}$, $\quad 2 \cdot K_0 - K_0 = q_\alpha \cdot V$, $\quad K_0 = q_\alpha \cdot V$

ή $\quad 500\ \mathrm{eV} = 2e \cdot V$

και τελικά $V = 250\ \mathrm{V}$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ένα σώμα μάζας m εκτοξεύεται από την επιφάνεια της Σελήνης με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$ που έχει διεύθυνση ίδια με τη διεύθυνση της ακτίνας της Σελήνης που περνάει από το σημείο εκτόξευσης και φορά προς το διάστημα. Αν τη στιγμή της εκτόξευσης το σώμα, έχει θετική μηχανική ενέργεια $E_M^{αρχ} = E_0 > 0$ και μετά την εκτόξευσή του κινείται ελεύθερα με μοναδική δύναμη την έλξη του από τη Σελήνη, τότε:

(α) το σώμα δεν θα καταφέρει να διαφύγει από την έλξη της Σελήνης

(β) το σώμα θα καταφέρει να διαφύγει από την έλξη της Σελήνης, με μηδενική ταχύτητα

(γ) το σώμα θα καταφέρει να διαφύγει από την έλξη της Σελήνης, κινούμενο προς το διάστημα με ταχύτητα μέτρου $\upsilon = \sqrt{\frac{2 \cdot E_0}{m}}$.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο μικρές σφαίρες με μάζες $m_1 = m$ και $m_2 = 2 \cdot m$ κινούνται αντίθετα πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Τα μέτρα των ταχυτήτων τους υ_1, υ_2 αντίστοιχα, είναι ίσα ακριβώς πριν συγκρουστούν και ισχύει $\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon_0$. Τα δύο σώματα συγκρούονται κεντρικά και η κρούση είναι πλαστική, με αποτέλεσμα να δημιουργηθεί συσσωμάτωμα.

Το μέτρο της μεταβολής της ορμής κάθε σώματος εξαιτίας της κρούσης είναι:

(α) $|\overrightarrow{\Delta p_1}| = |\overrightarrow{\Delta p_2}| = 0$, **(β)** $|\overrightarrow{\Delta p_1}| = |\overrightarrow{\Delta p_2}| = \frac{4}{3} \cdot m \cdot \upsilon_0$, **(γ)** $|\overrightarrow{\Delta p_1}| = |\overrightarrow{\Delta p_2}| = 2 \cdot m \cdot \upsilon_0$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Αν η εκτόξευση του σώματος γινόταν με την ταχύτητα διαφυγής, θα κατάφερνε μόλις να φτάσει εκτός πεδίου, δηλαδή με μηδενική ταχύτητα και θα είχε μηχανική ενέργεια μηδέν. Επειδή κατά την κίνηση του σώματος, η μηχανική ενέργεια διατηρείται, η μηχανική ενέργεια θα ήταν μηδέν σε όλες τις θέσεις, άρα και στο σημείο εκτόξευσης. Τώρα όμως, που εκτοξεύεται με θετική μηχανική ενέργεια, θα εξέρχεται από το πεδίο βαρύτητας της Σελήνης με κινητική ενέργεια και θα ισχύει:

$E_M^{\infty} = E_M^{εκτ} = E_0$, $\frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_{\infty}^2 = E_0$, οπότε $\upsilon_{\infty} = \sqrt{\frac{2 \cdot E_0}{m}}$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Κατά την πλαστική κρούση των δύο σφαιρών ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής:

$\vec{p}_{πριν} = \vec{p}_{μετά}$, ή με θετική την αρχική φορά κίνησης της σφαίρας μάζας m_1 :

$m \cdot \upsilon_0 - 2 \cdot m \cdot \upsilon_0 = 3 \cdot m \cdot \upsilon,$ άρα $\upsilon = -\frac{\upsilon_0}{3}$,

με το αρνητικό πρόσημο να δηλώνει ότι η φορά κίνησης του συσσωματώματος είναι αντίθετη εκείνης του σώματος μάζας m_1.

Για τη μεταβολή της ορμής κάθε σφαίρας, εξαιτίας της κρούσης ισχύει:

$$Δp_1 = m \cdot \upsilon - m \cdot \upsilon_1 = m \cdot \left(-\frac{\upsilon_0}{3}\right) - m \cdot \upsilon_0 = -\frac{4 \cdot m \cdot \upsilon_0}{3}$$

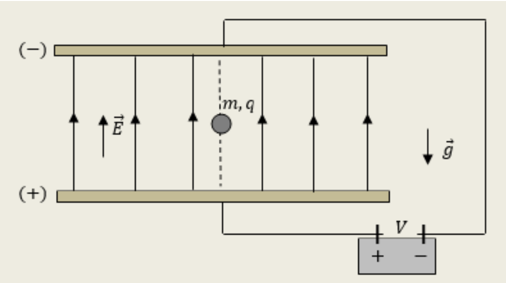
$$Δp_2 = 2 \cdot m \cdot \upsilon - 2 \cdot m \cdot \upsilon_2 = 2 \cdot m \cdot \left(-\frac{\upsilon_0}{3} + \upsilon_0\right) = \frac{4 \cdot m \cdot \upsilon_0}{3}$$

Δηλαδή τελικά $|\overrightarrow{Δp_1}| = |\overrightarrow{Δp_2}| = \frac{4 \cdot m \cdot \upsilon_0}{3}$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Με τη βοήθεια δύο οριζόντιων μεταλλικών πλακών που συγκρατούνται σε σταθερή απόσταση μεταξύ τους, δημιουργήσαμε κατακόρυφο και ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, φορτίζοντας τις δύο πλάκες, δημιουργώντας τάση V μεταξύ τους, όπως στη διάταξη που φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί.
Ένα μικρό μεταλλικό σφαιρίδιο, μάζας m, θετικά φορτισμένο με ηλεκτρικό φορτίο q, ισορροπεί ακίνητο μέσα στο κατακόρυφο αυτό ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Στην περιοχή η ένταση του πεδίου βαρύτητας της Γης είναι g και οι δυνάμεις από τον αέρα στο σφαιρίδιο, μπορούν να αγνοηθούν.



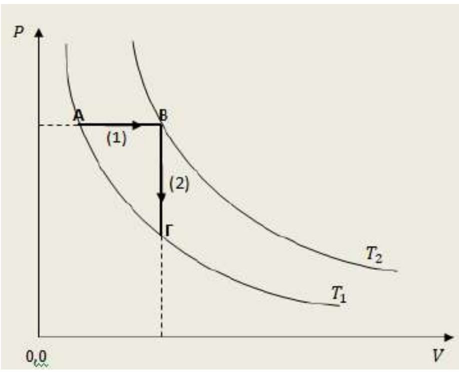
Αν θα μπορούσαμε να διπλασιάσουμε ακαριαία την τάση μεταξύ των μεταλλικών πλακών ($V' = 2 \cdot V$), χωρίς να αλλάξουμε την πολικότητά τους, τότε το σφαιρίδιο:
(α) θα άρχιζε να κινείται προς τα πάνω με επιτάχυνση $\vec{a}$ μέτρου $a = g$
(β) θα εξακολουθούσε να ισορροπεί ακίνητο
(γ) θα άρχιζε να κινείται προς τα κάτω με επιτάχυνση $\vec{a}$ μέτρου $a = g$
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Στο διάγραμμα πίεσης-όγκου ($P - V$), αποδίδονται δύο αντιστρεπτές μεταβολές, ορισμένης ποσότητας ιδανικού μονοατομικού αερίου. Η ισοβαρής αντιστρεπτή θέρμανση ΑΒ (μεταβολή (1)), από αρχική θερμοκρασία T_1 μέχρι θερμοκρασία T_2 και η ισόχωρη αντιστρεπτή ψύξη ΒΓ (μεταβολή (2)), από τη θερμοκρασία T_2, μέχρι την αρχική θερμοκρασία T_1.



Αν είναι Q_2 η θερμότητα που ανταλλάσσει το αέριο με το περιβάλλον κατά την ισόχωρη ψύξη (μεταβολή (2)), τότε για τη θερμότητα Q_1 που ανταλλάσσει στην ισοβαρή θέρμανση (μεταβολή (1)), ισχύει:

(α) $Q_1 = Q_2$, **(β)** $Q_1 = -Q_2$, **(γ)** $Q_1 = -\frac{5}{3} \cdot Q_2$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

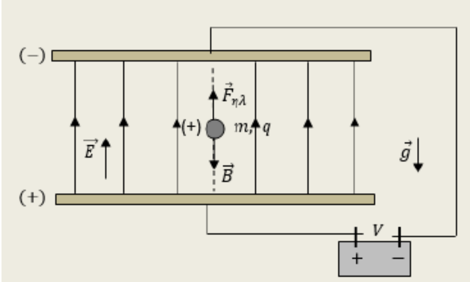
ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

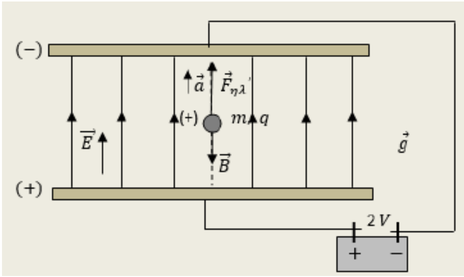
2.1.Β.



Για το μέτρο της έντασης του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου ισχύει $E = \frac{V}{l}$, όπου V η τάση μεταξύ των δύο πλακών και l η απόστασή τους.

Αρχικά το φορτισμένο σωματίδιο ισορροπεί ακίνητο και ισχύει:

$\Sigma F = 0$, ή $F_{\eta\lambda} - B = 0$, ή $E \cdot q = m \cdot g$ ή $\frac{V}{l} \cdot q = m \cdot g$ (1)



Διπλασιάζοντας την τάση μεταξύ των οπλισμών, διπλασιάζεται η ένταση του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου $E' = \frac{2 \cdot V}{l}$. Άρα το μέτρο της ηλεκτρικής δύναμης γίνεται μεγαλύτερο από το μέτρο του βάρους του σφαιριδίου και έτσι αυτό θα αποκτήσει επιτάχυνση προς τα πάνω:

$$a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{F_{\eta\lambda}{}' - m \cdot g}{m} = \frac{E' \cdot q - m \cdot g}{m} = \frac{\frac{2 \cdot V}{l} \cdot q - m \cdot g}{m} = \frac{2 \cdot m \cdot g - m \cdot g}{m} = g$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Εφαρμόζουμε τον πρώτο νόμο της θερμοδυναμικής για την μεταβολή (1) - ισοβαρή θέρμανση ΑΒ:

$$Q_1 = W_1 + \Delta U_1 = P_A \cdot (V_B - V_A) + \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot (T_2 - T_1)$$

ή $$Q_1 = n \cdot R \cdot (T_2 - T_1) + \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot (T_2 - T_1) = \frac{5}{2} \cdot n \cdot R \cdot (T_2 - T_1) \qquad (1)$$

Εφαρμόζουμε τον πρώτο νόμο της θερμοδυναμικής για την μεταβολή (2) – ισόχωρη ψύξη:

$$Q_2 = \Delta U_2 = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot (T_1 - T_2) = -\frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot (T_2 - T_1) \qquad (2)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις εξισώσεις (1) και (2), έχουμε:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = -\frac{5}{3} \;, \; \textit{άρα ισχύει:} \; Q_1 = -\frac{5}{3} \cdot Q_2$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου περιέχεται σε δοχείο σταθερού όγκου, υπό σταθερή πίεση p_1. Εάν αφαιρέσουμε τη μισή ποσότητα του αερίου από το δοχείο και θεωρηθεί ότι η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου διατηρηθεί σταθερή, η πίεση στο εσωτερικό του δοχείου θα γίνει:

(α) $p_2 = \frac{p_1}{2}$, **(β)** $p_2 = p_1$, **(γ)** $p_2 = 2 \cdot p_1$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο σφαίρες $Σ_1$ και $Σ_2$ εκτοξεύονται οριζόντια με την ίδια ταχύτητα από σημεία Α και Β αντίστοιχα που βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο και σε ύψη από το έδαφος h_1 και h_2 αντίστοιχα για τα οποία ισχύει $h_1 = 4 \cdot h_2$. Αν η οριζόντια μετατόπιση από το σημείο εκτόξευσης των σφαιρών $Σ_1$ και $Σ_2$ μέχρι το σημείο πρόσκρουσης στο έδαφος (δηλαδή το βεληνεκές), είναι x_1 και x_2 αντίστοιχα, τότε ισχύει:

(α) $x_1 = 4 \cdot x_2$, **(β)** $x_1 = \sqrt{2} \cdot x_2$, **(γ)** $x_1 = 2 \cdot x_2$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α).

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου εξαρτάται μόνο από τη θερμοκρασία. Εφόσον η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου διατηρηθεί σταθερή και η θερμοκρασία δεν θα αλλάξει στην αρχική και τελική κατάσταση του αερίου.

Εφαρμόζουμε την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων αρχικά:

$$p_1 \cdot V = n_1 \cdot R \cdot T \ (1)$$

Εάν αφαιρέσουμε τη μισή ποσότητα του αερίου από το δοχείο ο αριθμός των moles θα μειωθεί στο μισό, οπότε εφαρμόζοντας την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων και στην τελική κατάσταση προκύπτει:

$$p_2 \cdot V = \frac{n_1}{2} \cdot R \cdot T \ (2)$$

Διαιρώντας τις (1) και (2) κατά μέλη προκύπτει το ζητούμενο:

$$\frac{p_1}{p_2} = 2 \text{ ή } p_2 = \frac{p_1}{2}$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)**.**

Μονάδες 4

2.2.Β.

Οι σφαίρες εκτελούν οριζόντια βολή της οποίας η τροχιά είναι παραβολική και η εξίσωση της προκύπτει από τις εξισώσεις κίνησης της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης και της ελεύθερης πτώσης με απαλοιφή του χρόνου:

Οριζόντιος άξονας:

$$x = \upsilon_0 \cdot t \text{ ή } t = \frac{x}{\upsilon_0}$$

Κατακόρυφος άξονας:

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \text{ή } y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{x^2}{{\upsilon_0}^2} \ (1)$$

Εφαρμόζοντας την (1) για την σφαίρα $Σ_1$ και τη σφαίρα $Σ_2$ έχουμε:

Σφαίρα $Σ_1$:

$$h_1 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{{x_1}^2}{{\upsilon_0}^2} \text{ή } 4 \cdot h_2 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{{x_1}^2}{{\upsilon_0}^2} \ (2)$$

Σφαίρα $Σ_2$:

$$h_2 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{{x_2}^2}{{\upsilon_0}^2} \ (3)$$

Διαιρώντας τις (2) και (3) κατά μέλη προκύπτει το ζητούμενο:

$$4 = \frac{{x_1}^2}{{x_2}^2} \text{ ή } x_1 = 2 \cdot x_2$$

Μονάδες 9

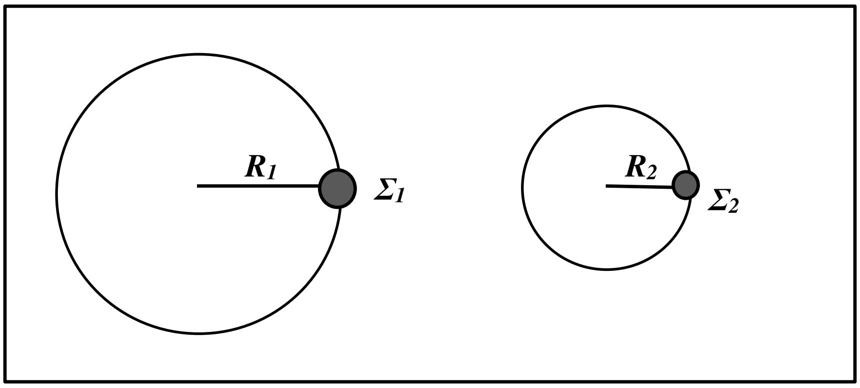
ΘΕΜΑ 2

2.1. « Ένας αθλητής καλαθοσφαίρισης (basketball) πατάει γερά και σηκώνεται αφήνοντας τη μπάλα στο καλάθι».

Να αιτιολογήσετε αν παραβιάζεται ή όχι, η αρχή διατήρησης της ορμής στο σύστημα αθλητής-Γη κατά τη διάρκεια του φαινομένου.

Μονάδες 12

2.2 Δύο σφαιρίδια $Σ_1$ και $Σ_2$ βρίσκονται σε λείο οριζόντιο τραπέζι (κάτοψη του οποίου φαίνεται στο σχήμα), είναι δεμένα με λεπτά μη εκτατά νήματα μήκους R_1 και R_2 αντίστοιχα, από ακλόνητα σημεία με



αποτέλεσμα να εκτελούν κυκλική κίνηση. Έστω ότι οι ακτίνες των τροχιών των δύο σφαιριδίων ικανοποιούν τη σχέση $R_1 = 2 \cdot R_2$ και ότι η περίοδος της κυκλικής κίνησής τους είναι ίδια.

2.2.Α. Να μεταφέρετε στο φύλλο απαντήσεων το σχήμα και να σχεδιάσετε τα διανύσματα της γραμμικής ταχύτητας και της κεντρομόλου επιτάχυνσης σε κάθε σφαιρίδιο.

Μονάδες 2

Αν α_1 είναι το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σφαιριδίου $Σ_1$ και α_2 είναι το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σφαιριδίου $Σ_2$, η σχέση που τα συνδέει, είναι :

(α) $\alpha_1 = 2 \cdot \alpha_2$, **(β)** $\alpha_1 = 4 \cdot \alpha_2$, **(γ)** $\alpha_1 = \frac{1}{2} \cdot \alpha_2$

2.2.Β. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 3

2.2.Γ. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 2

2.1. Η αρχή διατήρησης της ορμής στο σύστημα αθλητής-Γη κατά τη διάρκεια του φαινομένου **δεν** παραβιάζεται. Εφαρμόζοντας την διατήρηση για το σύστημα το οποίο δεν δέχεται εξωτερικές δυνάμεις, οπότε είναι μονωμένο κατά το πάτημα του αθλητή και αμέσως αφού σηκωθεί από το δάπεδο, έχουμε:

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}$$

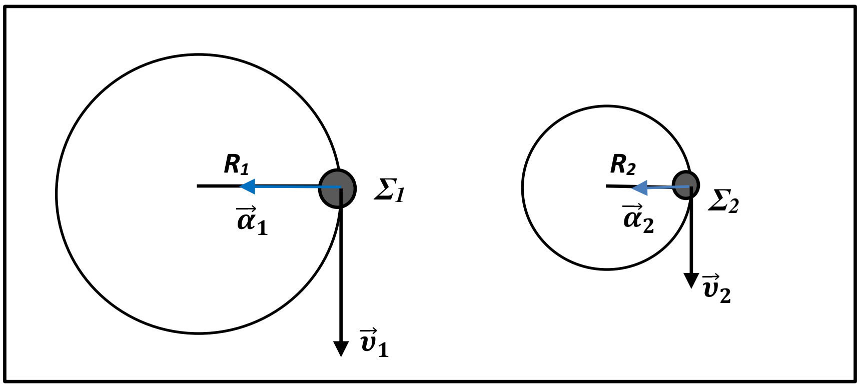
$$0 = m \cdot \upsilon - M \cdot V \text{ ή } V = \frac{m \cdot \upsilon}{M}$$

ότι η ταχύτητα της Γης $\vec{V}$ είναι πρακτικά μηδενική λόγω της πολύ μεγάλης μάζας της M σε σύγκριση με τη μάζα του αθλητή m.

Μονάδες 12

2.2.

2.2.Α.



Μονάδες 2

2.2.Β. Σωστή απάντηση η (α)**.**

Μονάδες 3

2.2.Γ.

Εφόσον οι περίοδοι της κυκλικής κίνησής τους είναι ίσες το ίδιο θα συμβαίνει και για τις γωνιακές ταχύτητες:

$$T_1 = T_2 \text{ ή } \frac{2 \cdot \pi}{T_1} = \frac{2 \cdot \pi}{T_2} \text{ ή } \omega_1 = \omega_2$$

Η συσχέτιση των κεντρομόλων επιταχύνσεων των δύο σφαιριδίων θα είναι:

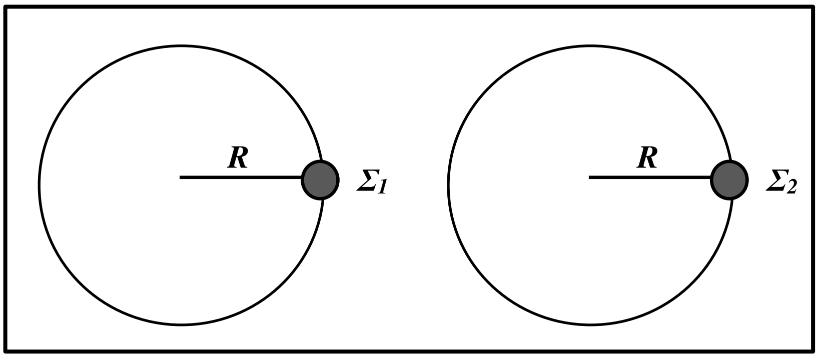
$$\alpha_1 = {\omega_1}^2 \cdot R_1 \xRightarrow{\omega_1 = \omega_2, R_1 = 2 \cdot R_2} \alpha_1 = {\omega_2}^2 \cdot 2 \cdot R_2$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = 2 \cdot \alpha_2$$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 2

2.1 Δύο σφαιρίδια $Σ_1$ και $Σ_2$ βρίσκονται σε λείο οριζόντιο τραπέζι (κάτοψη του οποίου φαίνεται στο σχήμα), είναι δεμένα με λεπτά μη εκτατά νήματα ίδιου μήκους R από ακλόνητα σημεία με αποτέλεσμα να εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση. Έστω ότι T_1 είναι η περίοδος της ομαλής κυκλικής κίνησης του σφαιριδίου $Σ_1$ και T_2 η περίοδος της ομαλής κυκλικής κίνησης του σφαιριδίου $Σ_2$, οι οποίες ικανοποιούν τη σχέση $T_1 = 2 \cdot T_2$.



2.1.Α. Να μεταφέρετε στο φύλλο απαντήσεων το σχήμα και να σχεδιάσετε τα διανύσματα της γραμμικής ταχύτητας και της κεντρομόλου επιτάχυνσης σε κάθε σφαιρίδιο.

Μονάδες 2

Αν α_1 είναι το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σφαιριδίου $Σ_1$ και α_2 είναι το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σφαιριδίου $Σ_2$, η σχέση που τα συνδέει, είναι :

(α) $\alpha_2 = 2 \cdot \alpha_1$, **(β)** $\alpha_2 = 4 \cdot \alpha_1$, **(γ)** $\alpha_2 = \frac{1}{4} \cdot \alpha_1$

2.1.Β. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 3

2.1.Γ. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 7

2.2. Ένα μπαλάκι μάζας m προσκρούει κάθετα σε οριζόντιο πάτωμα με ταχύτητα μέτρου υ_1 και αναπηδά κατακόρυφα με ταχύτητα μέτρου υ_2 (Ισχύει $\upsilon_2 < \upsilon_1$). Η χρονική διάρκεια της πρόσκρουσης είναι Δt. Το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκείται κατά τη διάρκεια της πρόσκρουσης από το πάτωμα στο μπαλάκι είναι:

(α) $N = \frac{m(\upsilon_1+\upsilon_2)}{\Delta t} + mg$, **(β)** $N = \frac{m(\upsilon_1-\upsilon_2)}{\Delta t} + mg$, **(γ)** $N = \frac{m(\upsilon_1+\upsilon_2)}{\Delta t} - mg$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

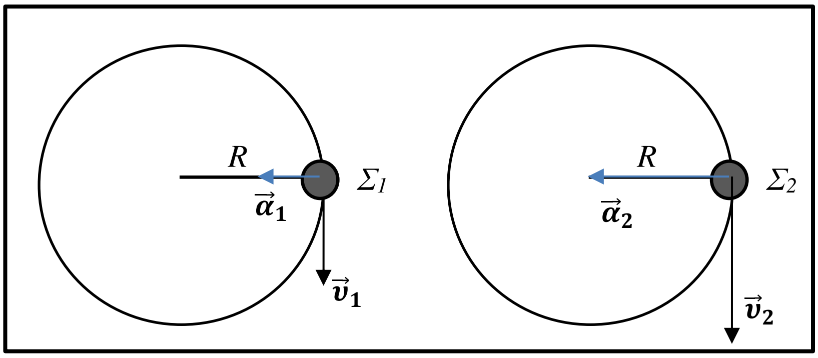
2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α.



Μονάδες 2

2.1.Β. Σωστή απάντηση η (β).

Μονάδες 3

2.1.Γ.

Ξεκινώντας από τη δεδομένη σχέση που συνδέει τις περιόδους της ομαλής κυκλικής κίνησης οδηγούμαστε στη σχέση που συνδέει τις γωνιακές ταχύτητες:

$$T_1 = 2 \cdot T_2 \ \text{ή}\ \frac{2\cdot\pi}{T_1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2\cdot\pi}{T_2} \ \text{ή}\ \omega_2 = 2 \cdot \omega_1$$

Η συσχέτιση των κεντρομόλων επιταχύνσεων των δύο σφαιριδίων θα είναι:

$$\alpha_2 = {\omega_2}^2 \cdot R = 4 \cdot {\omega_1}^2 \cdot R = 4 \cdot \alpha_1$$

Μονάδες 7

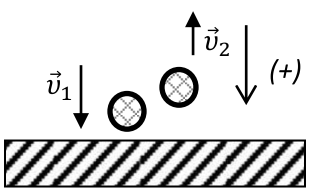
2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α).

Μονάδες 4

2.2.Β.

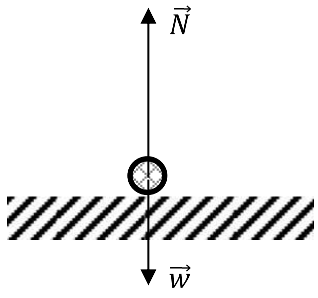
Το μπαλάκι προσκρούει κάθετα στο οριζόντιο πάτωμα με ταχύτητα μέτρου υ_1 και αναπηδά κατακόρυφα με ταχύτητα μέτρου υ_2 όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η μεταβολή της ορμής του είναι:

$\Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$, θεωρώντας ως θετική τη φορά του σχήματος, έχουμε:

$$\Delta p = -p_2 - p_1 = -m \cdot (\upsilon_2 + \upsilon_1)$$



Άρα η μεταβολή της ορμής έχει διεύθυνση κατακόρυφη, φορά προς τα πάνω και μέτρο,

$$\Delta p = m \cdot (\upsilon_2 + \upsilon_1)$$

Μονάδες 3

Σύμφωνα με τον δεύτερο νόμο του Newton:

$\sum \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$, θεωρώντας ως θετική τη φορά του σχήματος, έχουμε:

$$\Sigma F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \text{ ή } \Sigma F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{-m \cdot (\upsilon_2 + \upsilon_1)}{\Delta t} < 0$$

Μονάδες 3

Η συνισταμένη δύναμη έχει φορά προς τα επάνω. Κατά την κρούση ασκούνται στο μπαλάκι οι δυνάμεις του βάρους και η ζητούμενη $\vec{N}$ από το δάπεδο, άρα:

$$\Sigma F = -N + w \text{ ή } \frac{-m \cdot (\upsilon_2 + \upsilon_1)}{\Delta t} = -N + m \cdot g$$

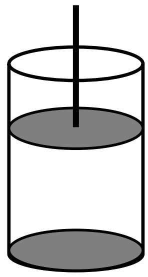
$$N = \frac{m \cdot (\upsilon_2 + \upsilon_1)}{\Delta t} + m \cdot g$$

Μονάδες 3

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Κατακόρυφο κυλινδρικό δοχείο έχει τη μία του βάση ακλόνητη ενώ η άλλη φράσσεται με έμβολο βάρους w και επιφάνειας με εμβαδό A που μπορεί να κινείται χωρίς τριβές. Το δοχείο, αφού προστίθεται ορισμένη ποσότητα αερίου, τοποθετείται όπως φαίνεται στο σχήμα με το έμβολο να ισορροπεί.



Κατά την ισορροπία η πίεση του αερίου είναι:

(α) ίση με την ατμοσφαιρική πίεση.

(β) μεγαλύτερη από την ατμοσφαιρική πίεση.

(γ) μικρότερη από την ατμοσφαιρική πίεση.

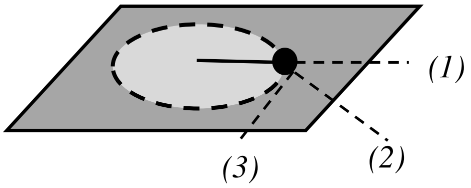
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Η σφαίρα του σχήματος εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση σε λείο οριζόντιο τραπέζι με τη βοήθεια νήματος και με φορά ίδια με αυτήν των δεικτών του ρολογιού.



Κάποια χρονική στιγμή το νήμα κόβεται και η σφαίρα ακολουθεί την τροχιά:

(α) (1) , **(β)** (2) , **(γ)** (3)

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

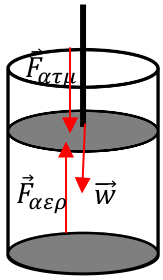
2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.
2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β).

Μονάδες 4



2.1.Β. Στο έμβολο που ισορροπεί ασκούνται το βάρος του $\vec{w}$, η δύναμη από την ατμόσφαιρα $\vec{F}_{ατμ}$ και η δύναμη από το αέριο $\vec{F}_{αερ}$.
Εφαρμόζουμε τον 1ο νόμο του Newton για το έμβολο:

$$\sum \vec{F} = 0, \text{ή } F_{αερ} = w + F_{ατμ} (1)$$

Διαιρώντας όλους τους όρους της (1) με το εμβαδό της επιφάνειας του εμβόλου A, έχουμε:

$$\frac{F_{αερ}}{A} = \frac{w}{A} + \frac{F_{ατμ}}{A} \text{ ή } p_{αερ} = \frac{w}{A} + p_{ατμ} \text{ ή } p_{αερ} > p_{ατμ}$$

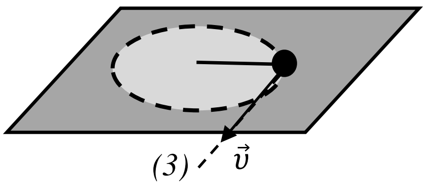
Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ).

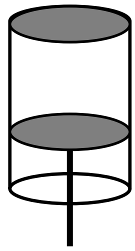
Μονάδες 4

2.2.Β. Η σφαίρα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση και η γραμμική της ταχύτητα είναι εφαπτομενική στην τροχιά όπως φαίνεται στο σχήμα. Από τη στιγμή που το νήμα κόβεται για τη σφαίρα ισχύει ο 1ος νόμος του Newton $\sum \vec{F} = 0$ οπότε θα εκτελέσει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με τη σταθερή ταχύτητα $\vec{υ}$ που είχε ακριβώς πριν το νήμα κοπεί.



Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2



2.1. Κατακόρυφο κυλινδρικό δοχείο έχει τη μία του βάση ακλόνητη ενώ η άλλη φράσσεται με έμβολο βάρους $\vec{w}$ και επιφάνειας A που μπορεί να κινείται χωρίς τριβές. Στο δοχείο προστίθεται ορισμένη ποσότητα αερίου και κατόπιν τοποθετείται με το κινούμενο έμβολο προς τα κάτω, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το έμβολο ισορροπεί σε κάποια θέση.

Κατά την ισορροπία η πίεση του αερίου είναι:

(α) ίση με την ατμοσφαιρική πίεση.

(β) μεγαλύτερη από την ατμοσφαιρική πίεση.

(γ) μικρότερη από την ατμοσφαιρική πίεση.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Σε οριζόντιο επίπεδο βρίσκεται ακίνητο σώμα μάζας M. Βλήμα μάζας $m = \frac{M}{100}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου υ_1, χτυπά το σώμα με αποτέλεσμα να το διαπεράσει. Το βλήμα εξέρχεται από το σώμα οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $\frac{\upsilon_1}{10}$. Αν τα μέτρα της μεταβολής της ορμής του βλήματος και του σώματος είναι Δp_1 και Δp_2 αντίστοιχα τότε:

(α) $\Delta p_1 = \frac{9}{1000} \cdot \Delta p_2$, **(β)** $\Delta p_1 = \Delta p_2$, **(γ)** $\Delta p_1 = \frac{1000}{9} \cdot \Delta p_2$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

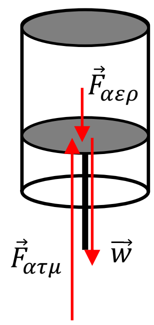
Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ).

Μονάδες 4



2.1.Β. Στο έμβολο που ισορροπεί ασκούνται το βάρος του $\vec{w}$, η δύναμη από την ατμόσφαιρα $\vec{F}_{ατμ}$ και η δύναμη από το αέριο $\vec{F}_{αερ}$. Εφαρμόζουμε τον 1ο νόμο του Newton για το έμβολο:

$$\sum \vec{F} = 0, \text{ή } F_{αερ} + w = F_{ατμ} (1)$$

Διαιρώντας όλους τους όρους της (1) με το εμβαδό της επιφάνειας του εμβόλου A, έχουμε:

$$\frac{F_{αερ}}{A} + \frac{w}{A} = \frac{F_{ατμ}}{A} \text{ ή } p_{αερ} = p_{ατμ} - \frac{w}{A} \text{ ή } p_{αερ} < p_{ατμ}$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)**.**

Μονάδες 4

2.2.Β. Το βλήμα (1) και το σώμα (2) αλληλεπιδρούν κατά την διάτρηση και οι δυνάμεις μεταξύ τους ικανοποιούν τον 3ο νόμο του Newton:

$$\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}$$

Εφαρμόζοντας τον 2ο νόμο του Newton για τα (1) και (2) κατά την χρονική διάρκεια $Δt$ της αλληλεπίδρασης:

$$\frac{Δ\vec{p}_2}{Δt} = -\frac{Δ\vec{p}_1}{Δt} \text{ ή } Δ\vec{p}_2 = -Δ\vec{p}_1$$

Οπότε τα μέτρα της μεταβολής της ορμής του βλήματος και του σώματος είναι ίσα.

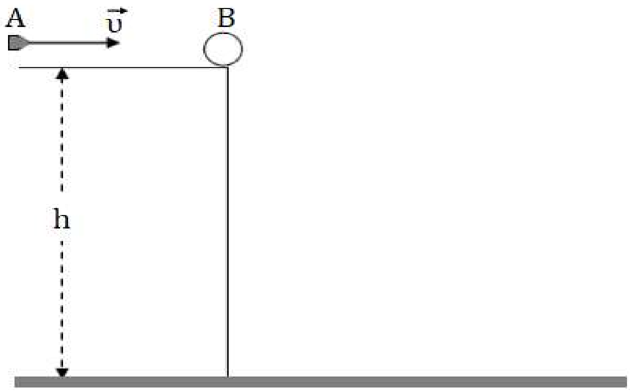
Μονάδες 9

<u>Παρατήρηση:</u> Η διατήρηση της ορμής, είναι άμεση συνέπεια του τρίτου νόμου του Νεύτωνα σύμφωνα με τον οποίο η δράση είναι αντίθετη με την αντίδραση. Συγκεκριμένα αν 1 και 2 είναι τα σώματα που αλληλεπιδρούν και αποτελούν το σύστημα, ισχύει:

$$Δ\vec{p}_2 = -Δ\vec{p}_1 \text{ ή } \vec{p}_{2,τελ} - \vec{p}_{2,αρχ} = -(\vec{p}_{1,τελ} - \vec{p}_{1,αρχ}) \Leftrightarrow \vec{p}_{2,τελ} - \vec{p}_{2,αρχ} = \vec{p}_{1,αρχ} - \vec{p}_{1,τελ} \Leftrightarrow$$

$$\vec{p}_{1,αρχ} + \vec{p}_{2,αρχ} = \vec{p}_{1,τελ} + \vec{p}_{2,τελ} \Leftrightarrow \vec{p}_{συστ,αρχ} = \vec{p}_{συστ,τελ}$$

ΘΕΜΑ 4



Σώμα Β, μάζας $\mathrm{M} = 0{,}9\ \mathrm{Kg}$ βρίσκεται ακίνητο στην άκρη ενός τραπεζιού ύψους $\mathrm{h} = 0{,}45\ \mathrm{m}$ από το έδαφος. Βλήμα Α, μάζας $m = 0{,}1\ \mathrm{Kg}$ κινείται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $\upsilon = 100\ \mathrm{m/s}$ (όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα) και συγκρούεται πλαστικά με το σώμα Β δημιουργώντας ένα συσσωμάτωμα.

4.1. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 5

4.2. Να υπολογίσετε την απώλεια στην κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων Α και Β λόγω της κρούσης.

Μονάδες 5

4.3. Κάποια στιγμή το συσσωμάτωμα διανύοντας μια οριζόντια απόσταση s, φτάνει στο έδαφος. Να υπολογίσετε την απόσταση s.

Μονάδες 7

4.4. Μετά από χρόνο t_1 από τη στιγμή της κρούσης και πριν το συσσωμάτωμα να φτάσει στο έδαφος, η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος είναι $\mathrm{K_1} = 50{,}5\ \mathrm{J}$. Να βρείτε την απόσταση από το έδαφος του συσσωματώματος τη χρονική στιγμή t_1.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

4.1. Εφαρμόζοντας Α.Δ.Ο. κατά τη διάρκεια της κρούσης των δύο σωμάτων έχουμε:

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m\upsilon + 0 = (m + M)V \Rightarrow V = \frac{m}{m + M}\upsilon \Rightarrow V = 10\ m/s$$

Μονάδες 5

4.2. Η απώλεια στην κινητική ενέργεια είναι:

$$K_{\alpha\pi\omega\lambda} = \frac{1}{2}m\upsilon^2 - \frac{1}{2}(m + M)V^2 = 450\ J$$

Μονάδες 5

4.3. Το συσσωμάτωμα μετά την κρούση εκτελεί οριζόντια βολή, συνεπώς, στον κατακόρυφο άξονα η κίνησή του είναι ελεύθερη πτώση, οπότε: $h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = 0{,}3\ s$ (μονάδες 4).

Στον οριζόντιο άξονα το συσσωμάτωμα μετά την κρούση εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, οπότε:

$$s = Vt \Rightarrow s = 3\ m$$ (μονάδες 3)

Μονάδες 7

4.4. Από την κινητική ενέργεια υπολογίζουμε την ταχύτητα του συσσωματώματος τη χρονική στιγμή t_1:

$$K_1 = \frac{1}{2}(m + M)\upsilon_1^2 \Rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{101}\ m/s$$ (μονάδες 2)

Αλλά: $\upsilon_1 = \sqrt{\upsilon_{1,x}^2 + \upsilon_{1,y}^2} \Rightarrow \upsilon_1^2 = V^2 + (gt_1)^2 \Rightarrow t_1 = 0{,}1\ s$ (μονάδες 2).

Η κατακόρυφη απόσταση που διανύει το συσσωμάτωμα είναι:

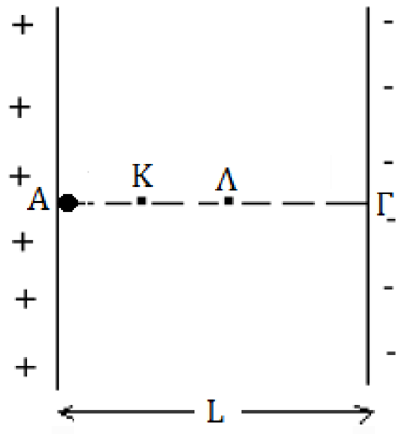
$$y_1 = \frac{1}{2}gt_1^2 \Rightarrow y_1 = 0{,}05\ m$$ (μονάδες 2)

Συνεπώς, η απόσταση από το έδαφος του συσσωματώματος τη χρονική στιγμή t_1 είναι:

$$h_1 = h - y_1 = 0{,}4\ m$$ (μονάδες 2)

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4



Δύο παράλληλες μεταλλικές πλάκες που απέχουν μεταξύ τους απόσταση $L = 1 \text{ cm}$, είναι φορτισμένες με αντίθετα φορτία, όπως στο παραπάνω σχήμα και δημιουργούν ανάμεσά τους ομογενές ηλεκτροστατικό πεδίο. Η διαφορά δυναμικού μεταξύ των δύο πλακών είναι $V = 200 \text{V}$. Σωμάτιο μάζας $m = 10 \text{ g}$ και ηλεκτρικού φορτίου $q = +10^{-8} \text{ C}$, αφήνεται ελεύθερο από ένα σημείο Α πολύ κοντά στη θετική πλάκα.

4.1. Να υπολογίσετε την ένταση του ηλεκτροστατικού πεδίου.

Μονάδες 5

4.2. Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του σωματίου.

Μονάδες 6

4.3. Τη χρονική στιγμή t_1 το σωμάτιο φτάνει στο σημείο Γ που βρίσκεται στον αρνητικό οπλισμό του πυκνωτή. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σωματίου στο σημείο Γ.

Μονάδες 7

4.4. Το σωμάτιο κατά την πορεία του από το σημείο Α στο σημείο Γ διέρχεται και από τα σημεία Κ και Λ που απέχουν απόσταση $(\text{ΚΛ}) = 0{,}25 \text{ cm}$. Αν το δυναμικό στο σημείο Κ είναι $V_K = 80 \text{ V}$, να υπολογίσετε το δυναμικό στο σημείο Λ.

Μονάδες 7

Να θεωρήσετε ότι το βάρος του σωματίου είναι αμελητέο.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Βρίσκουμε τη διαφορά δυναμικού του πυκνωτή:

Η σχέση μεταξύ της έντασης του ηλεκτροστατικού πεδίου και της διαφοράς δυναμικού είναι:

$$\mathrm{E} = \frac{V}{\mathrm{L}} = 2 \cdot 10^4\ \mathrm{V/m}$$

Μονάδες 5

4.2. Από 2° νόμο του Νεύτωνα έχουμε: $\mathrm{F} = \mathrm{m}\alpha \Rightarrow \mathrm{Eq} = \mathrm{m}\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{\mathrm{Eq}}{\mathrm{m}} = 2 \cdot 10^{-2}\mathrm{m/s^2}$.

Μονάδες 6

4.3. Η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη, οπότε:

$$\mathrm{L} = \frac{1}{2}\alpha \mathrm{t}_1^2 \Rightarrow \mathrm{t}_1 = \sqrt{\frac{2\mathrm{L}}{\alpha}} \Rightarrow \mathrm{t}_1 = 1\mathrm{s}, \quad \text{άρα:} \quad \upsilon = \alpha \mathrm{t}_1 = 2 \cdot 10^{-2}\mathrm{m/s}$$

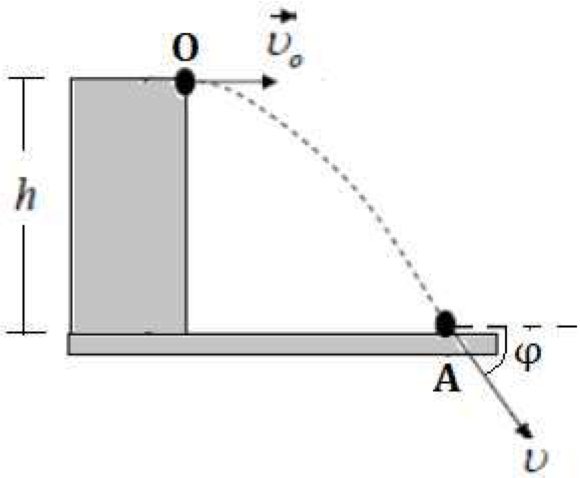
Μονάδες 7

4.4. Από τη σχέση της έντασης και της διαφοράς δυναμικού σε ομογενές ηλεκτροστατικό πεδίο έχουμε:

$$\mathrm{E} = \frac{\mathrm{V_K} - \mathrm{V_\Lambda}}{(\mathrm{K\Lambda})} \Rightarrow \mathrm{V_K} - \mathrm{V_\Lambda} = \mathrm{E} \cdot (\mathrm{K\Lambda}) \Rightarrow \mathrm{V_\Lambda} = \mathrm{V_K} - \mathrm{E} \cdot (\mathrm{K\Lambda}) = 30\ \mathrm{Volt}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4



Σφαίρα μάζας $m = 0{,}1\mathrm{Kg}$ βάλλεται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_o = 20\mathrm{m/s}$ από την ταράτσα ενός κτιρίου ύψους h από το έδαφος. Όταν πέφτει στο έδαφος η σφαίρα η ταχύτητά της σχηματίζει με αυτό γωνία $\varphi = 45^o$ (όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα).

4.1. Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια της σφαίρας όταν φτάνει στο έδαφος.

Μονάδες 6

4.2. Να βρεθεί το ύψος h του κτιρίου.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε τη δυναμική ενέργεια της σφαίρας τη χρονική στιγμή $t_1 = 1s$. Ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας να θεωρήσετε το έδαφος.

Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια της σφαίρας τη χρονική στιγμή t_2, όπου η οριζόντια μετατόπιση της σφαίρας είναι οκταπλάσια της κατακόρυφης μετατόπισής της.

Μονάδες 7

Δίνεται η επιτάχυνση βαρύτητας $g_o = 10\ \mathrm{m/s^2}$.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η σφαίρα εκτελεί οριζόντια βολή. Συνεπώς στον οριζόντιο άξονα Οx εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, οπότε: $\upsilon_x = \upsilon_o$ (1) $\quad x = \upsilon_o t$ (2)

Στον κατακόρυφο άξονα Oy εκτελεί ελεύθερη πτώση, οπότε: $\upsilon_y = gt$ (3) $\quad y = \frac{1}{2}gt^2$ (4)

Όταν φτάσει στο έδαφος, από τη σχέση (1) έχουμε:

$$\upsilon_x = \upsilon_o \Rightarrow \upsilon\sigma\upsilon\nu\varphi = \upsilon_o \Rightarrow \upsilon = \frac{\upsilon_o}{\sigma\upsilon\nu\varphi} \Rightarrow \upsilon = 20\sqrt{2}\ \text{m/s}.$$

Άρα: $K = \frac{1}{2}m\upsilon^2 = 40\ \text{J}$.

Μονάδες 6

4.2. Από τη σχέση (3) έχουμε:

$$\upsilon_y = gt \Rightarrow \upsilon\eta\mu\varphi = gt \Rightarrow t = \frac{\upsilon\eta\mu\varphi}{g} \Rightarrow t = 2\ \text{s}$$

οπότε σύμφωνα με τη σχέση (4) έχουμε:

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow h = 20\ \text{m}$$

Μονάδες 6

4.3. Από τη σχέση (4) έχουμε: $y_1 = \frac{1}{2}gt_1^2 \Rightarrow y_1 = 5\text{m}$. Άρα η δυναμική ενέργεια της σφαίρας είναι:

$$U = mg(h - y_1) = 15\ \text{J}$$

Μονάδες 6

4.4. Από τις σχέσεις (2) και (4) έχουμε:

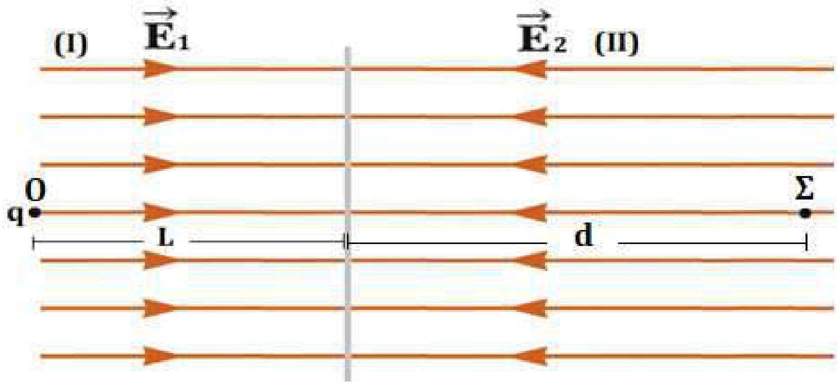
$$x = 8y \rightarrow \upsilon_o t_2 = 8 \cdot \frac{1}{2}gt_2^2 \Rightarrow t_2 = 0{,}5\ \text{s}$$

Άρα η ταχύτητα της σφαίρας είναι: $\upsilon_2 = \sqrt{\upsilon_{2x}^2 + \upsilon_{2y}^2} = \sqrt{\upsilon_o^2 + (gt_2)^2} = \sqrt{425}\ \text{m/s}$, οπότε:

$$K_2 = \frac{1}{2}m\upsilon_2^2 = 21{,}25\ \text{J}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4



Σωματίδιο μάζας $m = 2\ mg$ με ηλεκτρικό φορτίο $q = +2\ \mu C$, τη χρονική στιγμή $t_o = 0$, αφήνεται σε ένα σημείο Ο της περιοχής (Ι), στην οποία υπάρχει οριζόντιο ηλεκτροστατικό πεδίο με ένταση μέτρου $E_1 = 1\ V/m$. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 2\ s$, το σωματίδιο αφού έχει διανύσει απόσταση L μέσα στην περιοχή (Ι), έχει αποκτήσει ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$ και εισέρχεται αμέσως στην περιοχή (ΙΙ), στην οποία υπάρχει οριζόντιο ηλεκτροστατικό πεδίο έντασης $\vec{E}_2$, αντίθετης κατεύθυνσης από το πεδίο έντασης $\vec{E}_1$ (όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα). Το σωματίδιο τη χρονική στιγμή $t_2 = 4\ s$ βρίσκεται στη θέση Σ, έχοντας διανύσει μια απόσταση d στην περιοχή (ΙΙ) και έχει ταχύτητα μέτρου $\upsilon_2 = 1\ m/s$.

4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του σωματιδίου στην περιοχή (Ι).

Μονάδες 5

4.2. Να υπολογίσετε την απόσταση L και το μέτρο της ταχύτητας υ_1 του σωματιδίου τη χρονική στιγμή t_1.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε το μέτρο της έντασης $\vec{E}_2$ και την απόσταση d που διανύει το σωματίδιο στην περιοχή (ΙΙ).

Μονάδες 8

4.4. Αν το δυναμικό του σημείου Ο είναι $V_O = 10\ V$ να υπολογίσετε το δυναμικό στο σημείο Σ.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το σωματίδιο στην περιοχή (Ι) δέχεται δύναμη $F_1 = E_1 q$, οπότε εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, συνεπώς: $F_1 = m\alpha_1 \Rightarrow E_1 q = m\alpha_1 \Rightarrow \alpha_1 = \frac{E_1 q}{m} = 1\ m/s^2$.

Μονάδες 5

4.2. Από την ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση που εκτελεί το σωματίδιο έχουμε:

$$L = \frac{1}{2}\alpha_1 t_1^2 \Rightarrow L = 2\ m, \quad \upsilon_1 = \alpha_1 t_1 = 2\ m/s$$

Μονάδες 6

4.3. Το σωματίδιο στην περιοχή (ΙΙ) δέχεται δύναμη $F_2 = E_2 q$, ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση $\alpha_2 = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{1-2}{4-2} = -0{,}5\ m/s^2$. Συνεπώς:

$$F_2 = m|\alpha_2| \Rightarrow E_2 q = m|\alpha_2| \Rightarrow E_2 = \frac{m|\alpha_2|}{q} = 0{,}5\ V/m$$

$$d = \upsilon_1 \Delta t - \frac{1}{2}|\alpha_2| \cdot (\Delta t)^2 = 3\ m$$

Μονάδες 8

4.4. Από ΘΜΚΕ (Ο στο Σ) έχουμε:

$$W_{O\to\Sigma} = q(V_O - V_\Sigma) \Rightarrow F_1 \cdot L - F_2 \cdot d = q(V_O - V_\Sigma) \Rightarrow E_1 \cdot L - E_2 \cdot d = V_O - V_\Sigma \Rightarrow$$
$$V_\Sigma = V_O - E_1 \cdot L + E_2 \cdot d = 9{,}5\ V$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

Διαστημικό όχημα, μάζας $m = 300\ \mathrm{kg}$, εκτοξεύεται από την επιφάνεια της Γης, κατακόρυφα. Η αρχική του ταχύτητα είναι μηδενική, ενώ ο προωθητικός του μηχανισμός το αναγκάζει να κινείται με σταθερή επιτάχυνση $\vec{a}$. Όταν το όχημα φτάνει σε ύψος ίσο με την ακτίνα της Γης ($h = R_\Gamma$) από την επιφάνειά της, ο προωθητικός μηχανισμός σταματάει να λειτουργεί και το όχημα κινείται πλέον ελεύθερα, λόγω της ταχύτητας που απέκτησε ως τότε. Αν το διαστημικό όχημα δε δέχεται αντιστάσεις και καταφέρνει μόλις να διαφύγει για πάντα από την έλξη της Γης, να υπολογίσετε:

4.1. Το μέτρο της ταχύτητας που είχε το διαστημικό όχημα, τη στιγμή που έπαψε να λειτουργεί ο προωθητικός μηχανισμός, δηλαδή την ταχύτητα διαφυγής από το συγκεκριμένο ύψος πάνω από την επιφάνεια της Γης.

Μονάδες 6

4.2. Το μέτρο της σταθερής επιτάχυνσης του διαστημικού οχήματος, όσο λειτουργούσε ο προωθητικός του μηχανισμός.

Μονάδες 6

4.3. Τη χρονική διάρκεια λειτουργίας του προωθητικού μηχανισμού.

Μονάδες 6

4.4. Τη βαρυτική δυναμική ενέργεια του οχήματος μετά από χρονική διάρκεια $\varDelta t = 800 \cdot \sqrt{2}\ \mathrm{s}$ από την εκκίνησή του.

Μονάδες 7

Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g_0 = 10\ \frac{m}{s^2}$ και η ακτίνα της Γης $R_\Gamma = 6400\ \mathrm{km}$.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Τη στιγμή που σταματάει η λειτουργία του προωθητικού μηχανισμού, το διαστημικό όχημα έχει ταχύτητα ίση με την ταχύτητα διαφυγής υ_δ από το πεδίο βαρύτητας της Γης και από το ύψος που βρίσκεται τότε από την επιφάνειά της. Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης μηχανικής ενέργειας για την κίνηση του οχήματος από το σημείο εκείνο μέχρι την έξοδό του από το πεδίο της Γης:
$\frac{1}{2}\cdot m\cdot \upsilon_\delta^2 - \frac{G\cdot M_\Gamma\cdot m}{R_\Gamma+h} = 0$ και επειδή $h = R_\Gamma$ και $G\cdot M_\Gamma = g_0\cdot R_\Gamma^2$ προκύπτει:

$$\upsilon_\delta = \sqrt{g_0\cdot R_\Gamma} = 8000\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Μονάδες 6

4.2. Επειδή το όχημα κινείται με σταθερή επιτάχυνση, δέχεται σταθερή συνισταμένη δύναμη με τη δράση του προωθητικού μηχανισμού, για την οποία σύμφωνα με τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής ισχύει: $F = m\cdot a$. Εφαρμόζουμε το θεώρημα έργου – ενέργειας για την κίνηση του οχήματος μέχρι να σταματήσει ο προωθητικός μηχανισμός:
$\frac{1}{2}\cdot m\cdot \upsilon_\delta^2 = F\cdot h = m\cdot a\cdot h$ οπότε $a = \frac{\upsilon_\delta^2}{2\cdot h} = 5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

Μονάδες 6

4.3. $\upsilon_\delta = a\cdot t$ άρα $t = 1600\ \mathrm{s}$

Μονάδες 6

4.4. Στη χρονική διάρκεια που ζητήθηκε, δεν έχει ακόμη σταματήσει ο προωθητικός μηχανισμός. Έτσι ισχύει:

$$h = \frac{1}{2}\cdot a\cdot t^2 = 3{,}2\cdot 10^6\ \mathrm{m}$$

Τότε η δυναμική ενέργεια του οχήματος είναι:

$$U = -G\frac{M_\Gamma\cdot m}{R_\Gamma + h} = -\frac{g_0\cdot R_\Gamma^2\cdot m}{R_\Gamma + h} = -1{,}28\cdot 10^{10}\mathrm{J}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Θεωρούμε τη Γη μια σφαίρα ακίνητη και ομογενή, ακτίνας $R_Γ = 6400\ \mathrm{km}$ και το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνειά της $g_0 = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Ένας μετεωρίτης μάζας $m = 100\ \mathrm{kg}$ κινείται ευθύγραμμα προς τη Γη, σε διεύθυνση που διέρχεται από το κέντρο της και εισέρχεται από το διάστημα στο Γήϊνο βαρυτικό πεδίο με ταχύτητα μέτρου $υ_0 = 8 \cdot \sqrt{2}\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}$.

4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας με την οποία ο μετεωρίτης θα έφτανε στην επιφάνεια της Γης, αν δεν υπήρχε η ατμόσφαιρα.

Μονάδες 6

Αν υποθέσουμε ότι η ατμόσφαιρα της Γης φτάνει σε ύψος $h = \frac{R_Γ}{4}$ από την επιφάνειά της:

4.2. να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας με την οποία ο μετεωρίτης εισέρχεται στην ατμόσφαιρα της Γης.

Μονάδες 6

4.3. να υπολογίσετε τη δυναμική ενέργεια του μετεωρίτη τη στιγμή που εισέρχεται στην ατμόσφαιρα της Γης.

Μονάδες 6

4.4. Αν τελικά ο μετεωρίτης εξαιτίας των αντιστάσεων της ατμόσφαιρας έφτασε στην επιφάνεια της Γης με ταχύτητα ίσου μέτρου με αυτή που εισήλθε στο πεδίο βαρύτητας της Γης, να υπολογίσετε τη θερμική ενέργεια που παράχθηκε εξαιτίας τριβών μεταξύ του μετεωρίτη και της ατμόσφαιρας της Γης.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1. Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας από την είσοδο του μετεωρίτη στο βαρυτικό πεδίο της Γης, μέχρι να χτυπήσει στην επιφάνειά της:

$E_M^{αρχ} = E_M^{επιφ}$, ή $\frac{1}{2} \cdot m \cdot υ_0^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot υ^2 - G \cdot \frac{M_Γ \cdot m}{R_Γ}$

Αλλά ισχύει $G \cdot M_Γ = g_0 \cdot R_Γ^2$

Οπότε προκύπτει $υ^2 = υ_0^2 + 2 \cdot g_0 \cdot R_Γ$

Και με αντικατάσταση $υ = 16 \cdot 10^3 \ \frac{m}{s}$

Μονάδες 6

4.2. Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας από την είσοδο του μετεωρίτη στο βαρυτικό πεδίο της Γης, μέχρι την είσοδό του στην ατμόσφαιρα της Γης:

$E_M^{αρχ} = E_M^{ατμ}$, ή $\frac{1}{2} \cdot m \cdot υ_0^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot υ_1^2 - G \cdot \frac{M_Γ \cdot m}{R_Γ + h}$

Αλλά ισχύει $G \cdot M_Γ = g_0 \cdot R_Γ^2$ και $h = \frac{R_Γ}{4}$

Οπότε προκύπτει

$$υ_1^2 = υ_0^2 + \frac{8}{5} \cdot g_0 \cdot R_Γ = \left(2 \cdot 64 \cdot 10^6 + \frac{8}{5} \cdot 64 \cdot 10^6\right)\frac{m^2}{s^2} = 2 \cdot 64 \cdot 10^6 \cdot \frac{9}{5} \ \frac{m^2}{s^2} = 4 \cdot 9 \cdot 64 \cdot 10^5 \ \frac{m^2}{s^2}$$

Και τελικά $υ_1 = 4{,}8 \cdot 10^{3,5} \ \frac{m}{s}$

Μονάδες 6

4.3. $U_1 = -G \cdot \frac{M_Γ \cdot m}{R_Γ + h} = -\frac{g_0 \cdot R_Γ^2 \cdot m}{\frac{5}{4} \cdot R_Γ} = -\frac{4}{5} \cdot g_0 \cdot R_Γ \cdot m = -5{,}12 \cdot 10^9 \text{ J}$

Μονάδες 6

4.4. Η θερμική ενέργεια που παράχθηκε είναι ίση με την απώλεια μηχανικής ενέργειας του μετεωρίτη από την είσοδό του στο πεδίο βαρύτητας της Γης, μέχρι να φτάσει στην επιφάνειά της αφού πέρασε μέσα από την ατμόσφαιρα.

$$Q = |ΔE_M| = \frac{1}{2} \cdot m \cdot υ_0^2 - \left(\frac{1}{2} \cdot m \cdot υ_0^2 - G \cdot \frac{M_Γ \cdot m}{R_Γ}\right) = G \cdot \frac{M_Γ \cdot m}{R_Γ} = g_0 \cdot R_Γ \cdot m = 6{,}4 \cdot 10^9 \text{ J}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Ένα σώμα εκτοξεύεται από την επιφάνεια της Γης με αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$, στη διεύθυνση της ακτίνας της Γης που περνάει από το σημείο εκτόξευσης και φορά τέτοια ώστε να απομακρύνεται από την επιφάνειά της. Το σώμα καταφέρνει να φτάσει σε ύψος h ίσο με την ακτίνα της Γης ($h = R_\Gamma$).

4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο υ_0 της αρχικής ταχύτητας με την οποία εκτοξεύθηκε το σώμα.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας διαφυγής ενός σώματος από σημείο που βρίσκεται σε ύψος $h = R_\Gamma$ από την επιφάνεια της Γης.

Μονάδες 6

Τη στιγμή που μηδενίζεται η ταχύτητα του σώματος στο ύψος $h = R_\Gamma$, μια ξαφνική έκρηξη διασπά το σώμα σε δύο άλλα σώματα ίσων μαζών ($m_1 = m_2$), τα οποία κινούνται στην αρχική διεύθυνση κίνησης του σώματος. Το σώμα μάζας m_1 αμέσως μετά την έκρηξη κινείται προς τη Γη και φτάνει στην επιφάνειά της με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1{}'$ μέτρου $\upsilon_1{}' = 16\ \frac{km}{s}$.

4.3. Να αποδείξετε ότι το σώμα μάζας m_2 θα διαφύγει από την έλξη της Γης προς το διάστημα.

Μονάδες 7

4.4. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m_2 με την οποία διαφεύγει στο διάστημα.

Μονάδες 6

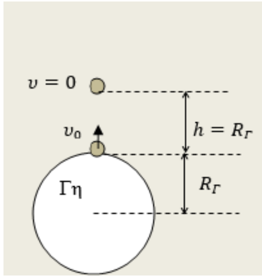
Η Γη θεωρείται σφαίρα ακίνητη και ομογενής ακτίνας $R_\Gamma = 6400\ \mathrm{km}$ και το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνειά της $g_0 = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Θεωρούμε επίσης ότι οι αντιστάσεις από την ατμόσφαιρα της Γης μπορούν να αγνοηθούν.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας από την εκτόξευση μέχρι το σημείο που φτάνει:

$E_M^{αρχ} = E_M^{τελ}$ ή $-G \cdot \frac{M_Γ \cdot m}{R_Γ} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot υ_0^2 = -G \cdot \frac{M_Γ \cdot m}{2 \cdot R_Γ}$

ή $\frac{m \cdot υ_0^2}{2} = \frac{G \cdot M_Γ \cdot m}{2 \cdot R_Γ}$, οπότε $υ_0 = \sqrt{g_0 \cdot R_Γ} = 8 \cdot 10^3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$



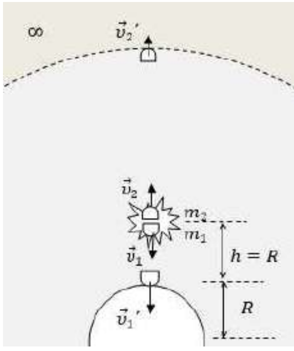
Μονάδες 6

4.2. Η ταχύτητα διαφυγής ενός σώματος από το ύψος $h = R_Γ$, είναι:

$υ_δ = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_Γ}{R_Γ + h}} = \sqrt{g_0 \cdot R_Γ} = 8 \cdot 10^3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Μονάδες 6

4.3. Έστω $\vec{υ}_1$ η ταχύτητα του σώματος μάζας m_1 αμέσως μετά την έκρηξη και $\vec{υ}_1{}'$ η ταχύτητά του όταν φτάνει στην επιφάνεια της Γης. Το σώμα αυτό αμέσως μετά την έκρηξη κινείται προς τη Γη. Η μηχανική ενέργεια διατηρείται, συνεπώς:



$$E_M^{εκρ} = E_M^{τελ}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot υ_1^2 - G \cdot \frac{M_Γ \cdot m_1}{R_Γ + h} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot υ_1'^2 - G \cdot \frac{M_Γ \cdot m_1}{R_Γ}$$

$$υ_1^2 - \frac{G \cdot M_Γ}{R_Γ} = υ_1'^2 - \frac{2 \cdot G \cdot M_Γ}{R_Γ}$$

$$υ_1^2 = υ_1'^2 - \frac{G \cdot M_Γ}{R_Γ}$$

$$υ_1 = \sqrt{υ_1'^2 - g_0 \cdot R_Γ} = \sqrt{2{,}56 \cdot 10^8 - 0{,}64 \cdot 10^8}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \sqrt{192} \cdot 10^3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 8 \cdot \sqrt{3} \cdot 10^3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Κατά την έκρηξη που συνέβη στο αρχικό σώμα, με την οποία χωρίστηκε στα δύο νέα σώματα ίσης μάζας και η οποία θεωρείται ασήμαντης χρονικής διάρκειας, ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής για το σύστημα των σωμάτων αυτών:

$\vec{p}_{πριν} = \vec{p}_{μετά}$, ή $0 = m_1 \cdot υ_1 - m_2 \cdot υ_2$, άρα ισχύει $m_1 \cdot υ_1 = m_2 \cdot υ_2$ και επειδή $m_1 = m_2$ προκύπτει $υ_2 = υ_1 = 8 \cdot \sqrt{3} \cdot 10^3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} > υ_δ$

Άρα η μάζα m_2 διαφεύγει από την έλξη του πεδίου βαρύτητας της Γης κινούμενη προς το διάστημα.

Μονάδες 7

4.4. Για να υπολογίσουμε το μέτρο της ταχύτητας με την οποία η μάζα m_2 διαφεύγει στο διάστημα εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας, κατά την κίνησή της από το σημείο της έκρηξης μέχρι τη διαφυγή της από το πεδίο βαρύτητας της Γης:

$E_M^{εκρ} = E_M^{\infty}$, ή $\frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot υ_2^2 - G \cdot \frac{M_Γ \cdot m_2}{2 \cdot R_Γ} = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot υ_2'^2$

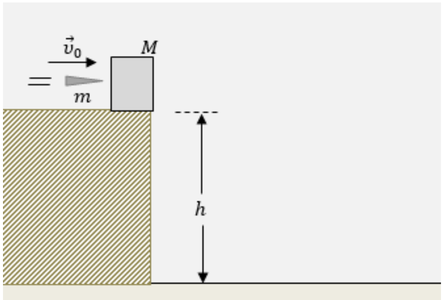
ή $υ_2'^2 = υ_2^2 - g_0 \cdot R_Γ$

τελικά $υ_2{}' = \sqrt{υ_2^2 - g_0 \cdot R_Γ} = \sqrt{1{,}92 \cdot 10^8 - 0{,}64 \cdot 10^8}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 8 \cdot \sqrt{2} \cdot 10^3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

Ένα μικρό κιβώτιο μάζας $M = 1800\,\mathrm{g}$ είναι ακίνητο στην άκρη ενός πάγκου, του οποίου η επιφάνεια βρίσκεται σε ύψος h από οριζόντιο δάπεδο. Ένα βλήμα μάζας $m = 200\,\mathrm{g}$ κινείται οριζόντια στο ύψος του κέντρου του κιβωτίου και συγκρούεται με αυτό. Τη στιγμή που συγκρούεται με το κιβώτιο, το βλήμα είχε ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$ μέτρου $\upsilon_0 = 40\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ και η κρούση είναι πλαστική, ασήμαντης χρονικής διάρκειας.



Το συσσωμάτωμα εκτελεί οριζόντια βολή και τη στιγμή που φτάνει στο οριζόντιο δάπεδο, η ταχύτητά του σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία $\varphi = 45^{\mathrm{o}}$.
Να υπολογίσετε:
4.1. το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση

Μονάδες 6

4.2. το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του βλήματος, που έγινε θερμική ενέργεια κατά την πλαστική κρούση

Μονάδες 6

4.3. την οριζόντια απόσταση του σημείου στο οποίο το συσσωμάτωμα χτύπησε στο οριζόντιο δάπεδο, από τη βάση του πάγκου

Μονάδες 7

4.4. το ύψος h του πάγκου.

Μονάδες 6

Το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας θεωρείται $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, οι αντιστάσεις αέρα αμελητέες. Δίνονται επίσης οι τριγωνομετρικοί αριθμοί $\eta\mu 45^{\mathrm{o}} = \sigma\upsilon\nu 45^{\mathrm{o}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Κατά την πλαστική κρούση του βλήματος με το κιβώτιο, ασήμαντης χρονικής διάρκειας, ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής για το σύστημα των δύο αυτών σωμάτων:

$\vec{p}_{συστ}^{\,πριν} = \vec{p}_{συστ}^{\,μετα}$ ή $m \cdot v_0 = (m + M) \cdot v$

Άρα $v = \frac{m \cdot v_0}{m+M} = 4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Μονάδες 6

4.2. Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του βλήματος που έγινε θερμότητα κατά την κρούση είναι:

$$\pi = \frac{Q}{K_{βλ}^{πριν}} \cdot 100\% = \frac{|\Delta K_{συστ}|}{K_{βλ}^{πριν}} \cdot 100\% = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 - \frac{1}{2} \cdot (m+M) \cdot v^2}{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2} \cdot 100\% = 90\%$$

Μονάδες 6

4.3. Αναλύοντας την οριζόντια βολή του συσσωματώματος σε δύο ανεξάρτητες κινήσεις, μια ευθύγραμμη ομαλή σε οριζόντιο άξονα x΄x και μια ελεύθερη πτώση σε κατακόρυφο άξονα y΄y και θεωρώντας $t_0 = 0$ τη στιγμή έναρξης της βολής του συσσωματώματος, έχουμε:

x΄x : $v_x = v$ (1) y΄y: $v_y = g \cdot t$ (2)

$x = v \cdot t$ (2) $y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$ (4)

Τη στιγμή που χτυπάει το συσσωμάτωμα στο οριζόντιο δάπεδο, η ταχύτητά του σχηματίζει με αυτό γωνία $\varphi = 45^o$, για την οποία ισχύει:

$$εφ\varphi = \frac{v_y^{τελ}}{v_x^{τελ}} = \frac{g \cdot t_{βολ}}{v} = 1$$

$$t_{βολ} = 0{,}4\ \mathrm{s}$$

$$s = v \cdot t_{βολ} = 1{,}6\ \mathrm{m}$$

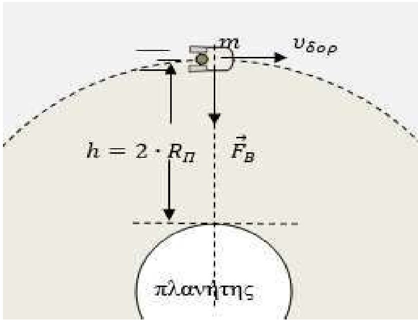
Μονάδες 7

4.4. $h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{βολ}^2 = 0{,}8\ \mathrm{m}$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

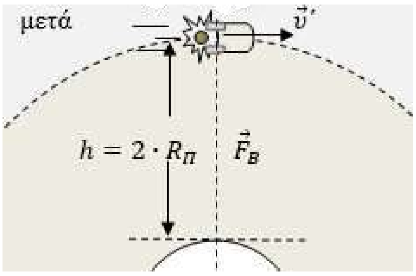
Ένας υποθετικός πλανήτης έχει μάζα $M_\Pi = \frac{M_\Gamma}{3}$, όπου M_Γ η μάζα της Γης και ακτίνα $R_\Pi = R_\Gamma$, όπου R_Γ η ακτίνα της Γης και δεν έχει ατμόσφαιρα. Ένα διαστημικό όχημα μάζας m, έχει τεθεί σε δορυφορική τροχιά γύρω από τον πλανήτη αυτό και σε ύψος $h = 2 \cdot R_\Pi$ από την επιφάνειά του.



4.1. Να υπολογίσετε την περίοδο περιστροφής του οχήματος γύρω από τον πλανήτη.

Μονάδες 7

Κάποια στιγμή από το δορυφορικό όχημα εκτοξεύεται ένα σώμα μάζας $m_1 = \frac{m}{3}$, με τέτοιο τρόπο ώστε το σώμα αυτό, αμέσως μετά την εκτόξευσή του να έχει ταχύτητα μηδέν, ώστε να πέσει προς την επιφάνεια του πλανήτη, κινούμενο σε διεύθυνση που περνάει από το κέντρο του.



4.2. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του υπόλοιπου οχήματος μετά την εκτόξευση του σώματος.

Μονάδες 6

4.3. Αν η αρχική μάζα του δορυφορικού οχήματος πριν διασπαστεί ήταν $m = 900\ \mathrm{kg}$, πόση μηχανική ενέργεια αποδόθηκε στο σύστημα εξαιτίας αυτής της εκτόξευσης του σώματος;

Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας με την οποία το σώμα που εκτοξεύτηκε φτάνει στην επιφάνεια του πλανήτη.

Μονάδες 6

Δίνεται η ακτίνα της Γης $R_\Gamma = 6400\ \mathrm{km}$ και το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g_0 = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Για να παραμένει στην δορυφορική του τροχιά γύρω από τον πλανήτη, πρέπει να κινείται με ταχύτητα τέτοια, ώστε η βαρυτική έλξη του από τον πλανήτη, να παίζει ρόλο κεντρομόλου δύναμης στην κυκλική του τροχιά στο ύψος αυτό. Δηλαδή πρέπει:

$F_B = F_K$ ή $G \cdot \frac{M_\Pi \cdot m}{(R_\Pi + h)^2} = \frac{m \cdot \upsilon_{\delta o\rho}^2}{R_\Pi + h}$

ή $G \cdot \frac{M_\Gamma}{9 \cdot R_\Gamma} = \upsilon_{\delta o\rho}^2$, οπότε $\upsilon_{\delta o\rho} = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R_\Gamma}{9}} = \frac{8}{3} \cdot 10^3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Η περίοδος περιστροφής του οχήματος γύρω από τον πλανήτη υπολογίζεται:

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot R_\Gamma}{\upsilon_{\delta o\rho}} = \frac{18 \cdot \pi \cdot 64 \cdot 10^5}{8 \cdot 10^3}\ \mathrm{s} = 14400 \cdot \pi\ \mathrm{s}$$

Μονάδες 7

4.2. Κατά την εκτόξευση του σώματος από το όχημα, η οποία θεωρείται ασήμαντης χρονικής διάρκειας ισχύει η αρχή διατήρησης ορμής, με αποτέλεσμα το υπόλοιπο όχημα να κινείται στην ίδια διεύθυνση με την ταχύτητά του ακριβώς πριν την εκτόξευση. Δηλαδή:

$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}$, ή $m \cdot \upsilon_{\delta o\rho} = \frac{2}{3} \cdot m \cdot \upsilon'$

Άρα $\upsilon' = \frac{3}{2} \cdot \frac{8}{3} \cdot 10^3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 4 \cdot 10^3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Μονάδες 6

4.3. Από την έκρηξη κατά την εκτόξευση του σώματος από το δορυφορικό όχημα, αποδόθηκε στο σύστημα πρόσθετη μηχανική ενέργεια, ως αύξηση της συνολικής κινητικής ενέργειας των τμημάτων του:

$$\Delta E_M = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot m \cdot \upsilon'^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_{\delta o\rho}^2 = \frac{900}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 16 - \frac{64}{9}\right) \cdot 10^6\ \mathrm{J} = \frac{900 \cdot 32}{6} \cdot \left(1 - \frac{2}{3}\right) \cdot 10^6\ \mathrm{J}$$

Τελικά $\Delta E_M = 1{,}6 \cdot 10^9\ \mathrm{J}$

Μονάδες 6

4.4. Για την κίνηση του σώματος προς την επιφάνεια του πλανήτη εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας:

$$-G \cdot \frac{M_\Pi \cdot m_1}{3 \cdot R_\Pi} = -G \cdot \frac{M_\Pi \cdot m_1}{R_\Pi} + \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_1^2$$

ή $\frac{2 \cdot G \cdot M_\Pi}{3 \cdot R_\Pi} = \frac{\upsilon_1^2}{2}$, άρα $\upsilon_1 = \sqrt{\frac{4}{9} \cdot g_0 \cdot R_\Gamma} = \frac{16}{3} \cdot 10^3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 2

2.1. Η απόδοση θερμικής μηχανής Carnot είναι $40\,\%$ και η θερμοκρασία της θερμής δεξαμενής της είναι $227^{o}C$.

Η θερμοκρασία της ψυχρής δεξαμενής είναι :

(α) $0^{o}C$, **(β)** $27^{o}C$, **(γ)** $300^{o}C$

2.1.Α. Να επιλέξετε τη ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Από σημείο Ο που βρίσκεται σε ύψος H από το έδαφος βάλλεται οριζόντια ένα σώμα μάζας m με αρχική ταχύτητα μέτρου υ_0, έχοντας κινητική ενέργεια K_0(η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι σταθερή με τιμή g και η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα).

Τη χρονική στιγμή που η κινητική ενέργεια του σώματος είναι διπλάσια από την αρχική, το μέτρο της κατακόρυφης συνιστώσας της ταχύτητας είναι υ_y και της οριζόντιας συνιστώσας είναι υ_x. Ο λόγος των μέτρων των ταχυτήτων $\frac{\upsilon_x}{\upsilon_y}$ του σώματος εκείνη τη στιγμή είναι ίσος με:

(α) $\frac{1}{2}$, **(β)** 2 , **(γ)** 1

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Τις απόλυτες θερμοκρασίες T_c και T_h μπορούμε να τις υπολογίσουμε από τη σχέση:

$$T = 273 + \theta$$

Η θερμοκρασία της θερμής δεξαμενής είναι: $T_h = (273 + 227)K$ ή $T_h = 500\ K$

Η απόδοση της μηχανής Carnot δίνεται από τη σχέση:

$e_{Carnot} = 1 - \frac{T_c}{T_h}$ ή $0{,}40 = 1 - \frac{T_c}{500}$ ή $T_c = 300\ K.$

Άρα η θερμοκρασία της ψυχρής δεξαμενής σε βαθμούς κελσίου °C θα είναι:

$$T = 273 + \theta \quad \text{ή} \quad (300 - 273)^{\circ}\mathrm{C} = \theta \quad \text{ή} \quad \theta = 27^{\circ}\mathrm{C}$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η αρχική κινητική ενέργεια είναι ίση με:

$$K_0 = \frac{1}{2}\, m\, \upsilon_0^2$$

Τη χρονική στιγμή που διπλασιάζεται η τιμή της κινητικής ενέργειας αυτή θα είναι ίση με:

$$K = \frac{1}{2}\, m\, \upsilon^2, \text{ όπου } K = 2\, K_0$$

Επομένως:

$$K = 2\, K_0 \text{ ή } \frac{1}{2}\, m\, \upsilon^2 = 2\, \frac{1}{2}\, m\, \upsilon_0^2 \text{ ή } \upsilon^2 = 2\, \upsilon_0^2 \text{ ή } \upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 = 2\, \upsilon_0^2$$

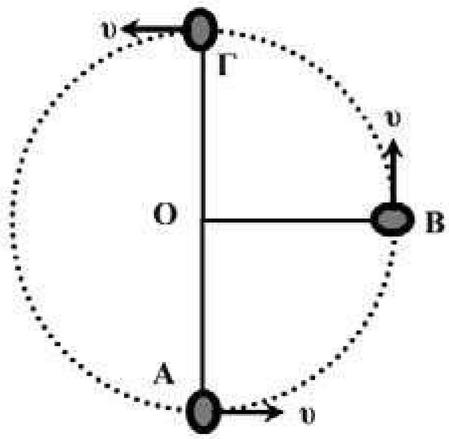
Επειδή η $\upsilon_x = \upsilon_0$ θα έχουμε ότι:

$$\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 = 2 \cdot \upsilon_x^2 \text{ ή } \upsilon_x^2 = \upsilon_y^2 \text{ ή } \frac{\upsilon_x}{\upsilon_y} = 1$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Το σώμα μάζας m της διπλανής εικόνας περιστρέφεται σε κατακόρυφο κύκλο κέντρου Ο, με σταθερή κατά μέτρο ταχύτητα, στερεωμένο στο άκρο αβαρούς ράβδου μήκους l. Η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει τιμή g.



Αν F_A είναι το μέτρο της δύναμης που δέχεται το σώμα από τη ράβδο όταν διέρχεται από το σημείο Α και $F_Γ$ είναι το μέτρο της δύναμης που δέχεται το σώμα από τη ράβδο όταν διέρχεται από το σημείο Γ, για τα μέτρα των δυνάμεων θα ισχύει:

(α) $F_A = F_Γ$, **(β)** $F_A > F_Γ$, **(γ)** $F_A < F_Γ$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένα βλήμα μάζας $3m$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $υ$ όταν ξαφνικά εκρήγνυται και διασπάται σε δύο κομμάτια. Το ένα κομμάτι με μάζα m κινείται στην ίδια κατεύθυνση με το βλήμα με ταχύτητα μέτρου $4υ$. Η ταχύτητα με την οποία κινείται το δεύτερο κομμάτι μάζας $2m$ είναι:

(α) $-\frac{υ}{2}$, **(β)** $\frac{υ}{2}$, **(γ)** $υ$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β. Στη θέση Α η κεντρομόλος δύναμη είναι ίση με:

$$\Sigma F = \frac{m \cdot \upsilon^2}{L} \quad ή \quad F_A - m\,g = \frac{m\,\upsilon^2}{L}$$

Επίσης στη θέση Γ η κεντρομόλος δύναμη είναι ίση με:

$$\Sigma F = \frac{m\,\upsilon^2}{L} \quad ή \quad F_\Gamma + m\,g = \frac{m\,\upsilon^2}{L}$$

Επειδή η τιμή της κεντρομόλου δύναμης είναι η ίδια και στις δύο θέσεις (η ταχύτητα είναι σταθερή) θα έχουμε:

$$F_A - m\,g = F_\Gamma + m\,g \;\; ή \;\; F_A = F_\Gamma + 2m\,g$$

Από την παραπάνω ισότητα δεδομένου ότι η ποσότητα $m\,g$ είναι πάντα θετική προκύπτει ότι: $F_A > F_\Gamma$

Μονάδες 8

2.2

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

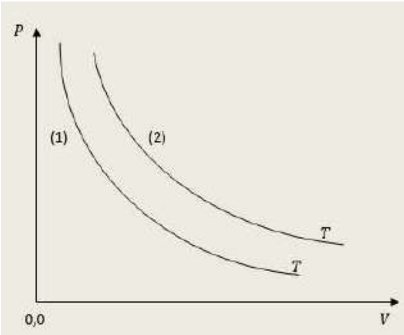
Οι δυνάμεις κατά την διάρκεια της έκρηξης είναι εσωτερικές με αποτέλεσμα να έχουμε διατήρηση της ορμής. Έτσι μπορούμε να γράψουμε την αρχή διατήρησης της ορμής πριν και μετά την έκρηξη. Έχουμε ορίσει θετική φορά την φορά κίνησης του βλήματος $\vec{\upsilon}$. Η ταχύτητα του δεύτερου κομματιού είναι $\vec{\upsilon}_x$

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \;\; ή \;\; 3m\,\vec{\upsilon} = m\;4\vec{\upsilon} + 2m\,\vec{\upsilon}_x \quad ή \quad 3m\,\upsilon = m\;4\upsilon + 2m\,\upsilon_x \quad ή \quad \upsilon_x = -\frac{\upsilon}{2}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.Στο διάγραμμα του σχήματος απεικονίζονται οι ισόθερμες καμπύλες (1) και (2), της ίδιας θερμοκρασίας T για δύο διαφορετικά ιδανικά αέρια.



Αν n_1 και n_2 τα moles των δύο αερίων, τότε ισχύει η σχέση:

(α) $n_1 = n_2$, **(β)** $n_1 > n_2$, **(γ)**$n_1 < n_2$

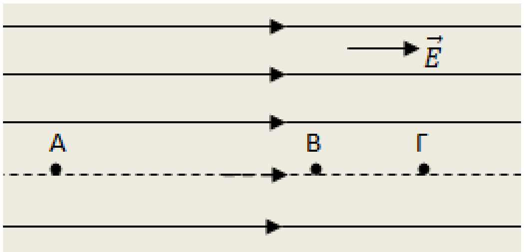
2.1.Α.Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β.Να αιτιολογήσετε την επιλογήσας.

Μονάδες 8

2.2.Τρία σημεία Α, Β και Γ, βρίσκονται πάνω σε μια δυναμική γραμμή ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου έντασης $\vec{E}$όπως στο σχήμα. Για τα μήκη των ευθύγραμμων τμημάτων που ορίζουν τα τρία αυτά σημεία ισχύει η σχέση $(ΑΓ) = 4 \cdot (ΒΓ)$.



Αν τα δυναμικά των σημείων Α και Γ του ηλεκτρικού πεδίου είναι $V_A = 20\ \mathrm{V}$ και $V_Γ = 4\ \mathrm{V}$, τότε το δυναμικό του σημείου Β είναι:

(α)$V_B = 16\ \mathrm{V}$, **(β)**$V_B = 8\ \mathrm{V}$, **(γ)**$V_B = 12\ \mathrm{V}$

2.2.Α.Ναεπιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

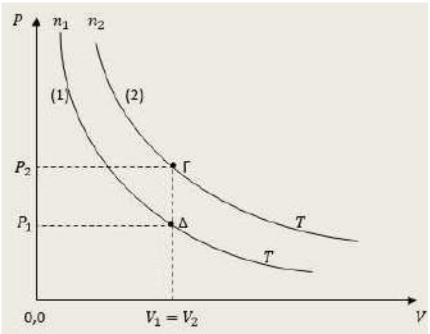
2.1.

2.1.Α.Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Θεωρούμε μια κατάσταση ισορροπίας των n_1 molestou αερίου (1), με θερμοκρασία T, όγκο V_1 και πίεση P_1. Θεωρούμε επίσης μια κατάσταση ισορροπίας των n_2 molestou αερίου (2), με θερμοκρασία T, ίσου όγκου $V_2 = V_1$ με τον όγκο του αερίου (1) και πίεσης P_2. Οι δύο αυτές καταστάσεις ισορροπίας των αερίων (1) και (2), απεικονίζονται στο δεδομένο διάγραμμα από τα σημεία Δ και Γ αντίστοιχα.



Με τη βοήθεια του διαγράμματος διαπιστώνουμε ότι για τις πιέσεις των δύο αυτών καταστάσεων ισορροπίας των δύο αερίων ισχύει η σχέση: $P_2 > P_1$ (1)

Εφαρμόζοντας την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων για τις δύο αυτές καταστάσεις των αερίων προκύπτουν:

$P_1 = \frac{n_1 \cdot R \cdot T}{V_1}$, $P_2 = \frac{n_2 \cdot R \cdot T}{V_2}$ και έχουμε θεωρήσει $V_1 = V_2$

Έτσι με τη βοήθεια της σχέσης (1) προκύπτει ότι ισχύει: $n_2 > n_1$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α.Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Για τα ευθύγραμμα τμήματα (ΑΓ) και (ΑΒ), ισχύουν οι σχέσεις:

$(A\Gamma) = 4 \cdot (B\Gamma)$ και $(AB) = (A\Gamma) - (B\Gamma) = 3 \cdot (B\Gamma)$

Για το μέτρο της έντασης του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου ισχύουν:

$E = \frac{V_A - V_\Gamma}{(A\Gamma)} = \frac{V_A - V_B}{(AB)}$, έτσι προκύπτει $\frac{V_A - V_\Gamma}{V_A - V_B} = \frac{(A\Gamma)}{(AB)} = \frac{4 \cdot (B\Gamma)}{3 \cdot (B\Gamma)} = \frac{4}{3}$

ή $3 \cdot V_A - 3 \cdot V_\Gamma = 4 \cdot V_A - 4 \cdot V_B$, οπότε: $V_B = \frac{V_A + 3 \cdot V_\Gamma}{4} = 8\ \mathrm{V}$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.Δύο σώματα (1) και (2), έχουν μάζες αντίστοιχα m_1 και m_2, για τις οποίες ισχύει η σχέση $m_2 = 4 \cdot m_1$. Τα δύο σώματα κινούνται με ταχύτητες $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$, αντίστοιχα, και οι κινητικές τους ενέργειες είναι ίσες ($K_1 = K_2$). Για τα μέτρα των ορμών των δύο σωμάτων, ισχύει ότι:

(α)είναι ίσα

(β)το μέτρο της ορμής του σώματος (1) είναι διπλάσιο από το μέτρο της ορμής του σώματος (2)

(γ)το μέτρο της ορμής του σώματος (2) είναι διπλάσιο από το μέτρο της ορμής του σώματος (1)

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β.Να αιτιολογήσετε την επιλογήσας.

Μονάδες 8

2.2.Δύο ιδανικές (υποθετικές) μηχανές Carnot (1) και (2), λειτουργούν μεταξύ των ίδιων θερμοκρασιών $T_1 = T_1{}' = T_h$ (θερμή δεξαμενή) και $T_2 = T_2{}' = T_c$ (ψυχρή δεξαμενή). Κατά την ισόθερμη αντιστρεπτή εκτόνωση της μηχανής (1), το αέριο απορροφά θερμότητα Q_1 , ενώ κατά την ισόθερμη αντιστρεπτή εκτόνωση της μηχανής (2), το αέριο απορροφά θερμότητα Q_2 . Δίνεται ότι για αυτά τα ποσά θερμότητας ισχύει η σχέση : $Q_2 = 2 \cdot Q_1$. Αν W_1 είναι το ωφέλιμο μηχανικό έργο που παράγεται από τη μηχανή (1) ανά κύκλο λειτουργίας της και W_2 το ωφέλιμο μηχανικό έργο που παράγεται από τη μηχανή (2) ανά κύκλο λειτουργίας της, ισχύει η σχέση:

(α) $W_1 = 2 \cdot W_2$, **(β)** $W_2 = 2 \cdot W_1$, **(γ)** $W_1 = W_2$

2.2.Α.Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α.Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

$K_1 = K_2$, $\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_1^2 = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \upsilon_2^2$, $\frac{(m_1 \cdot \upsilon_1)^2}{m_1} = \frac{(m_2 \cdot \upsilon_2)^2}{m_2}$, $\frac{p_1^2}{m_1} = \frac{p_2^2}{4 \cdot m_1}$

Τελικά $p_2 = 2 \cdot p_1$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α.Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Επειδή οι δύο μηχανές Carnotλειτουργούν μεταξύ των ίδιων θερμοκρασιών, έχουν ίσους συντελεστές απόδοσης:

$$e_1 = e_2 = 1 - \frac{T_c}{T_h}$$

Αλλά για τους συντελεστές απόδοσης των θερμικών μηχανών ισχύουν και οι σχέσεις

$$e_1 = \frac{Q_1}{W_1}, \quad e_2 = \frac{Q_2}{W_2}$$

Q_1 είναι η θερμότητα που απορροφά το αέριο της μηχανής (1) και Q_2 είναι η θερμότητα που απορροφά το αέριο της μηχανής (2) κατά την ισόθερμη εκτόνωση των θερμοδυναμικών κύκλων του αερίου σε κάθε μια από τις μηχανές Carnot

Αλλά δίνεται ότι ισχύει : $Q_2 = 2 \cdot Q_1$, άρα προκύπτει $\frac{Q_1}{W_1} = \frac{2 \cdot Q_1}{W_2}$, οπότε $W_2 = 2 \cdot W_1$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1 Φορτίο q αφήνεται να μετακινηθεί απόσταση $2\,m$ κατά μήκος δυναμικής γραμμής ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου έντασης $E = 10^3\ N/C$. Στο φορτίο ασκείται δύναμη μόνο από το ηλεκτρικό πεδίο, η επίδραση της βαρύτητας και η αντίσταση του αέρα θεωρούνται αμελητέες.

Η διαφορά δυναμικού μεταξύ της αρχικής και τελικής του θέσης ισούται με:

(α) $5 \cdot 10^2\ V$, **(β)** $3 \cdot 10^2\ V$, **(γ)** $2 \cdot 10^3\ V$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Δοχείο περιέχει αρχικά $4\ mol$ ιδανικού αερίου υπό πίεση p_0 και θερμοκρασία T_0. Το δοχείο φράσσεται στο στόμιο του από ειδική βαλβίδα ασφαλείας η οποία ανοίγει και επιτρέπει να διαφύγει ποσότητα αερίου μόλις η πίεση στο δοχείο ξεπεράσει την τιμή $2p_0$. Θερμαίνουμε το αέριο σε θερμοκρασία $4T_0$ οπότε η βαλβίδα ανοίγει, επιτρέπει να διαφύγει μια ποσότητα αερίου ενώ το υπόλοιπο αέριο, μέσα στο δοχείο, διατηρείται σε θερμοκρασία $4T_0$.

Ο λόγος του αριθμού των mol του αερίου πριν και μετά το άνοιγμα της βαλβίδας ισούται με:

(α) 4 , **(β)** $\frac{1}{2}$, **(γ)** 2

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η σχέση της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου και της διαφοράς δυναμικού δίνεται από την εξίσωση:

$$E = \frac{V}{x} \quad \text{ή} \quad V = E\,x \qquad \text{ή} \quad V = 2 \cdot 10^3\, volt$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Αρχικά, όσο το δοχείο είναι κλειστό, (με πίεση p_0 και θερμοκρασία T_0)έχουμε:

$$p_0\,V_0 = n_1\,R\,T_0$$

Στη συνέχεια όταν το δοχείο ανοίγει και μια ποσότητα αερίου διαφεύγει θα έχουμε ότι:

$$p\,V = n_2\,R\,T$$

Η τιμή της πίεσης (τη στιγμή που ανοίγει η βαλβίδα) θα είναι $2p_0$. Η τιμή της θερμοκρασίας θα είναι $4T_0$.

Αν διαιρέσουμε κατά μέλη τις παραπάνω εξισώσεις θα έχουμε:

$$\frac{p_0\,V_0}{p\,V} = \frac{n_1\,R\,T_0}{n_2\,R\,T} \quad \text{ή} \quad \frac{p_0\,V_0}{2p_0\,V_0} = \frac{n_1\,R\,T_0}{n_2\,R\,4T_0} \quad \text{ή} \quad \frac{n_1}{n_2} = 2$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Μια θερμική μηχανή απορροφά θερμότητα $Q_h = 1000 J$ από μια θερμή δεξαμενή θερμοκρασίας $T_h = 400\,K$. Η μηχανή αυτή θα μπορεί να αποβάλλει, σε μια ψυχρή δεξαμενή θερμοκρασίας $T_c = 300\,K$ θερμότητα

(α) μικρότερη ή ίση με 500 J , **(β)** ανάμεσα σε 501 και 749 J , **(γ)** 750 J ή μεγαλύτερη

2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Σε οριζόντιο επίπεδο βρίσκεται ακίνητο σώμα μάζας M. Βλήμα μάζας $m = \frac{M}{1000}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα υ_1, χτυπά το σώμα με αποτέλεσμα να το διαπεράσει. Το βλήμα εξέρχεται από το σώμα οριζόντια με ταχύτητα $\frac{\upsilon_1}{9}$.

Αν τα μέτρα της μεταβολής της ορμής του βλήματος και του σώματος είναι $|\Delta p_1|$ και $|\Delta p_2|$ αντίστοιχα τότε:

(α) $|\Delta p_1| = \frac{9}{1000}|\Delta p_2|$, **(β)** $|\Delta p_1| = \frac{1000}{9}|\Delta p_2|$, **(γ)** $|\Delta p_1| = |\Delta p_2|$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η εξιδανικευμένη μηχανή Carnot και η απόδοσή της e_{carnot} αποτελεί το ανώτατο όριο για την απόδοση e όλων των άλλων μηχανών που λειτουργούν ανάμεσα στις ίδιες θερμοκρασίες.:

$$e_{carnot} = 1 - \frac{T_c}{T_h} \text{ ή } e_{carnot} = 1 - \frac{300}{400} \text{ ή } e_{carnot} = 0{,}25$$

Συνεπώς:

$$e_{Carnot} \geq e \text{ ή } 0{,}25 \geq \frac{1000 - |\mathrm{Qc}|}{1000} \text{ ή } |Q_c| \geq 750J$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Το βλήμα και το σώμα αλληλεπιδρούν κατά τη διάτρηση και οι δυνάμεις μεταξύ τους ικανοποιούν τον τρίτο νόμο του Newton. Σύμφωνα με αυτόν το μέτρο των δυνάμεων που ασκεί το ένα σώμα στο άλλο θα είναι:

$$F_{1\to2} = F_{2\to1}$$

Εφαρμόζοντας τον δεύτερο νόμο του Newton για τα δύο σώματα κατά την χρονική διάρκεια Δt της αλληλεπίδρασης:

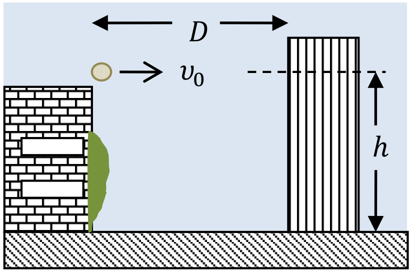
$$\frac{|\Delta p_1|}{\Delta t} = \frac{|\Delta p_2|}{\Delta t}$$

$$|\Delta p_1| = |\Delta P_2|$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1 Μικρή σφαίρα βάλλεται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 10\ m/s$ από την ταράτσα ενός κτιρίου. Η ταράτσα βρίσκεται σε ύψος $h = 45\ m$ από το έδαφος, που θεωρείται οριζόντιο. Σε απόσταση $D = 20\ m$ από το κτίριο αυτό υπάρχει δεύτερο ψηλό κτίριο όπως φαίνεται και στο σχήμα. Το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης είναι $g = 10\ m/s^2$ και η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.



Ο χρόνος κίνησης μέχρι την πρώτη πρόσκρουση του σώματος (είτε στο έδαφος είτε στο απέναντι κτήριο) είναι:

(α) $3\ s$, **(β)** $2\ s$, **(γ)** $1\ s$

2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

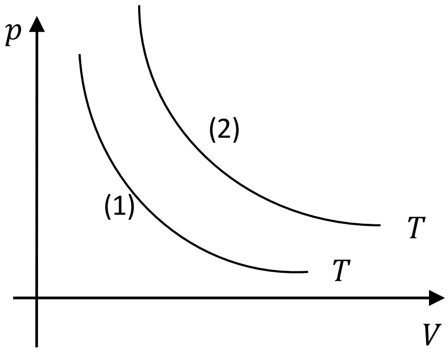
2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Στο διάγραμμα $p - V$ του σχήματος, οι καμπύλες (1) και (2) αντιστοιχούν στις ισόθερμες μεταβολές δύο αερίων που πραγματοποιούνται στην ίδια θερμοκρασία T. Αν n_1 και n_2 οι ποσότητες (mole) των δύο αερίων ισχύει:

(α) $n_1 > n_2$, **(β)** $n_2 > n_1$, **(γ)** $n_2 = n_1$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση



Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Αν το σώμα κινηθεί μέχρι το έδαφος (χωρίς να χτυπήσει στο απέναντι κτίριο) τότε εκτελεί οριζόντια βολή. Κατακόρυφα, σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων, πραγματοποιεί ελεύθερη πτώση από ύψος h. Ο χρόνος πτώσης του θα είναι:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 3\ s.$$

Αν χτυπήσει στο απέναντι κτίριο, πριν φτάσει στο έδαφος, η οριζόντια βολή θα διακοπεί από το δεύτερο κτίριο. Συνεπώς, από την επαλληλία των κινήσεων, οριζόντια πραγματοποιεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση για απόσταση D και ο χρόνος κίνησης στον αέρα θα είναι: $t' = \frac{D}{v_0} = 2\ s.$

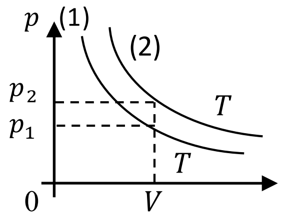
Επειδή λοιπόν $t' < t$, συμπεραίνουμε ότι η σφαίρα θα κτυπήσει πρώτα στο απέναντι κτίριο μετά από χρόνο κίνησης $t' = 2\ s.$

Μονάδες 8

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.



Αν για τυχαία τιμή του όγκου V σχεδιάσουμε μια διακεκομμένη κατακόρυφη ευθεία στο διάγραμμα, παρατηρούμε ότι η πίεση είναι διαφορετική για το κάθε αέριο. Οι τιμές για την πίεση, όπως φαίνεται στο διάγραμμα, είναι: $p_2 > p_1$.

Εάν γράψουμε την καταστατική εξίσωση για το κάθε αέριο χωριστά θα έχουμε:

$$p_1 V = n_1 R\, T \ \text{ και } \ p_2 V = n_2 R\, T .$$

Διαιρούμε τις εξισώσεις κατά μέλη οπότε θα έχουμε:

$$\frac{p_1 V}{p_2 V} = \frac{n_1 R\, T}{n_2 R\, T} \ \text{ ή } \ \frac{p_1}{p_2} = \frac{n_1}{n_2} \ \text{ και αφού : } p_2 > p_1 \ \text{ θα είναι και } n_2 > n_1 .$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Σημειακό αντικείμενο μάζας $m = 1\ kg$ εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση ολισθαίνοντας στην οριζόντια και λεία επιφάνεια τραπεζιού. Το σημειακό αντικείμενο συγκρατείται στην κυκλική του τροχιά, δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου, τεντωμένου, αβαρούς και μη ελαστικού νήματος, μήκους $\ell = 0{,}5\ m$, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε ακλόνητο σημείο. Η συχνότητα της κυκλικής κίνησης του σημειακού αντικειμένου είναι $f = \frac{10}{\pi}\ Hz$.

4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης του νήματος.

Μονάδες 6

Κάποια χρονική στιγμή ($t_0 = 0$) το νήμα κόβεται και το σημειακό αντικείμενο εκτελεί οριζόντια βολή με αρχική, οριζόντια ταχύτητα μέτρου υ_o, ίσου με το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας της ομαλής κυκλικής κίνησης του αντικειμένου. Η επιφάνεια του τραπεζιού απέχει ύψος $h = 0{,}8\ m$ από το οριζόντιο δάπεδο, στο οποίο στηρίζεται το τραπέζι.

4.2. Ποια χρονική στιγμή t_1 το σημειακό αντικείμενο προσκρούει στο δάπεδο που στηρίζεται το τραπέζι;

Μονάδες 6

4.3. Σε πόση οριζόντια απόσταση από το σημείο που εγκατέλειψε την επιφάνεια του τραπεζιού το σημειακό αντικείμενο προσέκρουσε στο δάπεδο;

Μονάδες 6

4.4. Προσδιορίστε την ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$ του σημειακού αντικειμένου τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία προσκρούει στο δάπεδο

Μονάδες 7

Να θεωρήσετε τη βαρυτική επιτάχυνση σταθερή, με μέτρο $g = 10\ \frac{m}{s^2}$ και να αγνοήσετε τις δυνάμεις που ασκεί ο ατμοσφαιρικός αέρας στο αντικείμενο.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Ισχύει: $\upsilon_0 = 2 \cdot \pi \cdot \ell \cdot f$, $\upsilon_0 = 10\ \frac{m}{s}$ και
$F_{\kappa\varepsilon\nu} = \frac{m \cdot \upsilon_0^2}{\ell} = 200\ N$, αλλά $F_{\kappa\varepsilon\nu} = T$, οπότε $T = 200\ N$.

Μονάδες 6

4.2. Ισχύει: $h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2$, $t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$, $t_1 = 0{,}4\ s$.

Μονάδες 6

4.3. Ισχύει: $S = \upsilon_0 \cdot t_1$, $R = 4\ m$.

Μονάδες 6

4.4. Ισχύει: $\upsilon_1 = \sqrt{\upsilon_0^2 + \upsilon_{y1}^2} = \sqrt{\upsilon_0^2 + g^2 \cdot t_1^2} = \sqrt{116}\ \frac{m}{s} = 2 \cdot \sqrt{29}\ \frac{m}{s}$. Αν φ είναι η γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$ με τον ορίζοντα, τότε: $\varepsilon\varphi\varphi = \frac{\upsilon_{y1}}{\upsilon_0} = \frac{g \cdot t_1}{\upsilon_0} = 0{,}4$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2

2.1. Σώμα μάζας m κινείται με ταχύτητα μέτρου υ_0 σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα μάζα Μ. Αν κατά την πλαστική κρούση χάνεται το 75% της αρχικής κινητικής ενέργειας του συστήματος, τότε ο λόγος $\frac{m}{M}$ των μαζών ισούται με:

(α) $\frac{1}{3}$, **(β)** $\frac{1}{4}$, **(γ)** $\frac{1}{2}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ο ωροδείκτης και ο λεπτοδείκτης ενός ρολογιού δείχνουν 6 ακριβώς. Οι δείκτες θα συμπέσουν για πρώτη φορά μετά από χρόνο t:

(α) $\frac{12}{17}h$, **(β)** $\frac{8}{15}h$, **(γ)** $\frac{6}{11}h$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

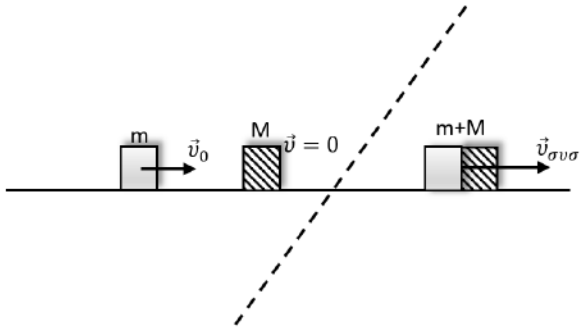
Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.
2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.



Εφαρμόζουμε αρχή διατήρηση της ορμής κατά την κρούση

$$\vec{P}_{O\Lambda(\pi\rho\iota\nu)} = \vec{P}_{O\Lambda(\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha})} \Leftrightarrow \vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}_{\sigma\upsilon\sigma} \Leftrightarrow \vec{P}_1 = \vec{P}_{\sigma\upsilon\sigma} \Leftrightarrow m \cdot \upsilon_0 = (m + M) \cdot \upsilon_{\sigma\upsilon\sigma}$$

$$\upsilon_{\sigma\upsilon\sigma} = \frac{m \cdot \upsilon_0}{m + M} \; (1)$$

Εφόσον χάνεται το 75% της αρχικής κινητικής ενέργειας του συστήματος παραμένει στο σύστημα 25% της αρχικής κινητικής ενέργειας.

$$K_{\sigma\upsilon\sigma} = \frac{25}{100} \cdot K_{\alpha\rho\chi} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot (m + M) \cdot {\upsilon_{\sigma\upsilon\sigma}}^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot {\upsilon_0}^2 \; (2)$$

Μέσω της σχέσεως (1) η σχέση (2) γίνεται:

$$\frac{1}{2} \cdot (m + M) \cdot \left(\frac{m \cdot \upsilon_0}{m + M}\right)^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot {\upsilon_0}^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot (m + M) \cdot \frac{m^2 \cdot {\upsilon_0}^2}{(m + M)^2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot {\upsilon_0}^2 \Leftrightarrow \frac{m}{m + M} = \frac{1}{4}$$

$$4m = m + M \Leftrightarrow 3m = M \Leftrightarrow \frac{m}{M} = \frac{1}{3}$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β. Τη χρονική στιγμή t ο λεπτοδείκτης και ο ωροδείκτης θα έχουν διαγράψει αντίστοιχα γωνίες ϕ_λ και ϕ_ω αντίστοιχα και θα ισχύει:

$$\varphi_\lambda - \varphi_\omega = \pi \ (1)$$

Αρχική θέση δεικτών　　　　Τελική θέση δεικτών

Οι γωνιακές ταχύτητες του λεπτοδείκτη και του ωροδείκτη είναι ίσες με ω_λ και ω_ω αντίστοιχα.

Ισχύει

$$\varphi_\lambda = \omega_\lambda \cdot t = \frac{2\pi}{T_\lambda} \cdot t \ (2)$$

Όπου $T_\lambda = 1h$ είναι η περίοδος του λεπτοδείκτη και

$$\varphi_\omega = \omega_\omega \cdot t = \frac{2\pi}{T_\omega} \cdot t \ (3)$$

Όπου $T_\omega = 12h$ είναι η περίοδος του ωροδείκτη.
Ισχύει:

$$\varphi_\lambda - \varphi_\omega = \pi \overset{(2),(3)}{\Longleftrightarrow} \frac{2\pi}{T_\lambda} \cdot t - \frac{2\pi}{T_\omega} \cdot t = \pi$$

$$2\pi\left(\frac{t}{T_\lambda} - \frac{t}{T_\omega}\right) = \pi \Leftrightarrow 2 \cdot \left(\frac{t}{T_\lambda} - \frac{t}{T_\omega}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{t}{T_\lambda} - \frac{t}{T_\omega} = \frac{1}{2}$$

$$t\left(\frac{1}{T_\lambda} - \frac{1}{T_\omega}\right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow t\left(\frac{T_\omega - T_\lambda}{T_\lambda \cdot T_\omega}\right) = \frac{1}{2}$$

$$t = \frac{T_\lambda \cdot T_\omega}{2 \cdot (T_\omega - T_\lambda)}$$

$$t = \frac{6}{11} h$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Σώμα εκτοξεύεται οριζόντια από κάποιο ύψος h πάνω από το έδαφος με οριζόντια ταχύτητα U_0. Κάποια στιγμή η οριζόντια μετατόπιση x έχει το ίδιο μέτρο με την κατακόρυφη μετατόπιση y. Τη στιγμή αυτή, η ταχύτητα του σώματος έχει μέτρο:

(α) $U_0 \cdot \sqrt{3}$, **(β)** $U_0 \cdot \sqrt{5}$ **(γ)** $U_0 \cdot \sqrt{7}$

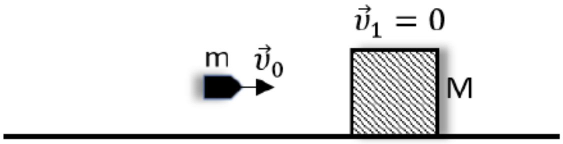
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Βλήμα μάζας m κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου υ_0 και σφηνώνεται στο κέντρο μάζας ακίνητου ξύλινου σώματος μάζας Μ.



Κατά την κρούση αυτή η μεταβολή της ορμής του βλήματος είναι:

(α) $\frac{-m \cdot M \cdot \upsilon_0}{m+M}$, **(β)** $\frac{-2m \cdot M \cdot \upsilon_0}{m+M}$, **(γ)** $-\frac{1}{2} \cdot \frac{m \cdot M \cdot \upsilon_0}{(m+M)}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β. Το σώμα στο οριζόντιο άξονα x εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και στον κατακόρυφο άξονα y ελεύθερη πτώση.

Η οριζόντια μετατόπιση x δίνεται από τον τύπο $x = \upsilon_0 \cdot t$, και η κατακόρυφη μετατόπιση y δίνεται από τον τύπο $y = \frac{1}{2} g \cdot t^2$.

Βάση των δεδομένων της άσκησης τη χρονική στιγμή t το $y = x \Leftrightarrow \frac{1}{2} g \cdot t^2 = \upsilon_0 \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{2 \cdot \upsilon_0}{g}$.

Η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας υx είναι σταθερή $\upsilon_x = \upsilon_0$.

Η κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας $\upsilon_y = g \cdot t$ άρα $\upsilon_y = g \cdot \frac{2\upsilon_0}{g} \Leftrightarrow \upsilon_y = 2\,\upsilon_0$.

Το μέτρο της ταχύτητας

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x{}^2 + \upsilon_y{}^2} \Leftrightarrow \upsilon = \sqrt{\upsilon_0{}^2 + (2\,\upsilon_0)^2} \Leftrightarrow \upsilon = \sqrt{\upsilon_0{}^2 + 4\,\upsilon_0{}^2} \Leftrightarrow \upsilon = \sqrt{5\,\upsilon_0{}^2} \Leftrightarrow \upsilon = \upsilon_0\sqrt{5}$$

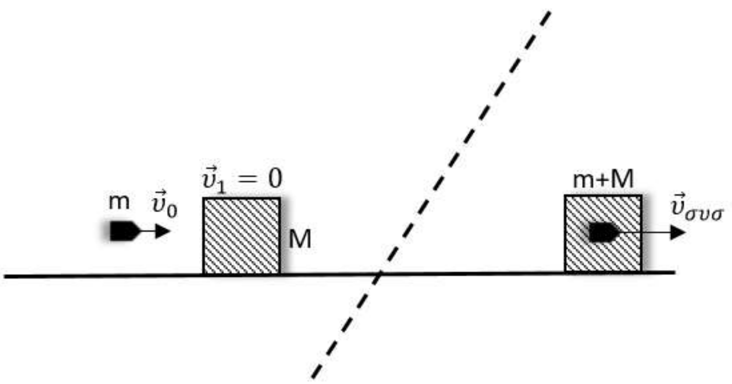
Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.



Εφαρμόζουμε αρχή διατήρηση ορμής κατά την κρούση

$$\vec{P}_{O\Lambda_{\pi\rho\iota\nu}} = \vec{P}_{O\Lambda_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}} \Leftrightarrow \vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}_{\sigma\upsilon\sigma}$$

$$\vec{P}_1 = \vec{P}_{\sigma\upsilon\sigma} \Leftrightarrow m \cdot \upsilon_0 = (m + M) \cdot \upsilon_{\sigma\upsilon\sigma} \Leftrightarrow \upsilon_{\sigma\upsilon\sigma} = \frac{m \cdot \upsilon_0}{m + M} \ (1)$$

Η μεταβολή ορμής του βλήματος

$$\Delta\vec{P} = \vec{P}_{\beta_{\tau\varepsilon\lambda}} - \vec{P}_{\beta_{\alpha\rho\chi}}$$

$$\Delta P = m \cdot \upsilon_{\sigma\upsilon\sigma} - m \cdot \upsilon_0 \overset{(1)}{\Leftrightarrow} \Delta P = \frac{m \cdot m \cdot \upsilon_0}{m + M} - m \cdot \upsilon_0 \Leftrightarrow \Delta P = m \cdot \upsilon_0 \left(\frac{m}{M + m} - 1\right)$$

$$\Delta P = m \cdot \upsilon_0 \left(-\frac{M}{m + M}\right) \Leftrightarrow \Delta P = -\frac{m \cdot M \cdot \upsilon_0}{m + M}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ένας δορυφόρος μεταφέρεται από την γήινη επιφάνεια σε ύψος h όπου το βάρος του γίνεται το $\frac{1}{16}$ του βάρους που είχε στην επιφάνεια της Γης. Με κατάλληλη διάταξη ο δορυφόρος τίθεται σε κυκλική τροχιά γύρω από τη Γη στο ύψος h.

Αν το g_0 είναι η επιτάχυνση βαρύτητας στη γήινη επιφάνεια και R η ακτίνα της Γης, τότε η ταχύτητα περιφοράς του είναι:

(α) $\frac{1}{16}\sqrt{g_0 R}$ **(β)** $\frac{1}{4}\sqrt{g_0 R}$ **(γ)** $\frac{1}{2}\sqrt{g_0 R}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Η ταχύτητα διαφυγής ενός σώματος, αν εκτοξευτεί από την επιφάνεια της Γης έχει μέτρο $υ_δ$. Τοποθετούμε το σώμα σε ύψος h από την επιφάνεια της Γης ως δορυφόρο σε κυκλική τροχιά, ώστε η γραμμική του ταχύτητα να έχει μέτρο $\upsilon = \frac{\upsilon_\delta}{2}$.

Η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην γήινη επιφάνεια είναι g_0 και η ακτίνα της Γης R.

Η ένταση του πεδίου βαρύτητας στο ύψος h είναι:

(α) $\frac{g_0}{8}$, **(β)** $\frac{g_0}{4}$, **(γ)** $\frac{g_0}{16}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.
2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Το βάρος του δορυφόρου στην επιφάνεια της Γης είναι ίσο με $B_0 = \frac{G \cdot M_\Gamma \cdot m}{R^2}$ (1)

ενώ το βάρος του δορυφόρου σε ύψος h πάνω από την επιφάνεια της Γης είναι ίσο με $B = \frac{G \cdot M_\Gamma \cdot m}{(R+h)^2}$ (2)

Ισχύει όμως

$$B = \frac{1}{16} B_0 \Leftrightarrow \frac{G \cdot M_\Gamma \cdot m}{(R+h)^2} = \frac{1}{16} \cdot \frac{G \cdot M_\Gamma \cdot m}{R^2}$$

$$\frac{1}{(R+h)^2} = \frac{1}{16R^2} \Leftrightarrow (R+h)^2 = 16R^2 \Leftrightarrow (R+h)^2 = (4R)^2$$

$$R + h = 4R \Leftrightarrow h = 3R \ (1)$$

Η ταχύτητα περιφοράς του δορυφόρου σε ύψος h=3R υπολογίζεται από τη σχέση

$$\mathrm{F} = \mathrm{F}_\kappa \Leftrightarrow \mathrm{G}\frac{M_\Gamma \cdot \mathrm{m}}{\mathrm{r}^2} = \frac{\mathrm{m}\,\mathrm{U}^2}{\mathrm{r}} \Leftrightarrow \frac{\mathrm{G} \cdot M_\Gamma}{\mathrm{r}} = \mathrm{U}^2 \Leftrightarrow \mathrm{U} = \sqrt{\frac{\mathrm{G} \cdot M_\Gamma}{\mathrm{r}}}$$

$$\mathrm{U} = \sqrt{\frac{\mathrm{G} \cdot M_\Gamma}{\mathrm{R+h}}} \overset{(1)}{\Leftrightarrow} \mathrm{U} = \sqrt{\frac{\mathrm{G} \cdot M_\Gamma}{4\mathrm{R}}} \ (1)$$

Η βαρυτική επιτάχυνση στην επιφάνεια της Γης δίνεται από τον τύπο $\mathrm{g}_0 = \frac{\mathrm{G} \cdot M_\Gamma}{\mathrm{R}^2} \Leftrightarrow \mathrm{G} \cdot M_\Gamma = \mathrm{g}_0 \mathrm{R}^2$ (2)

Αντικαθιστώ το αποτέλεσμα της σχέσεως (2) στην σχέση (1) και έχω:

$$\mathrm{U} = \sqrt{\frac{\mathrm{g}_0 \cdot \mathrm{R}^2}{4\mathrm{R}}} \Leftrightarrow \mathrm{U} = \sqrt{\frac{\mathrm{g}_0 \cdot \mathrm{R}}{4}} \Leftrightarrow \mathrm{U} = \frac{1}{2}\sqrt{\mathrm{g}_0 \cdot \mathrm{R}}$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η ταχύτητα διαφυγής από την επιφάνεια της Γης υπολογίζεται με εφαρμογή της αρχής διατήρησης μηχανικής ενέργειας από την επιφάνεια της Γης μέχρι το άπειρο, όπου το σώμα φτάνει με μηδενική μηχανική ενέργεια.

$$\mathrm{E}\mu\eta\chi_{\Gamma\eta} = \mathrm{E}\mu\eta\chi_{\infty} \Leftrightarrow -\mathrm{G}\frac{M_\Gamma \cdot \mathrm{m}}{\mathrm{R}} + \frac{1}{2}\mathrm{mU}\delta^2 = 0$$

$$\frac{1}{2}\mathrm{m}\,\mathrm{U}_\delta^2 = \mathrm{G}\frac{M_\Gamma \cdot \mathrm{m}}{\mathrm{R}} \Leftrightarrow \mathrm{U}_\delta^2 = \frac{2\mathrm{G} \cdot M_\Gamma}{\mathrm{R}}$$

$$\mathrm{U}_\delta = \sqrt{\frac{2\mathrm{G} \cdot M_\Gamma}{\mathrm{R}}} \ (1)$$

Για το σώμα m που τοποθετείται σε κυκλική τροχιά ως δορυφόρος, η βαρυτική έλξη της Γης παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης.

$$\mathrm{F} = \mathrm{F_κ} \Leftrightarrow \mathrm{G}\frac{M_Γ \cdot \mathrm{m}}{\mathrm{r}^2} = \frac{\mathrm{m}\,υ^2}{\mathrm{r}} \Leftrightarrow \frac{\mathrm{G} \cdot M_Γ}{\mathrm{r}} = υ^2 \Leftrightarrow υ = \sqrt{\frac{\mathrm{G} \cdot M_Γ}{\mathrm{r}}} \quad (2)$$

Από τα δεδομένα της άσκησης έχω:

$$υ = \frac{1}{2}υ_δ \overset{(1)}{\underset{(2)}{\Leftrightarrow}} \sqrt{\frac{\mathrm{G} \cdot M_Γ}{\mathrm{r}}} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2\mathrm{G}\frac{M_Γ}{\mathrm{R}}}$$ υψώνω στο τετράγωνο

$$\frac{\mathrm{G} \cdot M_Γ}{\mathrm{r}} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2\mathrm{G} \cdot M_Γ}{\mathrm{R}} \Leftrightarrow \frac{1}{\mathrm{r}} = \frac{1}{2\mathrm{R}} \Leftrightarrow \mathrm{r} = 2\mathrm{R} \Leftrightarrow \mathrm{R} + \mathrm{h} = 2\mathrm{R} \Leftrightarrow \mathrm{h} = \mathrm{R}$$

Η ένταση του πεδίου βαρύτητας σε ύψος h δίνεται από τον τύπο:

$$g = \frac{G \cdot M_Γ}{(R+h)^2}$$

αντικαθιστώ h=R και ο τύπος γίνεται:

$$g = \frac{G \cdot M_Γ}{(R+R)^2} \Leftrightarrow g = \frac{G \cdot M_Γ}{4R^2} \quad (3)$$

Η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης είναι:

$$g_0 = \frac{G \cdot M_Γ}{R^2} \Leftrightarrow G \cdot M_Γ = g_0 \cdot R^2 \quad (4)$$

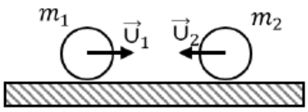
Αντικαθιστώ την σχέση (3) με την σχέση (4) και έχω

$$g = \frac{g_0 . R^2}{4R^2} \Leftrightarrow g = \frac{g_0}{4}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Δύο σφαίρες μαζών $m_1 = 3kg$ και $m_2 = 2kg$ κινούνται πάνω σε λείο δάπεδο στην ίδια ευθεία με αντίθετη φορά και με ταχύτητες μέτρων $υ_1 = 5\, ^m/_s$ και $υ_2 = 10\, ^m/_s$ αντίστοιχα, όπως στο σχήμα:



Οι σφαίρες συγκρούονται και αμέσως μετά την κρούση η σφαίρα m_1 κινείται με ταχύτητα μέτρου $υ_1' = 7\, ^m/_s$ και με φορά αντίθετη της $\vec{υ}_1$. Η σύγκρουση διαρκεί Δt=0,01s.

4.1. Να υπολογίσετε την ταχύτητα της σφαίρας m_2 μετά τη σύγκρουση

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε τη μέση δύναμη η οποία ασκήθηκε στη σφαίρα μάζας m_1κατά τη σύγκρουση

Μονάδες 6

4.3. Να ελέγξετε αν κατά τη κρούση έχουμε απώλεια μηχανικής ενέργειας.

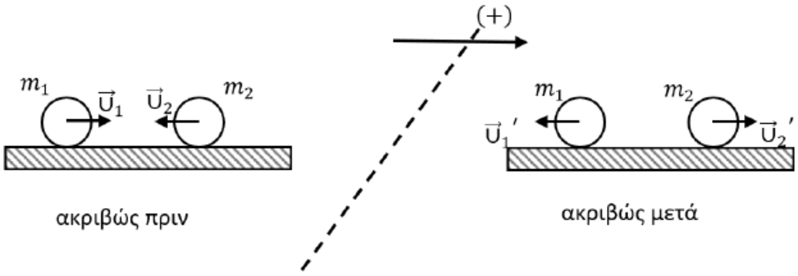
Μονάδες 6

4.4. Να βρείτε την απόσταση των σφαιρών m_1 και m_2 μετά από 2,01s από τη στιγμή που ήρθαν σε επαφή.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1.



Εφαρμόζω Αρχή Διατήρησης της Ορμής (Α.Δ.Ο.)

$$\vec{P}_{αρχσυσ} = \vec{P}_{τελσυσ}$$

$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}_1{}' + \vec{P}_2{}' \Leftrightarrow m_1 \cdot \upsilon_1 - m_2 \cdot \upsilon_2 = -m_1 \cdot \upsilon_1{}' + m_2 \cdot \upsilon_2{}'$$

$$\upsilon_2{}' = \frac{m_1 \cdot \upsilon_1 - m_2 \cdot \upsilon_2 + m_1 \cdot \upsilon_1{}'}{m_2}$$

Αντικαθιστώ αριθμητικές τιμές και καταλήγω

$$\upsilon_2{}' = 8\,{}^{m}/_{s}$$

Μονάδες 6

4.2. Κατά τη σύγκρουση των δύο μαζών η σφαίρα m_1 δέχεται τη μέση δύναμη $\overrightarrow{F_1}$ από τη σφαίρα m_2, το μέτρο της οποία υπολογίζεται από τη σχέση

$$\vec{F}_1 = \frac{\Delta\vec{P}_1}{\Delta t} \Leftrightarrow \vec{F}_1 = \frac{\vec{P}_1 τελ - \vec{P}_1 αρχ}{\Delta t}$$

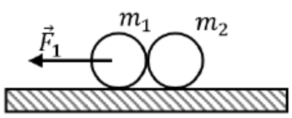
$$F_1 = \frac{-m_1 \cdot \upsilon_1{}' - (+m_1 \cdot \upsilon_1)}{\Delta t}$$

$$F_1 = \frac{-m_1 \cdot \upsilon_1{}' - m_1 \cdot \upsilon_1}{\Delta t}$$

$$F_1 = \frac{-m_1 \cdot (\upsilon_1{}' + \upsilon_1)}{\Delta t}$$

Αντικαθιστώ αριθμητικές τιμές και η

$$F_1 = -3600N$$



Η δύναμη αυτή έχει μέτρο $F_1 = 3600N$ και κατεύθυνση προς τα αριστερά όπως φαίνεται στο σχήμα.

Μονάδες 6

4.3. Η απώλεια της μηχανικής ενέργειας οφείλεται στην κινητική ενέργεια του συστήματος, αφού η δυναμική είναι μηδέν. Η απώλεια μηχανικής ενέργειας υπολογίζεται από τον τύπο:

$$E_{\alpha\pi} = K_{\sigma\upsilon\sigma\ \pi\rho\iota\nu} - K_{\sigma\upsilon\sigma\ \mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}\ (1)$$

$$K_{\sigma\upsilon\sigma\ \pi\rho\iota\nu} = K_1 + K_2 \Leftrightarrow K_{\sigma\upsilon\nu\ \pi\rho\iota\nu} = \frac{1}{2}m_1 \cdot \upsilon_1{}^2 + \frac{1}{2}m_2 \cdot \upsilon_2{}^2$$

Αντικαθιστώ αριθμητικές τιμές και καταλήγω.

$$K_{\sigma\upsilon\sigma\ \pi\rho\iota\nu} = 137{,}5J\ (2)$$

$$K_{\sigma\upsilon\sigma\ \mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = K_1{}' + K_2{}' \Leftrightarrow K_{\sigma\upsilon\sigma\ \mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = \frac{1}{2}m_1 \cdot \upsilon_1{}'^2 + \frac{1}{2}m_2 \cdot \upsilon_2{}'^2$$

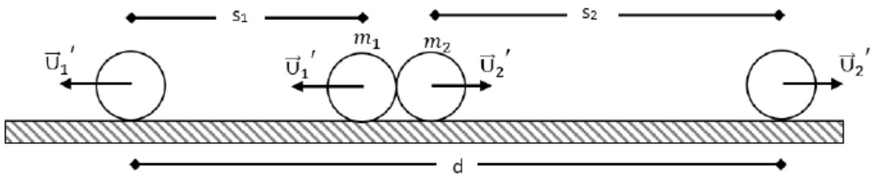
Αντικαθιστώ αριθμητικές τιμές και καταλήγω.

$$K_{\sigma\upsilon\sigma\ \mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = 137{,}5J\ (3)$$

Παρατηρώ ότι $K_{\sigma\upsilon\sigma\ \pi\rho\iota\nu} = K_{\sigma\upsilon\sigma\ \mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = 137{,}5J$ άρα κατά την κρούση αυτή δεν παρατηρείται απώλεια μηχανικής ενέργειας.

Μονάδες 6

4.4. Εφόσον η σύγκρουση διαρκεί 0,01s, τα σώματα κινούνται χωρίς να είναι σε επαφή μετά την κρούση για χρονικό διάστημα $\Delta t = 2s$



Με ταχύτητες μέτρου $\upsilon_1{}' = 7\ {}^{m}/_{s}$ και $\upsilon_2{}' = 8\ {}^{m}/_{s}$ προς αντίθετη φορά.

Το δάπεδο είναι λείο και τα δύο σώματα εκτελούν Ε.Ο.Κ.

Το σώμα m_1 σε χρόνο $\Delta t = 2s$ διανύει διάστημα $S_1 = \upsilon_1{}' \cdot \Delta t \Leftrightarrow S_1 = 14m$

Το σώμα m_2 σε χρόνο $\Delta t = 2s$ διανύει διάστημα $S_2 = \upsilon_2{}' \cdot \Delta t \Leftrightarrow S_2 = 16m$

Τα σώματα απέχουν μεταξύ τους $d = S_1 + S_2 \Leftrightarrow d = 30m$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Ένα βλήμα μάζας $m = 10kg$ εκτοξεύεται προς τα πάνω από το έδαφος κατά την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 40\,{}^{m}/_{s}$. Κατά την άνοδό του και στη θέση $y = 60m$ διασπάται με έκρηξη σε δύο τμήματα Α και Β ίσων μαζών, από τα οποία το Α συνεχίζει προς τα πάνω και φθάνει σε ύψος $h = 180m$ από το σημείο της έκρηξης.

4.1. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του τμήματος Α αμέσως μετά την έκρηξη.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος Β αμέσως μετά την έκρηξη.

Μονάδες 6

4.3. Να βρείτε τη χρονική στιγμή άφιξης του τμήματος Α στο μέγιστο ύψος του.

Μονάδες 6

4.4. Να βρείτε συνολική μεταβολή της ορμής του τμήματος Β από τη στιγμή αμέσως μετά την έκρηξη μέχρι την προσεδάφισή του.

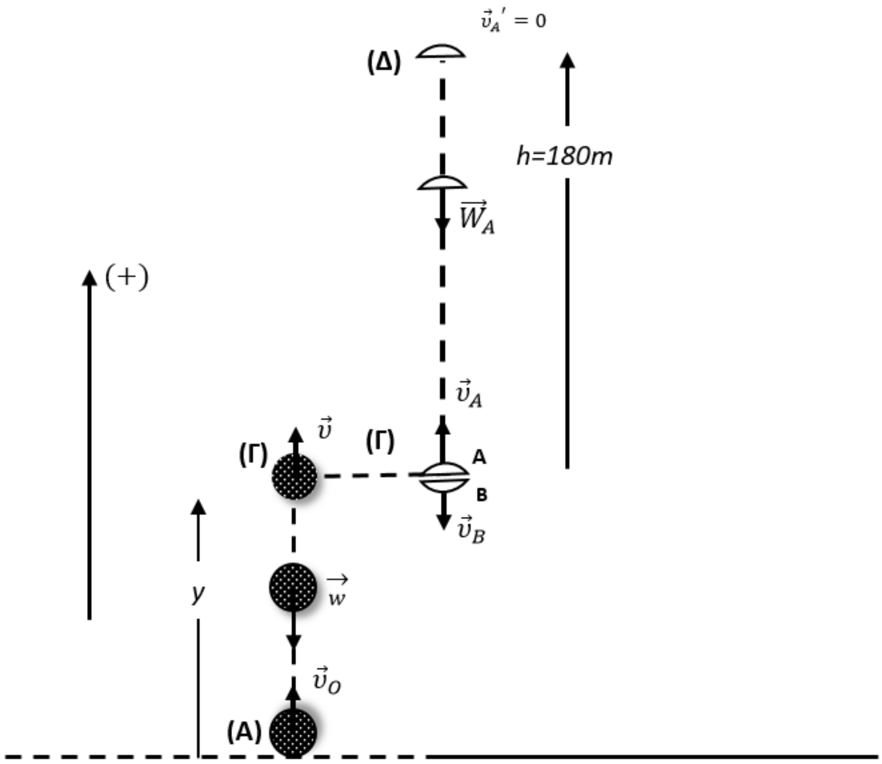
Μονάδες 7

Να θεωρήσετε αμελητέα την αντίσταση του αέρα.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας ($g = 10\,{}^{m}/_{s^2}$).

ΘΕΜΑ 4

4.1.



Εφαρμόζω θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας για το τμήμα Α ακριβώς μετά την έκρηξη από τη θέση Γ μέχρι τη θέση Δ που έχει ανέβει κατακόρυφα σε ύψος h=180m.

$$K_{\tau\varepsilon\lambda}^{(\Delta)} - K_{\alpha\rho\chi}^{(\Gamma)} = W_W$$

$$0 - \frac{1}{2} m_A \cdot {\upsilon_A}^2 = -m_A \cdot g \cdot h \;\Leftrightarrow \upsilon_A = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

$$\upsilon_A = 60 \, {}^{m}/_{s}$$

Μονάδες 6

4.2. Εφαρμόζω θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας για το βλήμα για την κατακόρυφη μετακίνηση του κατά y=60m από τη θέση Α στη θέση (Γ)

$$K_{\tau\varepsilon\lambda}^{(\Gamma)} - K_{\alpha\rho\chi}^{(A)} = W_W$$

$$\frac{1}{2} m \cdot \upsilon^2 - \frac{1}{2} m \cdot {\upsilon_0}^2 = -m \cdot g \cdot y \Leftrightarrow \upsilon = \sqrt{{\upsilon_0}^2 - 2g \cdot y}$$

$$\upsilon = 20 \, {}^{m}/_{s}$$

Εφαρμόζω Αρχή Διατήρησης της Ορμής (Α.Δ.Ο.) κατά την έκρηξη του βλήματος στα τμήματα Α και Β. Εάν m είναι η μάζα του βλήματος τα τμήματα Α και Β έχουν ίσες μάζες $m_A = m_B = \frac{m}{2}$.

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi\;\sigma\upsilon\sigma} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda\;\sigma\upsilon\sigma}$$

$$\vec{P}_{\beta\lambda} = \vec{P}_A + \vec{P}_B$$

$$m \cdot \upsilon = \frac{m}{2}\upsilon_A + \frac{m}{2}\upsilon_B \Leftrightarrow 2m \cdot \upsilon = m \cdot \upsilon_A + m \cdot \upsilon_B \Leftrightarrow 2m \cdot \upsilon = m \cdot (\upsilon_A + \upsilon_B) \Leftrightarrow 2\upsilon = \upsilon_A + \upsilon_B$$

$$\upsilon_B = 2\upsilon - \upsilon_A \Leftrightarrow \upsilon_B = -20\,{}^{m}/_{s}$$

Μετά την κρούση το σώμα Β κινείται κατακόρυφα με φορά προς τα κάτω και με ταχύτητα μέτρου

$$\upsilon_B = 20\,{}^{m}/_{s}$$

Μονάδες 6

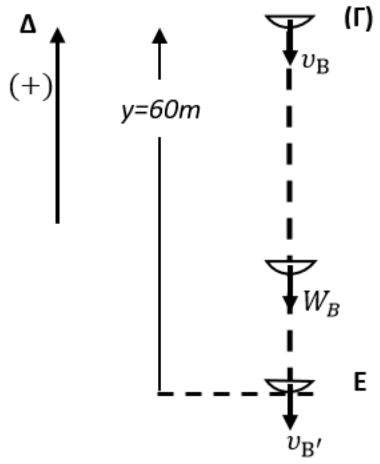
4.3. Το τμήμα Α κατά την κατακόρυφη κίνηση εκτελεί κατακόρυφη βολή προς τα πάνω και η ταχύτητά του δίνεται από τον τύπο $\upsilon = \upsilon_o - g \cdot t$ με υ_o την ταχύτητα υ_A μέτρου $\upsilon_A = 60\,{}^{m}/_{s}$. Στο μέγιστο ύψος η ταχύτητα του υ είναι μηδέν. Έτσι έχω

$$0 = \upsilon_A - g \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{\upsilon_A}{g}$$

$$t = 6s$$

Μονάδες 6

4.4.



Εφαρμόζω για το τμήμα Β Θεώρημα Μηχανικής Κινητικής Ενέργειας (ΘΜΚΕ) από τη θέση ακριβώς μετά την έκρηξη μέχρι την προσεδάφισή του για να βρω με τι ταχύτητα φτάνει στο έδαφος.

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{WB}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m_B \cdot {\upsilon_B{}'}^2 - \frac{1}{2} \cdot m_B \cdot {\upsilon_B}^2 = +m_B \cdot g \cdot y$$

$$\upsilon_B{}' = \sqrt{{\upsilon_B}^2 + 2g \cdot y}$$

$$\upsilon_B{}' = 40\,{}^{m}/_{s}$$

$$\Delta\vec{P}_\beta = \vec{P}_{\beta_{\tau\varepsilon\lambda}} - \vec{P}_{\beta_{\alpha\rho\chi}}$$

$$\Delta P_\beta = -m_B \cdot \upsilon_B{}' - (-m_B \cdot \upsilon_B)$$

$$\Delta P_\beta = -m_B \cdot \upsilon_B{}' + m_B \cdot \upsilon_B$$

$$\Delta P_\beta = -m_B \cdot (\upsilon_B{}' - \upsilon_B)$$

$$\Delta P_\beta = -\frac{m}{2} \cdot (\upsilon_B{}' - \upsilon_B)$$

$$\Delta P_\beta = -100kg\,{}^{m}/_{s}$$

Άρα η μεταβολή ορμής έχει μέτρο $\Delta P = 100kg\, {}^{m}/_{s}$, διεύθυνση κατακόρυφη και φορά αντίθετη από την θετική φορά διανυσμάτων.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2

2.1. Όταν η απόλυτη θερμοκρασία (Τ) ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου διπλασιάζεται υπό σταθερό όγκο, τότε η πίεσή του:
(α) παραμένει σταθερή.
(β) διπλασιάζεται.
(γ) υποδιπλασιάζεται.
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένα ηλεκτρόνιο επιταχύνεται από την ηρεμία σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο από διαφορά δυναμικού V_1 και αποκτά ταχύτητα μέτρου υ_1, όταν βγαίνει από το πεδίο. Αν ένα ηλεκτρόνιο επιταχυνθεί από την ηρεμία σε άλλο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο από διαφορά δυναμικού $V_2 = 2V_1$ θα αποκτήσει, κατά την έξοδό του από αυτό, ταχύτητα μέτρου υ_2. Για τα μέτρα των δύο ταχυτήτων ισχύει η σχέση :

(α) $\upsilon_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \upsilon_1$, **(β)** $\upsilon_2 = \sqrt{2} \cdot \upsilon_1$, **(γ)** $\upsilon_2 = 2 \cdot \upsilon_1$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.
2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Αφού ο όγκος παραμένει σταθερός, η μεταβολή είναι ισόχωρη και ισχύει $\frac{P}{T} = σταθ$

(Μονάδες 2)

Συνεπώς, είναι:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2},$$

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{\frac{T_1}{2}},$$

$$P_1 = 2 \cdot P_2$$

(Μονάδες 6)

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Το ηλεκτρόνιο επιταχύνεται από τη διαφορά δυναμικού V_1 και αποκτά κινητική ενέργεια που δίνεται από το θεώρημα έργου – ενέργειας.

$$K_1 - K_o = ΣW$$

(Μονάδα 1)

$$\frac{1}{2} \cdot m_e \cdot υ_1^2 = q_e \cdot V_1 \, , \, υ_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot q_e \cdot V_1}{m_e}} \, (1)$$

(Μονάδες 3)

Ομοίως, όταν επιταχύνεται από τη διαφορά δυναμικού V_2 αποκτά ταχύτητα:

$$υ_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot q_e \cdot V_2}{m_e}} \, (2)$$

(Μονάδα 1)

Διαιρούμε κατά μέλη τη $\frac{(2)}{(1)} \rightarrow \frac{υ_2}{υ_1} = \frac{\sqrt{\frac{2 \cdot q_e \cdot V_2}{m_e}}}{\sqrt{\frac{2 \cdot q_e \cdot V_1}{m_e}}}, \frac{υ_2}{υ_1} = \sqrt{\frac{\frac{2 \cdot q_e \cdot V_2}{m_e}}{\frac{2 \cdot q_e \cdot V_1}{m_e}}} \, , \frac{υ_2}{υ_1} = \sqrt{\frac{V_2}{V_1}}, \frac{υ_2}{υ_1} = \sqrt{\frac{2 \cdot V_1}{V_1}} = \sqrt{2}, υ_2 = \sqrt{2} \cdot υ_1$

(Μονάδες 4)

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Από την επιφάνεια της Γης εκτοξεύεται ένας πύραυλος κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$, μέτρου $\upsilon_1 = \frac{3}{4} \cdot \upsilon_\delta$, όπου υ_δ το μέτρο της ταχύτητας διαφυγής από την επιφάνεια της Γης. Δίνονται η ακτίνα της Γης $R_\Gamma = 6400\ Km$ και η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνειά της $g_o = 10\ \frac{m}{s^2}$.
Να προσδιορίσετε:

4.1. την ταχύτητα διαφυγής του σώματος από την επιφάνεια της Γης.

Μονάδες 6

4.2. το δυναμικό του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης και το δυναμικό του πεδίου στο ύψος $h = R_\Gamma$.

Μονάδες 6

4.3. το μέτρο της ταχύτητας του πυραύλου σε ύψος $h = R_\Gamma$ από την επιφάνεια της Γης, όταν εκτοξεύεται με την αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$.

Μονάδες 6

4.4. τη μέγιστη απόσταση από την επιφάνεια της Γης, στην οποία μπορεί να φθάσει ο πύραυλος, όταν εκτοξεύεται με την αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$ από την επιφάνεια της Γης.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η ταχύτητα διαφυγής από την επιφάνεια της Γης δίνεται από τη σχέση:

$$\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_\Gamma}{R_\Gamma}} \;(1)$$

(<u>Μονάδα 1</u>)

Η ένταση του Βαρυτικού Πεδίου στην επιφάνεια της Γης είναι ίση με:

$$g_o = G \cdot \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma^2}\,,\; g_o \cdot R_\Gamma^2 = G \cdot M_\Gamma \;(2)$$

(<u>Μονάδα 1</u>)

Αντικαθιστούμε στην (1) τη (2) και έχουμε:

$$\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2 \cdot g_o \cdot R_\Gamma^2}{R_\Gamma}}\,,\; \upsilon_\delta = \sqrt{2 \cdot g_o \cdot R_\Gamma} \;(3)$$

Συνεπώς, με αντικατάσταση στην (3) προκύπτει:

$$\upsilon_\delta = \sqrt{2 \cdot 10\,\frac{m}{s^2} \cdot 6{,}4 \cdot 10^6\, m}\,,\; \upsilon_\delta = 8\sqrt{2} \cdot 10^3\,\frac{m}{s}$$

(<u>Μονάδες 4</u>)

Μονάδες 6

4.2. Το δυναμικό στην επιφάνεια της Γης είναι ίσο με:

$$V_o = -\,G \cdot \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma},$$

(<u>Μονάδα 1</u>)

$$V_o = -\,\frac{g_o \,.\, R_\Gamma^2}{R_\Gamma}\,,\; V_o = -\,g_o \cdot R_\Gamma\,,\; V_o = -6{,}4 \cdot 10^7\,\frac{J}{Kg}$$

(<u>Μονάδες 2</u>)

Το δυναμικό στο σημείο Α στο ύψος $h = R_\Gamma$ θα δίνεται από τη σχέση:

$$V_A = -\,G \cdot \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma + h},$$

(<u>Μονάδα 1</u>)

$$V_A = -\,\frac{g_o \cdot R_\Gamma^2}{R_\Gamma + R_\Gamma}\,,\; V_A = -\,\frac{g_o \cdot R_\Gamma^2}{2 \cdot R_\Gamma}\,,\; V_A = -\,\frac{g_o \cdot R_\Gamma}{2}\,,\; V_A = -3{,}2 \cdot 10^7\,\frac{J}{Kg}$$

(<u>Μονάδες 2</u>)

Μονάδες 6

4.3. Εφαρμόζουμε το Θεώρημα Έργου – Ενέργειας κατά την κίνηση του σώματος από την επιφάνεια της Γης μέχρι το ύψος h

$$K_A - K_o = W$$

(<u>Μονάδα 1</u>)

$$\frac{1}{2}\cdot m\cdot \upsilon_2^2 - \frac{1}{2}\cdot m\cdot \upsilon_1^2 = m\cdot (V_o - V_A),$$

(<u>Μονάδα 1</u>)

$$\frac{1}{2}\cdot \upsilon_2^2 - \frac{1}{2}\cdot \upsilon_1^2 = (V_o - V_A),\ \upsilon_2^2 - \upsilon_1^2 = 2\cdot (V_o - V_A),$$

$$\upsilon_2^2 = \upsilon_1^2 + 2\cdot (V_o - V_A),\ \upsilon_2^2 = \left(\frac{3}{4}\cdot \upsilon_\delta\right)^2 + 2\cdot (V_o - V_A),\ \upsilon_2^2 = \frac{9}{16}\cdot \upsilon_\delta^2 + 2\cdot (V_o - V_A)$$

Και με αντικατάσταση προκύπτει: $\upsilon_2 = \sqrt{\frac{9}{16}\cdot 128\cdot 10^6 + 2\cdot (-3{,}2\cdot 10^7)}\ \frac{m}{s}$,

$$\upsilon_2 = 2\cdot \sqrt{2}\cdot 10^3\ \frac{m}{s}$$

(<u>Μονάδες 4</u>)

Μονάδες 6

4.4. Εφόσον το βαρυτικό πεδίο είναι διατηρητικό, η μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων (Γη και σώμα) διατηρείται. Επομένως κατά την κίνηση του σώματος μεταξύ δύο θέσεων θα ισχύει

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

(<u>Μονάδα 1</u>)

Στο μέγιστο ύψος h_{max} θα είναι $K_2 = 0$, συνεπώς:

(<u>Μονάδα 1</u>)

$$\frac{1}{2}\cdot m\cdot \upsilon_1^2 + \left(-G\cdot \frac{M_\Gamma\cdot m}{R_\Gamma}\right) = 0 + \left(-G\cdot \frac{M_\Gamma\cdot m}{R_\Gamma + h_{max}}\right)$$

(<u>Μονάδα 1</u>)

Όμως, $g_o\cdot R_\Gamma^2 = G\cdot M_\Gamma$ και με αντικατάσταση προκύπτει ότι:

$$\frac{1}{2}\cdot \upsilon_1^2 - \frac{g_o\cdot R_\Gamma^2}{R_\Gamma} = -\frac{g_o\cdot R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h_{max}},\ \frac{1}{2}\cdot \frac{9}{16}\cdot \upsilon_\delta^2 - \frac{g_o\cdot R_\Gamma^2}{R_\Gamma} = -\frac{g_o\cdot R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h_{max}},$$

$$\frac{1}{2}\cdot \frac{9}{16}\cdot 2\cdot g_o\cdot R_\Gamma - g_o\cdot R_\Gamma = -\frac{g_o\cdot R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h_{max}},$$

$$\frac{9}{16}\cdot g_o\cdot R_\Gamma - g_o\cdot R_\Gamma = -\frac{g_o\cdot R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h_{max}},\ -\frac{7}{16}\cdot g_o\cdot R_\Gamma = -\frac{g_o\cdot R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h_{max}},$$

$$\frac{7}{16}\cdot g_o = \frac{g_o\cdot R_\Gamma}{R_\Gamma + h_{max}} \rightarrow$$

$$h_{max} = \frac{9\cdot R_\Gamma}{7}$$

(<u>Μονάδες 3</u>)

Και με αντικατάσταση:

$$h_{max} \cong 8{,}23\cdot 10^6\ m$$

(<u>Μονάδα 1</u>)

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Σφαρίδιο μάζας $m_1 = 10^{-9}\,Kg$, φορτισμένο με θετικό φορτίο $q_1 = 10^{-8}\,C$, βάλλεται με αρχική ταχύτητα $\upsilon_o = 40\,\frac{m}{s}$ προς δεύτερο σφαιρίδιο, που είναι αρχικά ακίνητο σε απόσταση $d = 1\,m$ από αυτό. Το δεύτερο σφαιρίδιο έχει μάζα $m_2 = 3 \cdot m_1$ και φορτίο $q_2 = q_1$. Τα σφαιρίδια βρίσκονται πάνω σε οριζόντιο, λείο και μονωτικό δάπεδο.

4.1. Να περιγράψετε το είδος της κίνησης που εκτελεί καθένα από τα σφαιρίδια μέχρι να φτάσουν στην ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση.

Μονάδες 5

4.2. Να προσδιορίσετε τις ταχύτητες των σφαιριδίων όταν βρίσκονται στην ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση.

Μονάδες 6

4.3. Να προσδιορίσετε τη μεταβολή της ορμής για κάθε ένα από τα σωματίδια μέχρι αυτά να φτάσουν στην ελάχιστη απόσταση.

Μονάδες 6

4.4. Ποια είναι η ελάχιστη απόσταστη στην οποία πλησιάζουν τα δύο σφαιρίδια;

Μονάδες 8

Δίνεται η σταθερά του νόμου Coulomb: $K_C = 9 \cdot 10^9\,\frac{N \cdot m^2}{C^2}$, αγνοούνται άλλες αντιστάσεις στην κίνηση των σφαιριδίων και θεωρούμε θετική την φορά κίνησης του σφαιριδίου μάζας m_1.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Μεταξύ των σφαιριδίων ασκούνται απωστικές δυνάμεις.

(Μονάδα 1)

Το σφαιρίδιο 1 επιβραδύνεται ενώ το σφαιρίδιο 2 επιταχύνεται.

(Μονάδα 1)

Καθώς το μέτρο της ταχύτητας του σφαιριδίου 1 ελαττώνεται και του σφαιριδίου 2 αυξάνεται η μεταξύ τους απόσταση μικραίνει.
Κάποια στιγμή τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο σωμάτων θα γίνουν ίσα και στη συνέχεια η ταχύτητα του 1 θα γίνει μικρότερηαπό την ταχύτητα του 2 και η απόστασή τους θα μεγαλώνει.
Συνεπώς, τα δύο σφαιρίδια θα βρεθούν στην ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση όταν οι ταχύτητές τους θα εξισωθούν.

(Μονάδες 3)

Μονάδες 5

4.2. Στην ελάχιστη απόσταση τα σφαιρίδια έχουν ίσες ταχύτητες. Άρα $\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon$.

(Μονάδα 1)

Το σύστημα είναι μονωμένο, επειδή δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις, συνεπώς η ορμή του συστήματος διατηρείται.

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda}\,,\ m_1 \cdot \vec{\upsilon}_o = m_1 \cdot \vec{\upsilon}_1 + m_2 \cdot \vec{\upsilon}_2$$

(Μονάδες 2)

$$m_1 \cdot \upsilon_o = m_1 \cdot \upsilon_1 + m_2 \cdot \upsilon_2,$$

(Μονάδα 1)

$$m_1 \cdot \upsilon_o = m_1 \cdot \upsilon + 3 \cdot m_1 \cdot \upsilon\ ,\ m_1 \cdot \upsilon_o = 4 \cdot m_1 \cdot \upsilon\ ,\ \upsilon_o = 4 \cdot \upsilon\ ,\ \upsilon = \frac{\upsilon_o}{4} = 10\ \frac{m}{s}$$

(Μονάδες 2)

Μονάδες 6

4.3. Η μεταβολή της ορμής δίνεται από τη σχέση:

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{p}_{\alpha\rho\chi}$$

Για τη μεταβολή της ορμής του σφαιριδίου 1 είναι:

$$\Delta\vec{p}_1 = \vec{p}_{1,\tau\varepsilon\lambda} - \vec{p}_{1,\alpha\rho\chi}$$

$$\Delta p_1 = p_{1,\tau\varepsilon\lambda} - p_{1,\alpha\rho\chi}\ ,\ \Delta p_1 = m_1 \cdot \upsilon_1 - m_1 \cdot \upsilon_0\ ,\ \Delta p_1 = m_1 \cdot (\upsilon - \upsilon_0),$$
$$\Delta p_1 = -3 \cdot 10^{-8}\,Kg\frac{m}{s}$$

(Μονάδες 3)

Για τη μεταβολή της ορμής του σφαιριδίου 2 είναι:

$$\Delta\vec{p}_2 = \vec{p}_{2,\tau\varepsilon\lambda} - \vec{p}_{2,\alpha\rho\chi}$$

$$\Delta p_2 = p_{2,\tau\varepsilon\lambda} - 0\,,\qquad \Delta p_2 = m_2 \cdot \upsilon_2\,,\qquad \Delta p_2 = m_2 \cdot \upsilon\,,\qquad \Delta p_2 = 3 \cdot 10^{-8} Kg\frac{m}{s}$$

(Μονάδες 3)

Μονάδες 6

4.4. Η μηχανική ενέργεια του συστήματος διατηρείται γιατί η μοναδική αλληλεπίδρασή τους είναι η ηλεκτρική αλληλεπίδραση, που είναι συντηρητική.

Αν θεωρήσουμε ως αρχική θέση τη θέση από την οποία βάλλεται το σφαιρίδιο 1 και ως τελική τη θέση που τα σφαιρίδια βρίσκονται στην ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση, τότε:

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda}$$

(Μονάδα 1)

$$\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_0^2 + K_c \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{d} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \upsilon_2^2 + K_c \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{L_{min}},$$

(Μονάδες 4)

$$\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_0^2 + K_c \cdot \frac{q_1^2}{d} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon^2 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot m_1 \cdot \upsilon^2 + K_c \cdot \frac{q_1^2}{L_{min}},$$

$$\frac{1}{2} \cdot 10^{-9} \cdot 40^2 + 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{(10^{-8})^2}{1} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 10^{-9} \cdot 10^2 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 10^{-9} \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{(10^{-8})^2}{L_{min}} \ (S.I.),$$

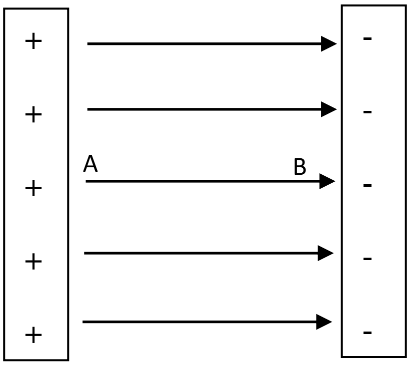
$$L_{min} = \frac{9}{15}\, m = 0{,}6\, m$$

(Μονάδες 3)

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

Δύο παράλληλες μεταλλικές πλάκες φορτισμένες με αντίθετα φορτία, όπως στο σχήμα, δημιουργούν ανάμεσά τους ομογενές ηλεκτρικό πεδίο.



Η διαφορά δυναμικού των δύο πλακών είναι $V = 1\,KV$ και η απόσταση μεταξύ τους $d = 5\,mm$.

Τη χρονική στιγμή $t_o = 0$, από το σημείο Α του πεδίου, ένα θετικό φορτίο q_1 επιταχύνεται από την ηρεμία χωρίς αντιστάσεις, μόνο με την επίδραση του ηλεκτρικού πεδίου και φτάνει στο σημείο Β. Η απόσταση (ΑΒ) είναι ίση με $(AB) = d = 5\,mm$.

Γνωρίζετε ότι: το φορτίο του ηλεκτρονίου είναι ίσο με $-e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C$, η μάζα του ίση με $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\,Kg$ ενώ για το θετικό φορτίο q_1 ισχύει η σχέση $q_1 = e$ και η μάζα του είναι ίση με $m_1 = 2 \cdot m_e$.

4.1. Να προσδιορίσετε την ένταση του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου.

Μονάδες 4

4.2. Αν από το σημείο Β, επιταχυνθεί από την ηρεμία ένα ηλεκτρόνιο τότε να βρείτε το λόγο των μέτρων των επιταχύνσεων που αποκτά καθένα από τα σωματίδια.

Μονάδες 8

4.3. Να προσδιορίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης που αποκτά το φορτίο q_1 και στη συνέχεια να υπολογίσετε το έργο για τη μετακίνηση του φορτίου q_1 μεταξύ των σημείων Α και Β. Το αποτέλεσμα για το έργο να δοθεί σε eV.

Μονάδες 5

4.4. Να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση της θέσης του φορτίου q_1 σε συνάρτηση με το τετράγωνο του χρόνου ($x - t^2$), ορίζοντας έναν άξονα x΄x, με $x_0 = 0$ στο σημείο Α, δηλαδή στο σημείο στο οποίο αρχίζει να κινείται το φορτίο αυτό.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το μέτρο της έντασης στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο είναι ίσο με το πηλίκο της διαφοράς δυναμικού δύο οποιωνδήποτε σημείων του ηλεκτρικού πεδίου προς την απόστασή τους x, μετρημένη κατά μήκος μιας δυναμικής γραμμής.

$$E = \frac{V}{L}$$

(<u>Μονάδα 1</u>)

$$E = \frac{V}{d}, E = \frac{1\,KV}{5\,mm}, E = \frac{1 \cdot 10^3\,V}{5 \cdot 10^{-3}\,m} \rightarrow$$

(<u>Μονάδες 2</u>)

$$E = 2 \cdot 10^5\,\frac{V}{m}$$

ή

$$E = 2 \cdot 10^5\,\frac{N}{C}$$

(<u>Μονάδα 1</u>)

Μονάδες 4

4.2. Αν σε ένα ομογενές πεδίο βρεθεί ένα φορτισμένο σωματίδιο τότε θα δεχτεί σταθερή δύναμη μέτρου

$$\mathrm{F} = E \cdot |q|$$

(<u>Μονάδα 1</u>)

και θα αποκτήσει σταθερή επιτάχυνση μέτρου

$$\alpha = \frac{E \cdot |q|}{m}$$

Για το φορτίο q_1 είναι:

$$\alpha_1 = \frac{E \cdot |q_1|}{m_1}$$

Για το φορτίο q_2 είναι:

$$\alpha_2 = \frac{E \cdot |q_2|}{m_2}$$

(<u>Μονάδες 3</u>)

Συνεπώς, ο λόγος των μέτρων των επιταχύνσεων είναι:

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{\frac{E \cdot |q_1|}{m_1}}{\frac{E \cdot |q_2|}{m_2}}, \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{|q_1|}{|q_2|} \cdot \frac{m_2}{m_1}, \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = 1 \cdot \frac{m_2}{2 \cdot m_2}, \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{1}{2}$$

(<u>Μονάδες 4</u>)

Μονάδες 8

4.3. Για το φορτίο q_1 είναι:

$$\alpha_1 = \frac{2 \cdot 10^5 \frac{N}{C} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C}{2 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ Kg},\ \alpha_1 \cong 0{,}18 \cdot 10^{17}\ \frac{N}{Kg} = 1{,}8 \cdot 10^{16} \frac{m}{s^2}$$

(<u>Μονάδες 2</u>)

Το έργο για τη μετακίνηση του φορτίου από το σημείο Α στο Β προσδιορίζεται μέσω της σχέσης:

$$W_{AB} = q_1 \cdot V,$$

(<u>Μονάδα 1</u>)

$$W_{AB} = e \cdot 10^3\ V,\ W_{AB} = 1000\ eV$$

(<u>Μονάδες 2</u>)

Μονάδες 5

4.4. Για να κατασκευάσουμε τη γραφική παράσταση της θέσης συναρτήσει του τεραγώνου του χρόνου θα προσδιορίσουμε το χρόνο άφιξης του φορτίου στο σημείο Β και μάλιστα το τετράγωνο του χρόνου αυτού. Τα σωματίδιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα, συνεπώς είναι:

$\Delta x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$ και για $x_0 = 0$ είναι $x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$

(<u>Μονάδα 1</u>)

Θα λύσουμε την τελευταία εξίσωση ως προς το χρόνο στο τετράγωνο:

$$t^2 = \frac{2 \cdot x}{a}$$

(<u>Μονάδα 1</u>)

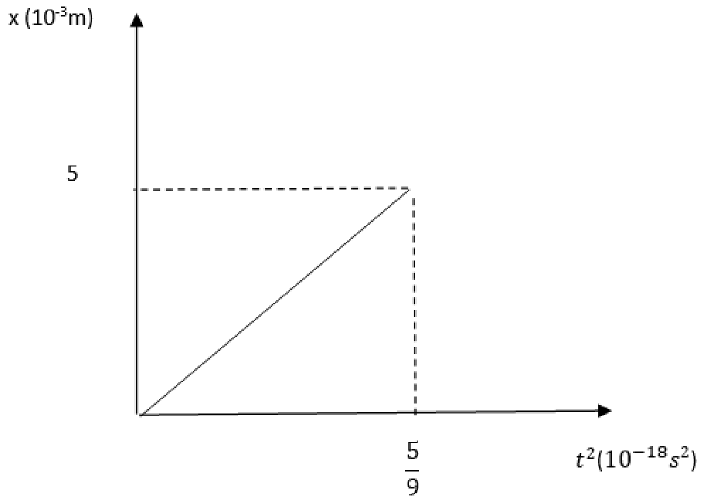
Για το χρόνο κίνησης του φορτίου q_1 είναι:

$$t_1^2 = \frac{2 \cdot d}{a_1},\ t_1^2 = \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-3}\ m}{1{,}8 \cdot 10^{16}\ \frac{m}{s^2}},\ t_1^2 = \frac{5}{9} \cdot 10^{-18}\ s^2$$

(<u>Μονάδα 1</u>)

Η γραφική παράσταση της θέσης συναρτήσει του τετραγώνου του χρόνου θα είναι ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων γιατί η σχέση $x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$ ή $x = \frac{a}{2} \cdot t^2$ είναι της μαθηματικής μορφής $y = \alpha \cdot x$.

(<u>Μονάδα 1</u>)



(<u>Μονάδες 4</u>)

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

Στις κορυφές ενός ισόπλευρου τριγώνου ΑΒΓ πλευράς $a = 0{,}3\ cm$, συγκρατούνται αρχικά ακίνητα τρία μικρά σφαιρίδια φορτισμένα με ίσα ηλεκτρικά φορτία $q_1 = q_2 = q_3 = 2\,\mu C$. Στη συνέχεια απομακρύνουμε το φορτίο q_3 από την κορυφή Γ και διατηρούμε τα άλλα δύο στις κορυφές Α και Β δένοντας το κάθε ένα από αυτά στο άκρο αβαρούς και μη ελαστικού νήματος μήκους $L = 0{,}3\ cm$. Έτσι τελικά τα φορτία αυτά ισορροπούν σε λείο οριζόντιο δάπεδο σε απόσταση $L = 0{,}3\,cm$ μεταξύ τους. Οι μάζες των φορτίων q_1, q_2 είναι $m_1 = 5 \cdot 10^{-5}\,Kg$ και $m_2 = 2 \cdot m_1$, αντίστοιχα. Κάποια στιγμή το νήμα κόβεται και τα δύο σφαιρίδια αρχίζουν να κινούνται λόγω των απωστικών ηλεκτρικών δυνάμεων που αναπτύσσονται μεταξύ τους.

4.1. Να προσδιορίσετε την ενέργεια του αρχικού συστήματος των τριών φορτίων.

Μονάδες 5

4.2. Αν $U_{αρχ}$ και $U_{τελ}$ οι δυναμικές ενέργειες του συστήματος των δύο φορτίων q_1, q_2 όταν αυτά απέχουν μεταξύ τους απόσταση L και $2 \cdot L$ αντίστοιχα, να προσδιορίσετε το λόγο: $\frac{U_{αρχ}}{U_{τελ}}$.

Μονάδες 5

4.3. Να προσδιορίσετε το λόγο των μέτρων των δύο ταχυτήτων $\frac{υ_1}{υ_2}$ που αποκτούν τα φορτία q_1 και q_2 στην απόσταση $2 \cdot L$.

Μονάδες 7

4.4. Να προσδιορίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων $υ_1$ και $υ_2$.

Μονάδες 8

Δίνεται η σταθερά του νόμου Coulomb: $K_C = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$, ενώ αγνοούνται όλες οι δυνάμεις που μπορεί να δέχονται τα μικρά σφαιρίδια, εκτός από την ηλεκτρική τους αλληλεπίδραση.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η δυναμική ενέργεια του συστήματος των φορτίων δίνεται από τη σχέση:

$$U_{ολ} = U_{1,2} + U_{1,3} + U_{2,3}$$

(<u>Μονάδα 1</u>)

$$U_{ολ} = K_c \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{α} + K_c \cdot \frac{q_1 \cdot q_3}{α} + K_c \cdot \frac{q_2 \cdot q_3}{α},$$

$$U_{ολ} = K_c \cdot \frac{q^2}{α} + K_c \cdot \frac{q^2}{α} + K_c \cdot \frac{q^2}{α},$$

$$U_{ολ} = 3 \cdot K_c \cdot \frac{q^2}{L},$$

(<u>Μονάδες 2</u>)

$$U_{ολ} = 3 \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{(2 \cdot 10^{-6}\,C)^2}{0{,}3 \cdot 10^{-2}\,m},$$

$$U_{ολ} = 36J$$

(<u>Μονάδες 2</u>)

Μονάδες 5

4.2. Αρχικά η δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων είναι

$$U_{αρχ} = K_c \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{L}$$

Και η τελική δυναμική ενέργεια είναι ίση με:

$$U_{τελ} = K_c \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{2L}$$

(<u>Μονάδες 2</u>)

Συνεπώς, ο λόγος $\frac{U_{αρχ}}{U_{τελ}}$ θα ισούται με

$$\frac{U_{αρχ}}{U_{τελ}} = \frac{K_c \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{L}}{K_c \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{2 \cdot L}},\ \frac{U_{αρχ}}{U_{τελ}} = 2$$

(<u>Μονάδες 3</u>)

Μονάδες 5

4.3. Το σύστημα είναι μονωμένο, συνεπώς η ορμή διατηρείται.

$$\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ},\ \vec{0} = m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2$$

$$0 = m_1 \cdot v_1 - m_2 \cdot v_2,$$

(Μονάδες 3)

$$m_1 \cdot \upsilon_1 = m_2 \cdot \upsilon_2 \, , m_1 \cdot \upsilon_1 = 2 \cdot m_1 \cdot \upsilon_2 \, , \upsilon_1 = 2 \cdot \upsilon_2 \, , \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = 2$$

(Μονάδες 4)

Μονάδες 7

4.4. Η μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων διατηρείται.

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda}$$

$$0 + K_c \cdot \frac{q_1 . q_2}{L} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \upsilon_2^2 + K_c \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{2 \cdot L},$$

(Μονάδες 4)

$$K_c \cdot \frac{q^2}{L} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot (2 \cdot \upsilon_2)^2 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot m_1 \cdot \upsilon_2^2 + K_c \cdot \frac{q^2}{2 \cdot L},$$

$$K_c \cdot \frac{q^2}{L} - K_c \cdot \frac{q^2}{2 \cdot L} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot 4 \cdot \upsilon_2^2 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot m_1 \cdot \upsilon_2^2,$$

$$K_c \cdot \frac{q^2}{2 \cdot L} = \frac{6}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_2^2,$$

$$K_c \cdot \frac{q^2}{L} = 6 \cdot m_1 \cdot \upsilon_2^2 \, , \upsilon_2^2 = K_c \cdot \frac{q^2}{6 \cdot m_1 \cdot L} \, , \upsilon_2 = \sqrt{\frac{q^2 \cdot K_c}{6 \cdot m_1 \cdot L}} \, , \upsilon_2 = q \cdot \sqrt{\frac{K_c}{6 \cdot m_1 \cdot L}}$$

Και με αριθμητική αντικατάσταση:

$$\upsilon_2 = 2 \cdot 10^{-6} \, C \cdot \sqrt{\frac{9 \cdot 10^9 \, \frac{Nm^2}{C^2}}{6 \cdot 5 \cdot 10^{-5} \, Kg \cdot 0{,}3 \cdot 10^{-2} \, m}},$$

$$\upsilon_2 = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 10^8 \, \frac{m}{s},$$

$$\upsilon_2 = 200 \, \frac{m}{s}$$

(Μονάδες 3)

Άρα

$$\upsilon_1 = 2 \cdot \upsilon_2 \, , \upsilon_1 = 400 \, \frac{m}{s}$$

(Μονάδα 1)

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

Ένας δορυφόρος με μάζα m κινείται κυκλικά γύρω από τη Γη σε ύψος h ίσο με την ακτίνα της Γης $R_Γ$.

Εσωτερική διάταξη προκαλεί έκρηξη με αποτέλεσμα ο δορυφόρος να χωριστεί σε δύο μέρη, από το οποία το ένα, μάζας m_1 συνεχίζει να κινείται στην ίδια κυκλική τροχιά που είχε ο δορυφόρος πριν την έκρηξη - σε αντίθετη, όμως, από την αρχική φορά της κίνησής του - ενώ το άλλο, μάζας m_2, αποκτά την απαραίτητη ταχύτητα για να διαφύγει μόλις από την έλξη της Γης.

4.1. Αν γνωρίζετε ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης έχει μέτρο ίσο με g_o, να προσδιορίσετε το μέτρο της ταχύτητας $υ$, με την οποία κινείται ο δορυφόρος στο ύψος $h = R_Γ$.

Μονάδες 5

4.2. Να προσδιορίσετε την περίοδο περιστροφής του κομματιού μάζας m_1 του δορυφόρου, που παραμένει στην κυκλική τροχιά.

Μονάδες 5

4.3. Να προσδιορίσετε το λόγο του μέτρου της ταχύτητας διαφυγής του κομματιού μάζας m_2 προς το μέτρο της ταχύτητας του δορυφόρου, σε ύψος ίσο με την ακτίνα της Γης.

Μονάδες 7

4.4. Να προσδιορίσετε τον λόγο των μαζών των δύο κομματιών m_1 και m_2.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η βαρυτική δύναμη που δέχεται ένας τεχνητός δορυφόρος που κινείται γύρω από τη Γη δρα ως κεντρομόλος δύναμη.

Σχέση βαρυτικής δύναμης: $w = G \cdot \frac{m \cdot M_\Gamma}{r^2}$

Σχέση κεντρομόλου δύναμης: $F_\kappa = \frac{m \cdot \upsilon^2}{r}$

Είναι: $F_\kappa = w$, $\frac{m \cdot \upsilon^2}{r} = G \cdot \frac{m \cdot M_\Gamma}{r^2}$, $\upsilon^2 = G \cdot \frac{M_\Gamma}{r}$, $\upsilon = \sqrt{\frac{G \cdot M_\Gamma}{r}}$ (1)

(Μονάδες 3)

Για τον δορυφόρο ύψος h είναι: $r = R_\Gamma + h$, $r = R_\Gamma + R_\Gamma$, $r = 2 \cdot R_\Gamma$ (2)

Επιπλέον, το μέτρο της έντασης του Βαρυτικού Πεδίου στην επιφάνεια της Γης είναι ίσο με:

$$g_o = G \cdot \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma^2} \, , \; g_o \cdot R_\Gamma^2 = G \cdot M_\Gamma \; (3)$$

(Μονάδα 1)

Άρα, αν αντικαταστήσουμε στην (1) τις (2) και (3) προκύπτει:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{g_o \cdot R_\Gamma^2}{2 \cdot R_\Gamma}} \, , \; \upsilon = \sqrt{\frac{g_o \cdot R_\Gamma}{2}}$$

(Μονάδα 1)

Μονάδες 5

4.2. Παρατηρούμε ότι η ταχύτητα που προσδιορίσαμε στο προηγούμενο ερώτημα δεν εξαρτάται από τη μάζα του αντικειμένου, συνεπώς, το κομμάτι μάζας m_1 που παραμένει σε τροχιά θα συνεχίσει να κινείται εκτελώντας ομαλή κυκλική κίνηση με ταχύτητα ίσου μέτρου.

(Μονάδα 1)

Η περίοδος, δίνεται από τη σχέση:

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{\upsilon}$$

(Μονάδα 1)

Συνεπώς,

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot R_\Gamma}{\sqrt{\frac{g_o \cdot R_\Gamma}{2}}} \, , \; T = 4 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot R_\Gamma}{g_o}}$$

(Μονάδες 3)

Μονάδες 5

4.3. Εάν το σημείο εκτόξευσης βρίσκεται σε ύψος h από την επιφάνεια της Γης προκύπτει ότι η ταχύτητα διαφυγής δίνεται από τη σχέση

$$\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_\Gamma}{R_\Gamma + h}}$$

$$\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_\Gamma}{R_\Gamma + h}}, \upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2 \cdot g_o \cdot R_\Gamma^2}{R_\Gamma + R_\Gamma}}, \upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2 \cdot g_o \cdot R_\Gamma^2}{2 \cdot R_\Gamma}}, \upsilon_\delta = \sqrt{g_o \cdot R_\Gamma}$$

(<u>Μονάδες 5</u>)

Συνεπώς ο λόγος $\frac{\upsilon_\delta}{\upsilon}$ είναι ίσος με:

$$\frac{\upsilon_\delta}{\upsilon} = \frac{\sqrt{g_o \cdot R_\Gamma}}{\sqrt{\frac{g_o \cdot R_\Gamma}{2}}}, \frac{\upsilon_\delta}{\upsilon} = \sqrt{2}$$

(<u>Μονάδες 2</u>)

Μονάδες 7

4.4. Κατά την έκρηξη η ορμή του συστήματος διατηρείται.

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda}$$

(<u>Μονάδα 1</u>)

$$m \cdot \upsilon = -m_1 \cdot \upsilon + m_2 \cdot \upsilon_\delta$$

(<u>Μονάδες 2</u>)

$$(m_1 + m_2) \cdot \upsilon = -m_1 \cdot \upsilon + m_2 \cdot \upsilon_\delta,$$

$$m_1 \cdot \upsilon + m_2 \cdot \upsilon = -m_1 \cdot \upsilon + m_2 \cdot \upsilon_\delta,$$

$$m_1 \cdot \upsilon + m_1 \cdot \upsilon = m_2 \cdot \upsilon_\delta - m_1 \cdot \upsilon, 2 \cdot m_1 \cdot \upsilon = m_2 \cdot (\upsilon_\delta - \upsilon),$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{(\upsilon_\delta - \upsilon)}{2 \cdot \upsilon}, \frac{m_1}{m_2} = \frac{(\sqrt{2} \cdot \upsilon - \upsilon)}{2 \cdot \upsilon}, \frac{m_1}{m_2} = \frac{(\sqrt{2} - 1)}{2}$$

(<u>Μονάδες 5</u>)

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

Σώμα βρίσκεται στην οριζόντια ταράτσα ουρανοξύστη και εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση σε κύκλο ακτίνας $r = \frac{5}{\pi}$ m με περίοδο $T = \frac{1}{2}$ s. Το επίπεδο της κυκλικής τροχιάς είναι οριζόντιο. Να βρείτε:

4.1. Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σώματος.

Μονάδες 6

Κάποια χρονική στιγμή το σχοινί, το οποίο συγκρατεί το σώμα στην κυκλική τροχιά, κόβεται με αποτέλεσμα το σώμα να διαφύγει από την ταράτσα εκτελώντας οριζόντια βολή. Να βρείτε:

4.2. Την ταχύτητα του σώματος κατά μέτρο και κατεύθυνση $2\ s$ αφότου διέφυγε από την ταράτσα της πολυκατοικίας.

Μονάδες 6

4.3. Την απόσταση μεταξύ του σημείου από το οποίο διέφυγε από την ταράτσα και του σημείου στο οποίο βρίσκεται τη χρονική στιγμή που περιγράφεται στο ερώτημα 4.2

Μονάδες 6

4.4. Γνωρίζουμε ότι όταν το σώμα φτάνει στο οριζόντιο έδαφος, η διεύθυνση της ταχύτητας σχηματίζει γωνία ω ως προς αυτό, όπου: εφ$\omega = 2$. Να συγκρίνετε: α) την κατακόρυφη απόσταση του σημείου πτώσης του σώματος στο έδαφος, από το σημείο βολής με β) την οριζόντια απόσταση (βεληνεκές) που διένυσε το σώμα κατά τη διάρκεια της βολής.

Μονάδες 7

Δίδεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στη επιφάνειας της γης $g = 10\ \frac{m}{s^2}$, και ότι κάθε είδους τριβή όπως και η αντίσταση από τον αέρα θεωρούνται αμελητέες.

ΘΕΜΑ 4

4.1 $\upsilon_0 = \frac{2\pi r}{T} = 20\ \frac{m}{s}$.

Μονάδες 6

4.2 Η οριζόντια βολή είναι σύνθετη κίνηση που αποτελείται από δύο απλές κινήσεις, μια κατακόρυφη που είναι ελεύθερη πτώση και μια οριζόντια που είναι ευθύγραμμη ομαλή. Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας των κινήσεων για να υπολογίσουμε την ταχύτητα μετά από χρόνο t γράφουμε το διανυσματικό άθροισμα των ταχυτήτων.

$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_\chi + \vec{\upsilon}_\psi$ ή $\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2} = \sqrt{\upsilon_0^2 + (gt)^2} = 20\sqrt{2}\ \frac{m}{s}$, η οποία σχηματίζει γωνία θ με την οριζόντια διεύθυνση, όπου: εφ$\theta = \frac{\upsilon_y}{\upsilon_x} = 1 \Rightarrow \theta = 45^0$.

Μονάδες 6

4.3 Η ζητούμενη απόσταση των δύο σημείων αποτελεί την υποτείνουσα ενός ορθογωνίου τριγώνου με πλευρές την κατακόρυφη και την οριζόντια απόσταση που διανύει το σώμα σε χρόνο $2s$:

$$d = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(\upsilon_0 t)^2 + \left(\frac{1}{2}gt^2\right)^2} = 20\sqrt{5}\ \text{m}.$$

Μονάδες 6

4.4 Η γωνία ω είναι η γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα με το οριζόντιο έδαφος. Για τη γωνία αυτή ισχύει: εφ$\omega = \frac{\upsilon_y}{\upsilon_x} = \frac{gt}{\upsilon_0} = \frac{gt^2}{\upsilon_0 t}$ ή εφ$\omega = \frac{2H}{S}$ ή $2 = \frac{2H}{S}$

Άρα: $\frac{H}{S} = 1$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Ένα κιβώτιο μάζας $M = 970\ g$ βρίσκεται ακίνητο πάνω σε οριζόντιο δάπεδο. Βλήμα μάζας $m = 30\ g$ κινείται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $\upsilon = 200\ m/s$, και συγκρούεται με το ακίνητο κιβώτιο και σφηνώνεται σ' αυτό, οπότε δημιουργείται συσσωμάτωμα.

4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας με την οποία ξεκινά να κινείται το συσσωμάτωμα.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε την απώλεια της κινητικής ενέργειας του συστήματος κιβώτιο-βλήμα λόγω της κρούσης.

Μονάδες 6

4.3. Να βρείτε το μέτρο της μέσης δύναμης $\bar{F}$ που άσκησε το βλήμα πάνω στο κιβώτιο, αν η κρούση διήρκεσε χρονικό διάστημα $\Delta t = 0{,}01\ s$.

Μονάδες 6

4.4. Να βρείτε το διάστημα που θα διανύσει το συσσωμάτωμα, αμέσως μετά την κρούση, μέχρι να σταματήσει.

Μονάδες 7

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g = 10\ \frac{m}{s^2}$, ο συντελεστής τριβής ολίσθησης ανάμεσα στο δάπεδο και το κιβώτιο $\mu = 0{,}2$. Θεωρούμε την αντίσταση του αέρα αμελητέα.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Από την αρχή διατήρησης της ορμής για το σύστημα κιβώτιο-βλήμα υπολογίζουμε την κοινή ταχύτητα μετά την κρούση:

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \text{ ή } m\upsilon = (m+M)V_{\sigma} \text{ ή } V_{\sigma} = 6\ \frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.2. Η απώλεια της κινητικής ενέργειας λόγω της κρούσης δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$K_{\text{Απωλ.}} = |\Delta K| = \left|\frac{1}{2}\cdot(m+M)\cdot {V_{\sigma}}^2 - \frac{1}{2}\cdot m\cdot \upsilon^2\right| = 582\,J$$

Μονάδες 6

4.3. Η μεταβολή της ορμής για το κιβώτιο είναι:

$$\Delta p = p_{\tau\varepsilon\lambda} - p_{\alpha\rho\chi} = MV_{\sigma} - 0$$

Από το δεύτερο νόμο του Newton η σχέση δύναμης και μεταβολής της ορμής για το κιβώτιο είναι:

$$\bar{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} \text{ ή } \bar{F} = \frac{\vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{p}_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t} \text{ ή } F = \frac{MV_{\sigma}}{\Delta t}$$

Οπότε το μέτρο της δύναμης είναι: $F = 582\ N$.

Μονάδες 6

4.4. Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος (λόγω του έργου της τριβής ολίσθησης) θα είναι:

$$0 - \frac{1}{2}\cdot(M+m)\cdot {V_{\sigma}}^2 = W_{T} \text{ ή } -\frac{1}{2}\cdot(M+m)\cdot {V_{\sigma}}^2 = -\mu\cdot(M+m)\cdot g\cdot s$$

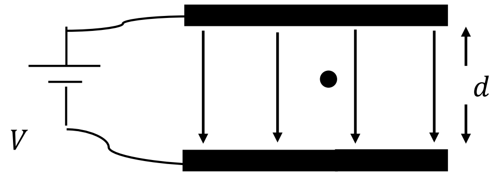
όπου το μέτρο της τριβής ολίσθησης είναι ίσο με $T = \mu N = \mu(M+m)g = 2\ N$.

Με αντικατάσταση των δεδομένων στην πιο πάνω σχέση προκύπτει ότι το διάστημα είναι $s = 9\ m$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Οι δύο φορτισμένες οριζόντιες μεταλλικές πλάκες του σχήματος συνδέονται με πηγή συνεχούς τάσης V και απέχουν απόσταση d. Στο χώρο μεταξύ των πλακών, στο μέσο της απόστασης τους, αιωρείται μικρή σταγόνα μάζας $m = 2 \cdot 10^{-4}$ kg και φορτίου $q = -2 \cdot 10^{-7}$ C.



4.1. Αν η σταγόνα ισορροπεί, να υπολογίσετε την ένταση του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου μεταξύ των πλακών.

Μονάδες 6

Διπλασιάζουμε την τάση της πηγής, διατηρώντας σταθερή την απόσταση των πλακών, οπότε η σταγόνα αρχίζει να κινείται κατακόρυφα.

4.2. Να προσδιορίσετε την κατεύθυνση προς την οποία θα κινηθεί η σταγόνα και να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης που θα αποκτήσει.

Μονάδες 6

4.3. Αν η σταγόνα φτάνει στη πλάκα, προς την οποία κινήθηκε, με ταχύτητα μέτρου $1\ \frac{m}{s}$, να υπολογίσετε την απόσταση d μεταξύ των πλακών.

Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης του βάρους της σταγόνας καθώς και το έργο της ηλεκτρικής δύναμης του πεδίου κατά τη μετακίνηση της σταγόνας από την αρχική της θέση μέχρι τη στιγμή που φτάνει στην πλάκα προς την οποία κινήθηκε.

Μονάδες 7

Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει τιμή $g = 10\ \frac{m}{s^2}$. Η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Αφού η σταγόνα ισορροπεί θα έχουμε:

$$\Sigma F = 0 \ \text{ ή } \ F_{\eta\lambda} = |q|E = mg \ \text{ ή } \ E = \frac{mg}{|q|} = 10^4 \frac{V}{m}$$

Μονάδες 6

4.2. Αν διπλασιάσουμε τη διαφορά δυναμικού στα άκρα της πηγής, διατηρώντας σταθερή την απόσταση των πλακών θα διπλασιαστεί η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου και υπολογίζεται από τη σχέση:

$$E' = \frac{V'}{d} \ \text{ ή } \ E' = \frac{2V}{d} \ \text{ ή } \ E' = 2E$$

Συνεπώς θα διπλασιαστεί η ηλεκτρική δύναμη και η σταγόνα δε θα ισορροπεί πλέον. Η αρχική τιμή της δύναμης είναι $F_{\eta\lambda}$ και η νέα τιμή της δύναμης θα είναι $F_{\eta\lambda}{}'$ οπότε θα έχουμε (χρησιμοποιώντας $E' = 2E$):

$$F_{\eta\lambda} = mg \text{ και}$$

$$F_{\eta\lambda}{}' = qE' = 2qE = 2mg$$

Η συνισταμένη δύναμη που δέχεται η σταγόνα θα είναι: $\Sigma F = F_{\eta\lambda}{}' - mg$

Άρα: $\Sigma F = 2mg - mg = mg$, συνεπώς η σταγόνα θα κινηθεί προς τα πάνω.

Σύμφωνα με το δεύτερο νόμο του Newton:

$$\Sigma F = ma \ \text{ ή } \ mg = ma$$

$$\alpha = g = 10\frac{m}{s^2}$$

Ανέρχεται προς τα πάνω με επιτάχυνση με μέτρο ίσο με $10\frac{m}{s^2}$.

Μονάδες 6

4.3. Η σταγόνα κινείται ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενα, συνεπώς για τον χρόνο κίνησης του ηλεκτρικού φορτίου θα έχουμε:

$$t = \frac{v}{\alpha} = 0{,}1s \ ,$$

Και για την απόσταση που διανύει η σταγόνα: $\frac{d}{2} = \frac{1}{2}at^2$

$$d = at^2 = 0{,}1m$$

Μονάδες 6

4.4. Υπολογίζουμε το έργο του βάρους w καθώς και το έργο της δύναμης $F_{\eta\lambda}{}'$ από τις παρακάτω σχέσεις:

$$W_w = -mg\frac{d}{2} = -10^{-4}J$$

$$W_{F'} = qE'\frac{d}{2} = 2mg\frac{d}{2} = 2 \cdot 10^{-4}J$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Μικρή σφαίρα μάζας $0,1\ kg$ αφήνεται από ύψος h να πέσει ελεύθερα πάνω σε οριζόντιο δάπεδο. Η σφαίρα προσκρούει στο δάπεδο με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = 5\ m/s$ και αναπηδά κατακόρυφα. Η ταχύτητα με την οποία ξεκινά την αναπήδηση από το δάπεδο έχει μέτρο $\upsilon_2 = 2\ m/s$. Η χρονική διάρκεια της επαφής της σφαίρας με το δάπεδο είναι $0,1\ s$. Να υπολογιστούν:

4.1. Η μεταβολή της ορμής της σφαίρας (κατά μέτρο και κατεύθυνση) κατά την κρούση της με το δάπεδο.

Μονάδες 6

4.2. Η μέση τιμή της δύναμης που ασκήθηκε από το δάπεδο στη σφαίρα κατά την κρούση.

Μονάδες 6

4.3. Το ύψος h από το οποίο αφέθηκε η σφαίρα.

Μονάδες 6

4.4. Το επί τοις εκατό (%) ποσοστό της αρχικής μηχανικής ενέργειας της σφαίρας που μεταφέρθηκε στο περιβάλλον κατά την κρούση.

Μονάδες 7

Δίνονται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g = 10\ m/s^2$ και ότι η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Θεωρήστε ως επίπεδο δυναμικής ενέργειας μηδέν, το επίπεδο του δαπέδου. Να ορίσετε θετική φορά προς τα πάνω.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η μεταβολή της ορμής είναι (θετική φορά προς τα επάνω):

$$\Delta p = m\upsilon_2 - m\upsilon_1$$

$$\Delta p = [0{,}1 \cdot 2 - 0{,}1\,(-5)]kg\,m/s = 0{,}7\,kg\,m/s$$

Μονάδες 6

4.2. Οι δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα κατά τη διάρκεια της κρούσης είναι το βάρος του mg και η δύναμη A από το δάπεδο. Η συνισταμένη δύναμη υπολογίζεται από τη σχέση

$$\Sigma F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \text{ ή } A - mg = \frac{\Delta p}{\Delta t} \text{ άρα } A = mg + \frac{\Delta p}{\Delta t} = (1 + \frac{0{,}7}{0{,}1})N \text{ ή } A = 8\,N$$

Μονάδες 6

4.3. Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας κατά τη μετακίνηση της σφαίρας :

$$m\,g\,h = \frac{1}{2}m\,\upsilon_1{}^2 \text{ ή } h = 1{,}25\,m$$

Μονάδες 6

4.4. Υπολογίζουμε την κινητική ενέργεια της σφαίρας πριν και μετά την κρούση :

$$K_{\alpha\rho\chi} = \frac{1}{2}m\,\upsilon_1{}^2 = 1{,}25\,J \text{ και } K_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}m\,\upsilon_2{}^2 = 0{,}2\,J$$

το ποσοστό της αρχικής μηχανικής ενέργειας που μεταφέρθηκε στο περιβάλλον κατά την κρούση είναι :

$$\frac{K_{\alpha\rho\chi} - K_{\tau\varepsilon\lambda}}{K_{\alpha\rho\chi}} \cdot 100\,\% = \frac{1{,}05}{1{,}25}100\,\% = 84\,\%$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Σώμα μάζας $m_1 = 4\,kg$ κινείται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου υ_1 σε λείο οριζόντιο δάπεδο που βρίσκεται σε ύψος H πάνω από το έδαφος. Το σώμα συγκρούεται πλαστικά με ακίνητο σώμα που βρίσκεται στην ίδια ευθεία, μάζας $m_2 = 6\,kg$. Η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα. Αμέσως μετά την κρούση, το συσσωμάτωμα εγκαταλείπει το οριζόντιο δάπεδο με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $\upsilon_\sigma = 1\frac{m}{s}$ και προσκρούει στο έδαφος σε οριζόντια απόσταση $s = 0{,}4\,m$ από το σημείο που το εγκατέλειψε.

4.1. Ποιος είναι ο χρόνος t που χρειάζεται για να φθάσει στο έδαφος.

Μονάδες 6

4.2. Να βρεθεί το ύψος H.

***Μονάδες* 6**

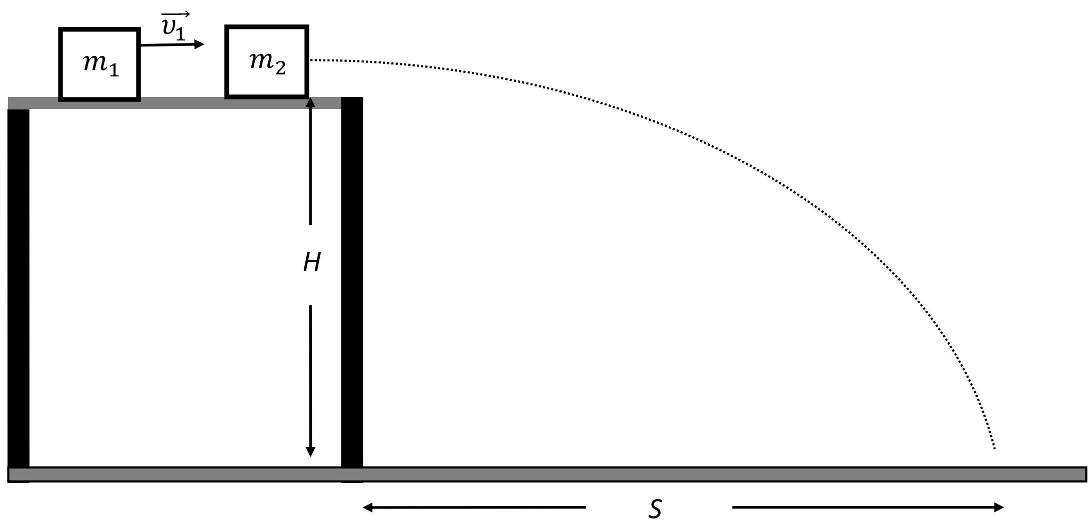
4.3. Να βρεθεί η ταχύτητα υ_1 του σώματος m_1 πριν συγκρουστεί με το ακίνητο σώμα μάζας m_2.

***Μονάδες* 5**

4.4. Να βρεθεί το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος κατά τη διάρκεια της πτώσης του.

Μονάδες 8

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει τιμή $g = 10\,m/s^2$. Και τα δύο σώματα θεωρούνται μικρών διαστάσεων και σημειακά.



ΘΕΜΑ 4

4.1. Το συσσωμάτωμα εκτελεί οριζόντια βολή άρα στον οριζόντιο άξονα (σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων) η κίνηση του συσσωματώματος περιγράφεται από τις εξισώσεις της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης.

$$s = V_\sigma t \quad \text{ή} \quad t = 0{,}4\ s$$

Μονάδες 6

4.2. Αντίστοιχα στον κατακόρυφο άξονα η κίνηση του συσσωματώματος περιγράφεται από τις εξισώσεις της ελεύθερης πτώσης, οπότε το ύψος :

$$H = \frac{1}{2} g t^2 = 0{,}8\ m$$

Μονάδες 6

4.3. Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ορμής θα υπολογίσουμε την ταχύτητα υ_1 (ορίζουμε θετική φορά προς τα δεξιά)

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \quad \text{ή} \quad m_1 \upsilon_1 = (m_1 + m_2)\upsilon_\sigma \quad \text{ή} \quad \upsilon_1 = 2{,}5\ \frac{m}{s}$$

Μονάδες 5

4.4. Με το 2ο νόμο του Νεύτωνα υπολογίζουμε το μέτρο της μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος κατά τη διάρκεια της οριζόντιας βολής. Η τιμή της είναι ίση με τη συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα, δηλαδή με το βάρος του σώματος.

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = \Sigma F = w = (m_1 + m_2) g = 100 \frac{kg \frac{m}{s}}{s} = 100\ N$$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 2

2.1. Δύο μαθητές, ο Πέτρος και ο Μάνος, συζητούν για το βαρυτικό πεδίο της Γης. Ο Πέτρος θεωρεί ότι η ένταση του πεδίου, σε οποιοδήποτε σημείο του, έχει μέτρο 10 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$ ενώ ο Μάνος υποστηρίζει ότι η ένταση του πεδίου μεταβάλλεται με το ύψος και ότι το μέτρο της μειώνεται καθώς το ύψος αυξάνεται. Τελικά,
(α) ο Μάνος έχει δίκιο, διότι το μέτρο της έντασης σε σημείο του πεδίου βαρύτητας της Γης, μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα με το τετράγωνο της απόστασης του σημείου από το κέντρο της Γης.
(β) ο Μάνος έχει δίκιο, διότι το μέτρο της έντασης σε σημείο του πεδίου βαρύτητας της Γης μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα με το τετράγωνο του ύψους από την επιφάνεια της Γης.
(γ) ο Πέτρος έχει δίκιο, αφού το πεδίο βαρύτητας της Γης είναι ομογενές και η έντασή του διατηρεί σταθερό μέτρο και ίσο με 10 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$ σε κάθε σημείο του.
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο σώματα με μάζες $m_1 = 2 \cdot m$ και $m_2 = m$, που κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις με ταχύτητες ίσου μέτρου $\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon$ συγκρούονται πλαστικά.
Αν K_1 η κινητική ενέργεια του σώματος μάζας m_1 και K_σ η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος που δημιουργείται, τότε ο λόγος $\frac{K_1}{K_\sigma}$ είναι ίσος με:

(α) $\frac{1}{3}$, **(β)** 3 , **(γ)** 6

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.A. Σωστή απάντηση είναι η (α)

Μονάδες 4

2.1.B. Η ένταση του πεδίου βαρύτητας της Γης σε ένα σημείο του Α, έχει μέτρο:

$$g = G\frac{M_\Gamma}{r^2} \quad (1)$$

(<u>Μονάδες 2</u>)

Το μέγεθος r στην παραπάνω σχέση εκφράζει την απόσταση του σημείου Α από το κέντρο της Γης.

Η σχέση (1) δείχνει ότι το μέτρο της έντασης του βαρυτικού πεδίου της Γης σε σημείο του Α μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα με το τετράγωνο της απόστασης του σημείου Α από το κέντρο της Γης και όχι αντιστρόφως ανάλογα με το ύψος από την επιφάνειά της.

(<u>Μονάδες 6</u>)

<u>Αν και η πρόταση (β) μοιάζει σωστή, στην πραγματικότητα δεν ισχύει αφού αναφέρεται στο ύψος (μετρημένο από την επιφάνεια της Γης). Μπορούμε να βρούμε με ποιον τρόπο το ύψος επηρεάζει την ένταση του βαρυτικού πεδίου</u> αν στην προηγούμενη σχέση αντικαταστήσουμε την απόσταση r από το κέντρο της Γης με το άθροισμα $R_\Gamma + h$, όπου h το ύψος του σημείου που μας ενδιαφέρει από την επιφάνεια της Γης και R_Γ η ακτίνα της Γης. Καταλήγουμε στην έκφραση:

$$g = G\frac{M}{(R_\Gamma + h)^2} \quad (2)$$

που μας δείχνει ότι η ένταση δεν είναι αντιστρόφως ανάλογη του ύψους (αλλά ούτε και του τετραγώνου του καθώς υπάρχει ο προσθετικός όρος (R_Γ).

Μονάδες 8

2.2.

2.2.A. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.B.

Το σύστημα των δύο σωμάτων είναι μονωμένο, συνεπώς η ορμή διατηρείται :$\vec{p}_{ολ,αρχ} = \vec{p}_{ολ,τελ}$

$$m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \cdot \vec{V}$$

$m_1 \cdot v_1 - m_1 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot V$, $2m \cdot v - m \cdot v = 3m \cdot V$, $m \cdot v = 3m \cdot V$, $v = 3 \cdot V$,
$V = \frac{v}{3}$ (1)

(<u>Μονάδες 5</u>)

Για τις κινητικές ενέργειες είναι:
Σώμα 1

$$K_1 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 \, , \, K_1 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot m \cdot v^2 \, , \, K_1 = m \cdot v^2 \; (2)$$

Συσσωμάτωμα

$$K_\sigma = \frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2) \cdot V^2$$

Με αντικατάσταση της (1)

$$K_\sigma = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot m \cdot \left(\frac{\upsilon}{3}\right)^2, K_\sigma = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot m \cdot \frac{\upsilon^2}{9}, K_\sigma = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \frac{\upsilon^2}{3}, K_\sigma = \frac{m \cdot \upsilon^2}{6} \ (3)$$

Άρα, διαιρώντας $\frac{(2)}{(3)}$ είναι:

$$\frac{K_1}{K_\sigma} = \frac{m \cdot \upsilon^2}{\frac{m \cdot \upsilon^2}{6}}, \frac{K_1}{K_\sigma} = 6$$

(Μονάδες 4)

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Όταν ο όγκος ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου τριπλασιάζεται υπό σταθερή θερμοκρασία, τότε η πίεσή του
(α) παραμένει σταθερή.
(β) τριπλασιάζεται
(γ) υποτριπλασιάζεται

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Θεωρούμε ότι ο λόγος των ακτίνων της Γης προς αυτόν της Σελήνης είναι ίσος με $\frac{R_Γ}{R_Σ} = \frac{11}{3}$ ενώ ο λόγος των μέτρων της επιτάχυνσης της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης προς την αντίστοιχη επιτάχυνση στην επιφάνεια της Σελήνης είναι ίσος με $\frac{g_{oΓ}}{g_{oΣ}} = 6$. Αν $υ_{δΓ}$ είναι το μέτρο της ταχύτητας διαφυγής ενός σώματος από την επιφάνεια της Γης και $υ_{δΣ}$ το μέτρο της ταχύτητας διαφυγής από την επιφάνεια της Σελήνης, τότε ο λόγος των μέτρων των δύο ταχυτήτων $\frac{υ_{δΓ}}{υ_{δΣ}}$ είναι ίσος με:

(α) $\frac{1}{\sqrt{22}}$, **(β)** $\sqrt{22}$, **(γ)** $\sqrt{\frac{11}{2}}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Αφού η θερμοκρασία παραμένει σταθερή (Τ=σταθ) η μεταβολή είναι ισόθερμη

(Μονάδα 1)

Συνεπώς, ισχύει ο Νόμος Boyle

$$P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2 \,,$$

(Μονάδα 1)

$$P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot \cdot 3V_1 \,,\; P_1 = 3 \cdot P_2 \,,\; P_2 = \frac{P_1}{3}$$

(Μονάδες 6)

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η ταχύτητα διαφυγής ενός σώματος από την επιφάνεια ενός πλανήτη είναι ίση με

$$\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2GM_\pi}{R_\Pi}}$$

όπου M_π: η μάζα του πλανήτη και R_π: η ακτίνα του πλανήτη.

Η ένταση του Βαρυτικού Πεδίου στην επιφάνεια ενός πλανήτη είναι ίση με:

$$g_{o\Pi} = G \cdot \frac{M_\Pi}{R_\Pi^2} \,,\; g_o \cdot R_\Pi^2 = G \cdot M_\Pi \; (2)$$

Αντικαθιστούμε στην (1) τη (2) και έχουμε:

$$\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2g_o R_\Pi^2}{R_\Pi}} \,,\; \upsilon_\delta = \sqrt{2g_o R_\Pi} \; (3)$$

Η ταχύτητα διαφυγής για τη Γη, σύμφωνα με την (3), είναι ίση με:

$$\upsilon_{\delta\Gamma} = \sqrt{2g_{o\Gamma} R_\Gamma} \; (4)$$

Η ταχύτητα διαφυγής για τη Σελήνη, σύμφωνα με την (3), είναι ίση με:

$$\upsilon_{\delta\Sigma} = \sqrt{2g_{o\Sigma} R_\Sigma} \; (5)$$

(Μονάδες 7)

Διαιρούμε κατά μέλη τις σχέσεις (4), (5).

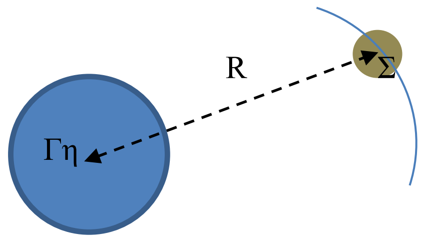
$$\frac{(4)}{(5)}: \frac{\upsilon_{\delta\Gamma}}{\upsilon_{\delta\Sigma}} = \frac{\sqrt{2g_{o\Gamma}R_{\Gamma}}}{\sqrt{2g_{o\Sigma}R_{\Sigma}}}, \frac{\upsilon_{\delta\Gamma}}{\upsilon_{\delta\Sigma}} = \sqrt{\frac{2g_{o\Gamma}R_{\Gamma}}{2g_{o\Sigma}R_{\Sigma}}}, \frac{\upsilon_{\delta\Gamma}}{\upsilon_{\delta\Sigma}} = \sqrt{\frac{g_{o\Gamma}}{g_{o\Sigma}}\frac{R_{\Gamma}}{R_{\Sigma}}}, \frac{\upsilon_{\delta\Gamma}}{\upsilon_{\delta\Sigma}} = \sqrt{6 \cdot \frac{11}{3}}, \frac{\upsilon_{\delta\Gamma}}{\upsilon_{\delta\Sigma}} = \sqrt{22}$$

(Μονάδες 2)

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Η μάζα της Γης είναι $M_{\Gamma} = 5{,}97x10^{24}kg$ ενώ της Σελήνης m_{Σ}. Η απόσταση μεταξύ των κέντρων των δύο σωμάτων είναι $R = 3{,}84x10^{5}\ km$ ενώ δεχόμαστε ότι η Σελήνη εκτελεί κυκλική τροχιά γύρω από την Γη.



Δίνεται $G = 6{,}67.10^{-11}\ \frac{m^3}{Kg.s^2}$.

(α) Η δύναμη που ασκεί η Γη στην Σελήνη είναι μεγαλύτερη από αυτήν της Σελήνης στη Γη.

(β) Η δύναμη που ασκεί η Γη στην Σελήνη είναι μικρότερη από αυτήν της Σελήνης στη Γη.

(γ) Οι δύο δυνάμεις έχουν ίσα μέτρα.

2.1.Α.Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β.Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Θεωρώντας ότι η Σελήνη εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, η επιτάχυνσή της κατά την κίνηση αυτή είναι:

(α) $10{,}37x10^{6}$ m/s^2 , **(β)** $2{,}7x10^{-3}$ m/s^2 , **(γ)** $5{,}4x10^{3}$ m/s^2

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ).

Μονάδες 4

2.1.Β.

Τα δύο σώματα αλληλεπιδρούν καθώς το ένα έλκει το άλλο. Οι δυνάμεις μεταξύ τους έχουν σχέση δράσης – αντίδρασης και σύμφωνα με τον 3^{o} νόμο του Newton, τα μέτρα τους θα είναι ίσα.

Προκύπτουν από τον νόμο της παγκόσμιας έλξης: $F = G\frac{M_\Gamma m_\Sigma}{r^2}$

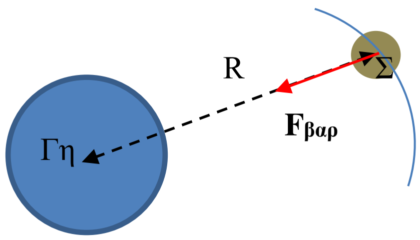
Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β).

Μονάδες 4

2.2.Β.



Η μόνη δύναμη που ασκείται στην Σελήνη είναι η βαρυτική έλξη της Γης. Η δύναμη αυτή αποτελεί την κεντρομόλο δύναμη στην κυκλική κίνηση που εκτελεί η Σελήνη γύρω από την Γη, και άρα ισχύει:

$$\Sigma\vec{F} = \vec{F}_\kappa$$

$$F_{\beta\alpha\rho} = F_\kappa$$

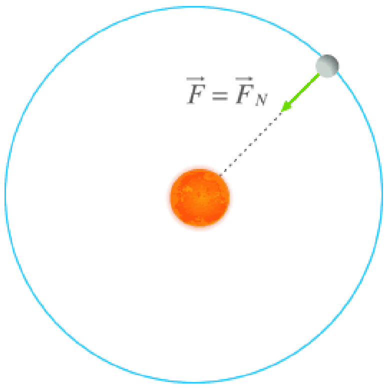
$$G\frac{M_\Gamma m_\Sigma}{R^2} = m_\Sigma . \alpha_\kappa$$

$$\alpha_\kappa = G\frac{M_\Gamma}{R^2} = 6{,}67 \cdot . 10^{-11} . \frac{5{,}97 \cdot 10^{24}}{(3{,}84 \cdot 10^8)^2} = 2{,}7 \cdot 10^{-3}\ m/s^2$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ένα σώμα μάζας m εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση γύρω από ένα άλλο μάζας M λόγω της βαρυτικής έλξης μεταξύ των δύο σωμάτων. Αν τετραπλασιάσουμε την μάζα του σώματος M χωρίς να μεταβάλλουμε την μεταξύ τους απόσταση, για να συνεχίσει να εκτελεί την ίδια τροχιά το σώμα m, η γραμμική ταχύτητά του:



(α) Θα πρέπει να παραμείνει η ίδια.

(β) Θα πρέπει να διπλασιαστεί.

(γ) Θα πρέπει να υποδιπλασιστεί

2.1.Α.Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β.Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Υποτριπλασιάζουμε την απόσταση των δύο σωμάτων. Πόσο πρέπει να μεταβληθεί η μάζα του m, χωρίς να αλλάξει η μάζα M του άλλου σώματος, ώστε για την μεταξύ τους βαρυτική δύναμη να ισχύει $F' = 27 \cdot F$:

(α) 100% , **(β)** 200% , **(γ)** 300%

2.2.Α.Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α.Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η βαρυτική δύναμη είναι η μόνη δύναμη που ασκείται στο σώμα m και άρα αποτελεί την κεντρομόλο δύναμη για την κυκλική κίνηση. Ισχύει:

$$F_{\beta\alpha\rho} = F_\kappa \Leftrightarrow G\frac{Mm}{R^2} = \frac{mu^2}{R} \Leftrightarrow u = \sqrt{G\frac{M}{R}}$$

Η νέα γραμμική ταχύτητα, αντίστοιχα, θα είναι:

$$u' = \sqrt{G\frac{4M}{R}} = 2\sqrt{G\frac{M}{R}} = 2u$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α.Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Αρχικά, η βαρυτική δύναμη μεταξύ τους είναι:

$$F_{\beta\alpha\rho} = G\frac{Mm}{R^2} \qquad (1)$$

Μετά τον υποτριπλασιασμό της απόστασης, θα είναι:

$$F'_{\beta\alpha\rho} = G\frac{Mm'}{R'^2} \Leftrightarrow 27 \cdot F_{\beta\alpha\rho} = G\frac{Mm'}{\left(\frac{R}{3}\right)^2} = G\frac{9Mm'}{R^2} \qquad (2)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις (1) και (2):

$$\frac{F_{\beta\alpha\rho}}{F'_{\beta\alpha\rho}} = \frac{G\frac{Mm}{R^2}}{G\frac{9Mm'}{R^2}} \Leftrightarrow \frac{F_{\beta\alpha\rho}}{27 \cdot F_{\beta\alpha\rho}} = \frac{m}{9m'} \Leftrightarrow \frac{1}{3} = \frac{m}{m'} \Leftrightarrow m' = 3m$$

Η ποσοστιαία μεταβολή θα είναι:

$$\Pi = \frac{\Delta m}{m}100\% = \frac{m' - m}{m}100\% = \frac{3m - m}{m}100\% = 200\%$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ένα μπαλόνι περιέχει αέριο ήλιο. Τα μόρια του αερίου συγκρούονται μεταξύ τους και μετά από κάθε κρούση μεταξύ τους ή με τα τοιχώματα του μπαλονιού η ορμή τους αυξάνεται ή μειώνεται. Το μέγεθος του μπαλονιού:

(α) αυξάνεται.

(β) μειώνεται.

(γ) παραμένει σταθερό.

2.1.Α.Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β.Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Το ήλιο που περιέχει το μπαλόνι, προσεγγίζει καλύτερα από κάθε άλλο αέριο την συμπεριφορά του ιδανικού αερίου. Θερμαίνουμε το μπαλόνι με συνέπεια να αυξηθεί ο όγκος και η θερμοκρασία του. Αυτό συνέβη επειδή η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου:

(α) αυξήθηκε **(β)** μειώθηκε **(γ)** παρέμεινε σταθερή

2.2.Α.Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α.Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η ορμή των μορίων μεταβάλλεται μετά από τις συγκρούσεις, αλλά η συνολική ορμή του συστήματος παραμένει σταθερή, αφού το σύστημα είναι μονωμένο. Κατά συνέπεια δεν αλλάζει το σχήμα του μπαλονιού

Μονάδες 9

2.2.

2.2.Α.Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του ιδανικού αερίου δίνεται από την:

$$\bar{K} = \frac{3}{2}kT$$

Εφόσον αυξήθηκε η θερμοκρασία, αυξήθηκε και η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 2

2.1. Δύο δορυφόροι έχουν ίδια μάζα m και διαγράφουν την ίδια κυκλική τροχιά ακτίνας r γύρω από την Γη κινούμενοι με αντίθετες φορές. Οι δορυφόροι συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά. Τι κίνηση θα κάνει το συσσωμάτωμα μετά την κρούση;

(α) θα παραμείνει ακίνητο.

(β) θα εξακολουθήσει να είναι δορυφόρος της Γης κινούμενος στην ίδια κυκλική τροχιά.

(γ) θα εκτελέσει επιταχυνόμενη κίνηση με αυξανόμενη επιτάχυνση από το ύψος που έγινε η σύγκρουση.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Η έλικα ενός ανεμιστήρα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση. Θεωρούμε δύο σημεία Α και Β σε μία ακτίνα της έλικας. Το σημείο Α έχει γραμμική ταχύτητα μέτρου u_A και βρίσκεται πλησιέστερα στο κέντρο περιστροφής της έλικας σε σχέση με το σημείο Β. Η γραμμική ταχύτητα του σημείου Β έχει μέτρο u_B. Ποια από τις παρακάτω σχέσεις είναι η σωστή;

(α) $u_A = u_B$, **(β)** $u_A < u_B$, **(γ)** $u_A > u_B$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Αφού οι δορυφόροι κινούνται στην ίδια τροχιά, έχουν ταχύτητα ίδιου μέτρου, το οποίο δίνεται από την σχέση $u = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{r}}$. Την στιγμή που συγκρούονται οι δύο δορυφόροι ίσης μάζας, το σύστημα έχει ορμή μηδέν γιατί οι ορμές τους είναι αντίθετες. Επειδή η ορμή διατηρείται, το συσσωμάτωμα που θα προκύψει θα είναι αρχικά ακίνητο. Όμως, επειδή δέχεται την ελκτική δύναμη από την Γη, θα αρχίσει να επιταχύνεται προς την Γη, με επιτάχυνση ίση με την επιτάχυνση της βαρύτητας, η οποία διαρκώς αυξάνει.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η γραμμική ταχύτητα ενός σημείου της έλικας δίνεται από την σχέση $u = \frac{2\pi r}{T}$, όπου Τ η περίοδος της τροχιάς και r η ακτίνα της. Όλα τα σημεία της έλικας έχουν την ίδια περίοδο, οπότε το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας θα είναι ανάλογο με την ακτίνα περιστροφής. Επειδή ισχύει $r_A > r_B$, θα έχουμε ότι $u_A > u_B$, δηλαδή το σημείο στο Α έχει μεγαλύτερη γραμμική ταχύτητα από το Β.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Ένας δορυφόρος έχει μάζα $m = 5.000Kg$ και περιστρέφεται γύρω από την Γη σε κυκλική τροχιά και σε απόσταση $h = 3R_Γ$ από την επιφάνεια της Γης. Η ακτίνα της Γης είναι $R_Γ = 6.400km$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνειά της είναι $g_0 = 10\frac{m}{s^2}$. Θεωρώντας την αντίσταση του αέρα αμελητέα, και την βαρυτική δυναμική ενέργεια σε πολύ μεγάλη απόσταση ίση με μηδέν, να βρεθούν:

4.1. το μέτρο της έντασης του βαρυτικού πεδίου της Γης στο ύψος που βρίσκεται η τροχιά του δορυφόρου.

Μονάδες 5

4.2. το μέτρο της ταχύτητας περιστροφής του δορυφόρου καθώς και το χρονικό διάστημα στο οποίο ολοκληρώνει μία περιστροφή .

Μονάδες 6

4.3. το μέτρο της μεταβολής της ορμής του δορυφόρου σε χρονικό διάστημα μισής περιόδου.

Μονάδες 6

4.4. Με την βοήθεια ενσωματωμένων προωθητικών πυραύλων, ο δορυφόρος διπλασιάζει το μέτρο της ταχύτητάς του. Να αποδείξετε ότι ο δορυφόρος θα φύγει για πάντα από την βαρυτική έλξη της Γης και να βρεθεί η τελική του ταχύτητα.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η ένταση του βαρυτικού πεδίου της Γης σε ύψος h από την επιφάνειά της δίνεται από την σχέση

$$g = \frac{GM_Γ}{(R_Γ + h)^2}$$

Αντικαθιστώντας το ύψος $h = 3R_Γ$ και το γεγονός ότι $GM_Γ = g_0 R_Γ^2$ θα έχουμε

$$g = \frac{GM_Γ}{(R_Γ + h)^2} = \frac{g_0 R_Γ^2}{16 R_Γ^2} = \frac{g_0}{16} = 0{,}624\,\frac{m}{s^2}$$

Μονάδες 5

4.2. Η ταχύτητα περιστροφής του δορυφόρου θα είναι

$$u = \sqrt{\frac{GM_Γ}{R_Γ + h}} = \sqrt{\frac{g_0 R_Γ^2}{4R_Γ}} = \frac{\sqrt{g_0 R_Γ}}{2} = \frac{\sqrt{10\,\frac{m}{s^2}\;6{,}4 \cdot 10^6\,m}}{2} = 4 \cdot 10^3\,\frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.3. Σε χρονικό διάστημα μισής περιόδου, ο δορυφόρος αντιστρέφει την φορά της ταχύτητάς του χωρίς να αλλάζει το μέτρο, οπότε το μέτρο της μεταβολής της ορμής του θα είναι:

$$ΔP = P_{τελ} - P_{αρχ} = mu - (-mu) = 2mu = 2 \cdot 5 \cdot 10^3 kg \cdot 4 \cdot 10^3\,\frac{m}{s} = 4 \cdot 10^7\,\frac{kgm}{s}$$

Μονάδες 6

4.4. Για να αποδείξουμε ότι ο δορυφόρος διαφεύγει από το βαρυτικό πεδίο της Γης θα συγκρίνουμε την ταχύτητα διαφυγής σε αυτό το ύψος με την ταχύτητα που απέκτησε ο δορυφόρος. Έχουμε

$$u_δ = \sqrt{\frac{2GM_Γ}{R_Γ + h}} = \sqrt{\frac{2g_0 R_Γ^2}{4R_Γ}} = \frac{\sqrt{2g_0 R_Γ}}{2} = \frac{\sqrt{2 \cdot 10\,\frac{m}{s^2}\;6{,}4 \cdot 10^6\,m}}{2} = 4\sqrt{2} \cdot 10^3\,\frac{m}{s} < 2u = 8 \cdot 10^3\,\frac{m}{s}$$

Η ταχύτητα που απέκτησε από τους πυραύλους είναι μεγαλύτερη από την ταχύτητα διαφυγής στο σημείο αυτό, οπότε θα μεταβεί σε ''άπειρη' απόσταση. Για να υπολογίσουμε την τελική ταχύτητα του δορυφόρου θα εφαρμόσουμε την Α.Δ.Μ.Ε. από την αρχική θέση μέχρι την τελική ($U_{τελ} = 0$).

$$U_{αρχ} + K_{αρχ} = U_{τελ} + K_{τελ} \Leftrightarrow -\frac{GM_Γ m}{R_Γ + h} + \frac{mu_1^2}{2} = \frac{mu_\infty^2}{2} \Leftrightarrow \frac{u_\infty^2}{2} = -\frac{g_0 R_Γ^2}{4R_Γ} + \frac{u_1^2}{2} \Leftrightarrow$$

$$u_\infty = \sqrt{\frac{2u_1^2 - g_0 R_Γ}{2}} = \sqrt{\frac{128 \cdot 10^6 - 64 \cdot 10^6}{2}}\,\frac{m}{s} = \sqrt{32 \cdot 10^6}\,\frac{m}{s} = 4\sqrt{2} \cdot 10^3\,\frac{m}{s}$$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

Δύο μικρά ομογενή σφαιρικά σώματα αμελητέων διαστάσεων έχουν μάζες $m_1 = 2kg$ και m_2 και βρίσκονται ακίνητα σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Απέχουν μεταξύ τους $d = 1m$ και έλκονται με βαρυτική δύναμη μέτρου $F = \frac{40}{3} \cdot 10^{-11}$N. Αν η σταθερά της παγκόσμιας έλξης είναι $G = \frac{20}{3} \cdot 10^{-11}\ N\ m^2 Kg^{-2}$ και η βαρυτική δυναμική ενέργεια στο άπειρο θεωρείται μηδέν

4.1. Ποια είναι η μάζα του σώματος m_2;

Μονάδες 6

4.2. Να βρεθεί το δυναμικό του βαρυτικού πεδίου που δημιουργείται από τις δύο μάζες στο μέσο Μ της μεταξύ τους απόστασης.

Μονάδες 6

4.3. Στο σημείο Μ τοποθετούμε μία μάζα $m_3 = 0{,}5kg$. Να υπολογιστεί η δυναμική ενέργεια του συστήματος των τριών μαζών και να βρεθεί το έργο της βαρυτικής δύναμης όταν το σώμα μάζας m_3 μεταφερθεί έξω από το βαρυτικό πεδίο των άλλων δύο μαζών.

Μονάδες 7

4.4. Αν οι μάζες m_1 και m_2 αφεθούν ελεύθερες να κινηθούν, να υπολογιστεί ο λόγος των ταχυτήτων τους $\frac{u_1}{u_2}$ οποιαδήποτε χρονική στιγμή πριν συγκρουστούν.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

4.1. Για να υπολογίσουμε την μάζα m_2 θα εφαρμόσουμε τον νόμο της παγκόσμιας έλξης για τις δύο μάζες.

$$F=\frac{Gm_1m_2}{d^2}\Leftrightarrow m_2=\frac{Fd^2}{Gm_1}=\frac{\frac{40}{3}10^{-11}\cdot 1^2}{\frac{20}{3}\ 10^{-11}\cdot 2}kg=1kg$$

Μονάδες 6

4.2. Το δυναμικό στο σημείο Μ, το οποίο είναι το μέσο της απόστασης των σημείων οφείλεται στην συνεισφορά των δύο μαζών, συνεπώς

$$V^{(M)}=V_1^{(M)}+V_2^{(M)}=-\frac{Gm_1}{\frac{d}{2}}-\frac{Gm_2}{\frac{d}{2}}=-\frac{2G(m_1+m_2)}{d}=-2\frac{20}{3}10^{-11}\cdot 3\frac{J}{kg}=-4\cdot 10^{-10}\frac{J}{kg}$$

Μονάδες 6

4.3. Η βαρυτική δυναμική ενέργεια του συστήματος των 3 μαζών θα είναι

$$U=-\frac{Gm_1m_2}{d}-\frac{Gm_1m_3}{\frac{d}{2}}-\frac{Gm_2m_3}{\frac{d}{2}}=-\frac{G}{d}(m_1m_2+2m_1m_3+2m_2m_3)\Leftrightarrow$$

$$U=-\frac{20}{3}10^{-11}\cdot(2+2+1)J=-\frac{1}{3}\cdot 10^{-9}J$$

Το έργο της βαρυτικής δύναμης για την μεταφορά της m_3 από το σημείο Μ στο "άπειρο" είναι

$$W_{M\to\infty}=mV_M=0{,}5kg\left(-4\cdot 10^{-10}\frac{J}{kg}\right)=-2\cdot 10^{-10}J$$

Μονάδες 7

4.4. Όταν αφεθούν ελεύθερες οι μάζες να κινηθούν, το σύστημα που δημιουργούν είναι μονωμένο και ισχύει η διατήρηση της ορμής σε όλη την διάρκεια της κίνησής τους. Συνεπώς

$$\vec{\mathrm{P}}_{\alpha\rho\chi}=\vec{\mathrm{P}}_{\tau\varepsilon\lambda}\Leftrightarrow 0=\mathrm{m_1u_1-m_2u_2}\Leftrightarrow \mathrm{m_1u_1=m_2u_2}\Leftrightarrow 2\mathrm{u_1=u_2}\Leftrightarrow\frac{\mathrm{u_1}}{\mathrm{u_2}}=\frac{1}{2}$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

Ένα βλήμα μάζας $m = 0{,}1kg$ κινείται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $u_1 = 100\, m/s$ και συναντά ένα ακίνητο κιβώτιο μάζας M, το οποίο βρίσκεται σε ένα οριζόντιο επίπεδο. Το βλήμα διαπερνά το κιβώτιο και εξέρχεται από αυτό με οριζόντια ταχύτητα $u_2 = 20\ m/s$, ενώ το κιβώτιο αμέσως μετά την κρούση αποκτά ταχύτητα $V = 5\ m/s$.

4.1. Να υπολογίσετε την μάζα του κιβωτίου.

Μονάδες 6

4.2. Να βρείτε την μέση δύναμη που δέχτηκε το βλήμα από το κιβώτιο, αν το χρονικό διάστημα που χρειάστηκε να περάσει μέσα από το κιβώτιο ήταν $\Delta t = 0{,}2s$.

Μονάδες 6

4.3. Υπολογίστε το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του βλήματος που μεταφέρθηκε στο κιβώτιο εξαιτίας της κρούσης.

Μονάδες 6

4.4. Το κιβώτιο διανύει απόσταση $s = 4m$ και σταματάει. Να υπολογίσετε τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ οριζόντιου επιπέδου και κιβωτίου. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\,\frac{m}{s^2}$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1. Κατά την διάρκεια του φαινομένου, στο οποίο το βλήμα διαπερνά το κιβώτιο, το σύστημα των δύο μαζών είναι μονωμένο και ισχύει η διατήρηση της ορμής. Έχουμε:

$$P_{αρχ} = P_{τελ} \Leftrightarrow mu_1 = mu_2 + MV \Leftrightarrow M = \frac{mu_1 - mu_2}{V} \Leftrightarrow$$
$$M = \frac{0{,}1kg100\frac{m}{s} - 0{,}1kg\ 20\frac{m}{s}}{5\frac{m}{s}} = 1{,}6\ kg$$

Μονάδες 6

4.2. Με χρήση της γενίκευσης του 2ου νόμου του Νεύτωνα, η μέση δύναμη που δέχεται το βλήμα από το κιβώτιο είναι

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{P_{1τελ} - P_{1αρχ}}{\Delta t} = \frac{mu_2 - mu_1}{\Delta t} = \frac{0{,}1kg20\frac{m}{s} - 0{,}1kg\ 100\frac{m}{s}}{0{,}2s} = -40N$$

Μονάδες 6

4.3. Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του βλήματος που μεταφέρθηκε στο κιβώτιο εξαιτίας της κρούσης είναι το πηλίκο των κινητικών τους ενεργειών, δηλαδή

$$\frac{K_{κιβ}}{K_1} = \frac{\frac{MV^2}{2}}{\frac{mu_1^2}{2}} = \frac{MV^2}{mu_1^2} = \frac{1{,}6kg\left(5\frac{m}{s}\right)^2}{0{,}1kg\ \left(100\frac{m}{s}\right)^2} = \frac{40}{1000} = 0{,}04 = 4\%$$

Μονάδες 6

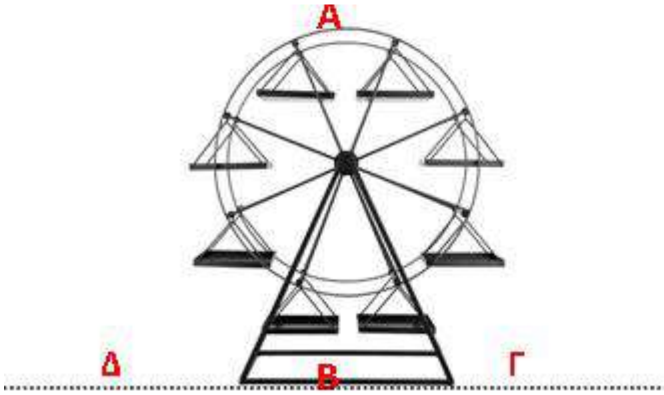
4.4. Για την κίνηση που εκτελεί το κιβώτιο αμέσως μετά την κρούση και μέχρι να σταματήσει θα εφαρμόσουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας (Θ.Μ.Κ.Ε.). Οι δυνάμεις που δέχεται το κιβώτιο είναι το βάρος του B, η τριβή T και η κάθετη αντίδραση N, ενώ η τελική κινητική του ενέργεια είναι μηδέν. Συνεπώς

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{ολ} \Leftrightarrow 0 - \frac{MV^2}{2} = W_B + W_T + W_N \Leftrightarrow -\frac{MV^2}{2} = -Ts \xLeftrightarrow{T=\mu N=\mu Mg}$$
$$\frac{MV^2}{2} = \mu Mgs \Leftrightarrow \mu = \frac{V^2}{2gs} = \frac{5^2}{2\cdot 10\cdot 4} = \frac{25}{80} = \frac{5}{16}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ένα παιδί ανεβαίνει στην «Ρόδα» ενός Λούνα Πάρκ, η οποία εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση στην φορά των δεικτών του ρολογιού (δεξιόστροφα):



Την στιγμή που βρίσκεται στο υψηλότερο σημείο της τροχιάς του απλώνει το χέρι του και αφήνει μία μπάλα να πέσει ελεύθερα. Αν αγνοήσουμε την ύπαρξη αέρα και θεωρήσουμε μικρό το ύψος της «Ρόδας», τότε η μπάλα θα πέσει:

(α) στη βάση Β της «Ρόδας».

(β) σε ένα σημείο Γ, δεξιά του Β που απέχει απόσταση x από την βάση Β της «Ρόδας».

(γ) σε ένα σημείο Δ, αριστερά του Β που απέχει απόσταση x από την βάση Β της «Ρόδας».

2.1.Α.Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β.Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2.Την ίδια στιγμή (όταν το παιδί κάθεται στο κάθισμά του στο υψηλότερο σημείο Α της τροχιάς της «Ρόδας»), και η ρόδα στρέφεται, η κάθετη αντίδραση Ν που δέχεται από το κάθισμα ανά μονάδα μάζας του παιδιού (N/m), είναι:

(α) $\frac{u^2}{R} - g$, **(β)** $\frac{u^2}{R} + g$, **(γ)** $g - \frac{u^2}{R}$

2.2.Α.Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α.Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Στην ανώτερη θέση Α το παιδί που κρατά την μπάλα έχει γραμμική ταχύτητα u με κατεύθυνση εφαπτόμενη στο Α προς τα δεξιά, συμμετέχοντας στην κίνηση της ρόδας. Άρα την στιγμή που αφήνει την μπάλα, θα έχει και αυτή οριζόντια ταχύτητα προς τα δεξιά, εκτελώντας οριζόντια βολή και άρα θα πέσει στο σημείο Γ.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α.Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Στην θέση Α και καθώς στρέφεται η ρόδα, οι δυνάμεις που ασκούνται στο παιδί είναι: το βάρος mg του παιδιού προς το κέντρο της ρόδας και η κάθετη αντίδραση Ν στην ίδια διεύθυνση αλλά προς τα πάνω.

Λόγω της κυκλικής κίνησης, είναι:

$$\Sigma F = F_\kappa \Leftrightarrow m.g - N = \frac{m.u^2}{R} \Leftrightarrow N = m.g - \frac{m.u^2}{R} \Leftrightarrow N = m.(g - \frac{u^2}{R}) \Leftrightarrow \frac{N}{m} = g - \frac{u^2}{R}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Ένας δορυφόρος κινείται σε ύψος $h = 2600\ km$ από την επιφάνεια της Γης. Η μάζα της Γης έχει μετρηθεί $M_\Gamma = 6 \cdot 10^{24}\ kg$, η ακτίνα της $R_\Gamma = 6400\ km$, ενώ η ένταση του βαρυτικού πεδίου στην επιφάνεια αυτής είναι $g_0 = 10\ m/s^2$. Δίνεται η παγκόσμια βαρυτική σταθερά $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N/kg \cdot m^2$, ενώ αμελούνται τριβές.

Να υπολογίσετε:

4.1.Την ένταση και το δυναμικό σε ένα σημείο Σ της τροχιάς του δορυφόρου.

Μονάδες 6

4.2.Την μηχανική ενέργεια του δορυφόρου στο ύψος αυτό, αν η μάζα του δορυφόρου είναι $450\ kg$.

Μονάδες 6

4.3.Κάποια στιγμή πυροδοτούνται πύραυλοι του δορυφόρου με συνέπεια την μεταβολή της ολικής ενέργειάς του στο 80% της αρχικής του ενέργειας. Να βρείτε το ύψος της νέας τροχιάς στο οποίο μεταπίπτει ο δορυφόρος.

Μονάδες 6

4.4.Να υπολογίσετε τον λόγο των ταχυτήτων $\frac{u'}{u}$, όπου u' η ταχύτητα του δορυφόρου στην νέα θέση και u η ταχύτητά του στην αρχική του θέση. Δίνεται $\sqrt{5} \cong 2{,}24$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1.Η ένταση στο σημείο Σ της τροχιάς του δορυφόρου είναι:

$$g_{\Sigma} = G\frac{M_{\Gamma}}{(R_{\Gamma}+h)^2} = \frac{g_0 \cdot R_{\Gamma}^2}{(R_{\Gamma}+h)^2} = \frac{10 \cdot (6{,}4 \cdot 10^6)^2}{(9 \cdot 10^6)^2} = \frac{409{,}6}{81} \cong 5{,}06 \text{ m/s}^2$$

με διεύθυνση, την διεύθυνση της ακτίνας και φορά προς το κέντρο της Γης.

Για το δυναμικό ισχύει:

$$V_{\Sigma} = -G\frac{M_{\Gamma}}{R_{\Gamma}+h} = -\frac{g_0 \cdot R_{\Gamma}^2}{R_{\Gamma}+h} = -\frac{10 \cdot (6{,}4 \cdot 10^6)^2}{9 \cdot 10^6} \cong -45{,}5 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$$

Μονάδες 6

4.2.Η μηχανική ενέργεια είναι το άθροισμα δυναμικής και κινητικής ενέργειας στο ύψος αυτό.

Η δυναμική ενέργεια είναι:

$$U_{\Sigma} = -G\frac{M_{\Gamma} \cdot m_{\Sigma}}{R_{\Gamma}+h}$$

Για την κινητική ενέργεια:

Από την κυκλική κίνηση είναι $\Sigma F = F_{\kappa} \Leftrightarrow F_g = F_{\kappa}$

$$G\frac{M_{\Gamma} \cdot m_{\Sigma}}{(R_{\Gamma}+h)^2} = \frac{m_{\Sigma} \cdot u^2}{R_{\Gamma}+h} \Leftrightarrow G\frac{M_{\Gamma} \cdot m_{\Sigma}}{R_{\Gamma}+h} = m_{\Sigma} \cdot u^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot G \cdot \frac{M_{\Gamma} \cdot m_{\Sigma}}{R_{\Gamma}+h} = \frac{1}{2} \cdot m_{\Sigma} \cdot u^2 = K_{\Sigma}$$

$$E_M = U_{\Sigma} + K_{\Sigma} = -G \cdot \frac{M_{\Gamma} \cdot m_{\Sigma}}{R_{\Gamma}+h} + \frac{1}{2} \cdot G \cdot \frac{M_{\Gamma} \cdot m_{\Sigma}}{R_{\Gamma}+h} = -\frac{1}{2} \cdot G \cdot \frac{M_{\Gamma} \cdot m_{\Sigma}}{R_{\Gamma}+h}$$

$$E_M = -\frac{1}{2} \cdot 45{,}5 \cdot 10^6 \cdot 450 \text{ J} = -1{,}02 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

Μονάδες 6

4.3.Στην νέα τροχιά ο δορυφόρος θα έχει το 80% της αρχικής μηχανικής ενέργειας:

$$E'_M = 0{,}8 \cdot E_M$$

$$-\frac{1}{2} \cdot G \cdot \frac{M_{\Gamma} \cdot m_{\Sigma}}{R_{\Gamma}+h} = 0{,}8 \cdot \left(-\frac{1}{2} \cdot G \cdot \frac{M_{\Gamma} \cdot m_{\Sigma}}{R_{\Gamma}+h'}\right)$$

$$\frac{1}{R_{\Gamma}+h} = \frac{0{,}8}{R_{\Gamma}+h'} \Leftrightarrow R_{\Gamma}+h' = 0{,}8 \cdot (R_{\Gamma}+h) \Leftrightarrow h' = 800 \text{ km}$$

Μονάδες 6

4.4. Οι ταχύτητες του δορυφόρου στις δύο τροχιές είναι:

$$u = \sqrt{G\frac{M_{\Gamma}}{R_{\Gamma}+h}} \qquad (1)$$

$$u' = \sqrt{G\frac{M_\Gamma}{R_\Gamma + h'}} \qquad (2)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις δύο σχέσεις (1) και (2), προκύπτει:

$$\frac{u'}{u} = \frac{\sqrt{G\frac{M_\Gamma}{R_\Gamma + h'}}}{\sqrt{G\frac{M_\Gamma}{R_\Gamma + h}}} = \sqrt{\frac{R_\Gamma + h}{R_\Gamma + h'}} = \sqrt{\frac{9 \cdot 10^6}{7{,}2 \cdot 10^6}} = \sqrt{\frac{1}{0{,}8}} = \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2} = 1{,}12$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Μία σεληνάκατος μάζας $m_Δ$=5000 kg κατεβαίνει με σταθερή ταχύτητα u=10 m/s για να προσεληνωθεί. Σε ύψος h=120m από την επιφάνεια αποκολλάται ένα εξάρτημα μικρής μάζας από το σύστημα προσελήνωσης και πέφτει στην Σελήνη. Αν η μάζα της Σελήνης είναι $m_Σ=7{,}4.10^{22}$ kg, η ακτίνα της $R_Σ$=1750km και δίνεται $G=6{,}67.10^{-11}$ $N/kg.m^2$, να υπολογίσετε :

4.1. Την ένταση του βαρυτικού πεδίου στην επιφάνεια της Σελήνης.

Μονάδες 5

4.2. Την δύναμη που ασκεί η σεληνάκατος στην Σελήνη και την δυναμική ενέργειά της όταν βρίσκεται σε ύψος h=1250 km και αρχίζει η διαδικασία καθόδου.

Μονάδες 6

4.3. Με ποια ταχύτητα θα φθάσει στην επιφάνεια της Σελήνης το εξάρτημα που αποκολλήθηκε.

Μονάδες 7

4.4. Ποιο από τα δύο σώματα (σεληνάκατος – εξάρτημα) θα φθάσει πρώτο στην επιφάνεια και με ποια χρονική διαφορά.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η ένταση του βαρυτικού πεδίου στην επιφάνεια της Σελήνης, δίνεται:

$$g_{\Sigma} = G\frac{M_{\Sigma}}{R_{\Sigma}^2} = \frac{6{,}67.10^{-11}.7{,}4.10^{22}}{(1750.10^3)^2} = 1{,}6\, m/s^2$$

Μονάδες 5

4.2.Η δύναμη που ασκεί η σεληνάκατος στην Σελήνη προκύπτει από τον νόμο της παγκόσμιας έλξης:

$$F = G\frac{M_{\Sigma}.m_{\Delta}}{(R_{\Sigma}+h)^2} = \frac{6{,}67.10^{-11}.7{,}4.10^{22}.5000}{(3.10^6)^2} = 2742\, N$$

Η δυναμική ενέργεια της σεληνακάτου όταν βρίσκεται σε ύψος h είναι:

$$U = -G\frac{M_{\Sigma}.m_{\Delta}}{R_{\Sigma}+h} = -\frac{6{,}67.10^{-11}.7{,}4.10^{22}.5000}{3.10^6} = -82{,}2.10^8\, J$$

Μονάδες 6

4.3.Το εξάρτημα αποκολλάται σε ύψος h=120m και ενώ η σεληνάκατος κατεβαίνει με σταθερή ταχύτητα u=10m/s. Άρα και αυτό έχει εκείνη τη στιγμή την ίδια ταχύτητα. Λόγω της έλλειψης ατμόσφαιρας και άρα τριβών, μπορούμε να υπολογίσουμε την ταχύτητα με την οποία φθάνει στην επιφάνεια με την βοήθεια του Θ.Ε.Ε.:

$$\Delta K = \Sigma W \Leftrightarrow K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_W$$

$$\frac{1}{2}m_{\Delta}u_{\tau\varepsilon\lambda}^2 - \frac{1}{2}m_{\Delta}u_{\alpha\rho\chi}^2 = m_{\Delta}.g_{\Sigma}.h \Leftrightarrow u_{\tau\varepsilon\lambda}^2 = 2gh - u_{\alpha\rho\chi}^2$$

$$u_{\tau\varepsilon\lambda} = \sqrt{2g_{\Sigma}h + u_{\alpha\rho\chi}^2} = \sqrt{484} = 22\, m/s$$

Μονάδες 7

4.4.Μετά την αποκόλληση, η μεν σεληνάκατος συνεχίζει να κατεβαίνει με σταθερή ταχύτητα u=10m/s ενώ το εξάρτημα επιταχύνει με σταθερή επιτάχυνση g_{Σ} από την αρχική ταχύτητα u. Η επιτάχυνση g_{Σ} θεωρείται σταθερή λόγω του μικρού ύψους από το οποίο έγινε η αποκόλληση.

Άρα το εξάρτημα θα φθάσει γρηγορότερα στην επιφάνεια της Σελήνης.

Ο χρόνος για να διανύσει τα 120m η σεληνάκατος είναι :

$$t_{\sigma\varepsilon\lambda\eta\nu} = \frac{h}{u} = \frac{120}{10} = 12\, s$$

Αντίστοιχα, για το εξάρτημα που εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, είναι:

$$u_{\tau\varepsilon\lambda} = u + g_{\Sigma}t$$

$$h = u.t + \frac{1}{2}g_{\Sigma}t^2$$

Με δεδομένο τον υπολογισμό της ταχύτητας από το προηγούμενο ερώτημα:

$$u_{\tau\varepsilon\lambda} = u + g_{\Sigma}t_{\varepsilon\xi\alpha\rho\tau} \Leftrightarrow 22 = 10 + 1{,}6.t \Leftrightarrow t_{\varepsilon\xi\alpha\rho\tau} = 7{,}5\, s$$

Οπότε η ζητούμενη χρονική διαφορά θα είναι

$$\Delta t = t_{\sigma\varepsilon\lambda\eta\nu} - t_{\varepsilon\xi\alpha\rho\tau} = 4{,}5\, s$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Ένα σώμα μάζας m=1,2 kg κινείται πάνω σε οριζόντια κυκλική τροχιά ακτίνας R=0,2m. Η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα έχει μέτρο ΣF=600 N και κατεύθυνση προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς. Να υπολογίσετε:

4.1. Την κεντρομόλο επιτάχυνση του σώματος.

Μονάδες 4

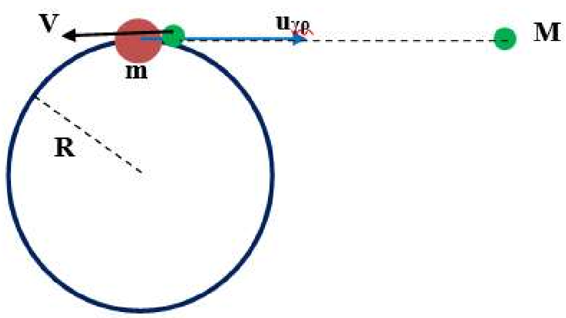
4.2. Την γωνιακή ταχύτητα του σώματος.

Μονάδες 6

4.3. Το μήκος του τόξου που θα διαγράψει, σε χρόνο ίσο με το χρόνο κίνησης δεύτερου σώματος που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα και αποκτά ταχύτητα u=54 m/s έχοντας επιτάχυνση α=12m/s^2.

Μονάδες 7

4.4. Το δεύτερο σώμα μάζας M=m/2 συγκρούεται τελικά με το πρώτο σώμα σε κάποιο σημείο της κυκλικής τροχιάς του, έχοντας ταχύτητα V με κατεύθυνση αντίρροπη της γραμμικής ταχύτητας του του πρώτου σώματος τη στιγμή της κρούσης.



Αν η κρούση είναι πλαστική, να υπολογίσετε την ταχύτητα V του σώματος μάζας M ώστε το συσσωμάτωμα να έχει μηδενική κινητική ενέργεια μετά την κρούση.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η συνισταμένη των δυνάμεων ΣF είναι η κεντρομόλος δύναμη που αναγκάζει το σώμα να εκτελέσει ομαλή κυκλική κίνηση. Ισχύει:

$$\Sigma F = F_{\kappa} = m.\alpha_{\kappa} \Leftrightarrow 600 = 1{,}2.\alpha_{\kappa} \Leftrightarrow \alpha_{\kappa} = 500\, m/s^2$$

Μονάδες 5

4.2. Η κεντρομόλος επιτάχυνση ισούται:

$$\alpha_{\kappa} = \frac{u^2}{R} = \omega^2 R \Leftrightarrow \omega = \sqrt{\frac{\alpha_{\kappa}}{R}} = \sqrt{\frac{500}{0{,}2}} = 50\, rad/s$$

Μονάδες 6

4.3. Το μήκος του τόξου που θα διαγράψει το σώμα που εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση είναι:

$$s = u_{\gamma\rho}.t \qquad (1)$$

Η γραμμική ταχύτητα λόγω της κυκλικής κίνησης είναι:

$$u_{\gamma\rho} = \omega.R = 50.0{,}2 = 10\,\frac{m}{s} \qquad (2)$$

Στον ίδιο χρόνο το σώμα μάζας Μ αποκτά ταχύτητα που δίνεται από την σχέση:

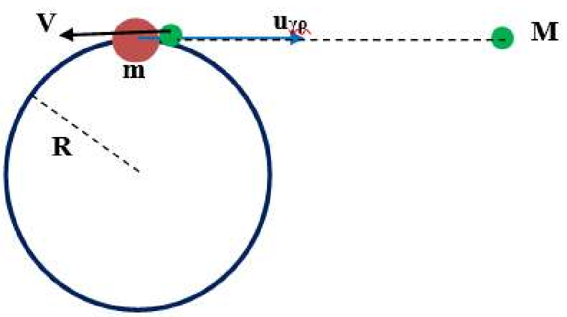
$$u = a.t \Leftrightarrow 54 = 12.t \Leftrightarrow t = 4{,}5\, s \qquad (3)$$

Αντικαθιστώντας την (2) και την (3) στην (1) προκύπτει το ζητούμενο μήκος του τόξου:

$$s = u_{\gamma\rho}.t \Leftrightarrow s = 10.4{,}5 = 45\, m$$

Μονάδες 7

4.4. Μετά την πλαστική κρούση η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος είναι μηδενική. Άρα τα σώματα μετά την κρούση ακινητοποιούνται.



Από την αρχή διατήρησης της ορμής:

$$\vec{P}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{P}_{\mu\varepsilon\tau}$$

Θέτοντας θετική φορά προς τα δεξιά:

$$m.u_{\gamma\rho} - M.V = 0 \Leftrightarrow m.u_{\gamma\rho} = \frac{m}{2}.V \Leftrightarrow V = 20\, m/s$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Ένας πύραυλος μάζας m=1200 kg εκτοξεύεται από την επιφάνεια της Γης με αρχική ταχύτητα u_0=100m/s κατακόρυφα προς τα πάνω. Κάποια στιγμή φθάνει στο ανώτερο σημείο στο οποίο σταματά στιγμιαία. Εκείνη τη στιγμή εκρήγνυται σε 3 κομμάτια Α, Β και Γ. Το κομμάτι Α μάζας m_1=m/3 αποκτά οριζόντια ταχύτητα u_A=30 m/s, ενώ το κομμάτι Β, μάζας m_B=500 kg, εξακολουθεί να παραμένει ακίνητο και μετά την έκρηξη. Θεωρούμε ότι για όλες τις κινήσεις η επιτάχυνση της βαρύτητας g=10m/s^2, παραμένει σταθερή και ότι δεν υπάρχει ατμόσφαιρα. Να υπολογίσετε:

4.1. Το μέγιστο ύψος στο οποίο θα φθάσει ο πύραυλος.

Μονάδες 5

4.2. Την ταχύτητα του κομματιού Γ, αμέσως μετά την έκρηξη.

Μονάδες 5

4.3. Σε ποια θέση θα προσγειωθεί το κομμάτι Α ως προς το σημείο της έκρηξης.

Μονάδες 7

4.4. Πόσο απέχουν τα κομμάτια Α και Γ την στιγμή t=3s μετά την έκρηξη.

Μονάδες 8

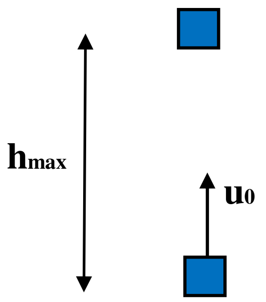
ΘΕΜΑ 4

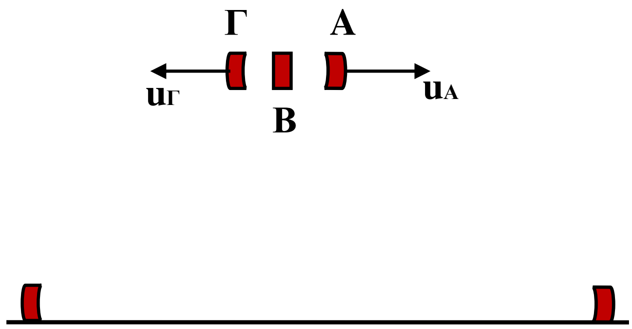
4.1. Λόγω των παραδοχών δεν υπάρχουν τριβές, οπότε εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας με επίπεδο αναφοράς το επίπεδο εκτόξευσης του πυραύλου και μέχρι του μέγιστου ύψους όπου στιγμιαία ακινητεί:

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}mu_0^2 + 0 = 0 + mgh \Leftrightarrow h = \frac{u_0^2}{2g} = 500m$$

Μονάδες 5

4.2. Στο ανώτερο σημείο όπου η ταχύτητα μηδενίζεται, ο πύραυλος εκρήγνυται. Διατηρείται η ορμή του συστήματος κατά την έκρηξη, οπότε:





$$\vec{P}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{P}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Leftrightarrow \vec{0} = \vec{P}_A + \vec{P}_B + \vec{P}_\Gamma \Leftrightarrow \vec{0} = \vec{P}_A + \vec{0} + \vec{P}_\Gamma$$

Θέτοντας θετική φορά προς τα δεξιά:

$$0 = m_A u_A + m_\Gamma u_\Gamma \Leftrightarrow -\frac{1200}{3}30 = \left(1200 - 500 - \frac{1200}{3}\right)u_\Gamma \Leftrightarrow u_\Gamma = -40m/s$$

Άρα το κομμάτι Γ θα κινηθεί προς τα αριστερά με ταχύτητα 40 m/s.

Μονάδες 5

4.3. Το κομμάτι Α του πυραύλου εκτελεί οριζόντια βολή με αρχική ταχύτητα u_A=30m/s.

Στον άξονα των xx' εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με χρονική διάρκεια ίδια με εκείνη στον yy':

$$yy':\ \ h_{max} = \frac{1}{2}gt^2 \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2h_{max}}{g}} = 10s$$

$$xx':\ \ x = u_A t = 30 \cdot 10 = 300m$$

Άρα το σώμα θα συναντήσει το έδαφος στο σημείο (300, -500) ως προς το σημείο της έκρηξης.

Μονάδες 7

4.4. Τα δύο κομμάτια του πυραύλου εκτελούν επίσης οριζόντιες βολές. Σε χρόνο 3s θα έχουν πέσει κατά τον ίδιο ύψος h_1:

$$h_1 = \frac{1}{2}gt_1^2$$

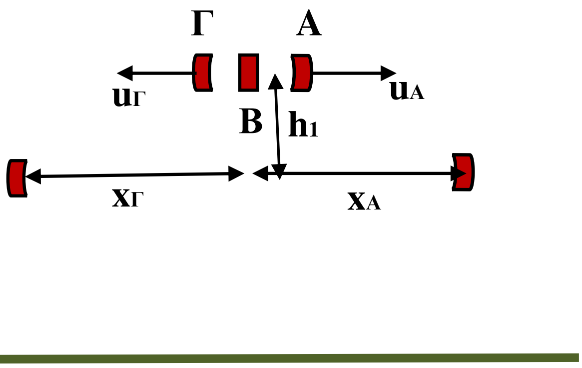
Η μεταξύ τους απόσταση καθορίζεται μόνο από την κίνηση στον άξονα των xx'.

Οπότε για το κομμάτι Α του πυραύλου:

$$x_A = u_A t_1 = 30 \times 3 = 90m$$

Αντίστοιχα, για το κομμάτι Γ του πυραύλου:

$$x_\Gamma = u_A t_1 = -40 \times 3 = -120m$$



Άρα, η μεταξύ τους απόσταση θα είναι : $\Delta x = x_A - x_\Gamma = 90 - (-120) = 210m$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 2

2.1. Δύο μάζες m_1 και m_2 απέχουν μεταξύ τους απόσταση r. Πόσο μεταβάλλεται η βαρυτική δύναμη, αν διπλασιαστούν οι μάζες των σωμάτων και τετραπλασιαστεί η μεταξύ τους απόσταση;

(α) η δύναμη τετραπλασιάζεται.

(β) η δύναμη υποτετραπλασιάζεται.

(γ) η δύναμη διπλασιάζεται.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Στην επιφάνεια της Γης ένα σώμα έχει βάρος $w = 300N$. Να βρείτε το βάρος του σώματος σε έναν πλανήτη, που έχει ακτίνα ίση με την ακτίνα της Γης και μάζα ίση με το μισό της μάζας της Γης.

(α) 600N , **(β)** 50N , **(γ)** 150N

2.2.Α. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η αρχική δύναμη ισούται με: $F = G \bullet \frac{m_1 \bullet m_2}{\boldsymbol{r^2}}$, ενώ η τελική δύναμη:

$F = G \bullet \frac{2m_1 \bullet 2m_2}{(\boldsymbol{4r})^2} \; = \; G \bullet \; 4\frac{m_1 \bullet m_2}{16\boldsymbol{r^2}} = \frac{F}{4}$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Το βάρος του σώματος στην επιφάνεια της Γης και του πλανήτη αντίστοιχα, ισούται με: $B_Γ \; = m \bullet g_Γ, \;\; B_Π = m \bullet g_Π$, όπου: $g_Γ = \frac{GM_Γ}{R_Γ^2}$ και $g_Π = \frac{GM_Π}{R_Π^2}$

Αντικαθιστώντας έχουμε: $B_Γ \; = m \bullet \frac{GM_Γ}{R_Γ^2}$ και $B_Π = m \bullet \frac{GM_Π}{R_Π^2}$

Διαιρώντας κατά μέλη παίρνουμε: $\frac{B_Γ}{B_Π} = \frac{M_Γ \bullet R_Π^2}{M_Π \bullet R_Γ^2} = \frac{M_Γ}{M_Π} = 2$

Άρα: $B_Π = \frac{B_Γ}{2} = 150N$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Η ένταση του βαρυτικού πεδίου που οφείλεται σε δύο σώματα με μάζες m_1 και m_2 , ισούται με το μηδέν στο σημείο Κ. Αν οι αποστάσεις του σημείου Κ από τις m_1 και m_2 είναι L_1 και L_2 , με $\frac{L_1}{L_2} = 4$, για τη σχέση μαζών των δύο σωμάτων ισχύει:

(α) $m_1 = 16 \bullet m_2$

(β) $m_2 = 4 \bullet m_1$

(γ) $m_1 = \frac{m_2}{16}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένας πλανήτης έχει μάζα Μ και σε σχέση με τη Γη, έχει ίδια πυκνότητα και τριπλάσια ακτίνα. Αν στην επιφάνεια της Γης η ένταση του βαρυτικού πεδίου ισούται με 10N/kg και ο όγκος μιας σφαίρας είναι $V = \frac{4}{3} \bullet \pi \bullet R^3$,τότε το μέτρο της έντασης του βαρυτικού πεδίου στην επιφάνεια του πλανήτη είναι:

(α) 20N/kg , **(β)** 15N/kg , **(γ)** 30N/kg

2.2.Α. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Ισχύει: $g_1 = g_2 \rightarrow \frac{Gm_1}{L_1^2} = \frac{Gm_2}{L_2^2} \rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{L_1^2}{L_2^2} = 16 \rightarrow m_1 = 16 \bullet m_2$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Στην επιφάνεια της Γης: $g_\Gamma = \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma^2} = \frac{G\rho V_\Gamma}{R_\Gamma^2} = \frac{G\rho}{R_\Gamma^2}(\frac{4}{3} \bullet \pi \bullet R_\Gamma^3) = G\rho\frac{4}{3} \bullet \pi \bullet R_\Gamma$

Στην επιφάνεια του πλανήτη: $g_\Pi = \frac{GM_\Gamma}{R_\Pi^2} = \frac{G\rho V_\Pi}{R_\Pi^2} = \frac{G\rho}{R_\Pi^2}(\frac{4}{3} \bullet \pi \bullet R_\Pi^3) = G\rho\frac{4}{3} \bullet \pi \bullet R_\Pi$

Διαιρώντας κατά μέλη: $\frac{g_\Gamma}{g_\Pi} = \frac{R_\Gamma}{R_\Pi} = \frac{1}{3} \rightarrow g_\pi = 3 \bullet g_\Gamma = 30N/Kg$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ένας δορυφόρος κινείται κυκλικά γύρω από τη Γη και η απόστασή του από την επιφάνεια της Γης, σταδιακά μειώνεται. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές;

(α) Το μέτρο της επιτάχυνσης του δορυφόρου μειώνεται .

(β) Η κινητική ενέργεια του δορυφόρου αυξάνεται.

(γ) Η δύναμη που ασκείται στον δορυφόρο από τη Γη μειώνεται.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Έστω δύο σημειακά φορτία q_1, q_2 που έχουν απόσταση $d = 20cm.$ Αν η δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων είναι $U = -10\,J$, η δύναμη που ασκείται μεταξύ τους έχει μέτρο:

(α) $F = 10N$, **(β)** $F = 5N,$ **(γ)** $F = 50N$

2.2.Α. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Σωστή, διότι η ταχύτητα του δορυφόρου είναι: $u_\delta = \sqrt{\frac{G\,M_\Gamma}{r}}$,άρα όσο μειώνεται η απόσταση r το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται. Επομένως αυξάνεται και η κινητική ενέργεια του δορυφόρου ($K = \frac{1}{2} \bullet m_\delta \bullet u_\delta^2$)

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η ηλεκτροστατική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων ισούται με:

$$U = K_c \, \frac{q_1 \bullet q_2}{r}$$

Το μέτρο της ελκτικής δύναμης που αναπτύσσεται μεταξύ των φορτίων είναι:

$$F = K_c \, \frac{|q_1| \bullet |q_2|}{r^2}$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις παραπάνω σχέσεις παίρνουμε: $F = \frac{|U|}{r} = 50\ N.$

Όμως έχουμε U<0, άρα τα φορτία είναι ετερώνυμα και η δύναμη F είναι ελκτική.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Να μελετήσετε τις παρακάτω προτάσεις:

(α) Η δυναμική ενέργεια ενός σώματος αυξάνεται καθώς αυτό πλησιάζει την επιφάνεια της Γης .

(β) Η δυναμική ενέργεια στο βαρυτικό πεδίο της Γης έχει αρνητικό πρόσημο, διότι η ελκτική δύναμη μεταξύ Γης και σωμάτων είναι μικρού μέτρου.

(γ) Ένα σώμα το οποίο αφήνεται ελεύθερο σε βαρυτικό πεδίο, κινείται από υψηλότερη δυναμική ενέργεια σε χαμηλότερη .

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο δορυφόροι έχουν την ίδια μάζα και περιστρέφονται γύρω από τη Γη σε ύψη $h_{1=}R_{\Gamma}$ και $h_{2=}2R_{\Gamma}$ αντίστοιχα, όπου R_{Γ} η ακτίνα της Γης. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή;

(1). Ο λόγος των μέτρων των ταχυτήτων τους είναι: $\frac{u_1}{u_2} = \sqrt{3}$

(2). Ο λόγος των κινητικών ενεργειών τους είναι: $\frac{K_1}{K_2} = \frac{2}{3}$

(3). Ο λόγος των κινητικών ενεργειών τους είναι: $\frac{K_1}{K_2} = \frac{3}{2}$

(α) η πρόταση 1 , **(β)** η πρόταση 2 , **(γ)** η πρόταση 3

2.2.Α. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

α) Η δυναμική ενέργεια δίνεται από τη σχέση: $U = -G \bullet \frac{M_\Gamma M}{r}$.

Καθώς μειώνεται η απόσταση r από το κέντρο της Γης, μειώνεται η βαρυτική δυναμική ενέργεια του σώματος και αυξάνεται η κινητική του ενέργεια.

β) Το αρνητικό πρόσημο στον τύπο της δυναμικής ενέργειας εξηγείται από το γεγονός, ότι πρέπει να προσφέρουμε ενέργεια σε ένα σύστημα δύο μαζών, προκειμένου να τις μεταφέρουμε σε μια απόσταση r από το άπειρο.

γ) Σωστή, διότι το σώμα κινείται από σημείο υψηλότερης δυναμικής ενέργειας σε σημείο χαμηλότερης δυναμικής ενέργειας, αφού: $W = -\Delta U = U_{αρχ} - U_{τελ} > 0$, δηλαδή: $U_{αρχ} > U_{τελ}$.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

1. Λάθος, διότι τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο δορυφόρων ισούται με:

$$u_1 = \sqrt{\frac{G\,M_\Gamma}{r}} = \sqrt{\frac{G\,M_\Gamma}{2R_\Gamma}}\ ,\ u_2 = \sqrt{\frac{G\,M_\Gamma}{r}} = \sqrt{\frac{G\,M_\Gamma}{3R_\Gamma}}$$

Επομένως: $\frac{u_1}{u_2} = \sqrt{\frac{3}{2}}$

2. Λάθος, διότι το μέτρο της κινητικής ενέργειας για κάθε δορυφόρο ισούται με:

$K_1 = \frac{1}{2} \bullet M \bullet {u_1}^2$, $K_2 = \frac{1}{2} \bullet M \bullet {u_2}^2$

Διαιρώντας κατά μέλη παίρνουμε:

$$\frac{K_1}{K_2} = (\frac{u_1}{u_2})^2 = (\sqrt{\frac{3}{2}})^2 = \frac{3}{2}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Σώμα μάζας m εκτοξεύεται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου u_0 από μικρό ύψος h. Η τροχιά που θα διαγράψει το σώμα θα είναι παραβολή εάν:

(α) στο σώμα ασκούνται η βαρυτική δύναμη και η αντίσταση του αέρα .

(β) η μόνη δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι το βάρος του.

(γ) η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι μηδενική.

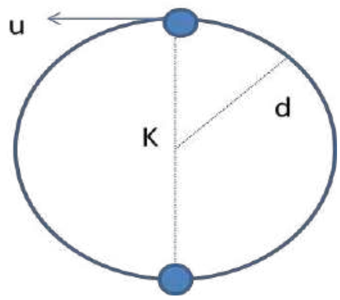
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Μικρή σφαίρα μάζας m είναι δεμένη από την άκρη νήματος μήκους d και περιστρέφεται σε κατακόρυφο κύκλο κέντρου Κ. Έστω u το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας όταν διέρχεται από το ανώτερο σημείο της τροχιά της.



Αν το σώμα βρίσκεται στην κατώτερη θέση της τροχιάς του και το νήμα κοπεί, το όριο θραύσης του νήματος δίνεται από την σχέση:

(α) $T_{ορ} = m \bullet \frac{u^2}{d}$, **(β)** $T_{ορ} = m \bullet (\frac{u^2}{d} - 5g)$, **(γ)** $T_{ορ} = m \bullet (\frac{u^2}{d} + 5g)$

2.2.Α. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η οριζόντια βολή του σώματος είναι παραβολικής τροχιάς, διότι στον οριζόντιο άξονα το σώμα δεν δέχεται καμία οριζόντια δύναμη και εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση: $x = u_0 \cdot t$,άρα: $t = \frac{x}{u_0}$ (1)

Στον κατακόρυφο άξονα στο σώμα ασκείται μόνο η δύναμη του βάρους του με συνέπεια να εκτελεί ελεύθερη πτώση:

$y = \frac{1}{2} \bullet g \bullet t^2$ και λόγω της σχέσης (1): $y = \frac{1}{2} \bullet g \bullet \frac{\chi^2}{u_0^2}$, που αποτελεί εξίσωση παραβολικής τροχιάς.

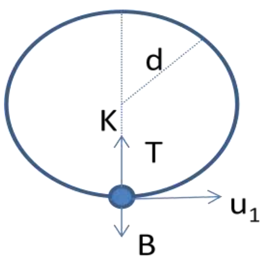
Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.



Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης μηχανικής ενέργειας για τη σφαίρα, μεταξύ της ανώτερης και κατώτερης θέσης της τροχιά της:

$E\mu\eta\chi_{\alpha\rho\chi} = E\mu\eta\chi_{\tau\varepsilon\lambda}$. Επομένως έχουμε:

$\frac{1}{2} \bullet m \bullet\ u^2 +\ m \bullet g \bullet 2d = \frac{1}{2} \bullet m \bullet\ \ u_1^2 \rightarrow$

$u_1^2 =\ u^2 +\ 4 \bullet g \bullet d$ (1)

Στην κατώτερη θέση η συνισταμένη δύναμη ισούται με την κεντρομόλο δύναμη που ασκείται στο σώμα: $\Sigma F\ =\ F_k$, δηλαδή: $T_{o\rho}\ \ -\ mg =\ m \bullet \frac{u_1^2}{d}$. Λόγω της σχέσης (1):

$$T_{o\rho\ =}\ m \bullet \left(\frac{u_1^2}{d} + g\right) = m \bullet (\frac{u^2 +\ 4 \bullet g \bullet d}{d} + g)$$

Άρα: $T_{o\rho\ =}\ m \bullet (\frac{u^2}{d} + 5g)$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Δορυφόρος μάζας $\mathrm{m} = 2000\ \mathrm{Kg}$, κινείται σε κυκλική τροχιά σε ύψος $\mathrm{h_1} = 192 \cdot 10^5\ \mathrm{m}$ από την επιφάνεια της Γης. Να υπολογίσετε:
4.1. Το δυναμικό του πεδίου βαρύτητας της Γης σε ύψος $\mathrm{h_1}$ από την επιφάνεια της Γης, με δεδομένο ότι το δυναμικό είναι μηδέν σε άπειρη απόσταση από τη Γη.

Μονάδες 6

4.2. Την περίοδο περιφοράς T του δορυφόρου.

Μονάδες 7

4.3. Τη μεταβολή της ορμής του δορυφόρου σε χρονικό διάστημα $\Delta\mathrm{t} = \mathrm{T}/2$.

Μονάδες 6

Διαστημικό αντικείμενο μάζας $\mathrm{m_1} = 4000\ \mathrm{Kg}$, έρχεται από το διάστημα και συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με το δορυφόρο με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = 8000\mathrm{m/s}$ και αντίθετης κατεύθυνσης από την κατεύθυνση της ταχύτητας του δορυφόρου.
4.4. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος που θα δημιουργηθεί μετά την σύγκρουση. Να εξηγήσετε αν μετά τη σύγκρουση το συσσωμάτωμα θα παραμείνει ή όχι σε τροχιά σε ύψος $\mathrm{h_1}$ από την επιφάνεια της Γης.

Μονάδες 6

Δίνονται: η ακτίνα της Γης $\mathrm{R_\Gamma} = 64 \cdot 10^5\ \mathrm{m}$ και η επιτάχυνση βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $\mathrm{g_o} = 10\ \mathrm{m/s^2}$.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Με βάση την ένταση του βαρυτικού πεδίου της Γης στην επιφάνειά της έχουμε:

$$g_o = \frac{G \cdot M_\Gamma}{R_\Gamma^2} \implies G \cdot M_\Gamma = g_o \cdot R_\Gamma^2$$

Το δυναμικό του πεδίου βαρύτητας της Γης σε ύψος h_1 από την επιφάνεια της Γης είναι:

$$V_1 = -\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h_1} = -\frac{g_o \cdot R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h_1} = -16 \cdot 10^6 \ J/Kg$$

Μονάδες 6

4.2. Εφόσον το όχημα δέχεται μόνο τη δύναμη της βαρύτητας, αυτή η δύναμη θα είναι και κεντρομόλος δύναμη ώστε να εκτελέσει ομαλή κυκλική κίνηση, οπότε:

$$F_g = F_K \Rightarrow G\frac{M_\Gamma m}{r^2} = m\frac{\upsilon^2}{r} \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{r}} = \sqrt{\frac{g_o R_\Gamma^2}{r}} = \sqrt{\frac{g_o R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h_1}} = 4 \cdot 10^3 \ m/s \qquad (\text{μονάδες } 4)$$

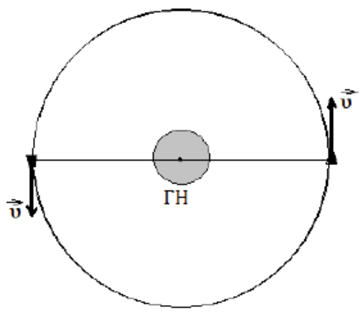
Άρα η περίοδος περιστροφής του δορυφόρου γύρω από τη Γη σε ύψος h_1 από την επιφάνεια της Γης είναι:

$$T = \frac{2\pi r}{\upsilon} = \frac{2\pi(R_\Gamma + h_1)}{\upsilon} = 12800\pi \ s \qquad (\text{μονάδες } 3)$$

Μονάδες 7

4.3. Σε χρονικό διάστημα $\Delta t = T/2$, ο δορυφόρος έχει περιστραφεί κατά ένα ημικύκλιο (όπως φαίνεται στο σχήμα), συνεπώς:

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{p}_{\alpha\rho\chi} = m\upsilon - (-m\upsilon) = 2m\upsilon = 16 \cdot 10^6 \ Kg \cdot m/s$$



Μονάδες 6

4.4. Εφαρμόζοντας Α.Δ.Ο. κατά τη διάρκεια της σύγκρουσης των δύο σωμάτων έχουμε:

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m\upsilon + (-m_1 \upsilon_1) = (m + m_1)V \Rightarrow V = \frac{m\upsilon - m_1\upsilon_1}{m + m_1} \Rightarrow V = -4 \cdot 10^3 \ m/s \quad (\text{μονάδες } 3)$$

Το συσσωμάτωμα θα παραμείνει σε τροχιά σε ύψος h_1 από την επιφάνεια της Γης γιατί όπως βλέπουμε από τη σχέση $\upsilon = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{r}}$, που αποδείξαμε προηγουμένως, η ταχύτητα ενός δορυφόρου εξαρτάται μόνο από την απόσταση από το κέντρο της Γης. Συνεπώς, αφού υπολογίσαμε ότι τα μέτρα των ταχυτήτων υ και V του δορυφόρου και του συσσωματώματος αντίστοιχα είναι ίσα, το συσσωμάτωμα θα εκτελεί κυκλική τροχιά σε ύψος h_1 από την επιφάνεια της Γης, με αντίθετη φορά όμως περιστροφής από αυτήν του δορυφόρου. (μονάδες 3)

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 2

2.1. Διαθέτουμε μια θερμική μηχανή (1), η οποία έχει συντελεστή απόδοσης e_1. Κατά τη λειτουργία της θερμικής μηχανής (1) προσφέρουμε σ' αυτή θερμότητα Q_{h1}, οπότε το ωφέλιμο έργο που αυτή παράγει είναι W_1.

Μια δεύτερη θερμική μηχανή (2) έχει συντελεστή απόδοσης e_2. Κατά τη λειτουργία της θερμικής μηχανής (2) προσφέρουμε σ' αυτή θερμότητα διπλάσια απ' αυτή που προσφέραμε στη μηχανή (1) και τότε αυτή παράγει τετραπλάσιο ωφέλιμο έργο, απ' αυτό που παράγει η μηχανή (1). Για τους συντελεστές απόδοσης e_1 και e_2 των δύο θερμικών μηχανών ισχύει:

(α)$e_2 = 2 \cdot e_1$, **(β)**$e_2 = \mathrm{e}_1$, **(γ)** $e_2 = \frac{e_1}{2}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Αρνητικά φορτισμένο σωμάτιο αφήνεται να κινηθεί σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο μεγάλης έκτασης. Η κατεύθυνση της κίνησης του:

(α) Συμπίπτει με την κατεύθυνση των δυναμικών γραμμών

(β) Είναι αντίθετη με την κατεύθυνση των δυναμικών γραμμών

(γ) Είναι κάθετη με την κατεύθυνση των δυναμικών γραμμών

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η **(α)**

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η απόδοση της θερμικής μηχανής (1) είναι:

$$e_1 = \frac{W_1}{Q_{h1}} \quad (1)$$

Η απόδοση της θερμικής μηχανής (2) είναι:

$$e_2 = \frac{W_2}{Q_{h2}} = \frac{4 \cdot W_1}{2 \cdot Q_{h1}} \overset{(1)}{\Rightarrow} \boldsymbol{e_2 = 2 \cdot e_1}$$

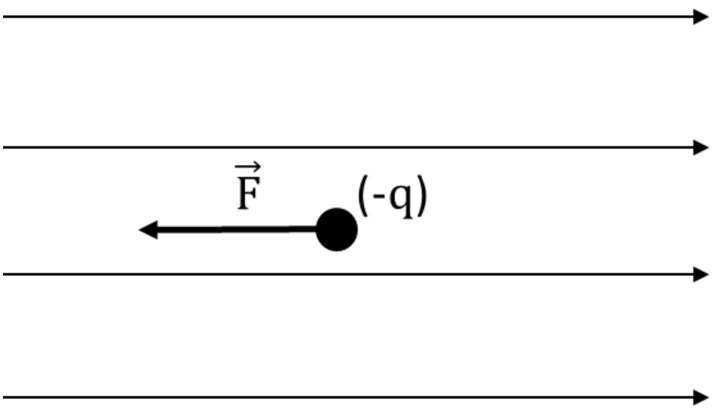
Μονάδες 4+4=8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(β)**

Μονάδες 4

2.2.Β.



Μονάδες 3

Το σωμάτιο αφήνεται να κινηθεί σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, άρα δέχεται σταθερή δύναμη με διεύθυνση παράλληλη προς τις δυναμικές γραμμές και φορά αντίθετη από αυτές, καθώς το φορτίο του είναι αρνητικό $\left(\vec{F} = -q\vec{E}\right)$.

Μονάδες 4

Άρα η κατεύθυνση της κίνησής του θα είναι αντίθετη της κατεύθυνσης των δυναμικών γραμμών.

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ένα σώμα μάζας m κινείται στον οριζόντιο άξονα x΄x με ταχύτητα μέτρου υ προς τα δεξιά. Ενα άλλο σώμα μάζας $4m$ που κινείται στον ίδιο άξονα με ταχύτητα μέτρου $\upsilon/2$ προς τα αριστερά, συγκρούεται πλαστικά με το πρώτο.

Αμέσως μετά τη σύγκρουση το συσσωμάτωμα κινείται:

(α) με ταχύτητα μέτρου $\upsilon/10$ προς τα δεξιά.

(β) με ταχύτητα μέτρου $\upsilon/5$ προς τα αριστερά.

(γ) με ταχύτητα μέτρου $\upsilon/4$ προς τα αριστερά.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένας μαθητής ισχυρίζεται ότι μπορεί να κατασκευάσει μια θερμική μηχανή η οποία λειτουργεί μεταξύ των θερμοκρασιών $T_c = 300$ K και $T_h = 600$ K. Ο μαθητής ισχυρίζεται επίσης ότι το έργο το οποίο μπορεί να αποδώσει η μηχανή σε ένα κύκλο έχει τιμή τριπλάσια από την τιμή του Q_c.

Πιστεύετε, ότι είναι δυνατόν να κατασκευαστεί μια θερμική μηχανή με τα παραπάνω χαρακτηριστικά;

(α) Ναι, μπορεί να κατασκευαστεί.

(β) Όχι, δεν μπορεί να κατασκευαστεί.

(γ) Δεν επαρκούν τα δεδομένα για ν' απαντήσουμε.

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η **(β)**

Μονάδες 4

2.1.Β.

Επιλέγουμε θετική φορά προς τα δεξιά. Κατά την πλαστική κρούση των δύο σωμάτων ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ορμής.

$$\vec{p}_{ολ,αρχ} = \vec{p}_{ολ,τελ} \Rightarrow m \cdot \upsilon - 4 \cdot m \cdot \frac{\upsilon}{2} = 5 \cdot m \cdot V \Rightarrow \upsilon - 2 \cdot \upsilon = 5 \cdot V$$

$$\Rightarrow -\upsilon = 5 \cdot V \Rightarrow \boldsymbol{V} = -\frac{\boldsymbol{\upsilon}}{\mathbf{5}}$$

Άρα αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα κινείται με ταχύτητα **μέτρου $\boldsymbol{\upsilon}/\mathbf{5}$ προς τ' αριστερά**.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(β)**

Μονάδες 4

2.2.Β.

Αν η εξιδανικευμένη, υποθετική μηχανή Carnot, λειτουργούσε μεταξύ των δεδομένων θερμοκρασιών $T_c = 300\ \mathrm{K}$ και $T_h = 600\ \mathrm{K}$ θα είχε απόδοση:

$$e_c = 1 - \frac{T_c}{T_h} = 1 - \frac{300\ \mathrm{K}}{600\ \mathrm{K}} \Rightarrow \boldsymbol{e_c} = \mathbf{0{,}5}\ (1)$$

Μονάδες 2

Σύμφωνα με τον μαθητή:

$$W = 3 \cdot |Q_c|\ (2)$$

και

$$W = Q_h - |Q_c| \overset{(2)}{\Longrightarrow} 3 \cdot |Q_c| = Q_h - |Q_c| \Rightarrow Q_h = 4 \cdot |Q_c|\ \ (3)$$

Άρα ο συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής προκύπτει:

$$e = \frac{W}{Q_h} \xrightarrow{(2),(3)} e = \frac{3 \cdot |Q_c|}{4 \cdot |Q_c|} \Rightarrow \boldsymbol{e} = \mathbf{0{,}75}\ (4)$$

Μονάδες 4

Από τις σχέσεις (1) και (4) προκύπτει ότι $\boldsymbol{e > e_c}$**.**

Το αποτέλεσμα αντίκειται στο θεώρημα Carnot σύμφωνα με το οποίο: *Δεν μπορεί να υπάρξει θερμική μηχανή, η οποία να λειτουργεί ανάμεσα σε δύο θερμοκρασίες και να έχει μεγαλύτερη απόδοση από την μηχανή Carnot, που λειτουργεί ανάμεσα στις ίδιες θερμοκρασίες.*

Άρα **δεν μπορεί** να κατασκευαστεί η μηχανή που προτείνει ο μαθητής.

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ 2

2.1. Δύο παγοδρόμοι, με μάζες m_1 και m_2 $(m_1 > m_2)$ βρίσκονται ακίνητοι σε μια οριζόντια πίστα πάγου, ο ένας απέναντι από τον άλλο, και κάποια στιγμή σπρώχνει ο ένας τον άλλο.

Για τα μέτρα των ορμών (p_1 και p_2) και των ταχυτήτων (υ_1 και υ_2) που θα αποκτήσουν οι παγοδρόμοι θα ισχύει:

(α) $p_1 > p_2$ και $\upsilon_1 = \upsilon_2$, **(β)** $p_1 = p_2$ και $\upsilon_1 > \upsilon_2$, **(γ)** $p_1 = p_2$ και $\upsilon_1 < \upsilon_2$

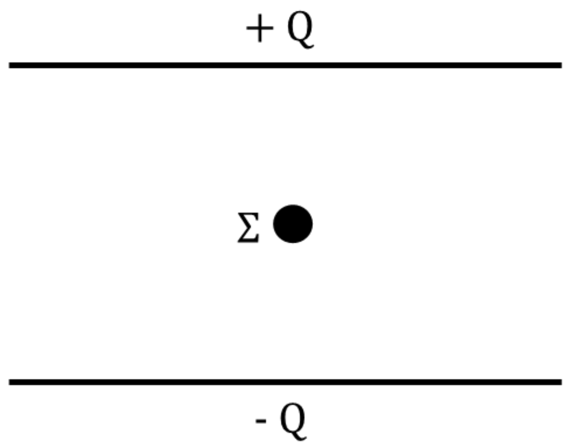
2.1.Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Η διαφορά δυναμικού V μεταξύ δύο οριζόντιων φορτισμένων μεταλλικών πλακών που απέχουν απόσταση ίση με $d = 4\ \mathrm{cm}$ είναι ίση με $400\ \mathrm{V}$. Στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται μεταξύ των πλακών, ισορροπεί φορτισμένο σωματίδιο Σ μάζας $m = 2 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{kg}$.



Αν θεωρήσουμε την επιτάχυνση της βαρύτητας ίση με $10\ \mathrm{m/s^2}$, τότε το φορτίο που φέρει το σωματίδιο είναι ίσο με:

(α) $-4 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{C}$, **(β)** $-2 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{C}$, **(γ)** $2 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{C}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η **(γ)**

Μονάδες 4

2.1.Β.

Θεωρούμε το σύστημα των 2 παγοδρόμων ως μονωμένο σύστημα σωμάτων, άρα ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ορμής.

$$\vec{p}_{ολ,αρχ} = \vec{p}_{ολ,τελ} \Rightarrow 0 = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \Rightarrow \vec{p}_1 = -\vec{p}_2$$

Άρα οι παγοδρόμοι αποκτούν αντίθετες ορμές, οπότε για τα μέτρα τους ισχύει $\boldsymbol{p_1}$ **=** $\boldsymbol{p_2}$.

Για την σχέση των ταχυτήτων τους ισχύει:

$$p_1 = p_2 \Rightarrow m_1 \cdot \upsilon_1 = m_2 \cdot \upsilon_2 \xRightarrow{m_1 > m_2} \boldsymbol{\upsilon_1 < \upsilon_2}$$

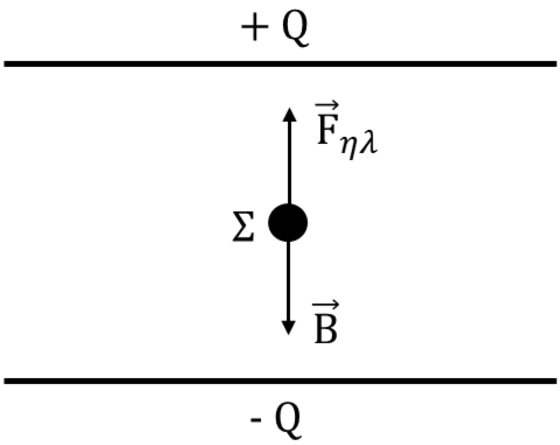
Μονάδες 2Χ4=8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(β)**

Μονάδες 4

2.2.Β.



Μονάδες 2

Στο φορτισμένο σωματίδιο Σ ασκούνται 2 δυνάμεις. Το βάρος του και η δύναμη από το ηλεκτρικό πεδίο. Για να ισορροπεί το σωματίδιο οι δυνάμεις πρέπει να είναι αντίθετες. Άρα σύμφωνα με τη φορά της δύναμης, που ασκεί το ηλεκτρικό πεδίο στο φορτισμένο σωματίδιο, αυτό πρέπει να είναι **αρνητικά φορτισμένο**, καθώς έλκεται από τη θετικά φορτισμένη πλάκα και απωθείται από την αρνητικά φορτισμένη.

Μονάδες 2

$$\Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow F_{ηλ} = B \Rightarrow E \cdot |q| = m \cdot g \Rightarrow \frac{V}{d} \cdot |q| = m \cdot g$$

$$\Rightarrow |q| = \frac{m \cdot g \cdot d}{V} \Rightarrow |q| = \frac{2 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{Kg} \cdot 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 4 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}}{400\ \mathrm{V}} \Rightarrow \boldsymbol{|q| = 2.10^{-9}\ \mathrm{C}}$$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου μεταβαίνει μέσω αντιστρεπτής μεταβολής από όγκο V_0 σε διπλάσιο όγκο. Η μεταβολή αυτή, η οποία οδηγεί στο διπλασιασμό του όγκου, μπορεί να είναι είτε ισόθερμη, είτε ισοβαρής.

(α) Το έργο στην ισόθερμη είναι ίσο με το έργο στην ισοβαρή.

(β) Το έργο στην ισόθερμη είναι μικρότερο από το έργο στην ισοβαρή.

(γ) Το έργο στην ισόθερμη είναι μεγαλύτερο από το έργο στην ισοβαρή.

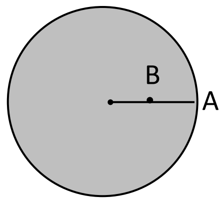
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ο δίσκος του σχήματος περιστρέφεται με σταθερή συχνότητα, γύρω από άξονα που περνά από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδο της σελίδας. Το σημείο Β βρίσκεται στο μέσον μίας ακτίνας του δίσκου ενώ το σημείο Α στην περιφέρεια του δίσκου. Ισχύει:



(α) $T_A < T_B$, **(β)** $v_A = 2v_B$, **(γ)** $\omega_A = 2\omega_B$

2.2.Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

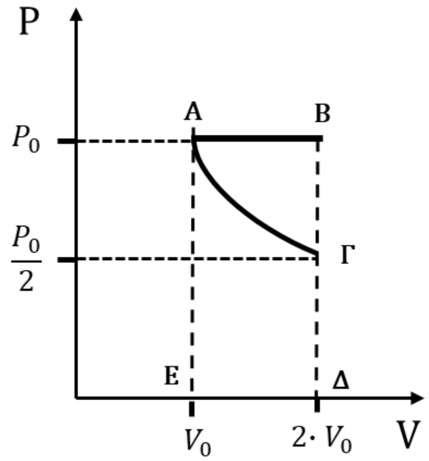
2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η **(β)**

Μονάδες 4

2.1.Β.

Τα διαγράμματα $P-V$ που αντιστοιχούν στην ισοβαρή και στην ισόθερμη μεταβολή φαίνονται παρακάτω:



Μονάδες 4

Για το έργο της ισοβαρούς αντιστρεπτής μεταβολής AB ισχύει:

$$W_{ισοβ.} = Εμβαδόν(ΑΒΔΕ)$$

Ενώ για το έργο της ισόθερμης αντιστρεπτής μεταβολής $ΑΓ$ ισχύει:

$$W_{ισοθ.} = Εμβαδόν(ΑΓΔΕ)$$

Όπως προκύπτει από το παραπάνω διάγραμμα:

$$Εμβαδόν(ΑΓΔΕ) < Εμβαδόν(ΑΒΔΕ) \Rightarrow \boldsymbol{W_{ισοθ.} < W_{ισοβ.}}$$

Μονάδες 4

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(β)**

Μονάδες 4

2.2.Β.

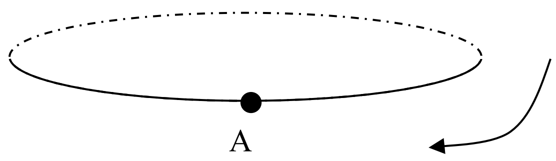
Σύμφωνα με τις εξισώσεις της ομαλής κυκλικής κίνησης έχουμε:

$$\upsilon_A = \frac{2\cdot\pi\cdot R_A}{T_A} \xRightarrow{R_A=2\cdot R_B,\ \ T_A=T_B} \upsilon_A = \frac{2\cdot\pi\cdot 2\cdot R_B}{T_B} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_A = 2\cdot\upsilon_B}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ένα σώμα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση στην τροχιά που εικονίζεται στο παρακάτω σχήμα. Η κυκλική τροχιά του σχήματος είναι κάθετη στο επίπεδο της σελίδας, και το σώμα περιστρέφεται κατά τη φορά που δείχνει το βέλος.



2.1.Α. Να μεταφέρετε το σχήμα στο τετράδιό σας και να σχεδιάσετε το διάνυσμα της γωνιακής και γραμμικής του ταχύτητας, όταν το σώμα βρίσκεται στο σημείο Α.

Μονάδες 4

2.1.Β. Η διεύθυνση της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στο σώμα του σχήματος είναι κάθετη ή όχι στη διεύθυνση της γραμμικής ταχύτητάς τους σε κάθε χρονική στιγμή;

Μονάδες 2

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

2.2. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου τοποθετείται σε οριζόντιο κυλινδρικό δοχείο που έχει τη μία του βάση ακλόνητη ενώ η άλλη φράσσεται με έμβολο που μπορεί να κινείται χωρίς τριβές και θερμαίνεται ισοβαρώς. Η θερμότητα που μεταβιβάζεται στο αέριο είναι 500 J ενώ η εσωτερική του ενέργεια αυξάνεται κατά 400 J. Στο έμβολο ασκείται δύναμη 2000 N από το αέριο.

Το έμβολο μετατοπίζεται κατά

(α) 5 cm, **(β)** 5 mm, **(γ)** 0,05 cm

2.2.Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

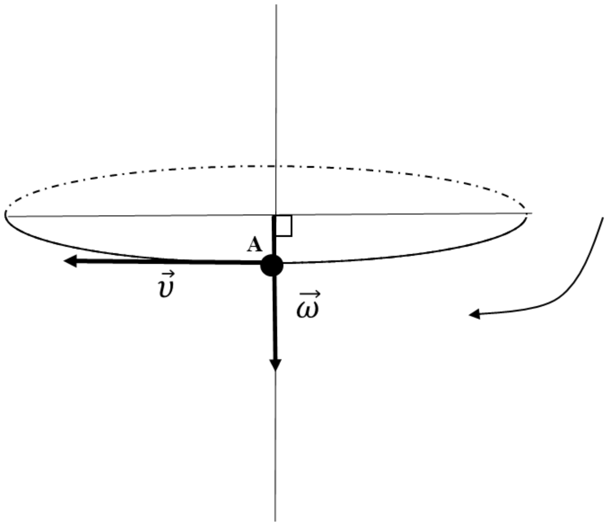
Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.
2.1.Α.



Μονάδες 4

2.1.Β.

Στην ομαλή κυκλική κίνηση, το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας παραμένει σταθερό, ενώ μεταβάλλεται η κατεύθυνσή της, καθώς είναι εφαπτόμενη στην τροχιά σε κάθε σημείο της. Λόγω της μεταβολής της κατεύθυνσης της γραμμικής ταχύτητας στην Κ.Ο.Κ. το σώμα δέχεται επιτάχυνση, η οποία έχει την διεύθυνση της ακτίνας της τροχιάς και φορά προς το κέντρο της (κεντρομόλος επιτάχυνση). Άρα η διεύθυνσή της θα είναι συνεχώς κάθετη στην διεύθυνση του διανύσματος της γραμμικής ταχύτητας.

Σύμφωνα με τον 2ο νόμο του Νεύτωνα:

$\Sigma\vec{F} = m \cdot \vec{a}_{\kappa}$, οπότε και το διάνυσμα της συνισταμένης δύναμης στην Ο.Κ.Κ., ως ομόρροπο της επιτάχυνσης θα έχει συνεχώς διεύθυνση κάθετη στην διεύθυνση του διανύσματος της γραμμικής ταχύτητας.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(α)**

Μονάδες 4

2.2.Β.

Σύμφωνα με τον 1ο Θερμοδυναμικό Νόμο:

$$Q = \Delta U + W \Rightarrow 500\ \mathrm{J} = 400\ \mathrm{J} + W \Rightarrow \boldsymbol{W = 100\ \mathrm{J}}$$

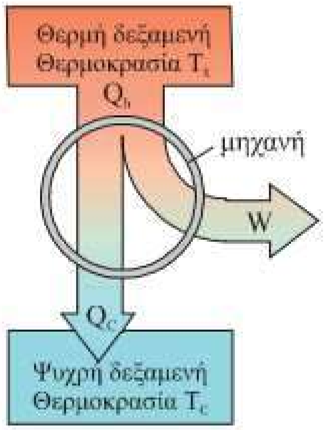
Έχουμε

$$W = 100\ \mathrm{J} \Rightarrow p \cdot \Delta V = 100\ \mathrm{J} \Rightarrow \frac{F}{A}(A \cdot \Delta x) = 100\ \mathrm{J} \Rightarrow 2000\ \mathrm{N} \cdot \Delta x = 100\ \mathrm{J} \Rightarrow \boldsymbol{\Delta x} = \frac{100\ \mathrm{J}}{2000\ \mathrm{N}} = \mathbf{0,05\ m}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Μία θερμική μηχανή λειτουργεί σύμφωνα με το σχεδιάγραμμα, το οποίο απεικονίζεται στο επόμενο σχήμα. Η θερμή δεξαμενή βρίσκεται σε θερμοκρασία T_h και η ψυχρή δεξαμενή βρίσκεται σε θερμοκρασία $T_c < T_h$ με $T_c > 0K$. Αν η θερμική μηχανή απορροφά θερμότητα Q_h από την θερμή δεξαμενή, αποβάλλει θερμότητα Q_c στην ψυχρή δεξαμενή και παράγει έργο W, τότε



(α) το ποσό θερμότητας Q_h είναι πάντα μεγαλύτερο από το ποσό θερμότητας $|Q_c|$.

(β) το ποσό θερμότητας Q_h είναι πάντα μικρότερο από το ποσό θερμότητας $|Q_c|$.

(γ) το ποσό θερμότητας Q_h είναι πάντα ίσο με το ποσό θερμότητας $|Q_c|$.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο μάζες m_1 και $m_2 = 3m_1$ κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητες αντίθετης κατεύθυνσης και μέτρου u_1 και $u_2 = 4u_1$ αντίστοιχα. Οι μάζες συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά. Η ταχύτητα που αποκτά το συσσωμάτωμα, το οποίο δημιουργείται στην κρούση, έχει μέτρο

(α) $\frac{3u_1}{4}$, **(β)** $\frac{4u_1}{5}$, **(γ)** $\frac{11u_1}{4}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Σε μία θερμική μηχανή, ισχύει η αρχή διατήρησης της ενέργειας, δηλαδή το ποσό θερμότητας Q_h που απορροφά το αέριο από την θερμή δεξαμενή είναι ίσο με το άθροισμα του έργου W που παράγει και του ποσού θερμότητας $|Q_c|$ που αποβάλλει στην ψυχρή δεξαμενή . Συνεπώς

$$Q_h = W + |Q_c|$$

Επειδή το έργο είναι πάντα θετικός αριθμός, εύκολα συμπεραίνουμε ότι ισχύει $Q_h > |Q_c|$.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Το σύστημα των σωμάτων είναι μονωμένο και κατά την διάρκεια της κρούσης εφαρμόζουμε την διατήρηση της ορμής. Θα θεωρήσουμε ως θετική κατεύθυνση την κατεύθυνση στην οποία κινείται το m_2 και θα συμβολίσουμε με V την ταχύτητα του συσσωματώματος, οπότε έχουμε:

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \Leftrightarrow m_2 u_2 - m_1 u_1 = (m_1 + m_2)V \Leftrightarrow V = \frac{m_2 u_2 - m_1 u_1}{m_1 + m_2} \Leftrightarrow$$

$$V = \frac{3m_1 4u_1 - m_1 u_1}{m_1 + 3m_1} = \frac{11 m_1 u_1}{4m_1} = \frac{11 u_1}{4}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Η τροχιά που διαγράφει η Γη καθώς κινείται γύρω από τον Ήλιο είναι ελλειπτική και στην μία εστία βρίσκεται ο Ήλιος. Όταν η Γη διέρχεται από το σημείο της τροχιάς της με την μικρότερη απόσταση από τον Ήλιο λέμε ότι βρίσκεται στο περιήλιο, ενώ το σημείο της τροχιάς με την μεγαλύτερη απόσταση από τον Ήλιο λέγεται αφήλιο. Θεωρώντας πως η κίνηση της Γης γίνεται μόνο με την επίδραση της βαρυτικής δύναμης από τον Ήλιο συμπεραίνουμε ότι το μέτρο της ταχύτητας της Γης είναι
(α) μεγαλύτερο στο αφήλιο.
(β) μεγαλύτερο στο περιήλιο.
(γ) ίδιο, τόσο στο περιήλιο όσο και στο αφήλιο.
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ηλεκτρόνια με απόλυτο φορτίο e, που είναι αρχικά ακίνητα μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, επιταχύνονται μεταξύ δύο σημείων που έχουν διαφορά δυναμικού V και αποκτούν ταχύτητα u. Η ταχύτητα που θα αποκτήσουν μεταξύ δύο σημείων που έχουν διαφορά δυναμικού $4V$ θα είναι

(α) $2u$, **(β)** $4u$, **(γ)** u

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Αφού η Γη κινείται μόνο με την επίδραση της βαρυτικής δύναμης, η μηχανική της ενέργεια κατά μήκος της τροχιάς παραμένει σταθερή, δηλαδή

$$K + U = σταθερό \Leftrightarrow \frac{M_Γ u^2}{2} - \frac{G M_H M_Γ}{r} = σταθερό$$

Από την σχέση αυτή προκύπτει ότι όταν μεγαλώνει η απόσταση r, μεγαλώνει και η βαρυτική δυναμική ενέργεια που εκφράζεται με τον όρο $-\frac{G M_H M_Γ}{r}$. Κατά συνέπεια, επειδή έχουμε σταθερό άθροισμα στην έκφραση της μηχανικής ενέργειας, ο όρος $\frac{M_Γ u^2}{2}$ ο οποίος εκφράζει την κινητική ενέργεια μειώνεται, δηλαδή η ταχύτητα u μειώνεται. Το αντίθετο συμβαίνει όταν η απόσταση της Γης από τον Ήλιο μειώνεται. Επειδή η Γη στο περιήλιο έχει την μικρότερη απόσταση από τον Ήλιο, εκεί θα έχει την μεγαλύτερη ταχύτητα.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Έστω Α το σημείο όπου τα ηλεκτρόνια βρίσκονται με μηδενική ταχύτητα και Β το σημείο με διαφορά δυναμικού V ως προς το Α. Το ηλεκτρικό πεδίο είναι συντηρητικό, συνεπώς μπορούμε να εφαρμόσουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας:

$$U_A + K_A = U_B + K_B \Leftrightarrow U_A + 0 = U_B + K_B \Leftrightarrow K_B = U_A - U_B \Leftrightarrow K_B = W_{A\to B} \Leftrightarrow$$

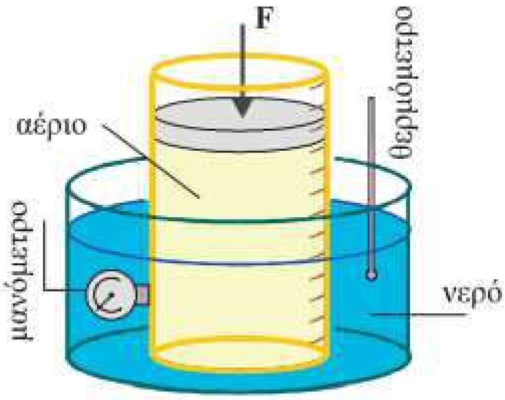
$$\frac{1}{2} m u^2 = eV \Leftrightarrow u = \sqrt{\frac{2eV}{m}}$$

Επειδή η ταχύτητα είναι ανάλογη με την τετραγωνική ρίζα της τάσης, όταν η τάση είναι τετραπλάσια τότε η ταχύτητα θα είναι διπλάσια.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ποσότητα αερίου βρίσκεται μέσα σε ογκομετρικό δοχείο. Το δοχείο με το αέριο περιβάλλεται από λουτρό με νερό του οποίου η θερμοκρασία διατηρείται σταθερή, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Στο δοχείο υπάρχει προσαρμοσμένο μανόμετρο για τη μέτρηση της πίεσης του αερίου. Ασκώντας κατάλληλη δύναμη διπλασιάζουμε την ένδειξη του μανομέτρου. Τότε



(α) η θερμοκρασία του αερίου θα διπλασιαστεί.

(β) ο όγκος του αερίου θα υποδιπλασιαστεί.

(γ) η εσωτερική ενέργεια του αερίου μειώνεται.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένας εξωπλανήτης (πλανήτης που δεν ανήκει στο ηλιακό σύστημα) έχει εννεαπλάσια μάζα από αυτήν που έχει η Γη και 4 φορές μεγαλύτερη ακτίνα από την ακτίνα της Γης. Αν η ταχύτητα διαφυγής από την επιφάνεια της Γης είναι $u_\delta = 11{,}2\frac{km}{s}$ πόση είναι η ταχύτητα διαφυγής από την επιφάνεια αυτού του πλανήτη.

(α) $5{,}6\frac{km}{s}$, **(β)** $11{,}2\frac{km}{s}$, **(γ)** $16{,}8\frac{km}{s}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η μεταβολή στην οποία υπόκειται το αέριο είναι ισόθερμη. Σύμφωνα με τον νόμο του Boyle ο οποίος ισχύει σε ισόθερμη μεταβολή, η πίεση του αερίου είναι αντίστροφα ανάλογη με τον όγκο του. Το μανόμετρο δείχνει την πίεση του αερίου στο δοχείο. Όταν η πίεση διπλασιαστεί, τότε ο όγκος του αερίου θα υποδιπλασιαστεί.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η ταχύτητα διαφυγής από την επιφάνεια της Γης δίνεται από την σχέση $u_\delta = \sqrt{\frac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma}}$. Σε έναν πλανήτη με ακτίνα $R = 4R_\Gamma$ και μάζα $M = 9M_\Gamma$ η ταχύτητα διαφυγής από την επιφάνεια είναι

$$u_0 = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{2G9M_\Gamma}{4R_\Gamma}} = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma}} = \frac{3}{2}u_\delta = \frac{3}{2}11{,}2\frac{km}{s} = 16{,}8\frac{km}{s}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Δύο σώματα Α και Β με μάζες m_1 και $m_2 = 2m_1$ αντίστοιχα, βρίσκονται στο ίδιο μικρό ύψος h από το έδαφος και εκτοξεύονται οριζόντια με ταχύτητες u_1 και $u_2 = 3u_1$ αντίστοιχα προς αντίθετες κατευθύνσεις. Αν αγνοήσουμε την αντίσταση του αέρα, τότε

(α) το σώμα Α θα φτάσει πρώτο στο έδαφος.

(β) το σώμα Β θα φτάσει πρώτο στο έδαφος.

(γ) τα δύο σώματα θα φτάσουν ταυτόχρονα στο έδαφος.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δέσμη ηλεκτρονίων εκτοξεύεται με ταχύτητα u_0 κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου και κατά την έξοδο από το πεδίο, η δέσμη έχει απόκλιση $y_{max} = 4cm.$ Αν διπλασιάσουμε την ταχύτητα εκτόξευσης της δέσμης στο πεδίο, τότε η απόκλιση στην έξοδο θα είναι

(α) $1cm$, **(β)** $4cm$, **(γ)** $8cm$

2.2.Α. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Στην οριζόντια βολή, ο χρόνος πτώσης ενός σώματος από σταθερό ύψος H δίνεται από την σχέση $t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$, δηλαδή είναι ανεξάρτητος από το μέτρο της ταχύτητας και την μάζα του σώματος. Κατά συνέπεια, τα δύο σώματα θα φτάσουν ταυτόχρονα στο έδαφος.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η απόκλιση των ηλεκτρονίων μπορεί να βρεθεί από την εξίσωση τροχιάς, η οποία είναι παραβολή. Στην έξοδο η απόκλιση είναι

$$y_{max} = \frac{a}{2u_0^2}x^2$$

Η επιτάχυνση δεν εξαρτάται από την ταχύτητα u_0, οπότε η απόκλιση είναι αντίστροφα ανάλογη με το τετράγωνο της αρχικής ταχύτητας. Όταν η αρχική ταχύτητα διπλασιαστεί, η απόκλιση στην έξοδο θα υποτετραπλασιαστεί και θα γίνει $\frac{4cm}{4} = 1cm$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Μία μπάλα εκτοξεύεται από την ταράτσα ενός κτιρίου, η οποία βρίσκεται σε ύψος $h = 20m$ από το έδαφος, με οριζόντια ταχύτητα $u_0 = \frac{20m}{s}$ και κατεύθυνση ένα γειτονικό κτήριο που απέχει $d = 30m$. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\frac{m}{s^2}$. Να υπολογίσετε

4.1. πόσο χρόνο θα χρειαστεί η μπάλα να χτυπήσει το γειτονικό κτήριο.

Μονάδες 6

4.2. πόσο απέχει το σημείο που χτύπησε η μπάλα το απέναντι κτήριο από το έδαφος;

Μονάδες 6

4.3. ποιο είναι το μέτρο της ορμής της όταν συναντάει το απέναντι κτήριο, αν η μπάλα έχει μάζα m=0,5Kg;

Μονάδες 7

4.4. ποια είναι η ελάχιστη ταχύτητα, με την οποία πρέπει να βληθεί η μπάλα για να χτυπήσει το κτήριο;

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η μπάλα εκτελεί οριζόντια βολή από ύψος $20m$. Όταν θα συναντήσει το γειτονικό κτήριο, η οριζόντια μετατόπισή της θα είναι ίση με την οριζόντια απόσταση των κτηρίων. Χρησιμοποιώντας την σχέση που δίνει την οριζόντια μετατόπιση ενός σώματος στην οριζόντια βολή έχουμε

$$d = u_0 t \Leftrightarrow t = \frac{d}{u_0} = \frac{30m}{20\frac{m}{s}} = 1{,}5s$$

Μονάδες 6

4.2. Η κατακόρυφη μετατόπιση της μπάλας όταν συναντάει το γειτονικό κτήριο είναι

$$y = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}10\frac{m}{s^2}(1{,}5s)^2 = 11{,}25m$$

Κατά συνέπεια, το σημείο στο οποίο χτύπησε η μπάλα θα απέχει από το έδαφος απόσταση l, η οποία είναι

$$l = h - y = 20m - 11{,}25m = 8{,}75m$$

Μονάδες 6

4.3. Η ταχύτητα σε κάθε σημείο της τροχιάς είναι εφαπτομενική και προκύπτει από το διανυσματικό άθροισμα της οριζόντιας και της κατακόρυφης συνιστώσας της ταχύτητας. Όταν συναντήσει το γειτονικό κτίριο, το μέτρο της θα είναι

$$u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2} = \sqrt{u_0^2 + (gt)^2} = \sqrt{20^2 + (10 \cdot 1{,}5)^2}\frac{m}{s} = \sqrt{400 + 225}\frac{m}{s} = \sqrt{625}\frac{m}{s} = 25\frac{m}{s}$$

Το μέτρο της ορμής της μπάλας εκείνη την στιγμή είναι

$$P = mu = 0{,}5kg \cdot 25\frac{m}{s} = 12{,}5\ kg\frac{m}{s}$$

Μονάδες 7

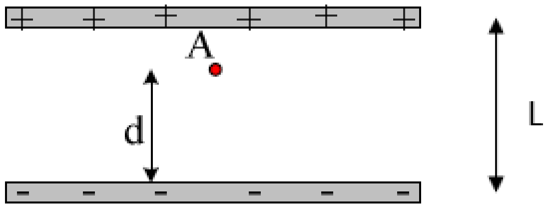
4.4. Η οριζόντια μετατόπιση της μπάλας όταν εκτελεί οριζόντια βολή, είναι ανάλογη με την αρχική ταχύτητα u_0 για δεδομένο ύψος. Κατά συνέπεια, όσο αυξάνουμε την αρχική ταχύτητα, τόσο πιο μεγάλη μέγιστη οριζόντια μετατόπιση (βεληνεκές) θα έχει η μπάλα. Η ελάχιστη αρχική ταχύτητα, που πρέπει να έχει η μπάλα είναι αυτή που αντιστοιχεί σε οριζόντια μετατόπιση ίση με την απόσταση των κτηρίων, ώστε το σημείο σύγκρουσης να είναι στην βάση του γειτονικού κτηρίου. Συνεπώς, θα πρέπει το σημείο (d, h) να ανήκει στην τροχιά της μπάλας. Με αντικατάσταση στην εξίσωση τροχιάς έχουμε

$$h = \frac{g}{2u_{0,min}^2}d^2 \Leftrightarrow 2hu_{0,min}^2 = gd^2 \Leftrightarrow u_{0,min} = d\sqrt{\frac{g}{2h}} = 30m\sqrt{\frac{10\frac{m}{s^2}}{40m}} = \frac{30m}{2s} = 15\frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

Στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο που υπάρχει ανάμεσα σε δυο οριζόντιες μεταλλικές πλάκες αμελητέου πάχους, οι οποίες έχουν αντίθετα φορτία $+Q$ και $-Q$ αντίστοιχα, αιωρείται (ισορροπεί) σε σημείο Α σωματίδιο μάζας $m = 1g$ και φορτίου q, όπως φαίνεται στο σχήμα. Οι δύο μεταλλικές πλάκες απέχουν μεταξύ τους απόσταση $L = 2cm$ και έχουν διαφορά δυναμικού $V = 100V.$ Αν δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\frac{m}{s^2}$, να βρεθούν



4.1. το μέτρο της έντασης του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου.

Μονάδες 5

4.2. το πρόσημο και το μέγεθος του φορτίου q.

Μονάδες 6

Με κατάλληλο τρόπο διπλασιάζουμε την διαφορά δυναμικού μεταξύ των μεταλλικών πλακών. Αν η απόσταση του σημείου Α από τον αρνητικό οπλισμό είναι $d = 1{,}5cm$

4.3. να βρεθεί το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να συναντήσει το φορτίο q την μεταλλική πλάκα στην οποία θα φτάσει πρώτα.

Μονάδες 7

4.4. Ποιο είναι το έργο της ηλεκτρικής δύναμης κατά την κίνηση του φορτίου από το σημείο Α μέχρι την μεταλλική πλάκα, την οποία θα συναντήσει πρώτη.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το ομογενές πεδίο μεταξύ των παράλληλων μεταλλικών πλακών, θα έχει ένταση

$$E = \frac{V}{L} = \frac{100V}{2 \cdot 10^{-2} m} = 5 \cdot 10^{3} \frac{V}{m}$$

Μονάδες 5

4.2. Το φορτίο ισορροπεί υπό την επίδραση δύο δυνάμεων, της βαρυτικής και της ηλεκτρικής δύναμης, οι οποίες πρέπει να είναι αντίθετες. Συνεπώς το φορτίο έλκεται ηλεκτρικά από τον πάνω οπλισμό, ο οποίος έχει θετικό φορτίο, άρα το σωματίδιο έχει αρνητικό φορτίο. Αν εφαρμόσουμε τον 1ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε

$$\Sigma F = 0 \Leftrightarrow F = W \Leftrightarrow E|q| = mg \Leftrightarrow |q| = \frac{mg}{E} = \frac{10^{-3} kg \cdot 10 \frac{m}{s^2}}{5 \cdot 10^{3} \frac{V}{m}} = 2 \cdot 10^{-6} C$$

Μονάδες 6

4.3. Από την σχέση $E = \frac{V}{L}$ προκύπτει ότι η ένταση E του πεδίου είναι ανάλογη της διαφοράς δυναμικού V μεταξύ των πλακών. Άρα, όταν διπλασιαστεί η διαφορά δυναμικού, θα διπλασιαστεί η ένταση και, κατά συνέπεια, η ηλεκτρική δύναμη, με αποτέλεσμα το φορτίο να πάψει να ισορροπεί. Αντίθετα, θα αποκτήσει επιτάχυνση, κινούμενο προς την θετική μεταλλική πλάκα. Η επιτάχυνση έχει μέτρο

$$a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{2E|q| - mg}{m} = \frac{2mg - mg}{m} = g$$

Το σωματίδιο επιταχύνεται ομαλά και για να φτάσει στην θετική μεταλλική πλάκα θα διανύσει απόσταση $s = L - d = 0{,}5cm$. Θα χρειαστεί χρόνο

$$s = \frac{at^2}{2} \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-2} m}{10 \frac{m}{s^2}}} = \sqrt{\frac{10^{-2}}{10}} s = \frac{0{,}1}{\sqrt{10}} s = \frac{\sqrt{10}}{100} s$$

Μονάδες 7

4.4. Όταν διπλασιαστεί η ένταση του πεδίου θα έχει μέτρο

$$E_1 = 2E = 2 \cdot 5 \cdot 10^{3} \frac{V}{m} = 10^{4} \frac{V}{m}$$

Από το σημείο Α μέχρι το σημείο συνάντησης, έστω Β, του φορτίου με την θετική μεταλλική πλάκα η διαφορά δυναμικού είναι

$$V_{AB} = E_1 s = 10^{4} \frac{V}{m} 0{,}5 \cdot 10^{-2} m = 50V$$

Το έργο της ηλεκτρικής δύναμης από το Α στο Β είναι

$$W_{A \to B} = |q| V_{AB} = 2 \cdot 10^{-6}\, C \cdot 50V = 10^{-4} J$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Η Ιώ και η Ευρώπη είναι τα δύο πιο κοντινά φεγγάρια του πλανήτη Δία. Η Ιώ περιστρέφεται σε κυκλική τροχιά ακτίνας $\mathrm{R_{I\omega}} = 432 \cdot 10^3\ \mathrm{km}$ γύρω από τον Δία σε 1,57 ημέρες. Αντίστοιχα, η ακτίνα περιστροφής της Ευρώπης γύρω από τον Δία, είναι $\mathrm{R_{Eu}} = 675 \cdot 10^3\ \mathrm{km}$. Δίνεται $\mathrm{G} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{kg.s^2}}$.

Να υπολογίσετε:

4.1. Την ταχύτητα περιστροφής της Ιούς γύρω από τον Δία.

Μονάδες 6

4.2. Την μάζα του πλανήτη Δία.

Μονάδες 6

4.3.Την περίοδο περιστροφής της Ευρώπης γύρω από τον Δία.

Μονάδες 6

4.4.Την ταχύτητα διαφυγής ενός σώματος από την επιφάνεια της Ιούς, αν η ακτίνα της είναι $\mathrm{r_I} = 1800\ \mathrm{km}$ και η μάζα της $\mathrm{m_I} = 9 \cdot 10^{22}\ \mathrm{kg}$. Δίνεται $\sqrt{6{,}67} = 2{,}58$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η γραμμική ταχύτητα u κατά την περιστροφή ενός σώματος προκύπτει από την συνθήκη για την κυκλική κίνηση:

$$\Sigma\vec{F} = \vec{F}_K$$

Η μόνη δύναμη που ασκείται στον δορυφόρο Ιώ του Δία, είναι η βαρυτική έλξη, οπότε:

$$F_{\beta\alpha\rho} = F_\kappa \Leftrightarrow G\frac{M_\Delta \cdot m_I}{R_I^2} = \frac{m_I \cdot u_I^2}{R_I} \Leftrightarrow u_I = \sqrt{G\frac{M_\Delta}{R_I}} \qquad (1)$$

$$u_I = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 2{,}59 \cdot 10^{27}}{432 \cdot 10^6}} = 2.10^4 \mathrm{m/s}$$

Μονάδες 6

4.2. Η περίοδος της κυκλικής κίνησης της Ιούς δίνεται από την:

$$T_I = \frac{2\pi R_I}{u_I} \qquad (2)$$

Αντικαθιστώντας στην (2) την (1):

$$T_I = 2\pi\sqrt{\frac{R_I^3}{G \cdot M_\Delta}} \Leftrightarrow M_\Delta = \frac{4\pi^2 \cdot R_I^3}{G \cdot T^2}$$

όπου : $T_I = 1.57 \text{ days} = 1{,}57 \cdot 86400 \text{ s}$

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg.s}^2}$

$R_I = 432 \cdot 10^3 \mathrm{km} = 432 \cdot 10^6 \text{ m}$

και τελικά $\qquad M_\Delta = 2{,}59 \cdot 10^{27} \mathrm{kg}$

Μονάδες 6

4.3. Υπολογίσαμε την περίοδο περιστροφής της Ιούς : $T_I = 2\pi\sqrt{\frac{R_I^3}{G \cdot M_\Delta}}$

Ομοίως για την Ευρώπη θα είναι : $\qquad T_{E\upsilon} = 2\pi\sqrt{\frac{R_{E\upsilon}^3}{G \cdot M_\Delta}}$

Αν διαιρέσουμε κατά μέλη : $\qquad \frac{T_I}{T_{E\upsilon}} = \sqrt{\frac{R_I^3}{R_{E\upsilon}^3}} \Leftrightarrow \frac{1{,}57}{T_{E\upsilon}} = \left(\frac{432 \cdot 10^6}{675 \cdot 10^6}\right)^{\frac{3}{2}} = 1{,}95 \text{ days}$

Μονάδες 6

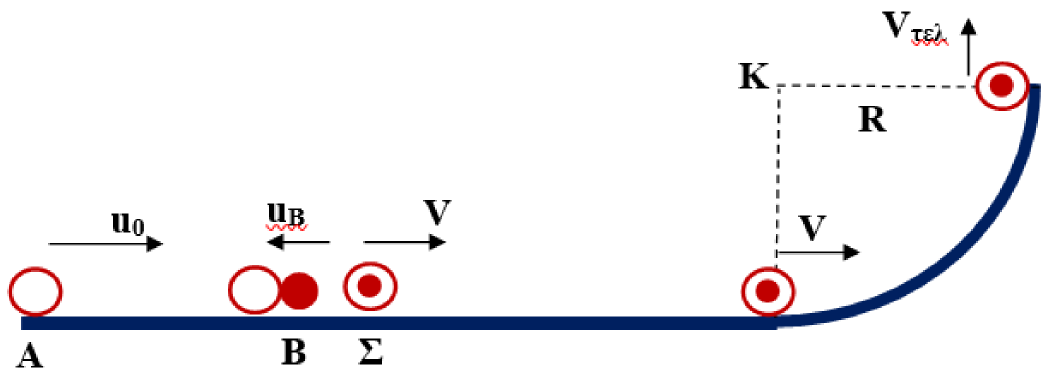
4.4. Για την ταχύτητα διαφυγής από την επιφάνεια της Ιούς, ισχύει:

$$u_\delta = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_I}{r_I}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 9 \cdot 10^{22}}{18 \cdot 10^5}} = 2{,}58 \cdot 10^3 = 2{,}58\ \mathrm{km/s}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Σώμα μάζας $m_A = 5kg$ κινείται σε οριζόντιο επίπεδο. Την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έχει ταχύτητα $u_0 = 10m/s$. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ του σώματος και του επιπέδου είναι $\mu = 0{,}2$. Δύο δευτερόλεπτα αργότερα συγκρούεται πλαστικά με σώμα Β, μάζας $m_B = 2$ kg , που κινείται αντίρροπα του Α και έχει τη χρονική στιγμή που γίνεται η κρούση ταχύτητα $u_B = 1m/s$. Το συσσωμάτωμα Σ που προκύπτει, κινείται προς την φορά κίνησης που είχε το σώμα Α, χωρίς τριβές μετά την κρούση. Κάποια στιγμή συναντά τεταρτοκύκλιο, ακτίνας $R = 0{,}2$ m, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Στο υψηλότερο σημείο Δ του τεταρτοκυκλίου έχει ταχύτητα $V_{τελ} = \sqrt{2}$ m/s. Να υπολογίσετε:

4.1. Την ταχύτητα u_A με την οποία συγκρούεται το σώμα Α με το Β.

Μονάδες 5

4.2. Την ταχύτητα του συσσωματώματος.

Μονάδες 6

4.3. Το έργο τριβής κατά την κίνηση του συσσωματώματος στο τεταρτοκύκλιο.

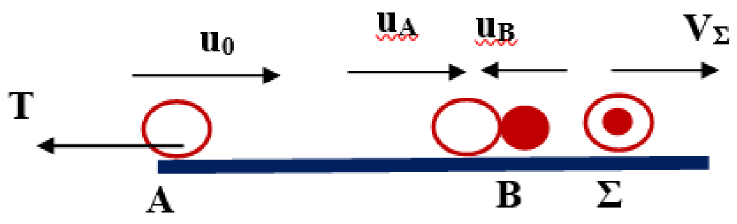
Μονάδες 7

4.4. Την συνολική θερμότητα που παράχθηκε.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το σώμα Α κινούμενο με αρχική ταχύτητα $u_0 = 10\,\mathrm{m/s}$ στο τραχύ επίπεδο, επιβραδύνει με αποτέλεσμα την στιγμή της κρούσης να έχει ταχύτητα u_A:



$$\vec{u}_A = \vec{u}_0 + \vec{\alpha}\cdot t_1 \qquad (1)$$

όπου η επιβράδυνση α προκύπτει από τον 2ο ν. του Newton:

$$\Sigma\vec{F} = m_A \cdot \vec{\alpha} \qquad (2)$$

Η μόνη δύναμη στο σώμα Α είναι η τριβή, οπότε η (2) γίνεται:

$$-T = m_A\cdot\alpha \Leftrightarrow -\mu\cdot m_A\cdot g = m_A\cdot\alpha \Leftrightarrow \alpha = -0{,}2\cdot 10\frac{m}{s^2} = -2\frac{m}{s^2} \qquad (3)$$

Η (1) λόγω της (3), γίνεται:

$$u_A = (10 - 2\cdot 2)\mathrm{m/s} = 6\,\mathrm{m/s}$$

Μονάδες 5

4.2. Με ταχύτητα u_A το σώμα Α συγκρούεται με το Β. Η πλαστική κρούση έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία συσσωματώματος Σ. Στην διάρκεια της κρούσης διατηρείται η ορμή:

$$\vec{P}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{P}_{\mu\epsilon\tau}$$

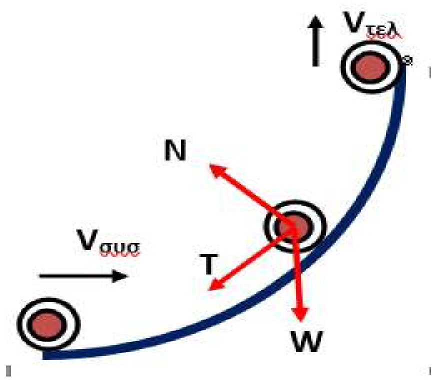
Θέτουμε θετική φορά προς τα δεξιά:

$$m_A u_A - m_B u_B = (m_A + m_B)V_{\sigma\upsilon\sigma} \Leftrightarrow V_{\sigma\upsilon\sigma} = \frac{m_A u_A - m_B u_B}{m_A + m_B} \Leftrightarrow V_{\sigma\upsilon\sigma} = \frac{5\cdot 6 - 2\cdot 1}{5+2}\,m/s$$

$$\Leftrightarrow V_{\sigma\upsilon\sigma} = 4\mathrm{m/s}$$

Μονάδες 6

4.3. Κατά την κίνηση του συσσωματώματος Σ στο τεταρτοκύκλιο εφαρμόζουμε το Θ.Ε.Ε. για το υπολογισμό του έργου της μεταβλητής δύναμης της τριβής:



$$\Delta K = \Sigma W \Leftrightarrow K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_w + W_N + W_{T2} \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2} \cdot m_{\sigma\upsilon\sigma} \cdot V_{\tau\varepsilon\lambda}^2 - \frac{1}{2} \cdot m_{\sigma\upsilon\sigma} \cdot V^2 = -m_{\sigma\upsilon\sigma} \cdot g \cdot R + 0 + W_{T2} \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2} \cdot 7 \cdot \sqrt{2}^2 - \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 4^2 = -7 \cdot 10 \cdot 0{,}2 + W_{T2} \Leftrightarrow W_{T2} = -35\ \mathrm{J}$$

Μονάδες 7

4.4. Η συνολική θερμότητα που παράχθηκε προέρχεται από:

1] το έργο τριβής στην ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση:

$$W_{T1} = -\mu \cdot m_A \cdot g \cdot x_A \qquad (4)$$

$$x_A = u_0 \cdot t_1 - \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t_1^2 = 10 \cdot 2 - \frac{1}{2} 2 \cdot 2^2 = 16\ \mathrm{m} \qquad (5)$$

Η (4) λόγω της (5):

$$W_{T1} = -0{,}2 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 16 = -160\ \mathrm{J}$$

και άρα: $Q_1 = |W_{T1}| = 160\ \mathrm{J}$

2] την εκλυόμενη θερμότητα λόγω της κρούσης:

$$Q_2 = |\Delta K| = \left|K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} - K_{\pi\rho\iota\nu}\right| = \left|\frac{1}{2} \cdot (m_A + m_B) \cdot V_{\sigma\upsilon\sigma}^2 - \frac{1}{2} \cdot m_A \cdot u_A^2 - \frac{1}{2} \cdot m_B \cdot u_B^2\right| = |-35| = 35\ \mathrm{J}$$

3] το έργο τριβής που υπολογίσαμε στο ερώτημα 4.3:

$$Q_3 = |W_{T2}| = 35\ \mathrm{J}$$

Δηλ:

$$Q_{o\lambda} = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 160 + 35 + 35 = 230\ \mathrm{J}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Δύο σφαίρες A και B μικρών διαστάσεων βρίσκονται πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο κατασκευασμένο από κάποιο μονωτικό υλικό και έχουν μάζες $m_A = 1\ \mathrm{g}$ και $m_B = 2\ \mathrm{g}$ αντίστοιχα. Οι σφαίρες φέρουν ηλεκτρικά φορτία $Q_A = 0{,}1\ \mu\mathrm{C}$ και $Q_B = 0{,}2\ \mu\mathrm{C}$. Κρατάμε ακίνητες τις σφαίρες σε απόσταση $x = 2\ \mathrm{cm}$ και κάποια στιγμή αφήνουμε ελεύθερη την A ενώ τη B συνεχίζουμε να την κρατάμε ακίνητη.

Να υπολογίσετε:

4.1. Το μέτρο της επιτάχυνσης της σφαίρας A, μόλις αυτή αφήνεται ελεύθερη.

Μονάδες 5

4.2. Το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας A, όταν απέχει απόσταση $2x$ από την B.

Μονάδες 7

Επαναφέρουμε τις σφαίρες στην αρχική τους θέση, δηλαδή σε απόσταση x και στη συνέχεια τις αφήνουμε ταυτόχρονα ελεύθερες και τις δύο. Τη χρονική στιγμή που αυτές απέχουν απόσταση $2x$ να υπολογίσετε:

4.3. Το μέτρο της επιτάχυνσης της κάθε σφαίρας.

Μονάδες 5

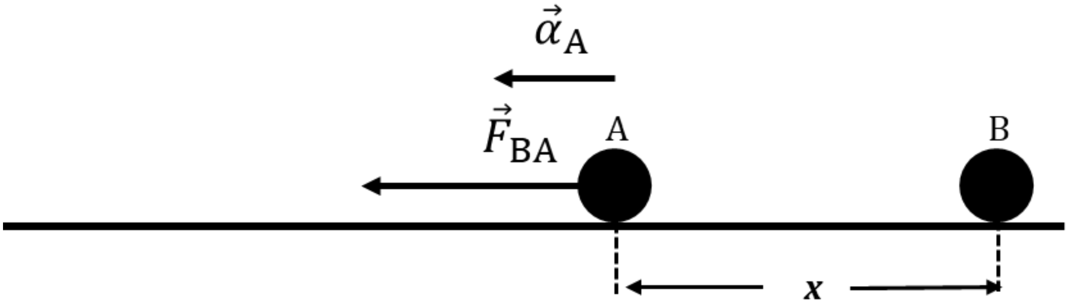
4.4. Το μέτρο της ταχύτητας της κάθε σφαίρας.

Μονάδες 8

Δίνεται $k_c = 9.10^9\ \mathrm{N\cdot m^2/C^2}$. Η αντίσταση του αέρα και οι βαρυτικές αλληλεπιδράσεις θεωρούνται αμελητέες.

ΘΕΜΑ 4

4.1.



Υπολογίζουμε το μέτρο της δύναμης Coulomb που δέχεται η φορτισμένη σφαίρα Α από τη φορτισμένη σφαίρα Β:

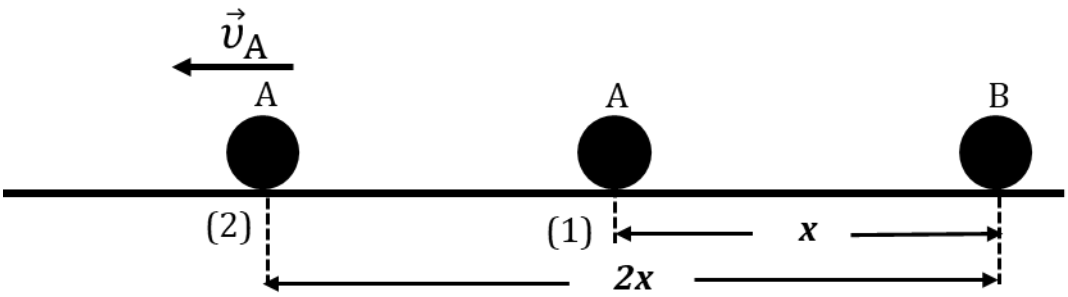
$$F_{BA} = k_C \frac{|q_A| \cdot |q_B|}{x^2} = 9.10^9 \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{C^2}} \cdot \frac{10^{-7}\,\mathrm{C} \cdot 2 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{C}}{(2 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m})^2} \Rightarrow \boldsymbol{F_{BA} = 0,45\ \mathrm{N}}$$

Υπολογίζουμε το μέτρο της επιτάχυνσης της σφαίρας Α εφαρμόζοντας τον 2° νόμο του Νεύτωνα:

$$F_{BA} = m_A \cdot a_A \Rightarrow a_A = \frac{F_{BA}}{m_A} = \frac{0{,}45\ \mathrm{N}}{10^{-3}\ kg} \Rightarrow \boldsymbol{a_A = 450\ \mathrm{m}/\mathrm{s}^2}$$

Μονάδες 3+2=5

4.2.



Καθώς η δύναμη Coulomb είναι συντηρητική δύναμη, ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας.

Μονάδες 2

Από τη θέση (1) μέχρι τη θέση (2) έχουμε:

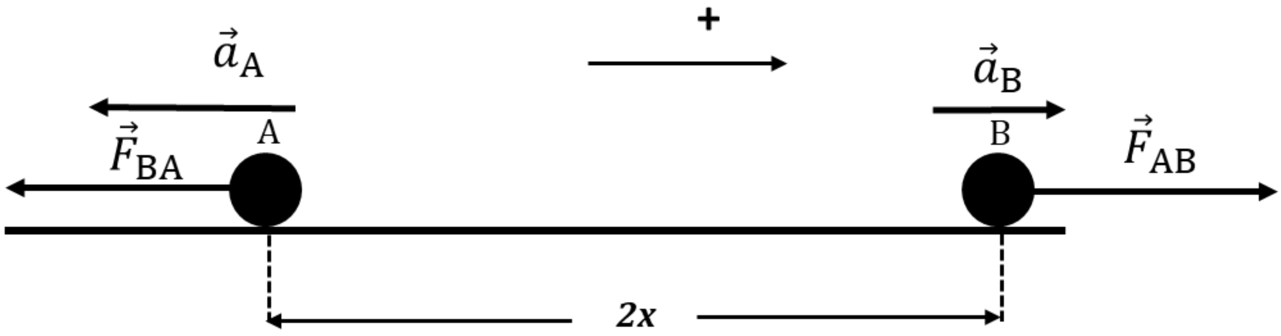
$$E_{MHX\_1} = E_{MHX\_2} \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\Rightarrow 0 + k_C \frac{q_A \cdot q_B}{x} = k_C \frac{q_A \cdot q_B}{2 \cdot x} + \frac{1}{2} \cdot m_A \cdot \upsilon_A^2 \Rightarrow k_C \frac{q_A \cdot q_B}{2 \cdot x} = \frac{1}{2} \cdot m_A \cdot \upsilon_A^2 \Rightarrow \upsilon_A = \sqrt{k_C \frac{q_A \cdot q_B}{x \cdot m_A}}$$

$$\Rightarrow \upsilon_A = \sqrt{9.10^9\ \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{C^2}} \cdot \frac{10^{-7}\,\mathrm{C} \cdot 2 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{C}}{2 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m} \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg}}} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_A = 3\ \mathrm{m}/\mathrm{s}}$$

Μονάδες 5

4.3.



$$F_{BA} = F_{AB} = k_C \frac{|q_A| \cdot |q_B|}{(2 \cdot x)^2} = 9.10^9 \ \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{C^2}} \cdot \frac{10^{-7}\ \mathrm{C} \cdot 2 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{C}}{(2 \cdot 2 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m})^2} \Rightarrow \boldsymbol{F_{BA} = F_{AB} = \frac{9}{80}}\ \mathbf{N}$$

$$F_{BA} = m_A \cdot a_A \Rightarrow a_A = \frac{F_{BA}}{m_A} \Rightarrow \boldsymbol{a_A = 112,5\ ^{m}/_{s^2}}$$

$$F_{AB} = m_B \cdot a_B \Rightarrow a_B = \frac{F_{AB}}{m_B} \Rightarrow \boldsymbol{a_B = 56,25\ ^{m}/_{s^2}}$$

Μονάδες 3+1+1=5

4.4. Εφαρμόζουμε την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας από τη θέση, όπου τα δύο φορτισμένα σωματίδια απέχουν μεταξύ τους απόσταση x μέχρι την θέση, που απέχουν μεταξύ τους απόσταση $2x$.

$$E_{MHX\_1} = E_{MHX\_2} \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow$$

$$0 + k_C \frac{q_A \cdot q_B}{x} = k_C \frac{q_A \cdot q_B}{2 \cdot x} + \frac{1}{2} \cdot m_A \cdot v_A^2 + \frac{1}{2} \cdot m_B \cdot v_B^2 \quad (1)$$

Για το σύστημα των δύο φορτισμένων σωματιδίων ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ορμής:

$$\vec{p}_{ολ,αρχ} = \vec{p}_{ολ,τελ} \Rightarrow 0 = m_B \cdot v_B - m_A \cdot v_A \Rightarrow 0 = 2 \cdot 10^{-3} \mathrm{kg} \cdot v_B - 10^{-3} \mathrm{kg} \cdot v_A \Rightarrow$$

$$v_A = 2 \cdot v_B \ (2)$$

Μονάδες 4

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

$$k_C \frac{q_A \cdot q_B}{2 \cdot x} = \frac{1}{2} v_B^2 \cdot (4 \cdot m_A + m_B) \Rightarrow v_B = \sqrt{k_C \frac{q_A \cdot q_B}{x \cdot (4 \cdot m_A + m_B)}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_B = \sqrt{9.10^9 \ \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{C^2}} \cdot \frac{10^{-7}\ \mathrm{C} \cdot 2 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{C}}{2 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m} \cdot 6 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{kg}}} \Rightarrow \boldsymbol{v_B = \frac{\sqrt{6}}{2}\ ^{\mathbf{m}}/_{\mathbf{s}}}$$

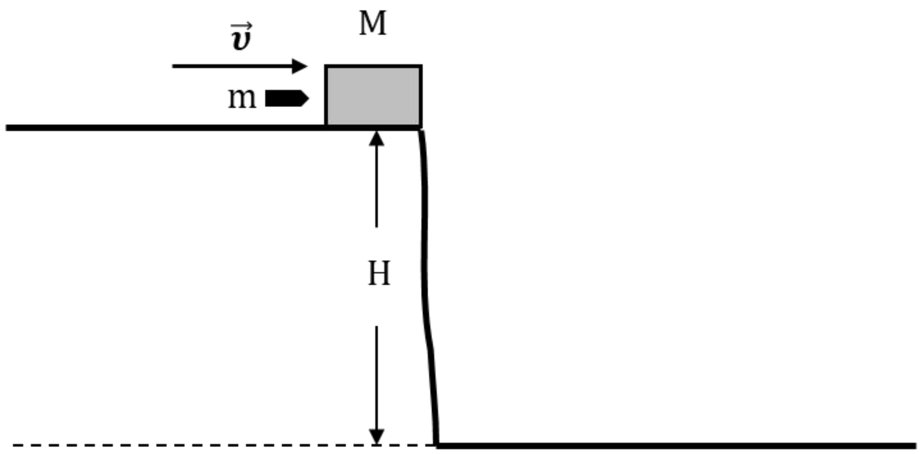
και από τη σχέση (2)

$$\boldsymbol{v_A = \sqrt{6}\ ^{\mathbf{m}}/_{\mathbf{s}}}$$

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ 4

Ένα ξύλινο κιβώτιο μάζας $M = 1{,}95\ \mathrm{kg}$ βρίσκεται ακίνητο στην άκρη κατακόρυφης χαράδρας, η οποία βρίσκεται σε ύψος $H = 45\ \mathrm{m}$, πάνω από την επιφάνεια της θάλασσας, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Βλήμα μάζας $m = 50\ \mathrm{g}$, που κινείται με οριζόντια ταχύτητα $\upsilon = 100\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}$, συγκρούεται με το ακίνητο κιβώτιο και σφηνώνεται σ' αυτό. Στη συνέχεια, το συσσωμάτωμα κιβώτιο-βλήμα που δημιουργείται, αμέσως μετά την κρούση εκτελεί οριζόντια βολή και καταλήγει στη θάλασσα.



Να υπολογίσετε:

4.1. Την ταχύτητα V_Σ του συσσωματώματος κιβώτιο-βλήμα αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 6

4.2. Την απώλεια της κινητικής ενέργειας του συστήματος κιβώτιο-βλήμα λόγω της κρούσης.

Μονάδες 7

4.3. Τη χρονική διάρκεια της καθόδου του συσσωματώματος, μέχρις αυτό να φτάσει στην επιφάνεια της θάλασσας.

Μονάδες 6

4.4. Την οριζόντια απόσταση s, που θα διανύσει το συσσωμάτωμα (βεληνεκές), μέχρις ότου φτάσει στην επιφάνεια της θάλασσας.

Μονάδες 6

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g = 10\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2}$ και ότι κατά την κίνηση του συσσωματώματος κιβώτιο-βλήμα θεωρούμε την αντίσταση από τον αέρα μηδενική.

ΘΕΜΑ 4

4.1.

Για το σύστημα βλήμα-κιβώτιο ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ορμής.

$$\vec{p}_{ολ,αρχ} = \vec{p}_{ολ,τελ} \Rightarrow m \cdot υ = (m + M) \cdot V_Σ$$

$$\Rightarrow 0{,}05\ \mathrm{kg} \cdot 100\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}} = (0{,}05\ \mathrm{kg} + 1{,}95\ \mathrm{kg}) \cdot V_Σ$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{V_Σ = 2{,}5\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}$$

Μονάδες 6

4.2.

Υπολογισμός της απώλειας Κινητικής Ενέργειας κατά την κρούση:

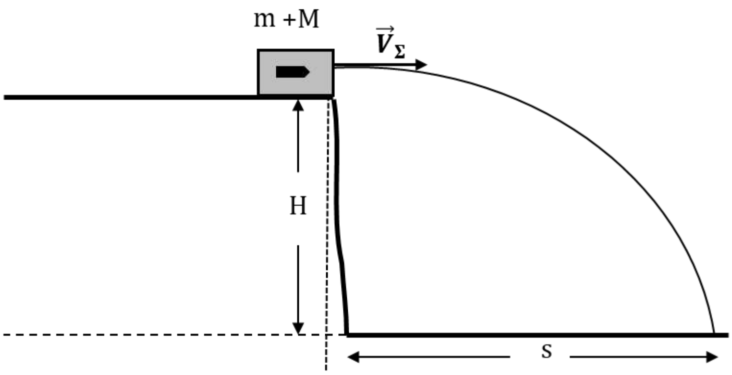
$$ΔK = \left|K_{ολ,τελ} - K_{ολ,αρχ}\right| = \left|\frac{1}{2} \cdot (m + M) \cdot V_Σ^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot υ^2\right|$$

$$\Rightarrow ΔK = \left|\frac{1}{2} \cdot 2\ \mathrm{kg} \cdot (2{,}5\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}})^2 - \frac{1}{2} \cdot 0{,}05\ \mathrm{kg} \cdot (100\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}})^2\right|$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{ΔK = 243{,}75\ \mathrm{J}}$$

Μονάδες 7

4.3.



Υπολογισμός της χρονικής διάρκειας καθόδου:

Καθώς η οριζόντια βολή είναι αποτέλεσμα της σύνθεσης 2 κινήσεων, μιας ελεύθερης πτώσης στον κατακόρυφο άξονα yy' και μιας ευθύγραμμης ομαλής στον οριζόντιο άξονα xx', οι οποίες εκτελούνται ταυτόχρονα και ανεξάρτητα η μια από την άλλη (αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων), για τον υπολογισμό της χρονικής διάρκειας καθόδου έχουμε:

$$H = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 45\ \mathrm{m}}{10\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2}}} \Rightarrow \boldsymbol{t = 3\ \mathrm{s}}$$

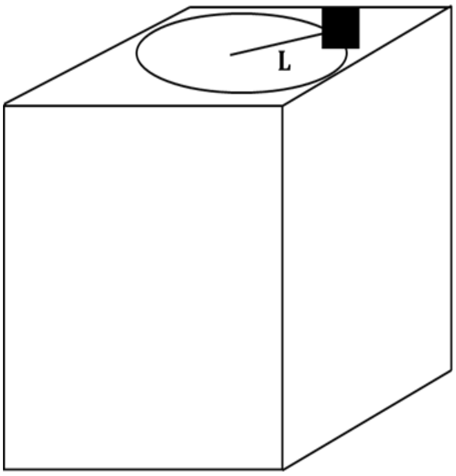
Μονάδες 6

4.4. Για τον υπολογισμό του βεληνεκούς χρησιμοποιούμε την εξίσωση θέσης-χρόνου της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης, για την κίνηση στον οριζόντιο άξονα xx' .

$$s = V_Σ \cdot t \Rightarrow s = 2{,}5\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}} \cdot 3\ \mathrm{s} \Rightarrow \boldsymbol{s = 7{,}5\ \mathrm{m}}$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4



Η ταράτσα ενός κτιρίου βρίσκεται σε ύψος $H = 20\ \mathrm{m}$ από το έδαφος. Ένα κουτί A μάζας $m_1 = 3\ \mathrm{kg}$ είναι δεμένο σε σχοινί μήκους L και κάνει ομαλή κυκλική κίνηση κινούμενο επάνω στην επιφάνεια της ταράτσας. Το κουτί κινείται με ταχύτητα $\upsilon = 20\ \mathrm{m/s}$ και κάνει μία πλήρη περιστροφή σε χρονικό διάστημα $0{,}2 \cdot \pi\ \mathrm{s}$. Στην κατάλληλη θέση το σχοινί κόβεται, ώστε το κουτί A αφού ολισθήσει, να συγκρουστεί πλαστικά με ένα άλλο κουτί B μάζας $m_2 = 1\ \mathrm{kg}$ που βρίσκεται στην άκρη της ταράτσας. Αμέσως μετά την σύγκρουση το συσσωμάτωμα εγκαταλείπει την ταράτσα με οριζόντια ταχύτητα μέτρου υ_0.

4.1. Να υπολογίσετε το μήκος του σχοινιού με το οποίο είναι δεμένο το κουτί A.

Μονάδες 4

4.2. Να υπολογίσετε το μέτρο υ_0 της ταχύτητας, με την οποία το συσσωμάτωμα εγκαταλείπει την ταράτσα, καθώς και πόσο μακριά από την βάση του κτιρίου, το συσσωμάτωμα χτυπά στο έδαφος .

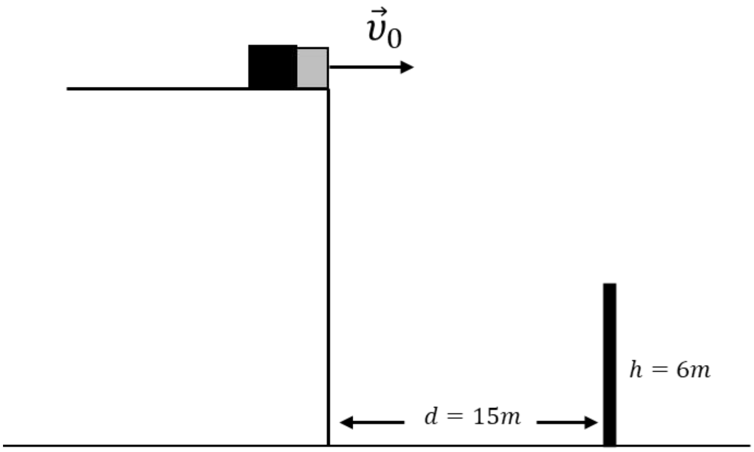
Μονάδες 8

4.3. Να υπολογίσετε την ταχύτητα με την οποία το συσσωμάτωμα χτυπά στο έδαφος (μέτρο και κατεύθυνση).

Μονάδες 6

4.4. Έστω ότι σε απόσταση $d = 15\ \mathrm{m}$ από την βάση του κτιρίου βρίσκεται στύλος ύψους $h = 6\ \mathrm{m}$. Ο στύλος βρίσκεται στο ίδιο επίπεδο με την τροχιά του συσσωματώματος. Να αιτιολογήσετε αν το συσσωμάτωμα θα χτυπήσει στο στύλο ή αν θα περάσει πάνω από αυτόν.

Μονάδες 7



Να θεωρήσετε την αντίσταση του αέρα αμελητέα και να αγνοήσετε την τριβή για όλη την κίνηση του κουτιού A επάνω στην ταράτσα.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g = 10\ \mathrm{m/s}^2$.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το κουτί A εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση διαγράφοντας κύκλο ακτίνας L. Με βάση τις εξισώσεις της κυκλικής ομαλής κίνησης προκύπτει:

$$\upsilon = \omega \cdot L \Rightarrow \upsilon = \frac{2\pi}{T} \cdot L \Rightarrow L = \frac{T \cdot \upsilon}{2\pi}$$

$$\Rightarrow L = \frac{0{,}2\pi\ \mathrm{s} \cdot 20\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}{2\pi} \Rightarrow \boldsymbol{L = 2\ \mathrm{m}}$$

Μονάδες 4

4.2. Όταν κόβεται το σχοινί, το κουτί A λόγω αδράνειας, ολισθαίνει επάνω στην ταράτσα κατά την διεύθυνση της εφαπτομένης της κυκλικής τροχιάς και με ταχύτητα μέτρου $\upsilon = 20\ \mathrm{m/s}$, με την οποία και συγκρούεται πλαστικά με το κουτί B.

Μονάδα 1

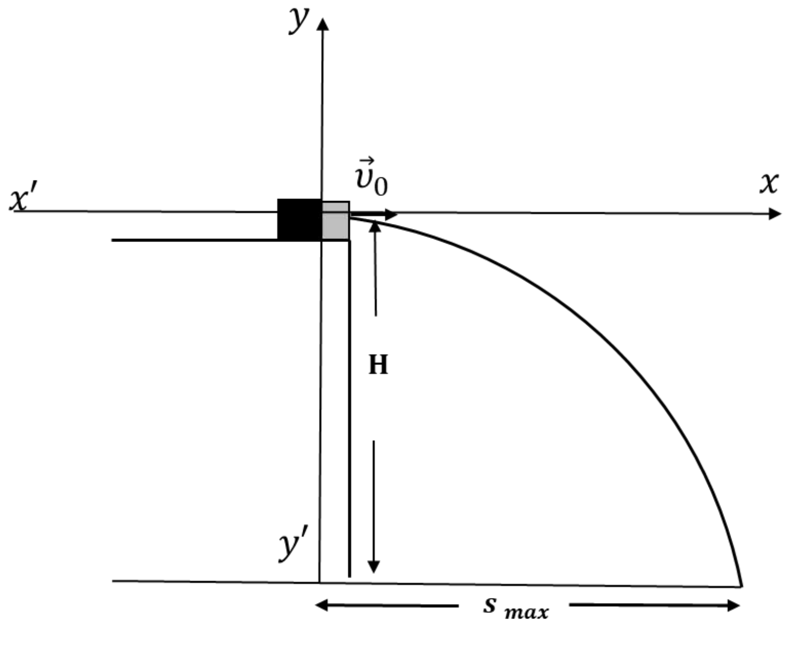
Για τη πλαστική κρούση ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ορμής:

$$\vec{p}_{ολ,αρχ} = \vec{p}_{ολ,τελ} \Rightarrow m_1 \cdot \upsilon = (\, m_1 + m_2) \cdot \upsilon_0 \Rightarrow \upsilon_0 = \frac{m_1 \cdot \upsilon}{m_1 + m_2}$$

$$\Rightarrow \upsilon_0 = \frac{3\ \mathrm{kg} \cdot 20\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}{4\ \mathrm{kg}} \Rightarrow\ \boldsymbol{\upsilon_0 = 15\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}$$

Μονάδες 2

Το συσσωμάτωμα, αφού εγκαταλείψει το κτίριο εκτελεί οριζόντια βολή.



Στον οριζόντιο άξονα $x'x$ η κίνηση του συσσωματώματος είναι ευθύγραμμη ομαλή ενώ στον άξονα $y'y$ εκτελεί ελεύθερη πτώση.

Μονάδα 1

Υπολογίζουμε τον χρόνο πτώσης:

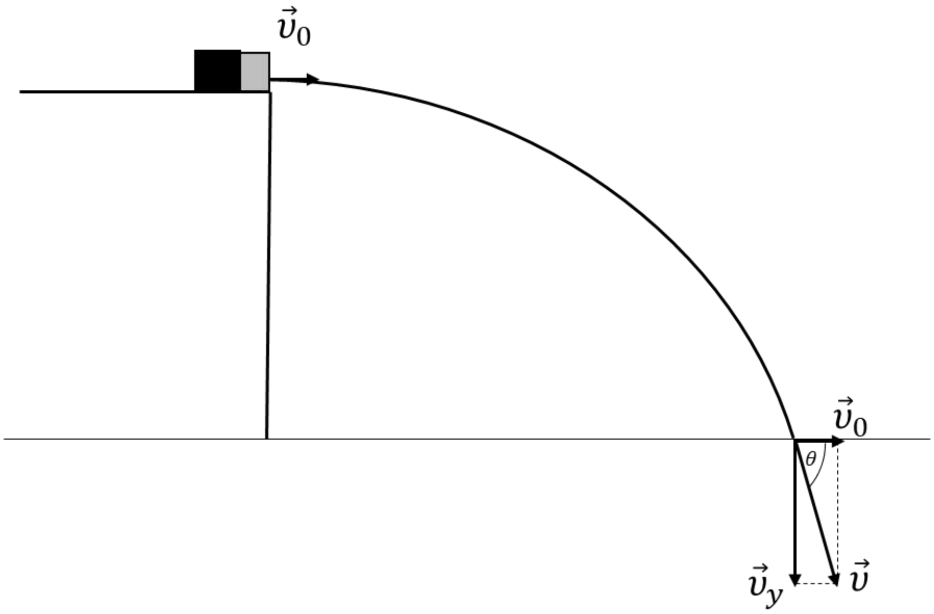
$$H = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot 20\ \mathrm{m}}{10\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2}}} \Rightarrow \boldsymbol{t = 2\ \mathrm{s}}$$

Επομένως η απόσταση από την βάση του κτιρίου, που το συσσωμάτωμα χτυπά στο έδαφος (βεληνεκές) είναι:

$$s_{max} = \upsilon_0 \cdot t \Rightarrow s = 15\ \mathrm{m}/_{\mathrm{s}} \cdot\ 2\ \mathrm{s} \Rightarrow \boldsymbol{s_{max} = 30\ \mathrm{m}}$$

Μονάδες 2+2=4

4.3.



Το μέτρο της ταχύτητας με την οποία το συσσωμάτωμα χτυπά στο έδαφος προκύπτει από την σχέση:

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + \upsilon_y^2}$$

$$\boldsymbol{\upsilon_0 = 15\ \mathrm{m}/_{\mathrm{s}}}\ (1)$$

$$\upsilon_y = g \cdot t \Rightarrow \upsilon_y = 10\ \mathrm{m}/_{\mathrm{s}^2} \cdot 2\ \mathrm{s} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_y = 20\ \mathrm{m}/_{\mathrm{s}}}\ (2)$$

Άρα:

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + \upsilon_y^2} \xRightarrow{(1),(2)} \upsilon = \sqrt{(15\ \mathrm{m}/_{\mathrm{s}})^2 + (20\ \mathrm{m}/_{\mathrm{s}})^2} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon = 25\ \mathrm{m}/_{\mathrm{s}}}$$

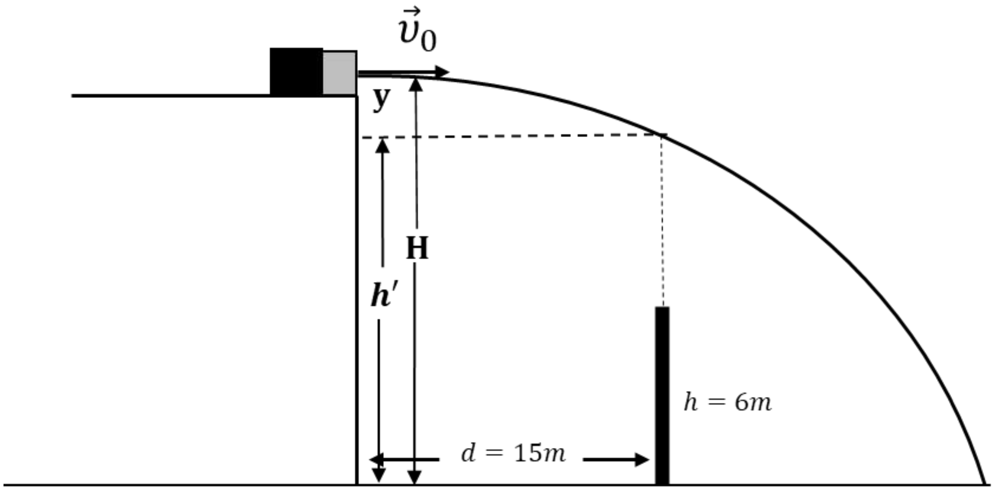
Μονάδες 4

και η διεύθυνση της $\vec{\upsilon}$:

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{\upsilon_y}{\upsilon_0} = \frac{20\ m/_s}{15\ m/_s} \Rightarrow \boldsymbol{\varepsilon\varphi\theta = \frac{4}{3}}$$

Μονάδες 2

4.4.



Το συσσωμάτωμα θα έχει μετατοπιστεί οριζόντια κατά 15 m, την χρονική στιγμή t_1.

$$d = υ_0 \cdot t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{d}{υ_0} = \frac{15\ \mathrm{m}}{15\ \mathrm{m}/\mathrm{s}} \Rightarrow \boldsymbol{t_1 = 1\ s}$$

Μονάδες 3

Την παραπάνω χρονική στιγμή θα έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα προς τα κάτω, από τη θέση που ξεκίνησε, κατά:

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 \Rightarrow y = \frac{1}{2} \cdot 10\ \mathrm{m}/\mathrm{s}^2 \cdot (1\ \mathrm{s})^2 \Rightarrow \boldsymbol{y = 5\ m}$$

Μονάδες 3

Άρα απέχει από το έδαφος :

$$h' = H - y = 20\ \mathrm{m} - 5\ \mathrm{m} \Rightarrow \boldsymbol{h' = 15\ m}$$

Επομένως θα περάσει πάνω από τον στύλο.

Μονάδα 1

ΘΕΜΑ 4

Δύο σώματα με μάζες $m_1 = 6\ \mathrm{kg}$ και $m_2 = 4\ \mathrm{kg}$ κινούνται σε οριζόντιο δάπεδο με αντίθετη φορά και συγκρούονται πλαστικά. Τη στιγμή της σύγκρουσης τα μέτρα των ταχυτήτων των σωμάτων ήταν $\upsilon_1 = 20\ \mathrm{m/s}$ και $\upsilon_2 = 10\ \mathrm{m/s}$.

4.1. Να βρεθεί η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 5

4.2. Να βρεθεί η απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων κατά την πλαστική κρούση.

Μονάδες 5

4.3. Αν η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι $\Delta t = 0{,}1\ \mathrm{s}$, να βρεθεί το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκεί το ένα σώμα στο άλλο.

Μονάδες 7

4.4. Να βρεθεί σε πόση απόσταση από το σημείο της κρούσης, θα ακινητοποιηθεί το συσσωμάτωμα μετά την κρούση αν ο συντελεστής τριβής μεταξύ συσσωματώματος και δαπέδου είναι $\mu = 0{,}32$.
Να θεωρήσετε ότι κατά τη διάρκεια της κρούσης η μετατόπιση του συσσωματώματος είναι αμελητέα.

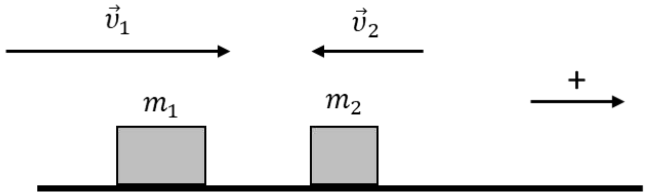
Μονάδες 8

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$.

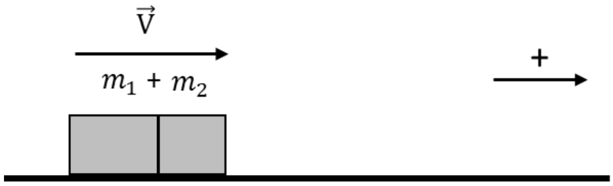
ΘΕΜΑ 4

4.1.

Πριν την κρούση:



Μετά την πλαστική κρούση των δύο σωμάτων:



Ισχύει η Αρχή Διατήρησης Ορμής κατά την πλαστική κρούση:

$$\vec{p}_{ολ,αρχ} = \vec{p}_{ολ,τελ} \Rightarrow m_1 \cdot v_1 - m_2 \cdot v_2 = (\,m_1 + m_2) \cdot V \Rightarrow V = \frac{m_1 \cdot v_1 - m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2} \Rightarrow$$

$$v_0 = \frac{6\ \mathrm{kg} \cdot 20\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}} - 4\ \mathrm{kg} \cdot 10\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}{10\ \mathrm{kg}} \Rightarrow \boldsymbol{V = 8\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}$$

με φορά προς τα δεξιά.

Μονάδες 5

4.2.

Η απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων κατά την πλαστική κρούση υπολογίζεται από τη σχέση:

$$K_{απ.} = K_{ολ,αρχ} - K_{ολ,τελ} \Rightarrow K_{απ.} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2) \cdot V^2 \Rightarrow$$

$$K_{απ.} = \frac{1}{2} \cdot 6\ \mathrm{kg} \cdot (20\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}})^2 + \frac{1}{2} \cdot 4\ \mathrm{kg} \cdot (10\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}})^2 - \frac{1}{2} \cdot 10\ \mathrm{kg} \cdot (8\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}})^2$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{K_{απ.} = 1080\ \mathrm{J}}$$

Μονάδες 5

4.3.

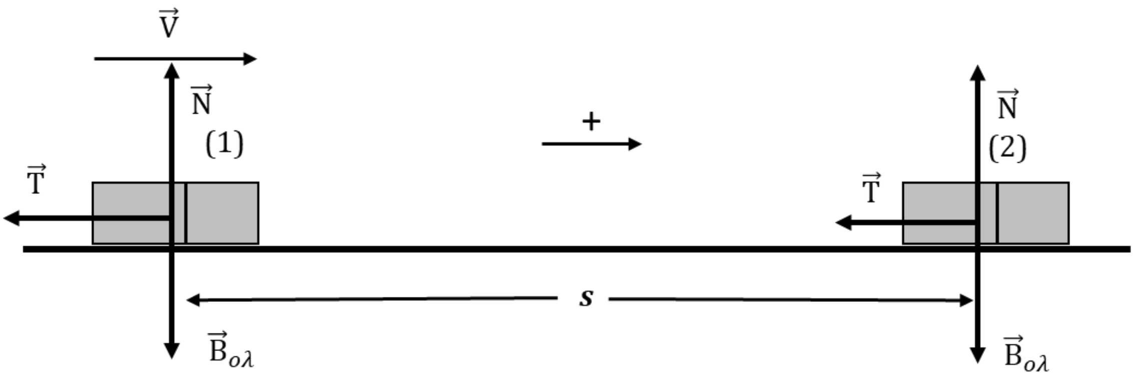
Για την αλληλεπίδραση των δύο σωμάτων κατά την διάρκεια της κρούσης ισχύει ο 3ος νόμος του Νεύτωνα (Δράσης-Αντίδρασης):

$$|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}| \Rightarrow \left|\frac{\Delta\vec{p}_2}{\Delta t}\right| = \left|\frac{\Delta\vec{p}_1}{\Delta t}\right| \Rightarrow$$

$$|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}| = \left|\frac{6\ \mathrm{kg} \cdot 8\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}} - 6\ \mathrm{kg} \cdot 20\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}{0{,}1\ \mathrm{s}}\right| \Rightarrow \boldsymbol{|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}| = 720\ \mathrm{N}}$$

Μονάδες 7

4.4.



Μονάδες 3

Έχουμε

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - B_{ολ} = 0 \Rightarrow N = m_{ολ} \cdot g \Rightarrow$$
$$N = 10\ \mathrm{Kg} \cdot 10\ {}^{\mathrm{m}}/_{s^2} \Rightarrow \boldsymbol{N} = \mathbf{100\ N}\ \ (1)$$

Αλλά

$$T = \mu \cdot N \overset{(1)}{\Rightarrow} T = 0{,}32 \cdot 100\ \mathrm{N} \Rightarrow \boldsymbol{T} = \mathbf{32\ N}$$

Μονάδες 2

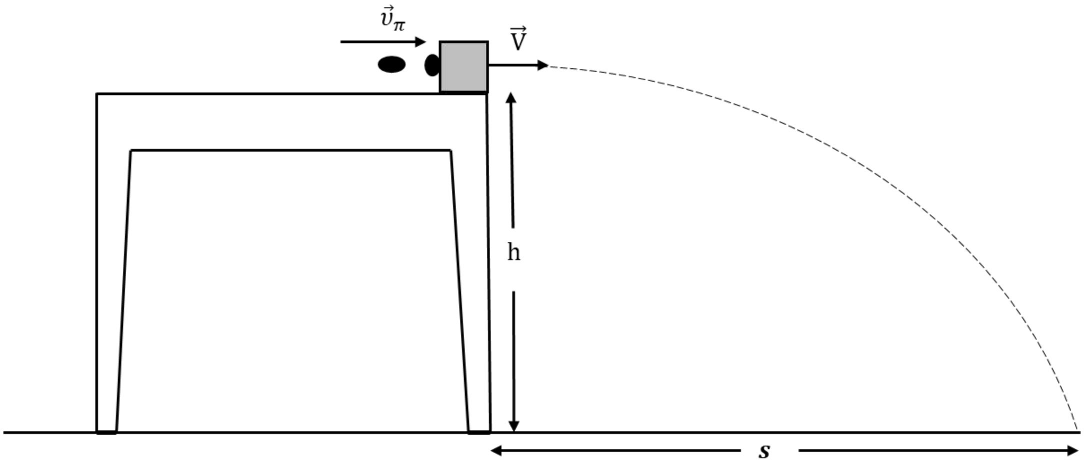
Εφαρμόζουμε το θεώρημα έργου-ενέργειας από τη θέση (1), αμέσως μετά την πλαστική κρούση των δύο σωμάτων, μέχρι τη θέση (2), όπου το συσσωμάτωμα σταματά.

$$K_{τελ.} - K_{αρχ.} = W_{ολ} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2) \cdot V^2 = -T \cdot s \Rightarrow$$
$$-\frac{1}{2} \cdot 10\ \mathrm{kg} \cdot (8\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}})^2 = -\ 32\ \mathrm{N} \cdot s \Rightarrow \boldsymbol{s} = \mathbf{10\ m}$$

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ 4

Ένας μικρός ξύλινος κύβος μάζας $M = 30\,\mathrm{g}$ ηρεμεί αρχικά στο άκρο A του πάγκου του σχολικού εργαστηρίου, που έχει ύψος $h = 0{,}8\ \mathrm{m}$ από το οριζόντιο δάπεδο. Εκτοξεύουμε ένα κομμάτι πλαστελίνης μάζας $m = 10\ \mathrm{g}$, έτσι ώστε να συγκρουστεί με οριζόντια ταχύτητα υ_π με τον ξύλινο κύβο. Η κρούση είναι πλαστική και αμέσως μετά το συσσωμάτωμα εκτελεί οριζόντια βολή. Το συσσωμάτωμα έπεσε στο πάτωμα σε οριζόντια απόσταση $s = 0{,}8\ \mathrm{m}$ από το σημείο βολής.



4.1. Να υπολογίσετε την οριζόντια ταχύτητα V του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 6

4.2. Ποια η ταχύτητα υ_π με την οποία συγκρούστηκε η πλαστελίνη με το ξύλινο σώμα;

Μονάδες 5

4.3. Να υπολογίσετε την απώλεια κινητικής ενέργειας για το σύστημα λόγω της κρούσης.

Μονάδες 6

4.4. Ένας συμμαθητής σας ισχυρίζεται, πως «είδε» ότι το συσσωμάτωμα έπεσε υπό γωνία $\varphi = 45\,^0$ ως προς το πάτωμα. Όμως είναι πολύ δύσκολο να μετρηθεί η γωνία αυτή με απλή παρατήρηση, ώστε να ελεγχθεί ο ισχυρισμός του μαθητή. Με τα δεδομένα που έχετε και τα αποτελέσματα, πού έχουν προκύψει από τα προηγούμενα ερωτήματα, να κάνετε τους σχετικούς υπολογισμούς για να ελέγξετε τον παραπάνω ισχυρισμό. Ποιό από τα επόμενα συμπεράσματα είναι αυτό, στο οποίο πρέπει να καταλήξετε;
Θεωρούμε την αντίσταση του αέρα αμελητέα.

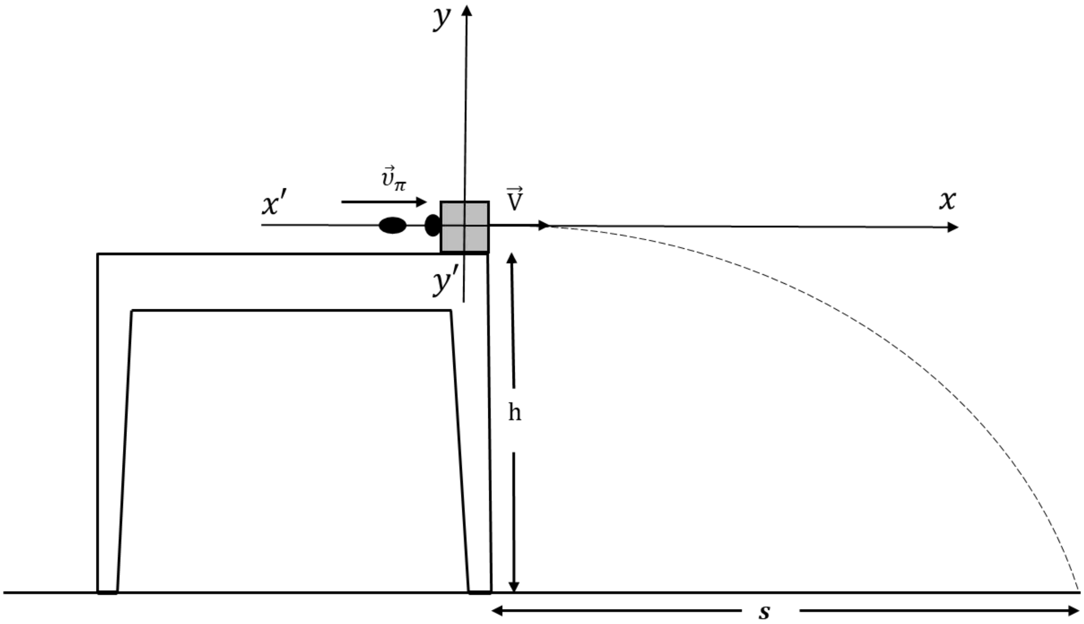
(α) $\varphi = 45\,^0$, **(β)** $\varphi < 45\,^0$, **(γ)** $\varphi > 45\,^0$

Δίνεται: $\varepsilon\varphi 45^0 = 1$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

4.1.



Στον οριζόντιο άξονα $x'x$ η κίνηση του συσσωματώματος είναι ευθύγραμμη ομαλή, ενώ στον $y'y$ είναι ελεύθερη πτώση.

Υπολογίζουμε τον χρόνο πτώσης:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}8\ \mathrm{m}}{10\ \mathrm{m}/\mathrm{s}^2}} \Rightarrow \boldsymbol{t = 0{,}4\ \mathrm{s}}$$

Οπότε η οριζόντια ταχύτητα V του συσσωματώματος υπολογίζεται:

$$s = V \cdot t \Rightarrow 0{,}8\ \mathrm{m} = V \cdot\ 0{,}4\ \mathrm{s} \Rightarrow \boldsymbol{V = 2\ \mathrm{m}/\mathrm{s}}$$

Μονάδες 6

4.2. Ισχύει για την πλαστική κρούση η Αρχή Διατήρησης της Ορμής:

$$\vec{p}_{ολ,αρχ} = \vec{p}_{ολ,τελ} \Rightarrow m_1 \cdot \upsilon_\pi = (\, m_1 + m_2) \cdot V \Rightarrow \upsilon_\pi = \frac{(m_1 + m_2) \cdot V}{m_1} \Rightarrow$$

$$V = \frac{40\ \mathrm{g} \cdot 2\ \mathrm{m}/\mathrm{s}}{10\ \mathrm{g}} \Rightarrow \boldsymbol{V = 8\ \mathrm{m}/\mathrm{s}}$$

Μονάδες 5

4.3. Η απώλεια κινητικής ενέργειας κατά την πλαστική κρούση υπολογίζεται:

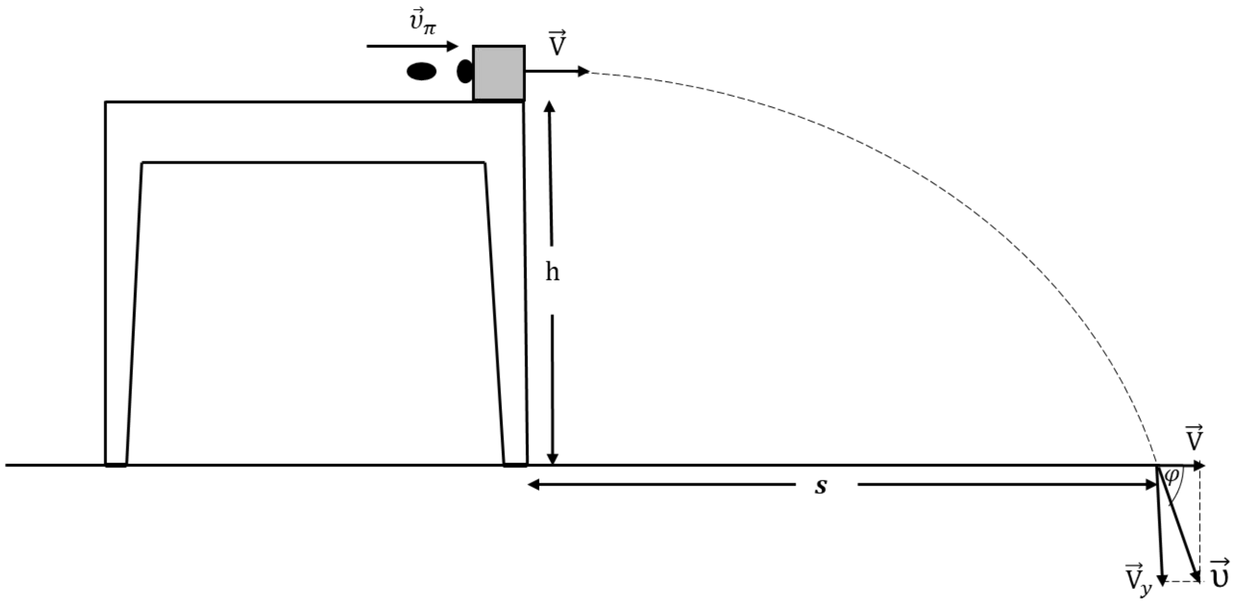
$$K_{απ.} = K_{ολ,αρχ} - K_{ολ,τελ} \Rightarrow K_{απ.} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_\pi^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2) \cdot V^2 \Rightarrow$$

$$K_{απ.} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{kg} \cdot (8\ \mathrm{m}/\mathrm{s})^2 - \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{kg} \cdot (2\ \mathrm{m}/\mathrm{s})^2 \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{K_{απ.} = 0{,}24\ \mathrm{J}}$$

Μονάδες 6

4.4.



Η διεύθυνση της ταχύτητας, με την οποία το συσσωμάτωμα χτυπά στο πάτωμα σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία φ , της οποίας η εφαπτομένη μπορεί να υπολογιστεί από:

$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{V_y}{V} = \frac{g \cdot t}{V} = \frac{10\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2} \cdot 0{,}4\ \mathrm{s}}{2\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}} \Rightarrow \boldsymbol{\varepsilon\varphi\varphi = 2} > \varepsilon\varphi\mathbf{45^0} \quad \left(\boldsymbol{\varepsilon\varphi 45^0 = 1}\right)$$

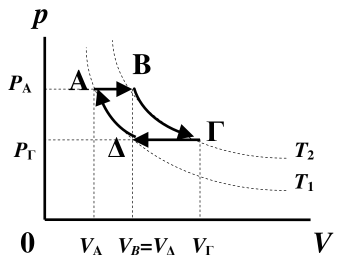
Άρα:

$$\boldsymbol{\varphi} > 45^{\mathbf{0}}$$ **, σωστή απάντηση η (γ)**

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 2

2.1. Το ιδανικό αέριο μιας θερμικής μηχανής εκτελεί το θερμοδυναμικό κύκλο που φαίνεται στο διάγραμμα του διπλανού σχήματος και αποτελείται από δύο ισόθερμες και δύο ισοβαρείς μεταβολές. Αν μια μηχανή Carnot λειτουργούσε μεταξύ των ίδιων θερμοκρασιών T_1, T_2 με τον κύκλο αυτό, θα είχε συντελεστή απόδοσης $e = 0{,}5$.



Αν γνωρίζετε ότι για το αέριο στο δεδομένο κύκλο είναι $V_B = V_Δ$, όπως φαίνεται και στο σχήμα, τότε ισχύει:

(α) $V_Γ = 3V_A$, **(β)** $V_Γ = 4V_A$, **(γ)** $V_Γ = 6V_A$

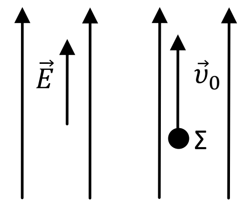
2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Σε σημείο Σ ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου, έντασης $\vec{E}$, εκτοξεύεται κάποια στιγμή ηλεκτρόνιο με αρχική ταχύτητα $\vec{υ}_0$ παράλληλη και ομόρροπη με τις δυναμικές γραμμές του πεδίου όπως στο σχήμα. Οι βαρυτικές δυνάμεις και κάθε μορφής αντιστάσεις στη κίνηση του ηλεκτρονίου μπορούν να αγνοηθούν. Το ηλεκτρόνιο επιστρέφει στο αρχικό σημείο μετά από χρονικό διάστημα $Δt_1$ από τη στιγμή που εκτοξεύτηκε.



Αν η ένταση του πεδίου ήταν διπλάσια, και το ηλεκτρόνιο εκτοξευόταν με την ίδια αρχική ταχύτητα $\vec{υ}_0$, θα επέστρεφε στο αρχικό σημείο εκτόξευσης, μετά από χρονικό διάστημα $Δt_2$ από τη στιγμή της εκτόξευσης του, για το οποίο ισχύει:

(α) $Δt_2 = Δt_1$ **(β)** $Δt_2 = 2Δt_1$ **(γ)** $Δt_2 = \frac{Δt_1}{2}$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή πρόταση η **(β)**

Μονάδες 4

2.1.Β.

Ο συντελεστής απόδοσης μιας μηχανής Carnot δίδεται από τη σχέση

$$e = 1 - \frac{T_c}{T_h} \ \ ή \ \ e = 1 - \frac{T_1}{T_2} \quad (1)$$

Μονάδες 1

Από τη σχέση (1) για $e = 0{,}5$ έχουμε $T_2 = 2T_1$ (2)

Μονάδες 2

Για την ισοβαρή μεταβολή $A \to B$ έχουμε

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{T_2}{T_1} \overset{(2)}{\Longrightarrow} \frac{V_B}{V_A} = 2 \text{ και τελικά } V_B = 2V_A \quad (3)$$

Μονάδες 2

Για την ισοβαρή μεταβολή $\Gamma \to \Delta$ έχουμε

$$\frac{V_\Gamma}{V_\Delta} = \frac{T_2}{T_1} \overset{(2)}{\Longrightarrow} \frac{V_\Gamma}{V_\Delta} = 2 \xrightarrow{V_\Delta = V_B} \frac{V_\Gamma}{V_B} = 2$$

$$\Rightarrow V_\Gamma = 2V_B \overset{(3)}{\Longrightarrow} V_\Gamma = 4V_A$$

Μονάδες 3

2.2.

2.2.Α. Σωστή πρόταση η **(γ)**

Μονάδες 4

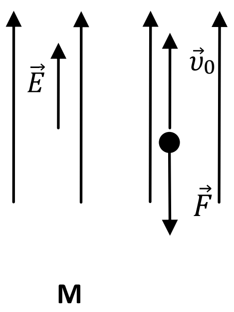
2.2.Β.

Το ηλεκτρόνιο δέχεται δύναμη $\vec{F}$ με φορά αντίρροπη της αρχικής του ταχύτητας για την οποία ισχύει:

$$\vec{F} = -e\vec{E} \Rightarrow m\vec{a}_1 = -e\vec{E} \quad (1)$$

και τελικά για το μέτρο της $\vec{a}_1$ έχουμε

$$\alpha_1 = \frac{eE}{m} = \text{σταθερή} \quad (2)$$



Μονάδες 3

Επομένως, για το μέτρο της μετατόπισης του ηλεκτρονίου ισχύει

$$\Delta x_1 = \upsilon_o \Delta t_1 - \frac{1}{2}\alpha_1 \Delta t_1^2 \quad (3)$$

Θέτοντας στη σχέση (3) $\Delta x_1 = 0$ έχουμε

$$\Delta t_1 = \frac{2v_0}{\alpha_1} \ (4)$$

Μονάδες 3

Όταν το ηλεκτρόνιο εκτοξευτεί σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο διπλάσιας έντασης με ανάλογους συλλογισμούς έχουμε

$$\alpha_2 = \frac{-e2E}{m} = 2\alpha_1 = \text{σταθερή} \ (5)$$

$$\text{και} \ \Delta t_2 = \frac{2v_0}{\alpha_2} \ (6)$$

Από τις σχέσεις (4), (5) και (6) έχουμε τελικά

$$\Delta t_2 = \frac{\Delta t_1}{2}$$

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ο συντελεστής απόδοσης μιας μηχανής Carnot είναι $e = 0{,}75$.

Αν διατηρήσουμε σταθερή τη θερμοκρασία της ψυχρής δεξαμενής (T_c) της μηχανής, για να μειώσουμε το συντελεστής απόδοσης σε $e' = 0{,}5$ πρέπει:

(α) να αυξήσουμε τη θερμοκρασία (T_h) της θερμής δεξαμενής κατά 50%

(β) να ελαττώσουμε τη θερμοκρασία (T_h) της θερμής δεξαμενής κατά 50%

(γ) να αυξήσουμε τη θερμοκρασία (T_h) της θερμής δεξαμενής κατά 75%

2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο φορτισμένα σωματίδια, με το ίδιο φορτίο, συγκρατούνται αρχικά ακίνητα σε απόσταση r και η δυναμική ενέργεια ηλεκτρικής αλληλεπίδρασης του συστήματος των δύο σωματιδίων είναι U. Αφήνουμε ταυτόχρονα ελεύθερα τα δύο σωματίδια να κινηθούν εξαιτίας των απωστικών δυνάμεων που ασκεί το ένα στο άλλο, χωρίς να παίζουν κάποιο ρόλο οι τριβές ή η βαρυτική δύναμη.

Όταν η μεταξύ τους απόσταση είναι διπλάσια της αρχικής ($r' = 2 \cdot r$), η κινητική ενέργεια κάθε σωματιδίου είναι K και ισχύει:

(α) $K = U$, **(β)** $K = \frac{U}{4}$, **(γ)** $K = 4U$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή πρόταση η **(β)**

Μονάδες 4

2.1.Β.

Ο συντελεστής απόδοσης μιας μηχανής Carnot δίδεται από τη σχέση

$$e = 1 - \frac{T_c}{T_h} \quad (1)$$

Μονάδες 2

Από τη σχέση (1) για $e = 0{,}75$ έχουμε $T_h = 4T_c$ (2)

και για $e' = 0{,}5$ έχουμε $T'_h = 2T_c$ (3)

Από τις σχέσεις (2 και (3) έχουμε

$$T'_h = \frac{T_h}{2} \quad (4)$$

Μονάδες 3

Επομένως

$$\Pi\% = \frac{\Delta T_h}{T_h} 100\% \quad \text{και τελικά} \quad \Pi\% = -50\%$$

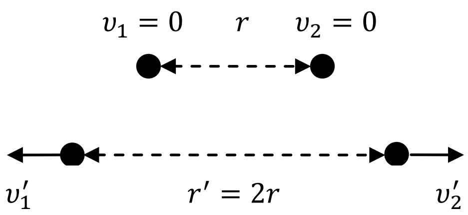
Μονάδες 3

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(β)**

Μονάδες 4

2.2.Β.



Η αρχική ηλεκτρική δυναμική ενέργεια είναι

$$U_{\alpha\rho\chi} = k_c \frac{q^2}{r} \quad (1)$$

και η τελική ηλεκτρική δυναμική ενέργεια είναι

$$U_{\tau\varepsilon\lambda} = k_c \frac{q^2}{r'} \quad \text{ή} \quad U_{\tau\varepsilon\lambda} = k_c \frac{q^2}{2r} \quad \text{και τελικά με τη βοήθεια της σχέσης (1)} \quad U_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{U_{\alpha\rho\chi}}{2} \quad (2)$$

Μονάδες 2

Το σύστημα των δύο σωματιδίων είναι μονωμένο, επομένως

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow 0 = m_2\upsilon'_2 - m_1\upsilon'_1 \xRightarrow{m_1 = m_2} \upsilon'_2 = \upsilon'_1 \quad \text{και τελικά } K'_2 = K'_1 = K \quad (3)$$

Μονάδες 3

Από την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας έχουμε

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \xRightarrow{(1),(2),(3)} 0 + U_{\alpha\rho\chi} = 2K + \frac{U_{\alpha\rho\chi}}{2}$$

Μονάδες 3

και τελικά $(U_{\alpha\rho\chi} = U)$

$$K = \frac{U}{4}$$

Μονάδες 1

ΘΕΜΑ 2

2.1. Δύο μικρά μεταλλικά σφαιρίδια είναι φορτισμένα με ηλεκτρικά φορτία Q_1 και Q_2 και συγκρατούνται αρχικά ακίνητα πάνω σε λείο μονωτικό οριζόντιο δάπεδο, σε κοντινή σχετικά μεταξύ τους απόσταση ώστε να αλληλεπιδρούν ηλεκτρικά. Η αρχική ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων είναι $U = -0{,}8$ J. Κάποια στιγμή αφήνουμε ελεύθερα και τα δύο φορτία ταυτόχρονα να κινηθούν. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Μια επόμενη χρονική στιγμή, ενώ ακόμη τα φορτία κινούνται ελεύθερα, η δυναμική ενέργεια του συστήματος είναι δυνατόν να έχει γίνει:

(α) $U' = -1{,}2$ J , **(β)** $U' = -0{,}4$ J , **(γ)** $U' = 0{,}8$ J

2.1.Α Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Από ύψος H πάνω από οριζόντιο δάπεδο και σε συγκεκριμένο τόπο, πετάμε μια μικρή σφαίρα, με οριζόντια αρχική ταχύτητα υ_0. Αν οι αντιστάσεις του αέρα αγνοηθούν, η τελική ταχύτητα της σφαίρας όταν φτάνει στο δάπεδο, σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία φ, η οποία είναι:

(α) ανεξάρτητη από το μέτρο υ_0 της αρχικής ταχύτητας.

(β) εξαρτώμενη από το μέτρο υ_0 της αρχικής ταχύτητας.

(γ) πάντα ίση με 45^o.

2.2.Α Να επιλέξετε τι συμπληρώνει σωστά την παραπάνω πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή πρόταση η **(α)**

Μονάδες 4

2.1.Β.

Το σύστημα των δύο σφαιριδίων είναι μονωμένο και οι μεταξύ τους ηλεκτρικές δυνάμεις είναι συντηρητικές επομένως η μηχανική ενέργεια του συστήματος διατηρείται.

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \Rightarrow 0 + U_{αρχ} = K_1 + K_2 + U_{τελ} \quad (1)$$

Μονάδες 4

όπου K_1 και K_2 οι κινητικές ενέργειες των δύο σφαιριδίων.

Από τη σχέση (1) έχουμε

$$U_{αρχ} > U_{τελ} \quad (2)$$

Η πρόταση (α) είναι η μόνη που ικανοποιεί τη συνθήκη (2).

Μονάδες 4

(*Παρατήρηση: Από το αρνητικό πρόσημο της ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας συμπεραίνουμε ότι τα σφαιρίδια είναι ετερώνυμα*)

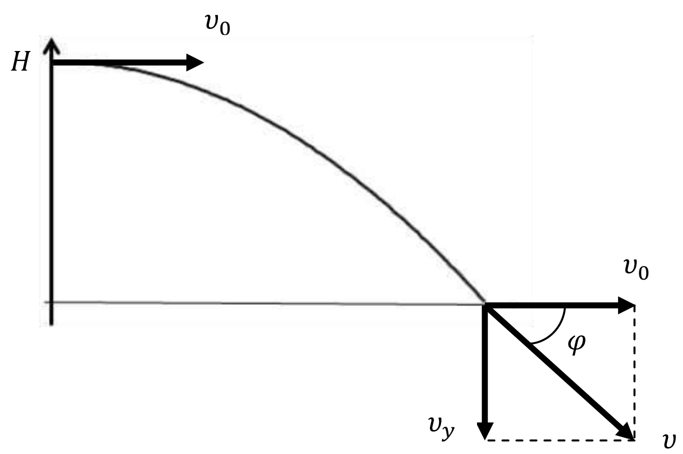
2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(β)**

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η σφαίρα εκτελεί οριζόντια βολή. Στον οριζόντιο άξονα η κίνηση της σφαίρας είναι ευθύγραμμη ομαλή αφού η μοναδική δύναμη που ασκείται στη σφαίρα είναι το βάρος. Στο κατακόρυφο άξονα η σφαίρα εκτελεί ελεύθερη πτώση. Σύμφωνα με το σχήμα η τελική ταχύτητα υ σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία φ, η εφαπτομένη της οποίας δίδεται από τη σχέση



$$εφ\varphi = \frac{\upsilon_y}{\upsilon_0}$$

ΘΕΜΑ 2

2.1. Δύο μπάλες Α και Β κινούνται με διαφορετικές ταχύτητες με μέτρα υ_A και υ_B αντίστοιχα στην επιφάνεια ενός λείου οριζόντιου τραπεζιού που βρίσκεται σε ύψος h από το δάπεδο και πέφτουν την ίδια χρονική στιγμή από την άκρη του.

Αν $\upsilon_A > \upsilon_B$ ποια σφαίρα θα φθάσει πρώτη στο έδαφος;

(α) η Α , **(β)** η Β , **(γ)** θα φθάσουν ταυτόχρονα

2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α.

Αν κατακόρυφο δοχείο κλείνεται με έμβολο βάρους B και διατομής A, το οποίο μπορεί να κινείται χωρίς τριβές, ενώ περιέχει αέριο σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας, τότε η πίεση του αερίου θα εκφράζεται από τη σχέση:

(α) $P_{\alpha\varepsilon\rho\iota o\upsilon} =$ …….. αν το δοχείο είναι κατακόρυφο με τη βάση του προς τα κάτω.

(β) $P_{\alpha\varepsilon\rho\iota o\upsilon} =$ …….. αν το δοχείο είναι κατακόρυφο με τη βάση του προς τα πάνω.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Μονάδες 9

Δίνεται ότι η ατμοσφαιρική πίεση στο χώρο που βρίσκεται το κυλινδρικό δοχείο είναι $Patm$.

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή πρόταση η **(γ)**

Μονάδες 4

2.1.Β.

Οι δύο μπάλες αφού εγκαταλείψουν το τραπέζι εκτελούν οριζόντια βολή. Επομένως, σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων, στον κατακόρυφο άξονα η κίνηση περιγράφεται από τις εξισώσεις της ελεύθερης πτώσης.

Άρα θα φτάσουν στο έδαφος στο ίδιο χρονικό διάστημα $\varDelta t$:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\varDelta t)^2 \Rightarrow \varDelta t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$ (όπου h το ύψος του τραπεζιού)

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α.

(α) $P_{αεριου} = P_{atm} + \frac{B}{A}$

(β) $P_{αεριου} = P_{atm} - \frac{B}{A}$

Μονάδες 4

2.2.Β.

Το έμβολο ισορροπεί και στις δύο περιπτώσεις.

Περίπτωση Ι. Η βάση του δοχείου προς τα κάτω.

$$\varSigma F = 0 \Rightarrow F_{αεριου} = F_{atm} + B$$

Και διαιρώντας με το εμβαδόν A έχουμε:

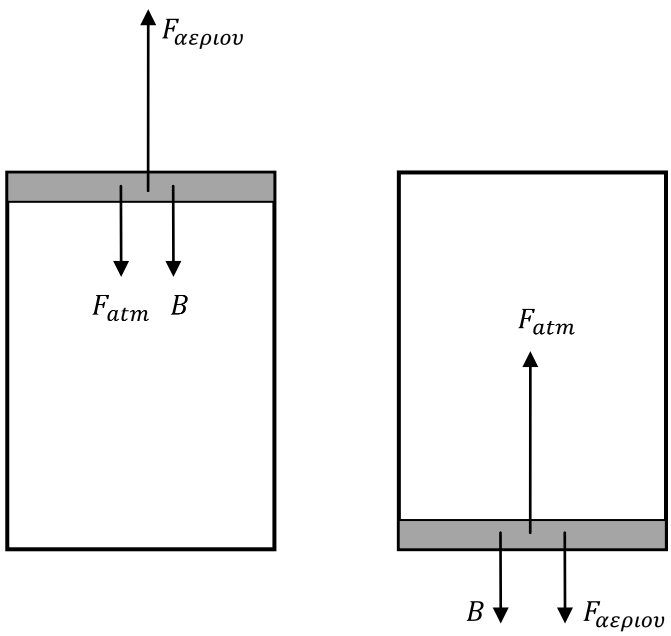
$$P_{αεριου} = P_{atm} + \frac{B}{A}$$

Περίπτωση ΙΙ. Η βάση του δοχείου προς τα πάνω.

$$\varSigma F = 0 \Rightarrow F_{atm} = F_{αεριου} + B$$

Και διαιρώντας με το εμβαδόν A έχουμε:

$$P_{αεριου} = P_{atm} - \frac{B}{A}$$



Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Η άκρη Δ του δείκτη των δευτερολέπτων σε ένα ρολόι εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση. Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σημείου Δ παραμένει σταθερό.

(α) Η επιτάχυνση του Δ δεν είναι μηδέν και έχει σταθερό μέτρο.

(β) Η επιτάχυνση του Δ δεν είναι μηδέν και δεν έχει σταθερό μέτρο.

(γ) Η επιτάχυνση του Δ είναι μηδέν.

2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

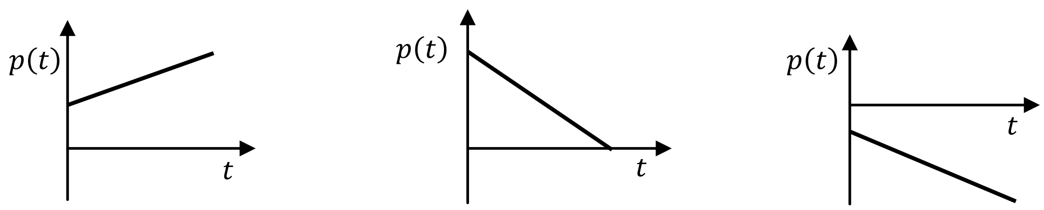
Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένα αυτοκίνητο κινείται με ταχύτητα υ_0 όταν ξαφνικά φρενάρει με αποτέλεσμα να σταματήσει μετά από χρόνο t από τη χρονική στιγμή που ο οδηγός του πάτησε το φρένο. Θεωρούμε ότι η συνισταμένη δύναμη $\vec{F}$ που ασκείται στο αυτοκίνητο κατά τη διάρκεια του φρεναρίσματος είναι σταθερή.

Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα αναπαριστά την ορμή του αυτοκινήτου σε συνάρτηση με το χρόνο;



(α) **(β)** **(γ)**

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή πρόταση η **(α)**

Μονάδες 4

2.1.Β.

Το άκρο Δ εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση. Λόγω της μεταβολής της κατεύθυνσης της γραμμικής ταχύτητάς του, έχει επιτάχυνση με κατεύθυνση προς το κέντρο της τροχιάς(κεντρομόλος επιτάχυνση) και μέτρο που δίνεται από την σχέση:

$$\alpha_\kappa = \frac{\upsilon^2}{R}$$

όπου υ η γραμμική ταχύτητα και R η ακτίνα της κυκλικής κίνησης.

Στην ομαλή κυκλική κίνηση το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας είναι σταθερό, άρα και το μέτρο της α_κ παραμένει σταθερό και διάφορο του μηδενός.

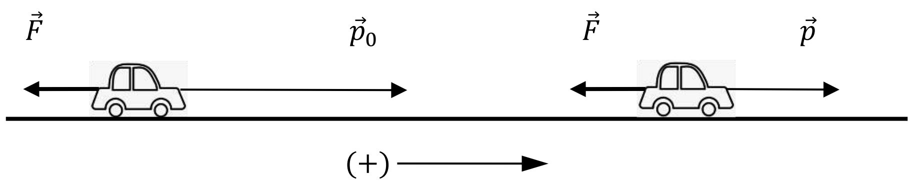
Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή πρόταση η **(β)**

Μονάδες 4

2.2.Β.



Αν $\vec{p}_o = m\vec{\upsilon}_o$ η αρχική ορμή του αυτοκινήτου, από το 2° νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p} \Rightarrow \vec{F}\Delta t = \vec{p} - \vec{p}_o$$

Το αυτοκίνητο επιβραδύνεται επομένως η δύναμη είναι αντίρροπη της ταχύτητας και της ορμής του οπότε για τα μέτρα (ορίζοντας τη φορά προς τα δεξιά ως θετική) έχουμε

$$-F(t - t_0) = p(t) - p_0$$

και τελικά (θεωρώντας $t_0 = 0$)

$$p(t) = p_0 - Ft \ (1)$$

[Η σχέση (1) είναι της μορφής $y = \beta - \alpha x$ με $\alpha > 0$]

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Δύο σφαίρες μάζας $m_1 = 6kg$ και $m_2 = 2kg$, βρίσκονται η μία δίπλα στην άλλη και εκτελούν οριζόντια βολή από ύψος $H = 1,25m$ από το έδαφος. Οι σφαίρες εκτοξεύονται ταυτόχρονα με ταχύτητες μέτρου $u_1 = 2m/s$ και $u_2 = 10m/s$ και ίδιας φοράς αντίστοιχα. Να βρείτε:

4.1. Την απόσταση μεταξύ των σφαιρών όταν φτάσουν στο έδαφος.

Μονάδες 6

4.2. Την χρονική στιγμή $t_1 = 0,2\, sec$, σε ποιο ύψος από το έδαφος βρίσκεται η σφαίρα μάζας m_1;

Μονάδες 6

4.3. Ποια η ταχύτητα της σφαίρας m_1 την χρονική στιγμή t_1 ;

Μονάδες 6

4.4. Ποια η μεταβολή της ορμής κάθε σφαίρας στη διάρκεια της οριζόντιας βολής;

Μονάδες 7

Δίνεται: $g = 10m/s^2$.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Οι δύο σφαίρες εκτελούν οριζόντια βολή και φτάνουν ταυτόχρονα στο έδαφος σε χρόνο: $t = \sqrt{\frac{2H}{g}} = 0{,}5sec$. Οι οριζόντιες αποστάσεις που διανύουν οι σφαίρες είναι:

$x_{1=}\ u_1 \bullet t = 1m$ και: $x_{2=}\ u_2 \bullet t = 5m.$

Άρα, η απόσταση των σφαιρών στο έδαφος:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 4m$$

Μονάδες 6

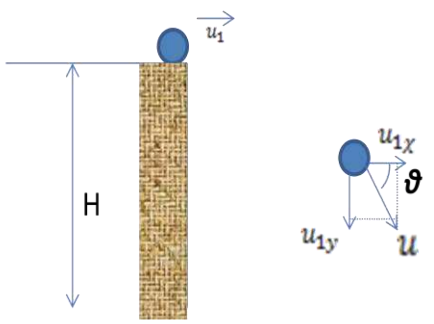
4.2. Την χρονική στιγμή t_1 η σφαίρα m_1 έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα κατά:

$h = \frac{1}{2} \bullet g \bullet t_1^2 = 0{,}2m$.

Άρα απέχει από το έδαφος: $y = H - h = 1{,}05m$

Μονάδες 6

4.3. Την χρονική στιγμή $t_1 = 0{,}2\ s$ η μεταβολή της ταχύτητας της σφαίρας m_1οφείλεται στην κίνηση του σώματος μόνο στην κατακόρυφη διεύθυνση, ενώ δεν μεταβάλλεται η ταχύτητα στην οριζόντια διεύθυνση. Συγκεκριμένα:



$u_{1y} = g \bullet t_1 = 2m/s$ και $u_{1\chi} = u_1 = 2m/s$.

Οπότε: $u = \sqrt{u_{1x}^2 + u_{1y}^2} = 2\sqrt{2}\ m/s$ και:

$\varepsilon\varphi\theta = \frac{u_{1y}}{u_{1\chi}} = 1$, δηλαδή θ = 45°

Άρα, το διάνυσμα της ταχύτητας u σχηματίζει γωνία 45° προς τα κάτω, σε σχέση με την οριζόντια διεύθυνση.

Μονάδες 6

4.4. Η ορμή των σφαιρών μεταβάλλεται μόνο στην κατακόρυφη διεύθυνση.

Για τη σφαίρα m_1 ισχύει: $\Delta p_1 = m_1 \bullet u_{1y} - 0 = m_1 \bullet g \bullet \sqrt{\frac{2H}{g}} = 30kg \bullet m/s$

Για τη σφαίρα m_2 ισχύει: $\Delta p_2 = m_2 \bullet u_{2y} - 0 = m_2 \bullet g \bullet \sqrt{\frac{2H}{g}} = 10kg \bullet m/s$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Διαστημικό όχημα μάζας $\mathrm{M} = 6\mathrm{tn}$ κατευθύνεται προς τη Γη μεταφέροντας σεληνάκατο μάζας m= $1\mathrm{tn}$. Σε απόσταση $\mathrm{r}_1 = 4 \cdot \mathrm{R}_\Gamma$ από το κέντρο της, η ταχύτητα του οχήματος είναι $\mathrm{u}_1 = 6 \cdot 10^3 \mathrm{m/s}$.

4.1. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του οχήματος όταν βρεθεί σε απόσταση $\mathrm{r}_2 = \mathrm{R}_\Gamma$ από την επιφάνεια της Γης, χωρίς τη χρήση πυραύλων.

Μονάδες 6

Στην παραπάνω θέση απόστασης r_2 από την επιφάνεια της Γης, απελευθερώνεται η σεληνάκατος (με μηδενική ταχύτητα) και αρχίζει να πέφτει κατακόρυφα προς τη Γη χωρίς τη βοήθεια ανασχετικών πυραύλων.

4.2. Ποια η ταχύτητα του διαστημικού οχήματος μετά την απελευθέρωση της σεληνακάτου;

Μονάδες 6

4.3. Με ποια ταχύτητα η σεληνάκατος θα προσκρούσει στην επιφάνεια της Γης;

Μονάδες 6

4.4. Αν κατά τη διάρκεια της κατακόρυφης κίνησης του διαστημικού οχήματος προς τη Γη λειτουργούν οι ανασχετικοί πύραυλοι, να υπολογίσετε το έργο της δύναμης των ανασχετικών πυραύλων ώστε να φτάσει στην επιφάνεια της Γης με μηδενική ταχύτητα.

Μονάδες 7

Θεωρείστε αμελητέα την αντίσταση του αέρα και την ελκτική δύναμη μεταξύ διαστημικού οχήματος και σεληνακάτου. Δίνονται: η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης: $\mathrm{g}_0 = 10\mathrm{m/s}^2$, η ακτίνα της Γης: $\mathrm{R}_\Gamma = 6400\mathrm{km}$, $\sqrt{68} = 8{,}25$.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η μηχανική ενέργεια του συστήματος Γη – διαστημικό όχημα διατηρείται οπότε:

$U_1 + K_1 = U_2 + K_2$

$-G \cdot \frac{M_\Gamma (M+m)}{r_1} + \frac{1}{2} \cdot (M+m) \cdot u_1^2 = -G \cdot \frac{M_\Gamma (M+m)}{r_2} + \frac{1}{2} \cdot (M+m) \cdot u_2^2$, δηλαδή:

$$-\frac{g_0 R_\Gamma^2}{4R_\Gamma} + \frac{1}{2} \cdot u_1^2 = -\frac{g_0 R_\Gamma^2}{2R_\Gamma} + \frac{1}{2} \cdot u_2^2 \leftrightarrow$$

$u_2^2 = -\frac{g_0 \cdot R_\Gamma}{2} + u_1^2 + g_0 \cdot R_\Gamma \leftrightarrow$

$u_2 = 8{,}25 \cdot 10^3 \ m/s$

Μονάδες 6

4.2. Κατά την απελευθέρωση της σεληνακάτου ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής για το σύστημα όχημα - σεληνάκατος:

$P_{ολ}^{αρχ} = P_{ολ}^{τελ}$, δηλαδή:

$(M+m) \cdot u_2 = M \cdot u + 0 \leftrightarrow u = \frac{(M+m) \cdot u_2}{M}$

Άρα: $u = 9{,}6 \cdot 10^3 \ m/s$

Μονάδες 6

4.3. Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ για την κίνηση της σεληνακάτου από το σημείο απόστασης r_2 έως την επιφάνεια της Γης:

$\Delta K = W_w$

$\frac{1}{2} \cdot m \cdot u_3^2 - 0 = m \cdot (V_{αρχ} - V_{τελ})$

$\frac{1}{2} \cdot m \cdot u_3^2 = m \cdot \left(-G \cdot \frac{M_\Gamma}{2R_\Gamma} + G \cdot \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma}\right)$

$u_3^2 = +G \cdot \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma}$

$u_3 = \sqrt{g_0 \cdot R_\Gamma} = 8 \cdot 10^3 \ m/s$

Μονάδες 6

4.4. Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ για την κίνηση του οχήματος, από το σημείο που απελευθερώθηκε η σεληνάκατος, έως την επιφάνεια της Γης:

$$\Delta K = W_w + W_F$$

$$0 - \frac{1}{2} \cdot M \cdot u^2 = M \cdot (V_{\alpha\rho\chi} - V_{\tau\varepsilon\lambda}) + W_F$$

$$-\frac{1}{2} \cdot M \cdot u^2 = M \cdot \left(-G \cdot \frac{M_\Gamma}{2R_\Gamma} + G \cdot \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma}\right) + W_F$$

$$-\frac{1}{2} \cdot M \cdot u^2 = M \cdot \left(+G \cdot \frac{M_\Gamma}{2R_\Gamma}\right) + W_F$$

$$W_F = -\frac{1}{2} \cdot M \cdot u^2 - \frac{1}{2} \cdot M \cdot g_0 \cdot R_\Gamma$$

$$W_F = -\frac{1}{2} \cdot M \cdot (u^2 + g_0 \cdot R_\Gamma)$$

$$W_F = -468{,}48 \cdot 10^9 \ \mathrm{J}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Δορυφόρος μάζας $M = 500\ kg$ εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση σε ύψος $h = R_{\Gamma}$ πάνω από την επιφάνεια της Γης, με ταχύτητα μέτρου $u = 4000 m/s$.

4.1. Ποια η περίοδος περιστροφής και η γωνιακή ταχύτητα του δορυφόρου;

Μονάδες 6

4.2. Ποια η μεταβολή της ορμής του δορυφόρου για χρόνο $t = \frac{T}{2}$;

Μονάδες 6

4.3. Ποια η μεταβολή στο μέτρο της ορμής του δορυφόρου για χρόνο $t = \frac{T}{4}$;

Μονάδες 6

4.4. Πόση ενέργεια πρέπει να προσφερθεί στο δορυφόρο ώστε να μπορεί να περιστρέφεται σε ύψος $h' = 5R_{\Gamma}$;

Μονάδες 7

Δίνονται: η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης: $g_0 = 10 m/s^2$, η ακτίνα της Γης: $R_{\Gamma} = 6400 km$.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η σχέση που συνδέει το μέτρο της ταχύτητας του δορυφόρου με την περίοδο περιστροφής του είναι:

$u = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi}{T} 2R_\Gamma = \frac{4\pi}{T} R_\Gamma$.

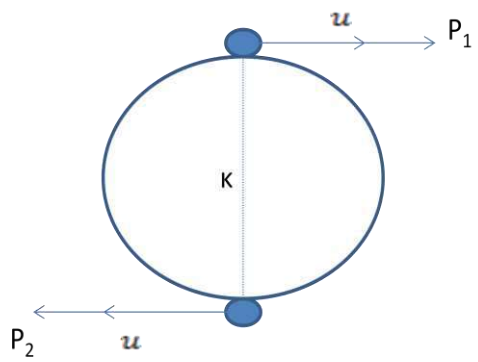
Οπότε: $T = \frac{4\pi}{u} R_\Gamma = 20096\, sec$

Η γωνιακή ταχύτητα του δορυφόρου δίνεται από τη σχέση:

$\omega = \frac{u}{r} = \frac{u}{2R_\Gamma} = 3{,}125 \bullet 10^{-4}\ \mathrm{rad/sec}$

Μονάδες 6

4.2. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του δορυφόρου για μισή περιστροφή ($t = \frac{T}{2}$) είναι:



$\Delta P = P_2 - (-P_1) = P_2 + P_1 = M \bullet u + M \bullet u = 2 \bullet M \bullet u = 4 \bullet 10^6\ \mathrm{kg} \bullet \mathrm{m/sec}$, ομόρροπη της ορμής P_2.

Μονάδες 6

4.3. Ο δορυφόρος εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, οπότε το μέτρο τη γραμμικής του ταχύτητας είναι σταθερό, όπως και το μέτρο της ορμής του. Επομένως:

$$\Delta P = P_2 - (-P_1) = M \bullet u - M \bullet u = 0$$

Μονάδες 6

4.4. Σε ύψος $h = R_\Gamma$ ο δορυφόρος έχει συνολική ενέργεια:

$E_1 = K_1 + U_1 = \frac{1}{2} \bullet M \bullet u^2 - G \bullet \frac{M_\Gamma M}{R_\Gamma + h} =$

$\frac{1}{2} \bullet M \bullet G \bullet \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma + h} - G \bullet \frac{M_\Gamma M}{R_\Gamma + h} = -\frac{g_0 \bullet R_\Gamma \bullet M}{4}$

Σε ύψος $h' = 5R_\Gamma$ ο δορυφόρος έχει συνολική ενέργεια:

$E_2 = K_2 + U_2 = \frac{1}{2} \bullet M \bullet u^2 - G \bullet \frac{M_\Gamma M}{R_\Gamma + h} =$

$\frac{1}{2} \bullet M \bullet G \bullet \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma + h'} - G \bullet \frac{M_\Gamma M}{R_\Gamma + h'} = -\frac{g_0 \bullet R_\Gamma \bullet M}{12}$

Η ενέργεια που πρέπει να προσφερθεί στον δορυφόρο είναι:

$E_{o\lambda} = E_2 - E_1 = -\frac{g_0 \bullet R_\Gamma \bullet M}{12} + \frac{g_0 \bullet R_\Gamma \bullet M}{4} = \frac{g_0 \bullet R_\Gamma \bullet M}{6} = 5{,}33 \bullet 10^9\ J$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Διαστημικό όχημα μάζας M εκτοξεύεται από την επιφάνεια της Γης κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα μέτρου u_0 . Όταν το όχημα βρεθεί σε ύψος $h = 2R_{\Gamma}$, ένας εκρηκτικός μηχανισμός το διαχωρίζει ακαριαία σε δύο επιμέρους σώματα με μάζες $m_1 = \frac{2M}{3}$ και $m_2 = \frac{M}{3}$ αντίστοιχα. Αμέσως μετά την έκρηξη, το σώμα μάζας m_2 κινείται κατακόρυφα προς τη Γη χωρίς αρχική ταχύτητα και φτάνει στην επιφάνειά της με ταχύτητα μέτρου u_2 . Ενώ, το σώμα μάζας m_1 αποκτά την ελάχιστη ταχύτητα που χρειάζεται ώστε να διαφύγει από το πεδίο βαρύτητας της Γης.

4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας u_1 που αποκτά το σώμα m_1 μετά την έκρηξη.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας που αποκτά το διαστημικό όχημα στο ύψος $h = 2R_{\Gamma}$, λίγο πριν την έκρηξη.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας u_2 με την οποία φτάνει το σώμα m_2 στην επιφάνεια της Γης.

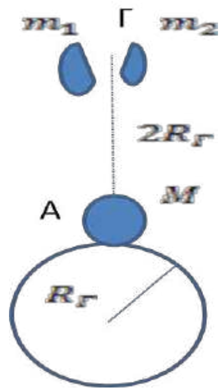
Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας u_0 με την οποία εκτοξεύτηκε το όχημα από την επιφάνεια της Γης.

Μονάδες 7

Δίνονται: η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης: $g_0 = 10m/s^2$, η ακτίνα της Γης: $R_{\Gamma} = 6400km$, $\sqrt{42{,}66} = 6{,}53$, $\sqrt{85{,}33} = 9{,}24$, $\sqrt{104{,}25} = 10{,}21$.

ΘΕΜΑ 4



4.1. Το σώμα μάζας m_1 διαφεύγει από το βαρυτικό πεδίο της Γης έχοντας αποκτήσει ταχύτητα u_1 αμέσως μετά την έκρηξη. Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ από το σημείο Γ της έκρηξης έως το άπειρο για το σώμα m_1:

$ΔK = W_w$

$0 - \frac{1}{2} \bullet m_1 \bullet u_1^2 = m_1 \bullet (V_{αρχ} - V_{τελ})$

$-\frac{1}{2} \bullet u_1^2 = (-G \bullet \frac{M_Γ}{3R_Γ} - 0) \rightarrow$

$\frac{1}{2} \bullet u_1^2 = \frac{g_0 R_Γ^2}{3R_Γ} \rightarrow u_1^2 = \frac{2 \bullet g_0 \bullet R_Γ}{3} \rightarrow$

$u_1 = 6{,}53 \bullet 10^3\ m/s.$

Μονάδες 6

4.2. Θεωρούμε τη διάρκεια της έκρηξης πολύ μικρή και ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής:

$P_{ολ}^{αρχ} = P_{ολ}^{τελ}$

$M \bullet u = m_1 \bullet u_1 + m_2 \bullet 0 \rightarrow M \bullet u = \frac{2M}{3} \bullet u_1$

Επομένως: $u = \frac{2u_1}{3} = 4{,}35 \bullet 10^3\ m/s$

Μονάδες 6

4.3. Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ για την κίνηση του σώματος m_2 από το σημείο Γ έως την επιφάνεια της Γης:

$\Delta K = W_w$

$\frac{1}{2} \bullet m_2 \bullet u_2^2 - 0 = m_2 \bullet \left(V_{\alpha\rho\chi} - V_{\tau\varepsilon\lambda} \right)$

$\frac{1}{2} \bullet m_2 \bullet u_2^2 = m_2 \bullet (-G \bullet \frac{M_\Gamma}{3R_\Gamma} + G \bullet \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma})$

$\frac{1}{2} \bullet u_2^2 = +2G \bullet \frac{M_\Gamma}{3R_\Gamma} \rightarrow u_2^2 = \frac{4 \bullet g_0 \bullet R_\Gamma}{3} \rightarrow$

$u_2 = 9{,}24 \bullet 10^3\ m/s$

Μονάδες 6

4.4. Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ για την κίνηση του διαστημικού οχήματος από την επιφάνεια της Γης έως το σημείο Γ λίγο πριν την έκρηξη:

$\Delta K = W_w$

$\frac{1}{2} \bullet M \bullet u^2 - \frac{1}{2} \bullet M \bullet u_0^2 = M \bullet (V_A - V_\Gamma)$

$\frac{1}{2} u^2 - \frac{1}{2} u_0^2 = -G \bullet \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma} + G \bullet \frac{M_\Gamma}{3R_\Gamma}$

$\frac{1}{2} u^2 - \frac{1}{2} u_0^2 = -2G \bullet \frac{M_\Gamma}{3R_\Gamma}$

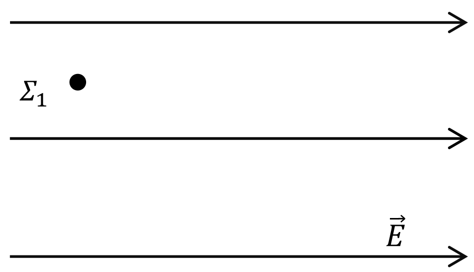
$u^2 - u_0^2 = -4G \bullet \frac{M_\Gamma}{3R_\Gamma} \rightarrow u_0^2 = u^2 + 4G \bullet \frac{M_\Gamma}{3R_\Gamma} \rightarrow$

$u_0^2 = u^2 + \frac{4 \bullet g_0 \bullet R_\Gamma}{3} \rightarrow u_0 = 10{,}21 \bullet 10^3\ m/s$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Σωματίδιο Σ_1 μάζας $m = 10^{-3}$ kg και φορτίου $q = 10^{-5}$ C αφήνεται ακίνητο σε σημείο ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου έντασης μέτρου $E = 10^3$ N/C. Το σωματίδιο μπορεί να κινείται σε οριζόντιο δάπεδο μεγάλης έκτασης, κατασκευασμένο από κάποιο μονωτικό υλικό, χωρίς τριβές. Στο σχήμα βλέπουμε την κάτοψη του ηλεκτρικού πεδίου.



4.1. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση και την ταχύτητα του σωματιδίου όταν αυτό έχει διανύσει απόσταση $d = 20$ m.

Μονάδες 8

4.2. Να υπολογίσετε την απόλυτη τιμή της διαφοράς δυναμικού μεταξύ της θέσης από την οποία αφέθηκε το σωματίδιο και της τελικής του θέσης (μετά από $d = 20$ m).

Μονάδες 4

Όταν το σωματίδιο Σ_1 διανύσει την απόσταση $d = 20$ m, συναντά δεύτερο σωματίδιο Σ_2, το οποίο έχει μηδενικό ηλεκτρικό φορτίο και αρχικά ήταν ακίνητο. Τα δύο σωματίδια συγκρούονται πλαστικά.

4.3. Να υπολογίσετε τη μάζα του δεύτερου σωματιδίου δεδομένου ότι κατά τη σύγκρουση η απώλεια μηχανικής ενέργειας είναι ίση με το 75% της αρχικής ενέργειας του σωματιδίου Σ_1.

Μονάδες 6

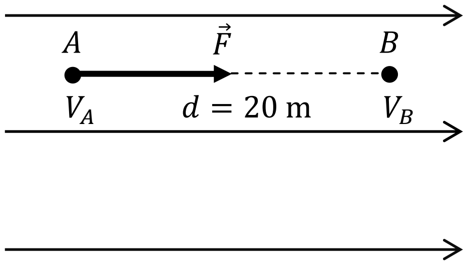
4.4. Να υπολογίσετε την ταχύτητα που θα έπρεπε να είχε το δεύτερο σωματίδιο, κατά μέτρο και κατεύθυνση, ώστε όταν συγκρουστεί πλαστικά με το Σ_1 (όταν το σωματίδιο Σ_1 έχει διανύσει και πάλι την απόσταση $d = 20$ m), το συσσωμάτωμα να επιστρέψει με μηδενική ταχύτητα στην αρχική θέση από την οποία αφέθηκε το Σ_1.

Μονάδες 7

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το σωματίδιο δέχεται δύναμη $\vec{F}$ για την οποία ισχύει:



$$\vec{F} = q\vec{E} \Rightarrow m\vec{a} = q\vec{E} \quad (1)$$

Από τη σχέση (1) για το μέτρο της επιτάχυνσης έχουμε

$$\alpha = \frac{qE}{m} \text{ και τελικά } \boldsymbol{\alpha = 10\ \frac{m}{s^2}} \quad (2)$$

Το σωματίδιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα. Έχουμε:

$$d = \frac{1}{2}\alpha\Delta t^2 \Rightarrow \Delta t = 2\ \mathrm{s} \quad (3)$$

$$\text{και } \upsilon = \alpha\Delta t \xRightarrow{(2),(3)} \boldsymbol{\upsilon = 20\ \frac{m}{s}} \quad (4)$$

Μονάδες 8

4.2. Μεταξύ της έντασης του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου και της διαφοράς δυναμικού μεταξύ των σημείων A και B ισχύει η σχέση

$$E = \frac{\Delta V}{d}$$

και τελικά

$$\boldsymbol{\Delta V = 2 \cdot 10^4\ V} \quad (5)$$

Μονάδες 4

4.3. Έστω m' η μάζα του σωματιδίου Σ_2 και V η ταχύτητα του συσσωματώματος. Για την πλαστική κρούση των δύο σωματιδίων από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε

$$m\upsilon = (m + m')V \quad (6)$$

Το ποσοστό απώλειας της μηχανικής ενέργειας είναι

$$\pi\% = \frac{\Delta K}{K_{\alpha\rho\chi}} \text{ ή } -75\% = \frac{K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi}}{K_{\alpha\rho\chi}} \text{ και τελικά } \frac{K_{\tau\varepsilon\lambda}}{K_{\alpha\rho\chi}} = \frac{1}{4} \quad (7)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (6) και (7) έχουμε

$$\frac{\frac{1}{2}(m + m')V^2}{\frac{1}{2}m\upsilon^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{(m + m')\left(\frac{m\upsilon}{m + m'}\right)^2}{m\upsilon^2} = \frac{1}{4}$$

και τελικά

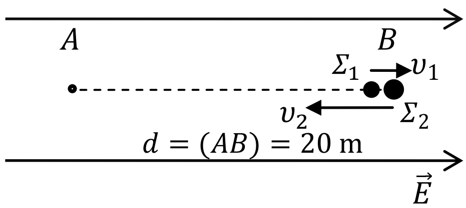
$$m' = 3m \text{ ή } \boldsymbol{m' = 3 \cdot 10^{-3}\ kg} \quad (8)$$

Μονάδες 6

4.4. Η κρούση των δύο σωματιδίων γίνεται στο σημείο B αφού το σώμα Σ_1 έχει διανύσει απόσταση $d = 20\ \mathrm{m}$.

Η ταχύτητα του φορτισμένου σημειακού σώματος Σ_1 πριν τη κρούση είναι

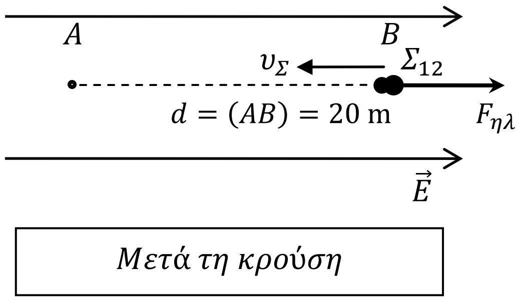
$$\upsilon_1 = 20\ \frac{\mathrm{m}}{s} \quad \text{(ερώτημα 4.1.)}$$



Πριν τη κρούση

Έστω υ_2 η ζητούμενη ταχύτητα του σώματος Σ_2. Μετά τη κρούση το συσσωμάτωμα έχει ταχύτητα υ_Σ με φορά προς το σημείο A.

Εφαρμόζουμε για το συσσωμάτωμα το Θ.Μ.Κ.Ε. μεταξύ των σημείων B και A (στο σημείο A το συσσωμάτωμα έχει μηδενική ταχύτητα).



$$K_A - K_B = W_{F_{\eta\lambda}} \Rightarrow 0 - K_B = -F_{\eta\lambda} d \Rightarrow$$

$$K_B = Eqd \ (9)$$

Αλλά δεδομένου ότι $m_\Sigma = 4m$ έχουμε

$$K_B = \frac{1}{2} 4m\upsilon_\Sigma^2 \ (10)$$

Από τις σχέσεις (9) και (10) έχουμε τελικά

$$\upsilon_\Sigma = \sqrt{\frac{Eqd}{2m}} \text{ ή } \upsilon_\Sigma = 10 \ \frac{\mathrm{m}}{s} \ (11)$$

Το σύστημα των δύο σωμάτων είναι μονωμένο. Από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε

$$\vec{P}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{P}_{\mu\varepsilon\tau\alpha} \text{ (και θεωρώντας τη φορά προς τα αριστερά ως θετική)}$$

$$3m\upsilon_2 - m\upsilon_1 = 4m\upsilon_\Sigma$$

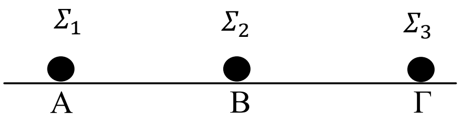
και τελικά

$$\upsilon_2 = \frac{4\upsilon_\Sigma + \upsilon_1}{3} \ \textbf{ή} \ \boldsymbol{\upsilon_2 = 20 \ \frac{m}{s}}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Τρία σημειακά σωματίδια Σ_1, Σ_2 και Σ_3 βρίσκονται σε ευθεία, στις θέσεις Α, Β και Γ ενός οριζοντίου μονωτικού επιπέδου μεγάλων διαστάσεων. Για τις μεταξύ τους αποστάσεις ισχύει $\mathrm{AB} = \mathrm{B\Gamma} = r = 3\ \mathrm{m}$. Οι μάζες των σωματιδίων είναι $m_1 = m_3 = m = 3 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{kg}$ και $m_2 = 2 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{kg}$, ενώ για τα φορτία τους ισχύει: $q_1 = q_2 = q_3 = 10^{-4}\ \mathrm{C}$.



4.1. Να υπολογίσετε την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των τριών φορτίων.

Μονάδες 6

4.2. Ποιο από τα φορτία του παραπάνω συστήματος δέχεται μηδενική συνισταμένη δύναμη, όταν τα σωματίδια βρίσκονται στις θέσεις που έχουν τοποθετηθεί αρχικά;

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 4

4.3. Αφήνουμε τα φορτία Σ_1 και Σ_3 ελεύθερα να κινηθούν ενώ το Σ_2 παραμένει στην αρχική του θέση. Να βρείτε τα μέτρα των ταχυτήτων τους όταν θα έχουν φτάσει σε πολύ μεγάλη (άπειρη) απόσταση.

Μονάδες 8

Επαναφέρουμε τα φορτία στις αρχικές τους θέσεις. Ακινητοποιούμε τα Σ_1 και Σ_3 στις θέσεις Α και Γ και τα κρατάμε σταθερά σε αυτές και εκτοξεύουμε το Σ_2 με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 20\sqrt{21}\ \mathrm{m/s}$ (σε διεύθυνση διαφορετική από την ευθεία στην οποία βρίσκονται τα τρία φορτία).

4.4. Ποια είναι η ταχύτητα με την οποία το Σ_2 φτάνει στο άπειρο;

Μονάδες 7

Δίνεται $k_c = 9 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2}$. Η επίδραση της βαρύτητας, οι τριβές και η αντίσταση του αέρα θεωρούνται αμελητέες.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των τριών φορτίων είναι

$$U = k_c \frac{q_1 q_2}{r} + k_c \frac{q_1 q_3}{2r} + k_c \frac{q_2 q_3}{r}$$

και τελικά

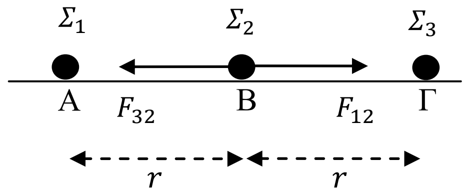
$$\boldsymbol{U = 75\ \mathrm{J}}\ \ (1)$$

Μονάδες 6

4.2. Το φορτίο Σ_2 δέχεται από τα φορτία Σ_1 και Σ_3 αντίθετες δυνάμεις μέτρου

$$F_{12} = F_{32} = k_c \frac{q^2}{r^2}$$

όπου $q_1 = q_2 = q_3 = q$ και $\mathrm{AB} = \mathrm{B\Gamma} = r$



Μονάδες 4

4.3. Το σύστημα των τριών σωματιδίων είναι μονωμένο. Από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow 0 = m_1 \upsilon_1 - m_3 \upsilon_3 \xRightarrow{m_1 = m_3 = m} \upsilon_1 = \upsilon_3 = \upsilon \text{ και τελικά } K_1 = K_3 = K\ \ (2)$$

Από την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για το σύστημα των τριών σωματιδίων έχουμε

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \xRightarrow{(1),(2)} 0 + U = 2K + 0 \Rightarrow \boldsymbol{K = \frac{75}{2}\ \mathrm{J}}$$

αλλά

$$K = \frac{1}{2} m \upsilon^2 \text{ και τελικά } \boldsymbol{\upsilon = 50\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}$$

Μονάδες 8

4.4. Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για το σύστημα των τριών σωματιδίων έχουμε

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow K_{3,\alpha\rho\chi} + U = K_{3,\tau\varepsilon\lambda} + U_{13} \overset{(1)}{\Rightarrow}$$

$$\frac{1}{2} m_2 \upsilon_0^2 + U = \frac{1}{2} m_2 \upsilon_{\tau\varepsilon\lambda}^2 + k_c \frac{q^2}{2r}$$

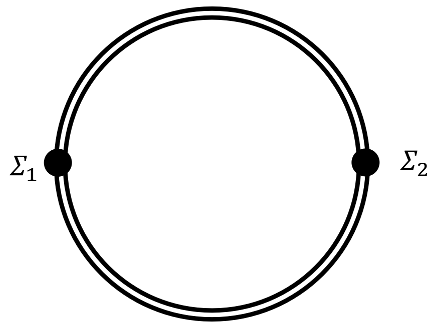
και τελικά

$$\boldsymbol{\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda} = 120\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Δύο σωματίδια με φορτία $q_1 = q_2 = 10^{-4}$ C και μάζες $m_1 = m_2 = m = 1$ g μπορούν να κινούνται στις ράγες μιας κυκλικής διαδρομής ακτίνας $r = 3$ m, χωρίς τριβές. Το σύστημα βρίσκεται πάνω σε οριζόντιο μονωτικό επίπεδο μεγάλων διαστάσεων. Την κάτοψη του συστήματος των δύο σωματιδίων με τις ράγες βλέπουμε στο διπλανό σχήμα. Τα σωματίδια βρίσκονται αρχικά ακίνητα σε δύο αντιδιαμετρικές θέσεις της κυκλικής διαδρομής, όπως φαίνεται στο σχήμα.



4.1. Να βρείτε τη δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σωματιδίων.

Μονάδες 6

4.2. Ο μηχανισμός ο οποίος κρατάει τα σωματίδια στην κυκλική διαδρομή απορρυθμίζεται (την ίδια χρονική στιγμή και για τα δύο) ενώ είναι ακίνητα και τα σωματίδια μπορούν να κινηθούν ελεύθερα. Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας με την οποία φτάνουν στο άπειρο.

Μονάδες 6

Επαναφέρουμε τα δύο σωματίδια στις αντιδιαμετρικές θέσεις της κυκλικής διαδρομής, ρυθμίζουμε το μηχανισμό που τα κρατά σε αυτή τη διαδρομή και τους δίνουμε ταχύτητες, κατά την διεύθυνση της διαμέτρου, με μέτρο $\upsilon_0 = 100\sqrt{\frac{5}{2}}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ και αντίθετες κατευθύνσεις.

4.3. Ποιο είναι το μέτρο της ταχύτητας με την οποία θα φτάσουν στο άπειρο;

Μονάδες 7

4.4. Να βρείτε το μέτρο της δύναμης που πρέπει να ασκείται από τις κυκλικές ράγες στα σωματίδια, ώστε αυτά να εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση με ταχύτητες μέτρου $\upsilon_0 = 100\sqrt{\frac{5}{2}}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

Μονάδες 6

Δίνεται $k_c = 9 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2}$. Οι τριβές και η αντίσταση του αέρα θεωρούνται αμελητέες.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτισμένων σωματιδίων είναι

$$U = k_c \frac{q_1 q_2}{2r}$$

και τελικά

$$\boldsymbol{U = 15\,\mathrm{J}} \ (1)$$

Μονάδες 6

4.2. Το σύστημα των δύο σωματιδίων είναι μονωμένο. Από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow 0 = m_1 \upsilon_1 - m_2 \upsilon_2 \xRightarrow{m_1 = m_2 = m} \upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon \text{ και τελικά } K_1 = K_2 = K \ (2)$$

Από την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για το σύστημα των δύο σωματιδίων έχουμε

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \xRightarrow{(1),(2)} 0 + U = 2K + 0 \Rightarrow \boldsymbol{K = \frac{15}{2}\,\mathrm{J}}$$

αλλά

$$K = \frac{1}{2} m \upsilon^2 \text{ και τελικά } \boldsymbol{\upsilon = 100\sqrt{\frac{3}{2}}\,\frac{m}{s}}$$

Μονάδες 6

4.3. Το σύστημα των δύο σωματιδίων είναι μονωμένο. Από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m_1 \upsilon_0 - m_2 \upsilon_0 = m_1 \upsilon_1 - m_2 \upsilon_2 \xRightarrow{m_1 = m_2 = m}$$

$$m_1 \upsilon_1 - m_2 \upsilon_2 = 0 \Rightarrow \upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon \text{ και τελικά } K_1 = K_2 = K \ (3)$$

Από την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για το σύστημα των δύο σωματιδίων έχουμε

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \xRightarrow{(1),(3)} 2\frac{1}{2} m \upsilon_0^2 + U = 2K + 0 \Rightarrow \boldsymbol{K = 20\,\mathrm{J}}$$

αλλά

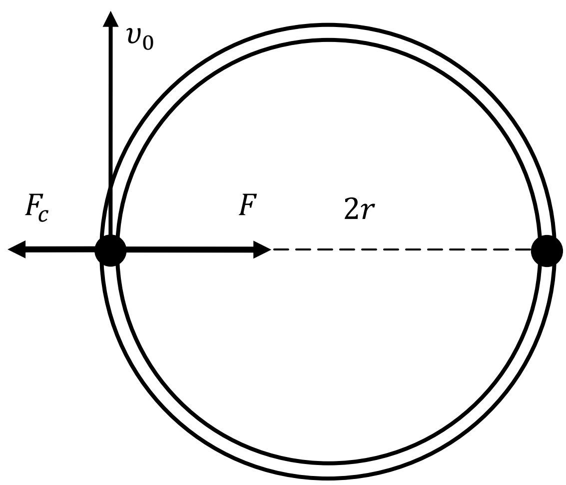
$$K = \frac{1}{2} m \upsilon^2 \text{ και τελικά } \boldsymbol{\upsilon = 200\,\frac{m}{s}}$$

Μονάδες 7

4.4. Για να εκτελεί το σωματίδιο ομαλή κυκλική κίνηση θα πρέπει οι δυνάμεις που ασκούνται πάνω του να είναι κάθετες στην ταχύτητά του και να ισχύει:

$$\Sigma F = F_{\kappa\varepsilon\nu\tau\rho o\mu o\lambda o\varsigma} \Rightarrow F - F_c = \frac{m \upsilon_0^2}{r} \Rightarrow$$

$$F = k_c \frac{q_1 q_2}{(2r)^2} + \frac{m \upsilon_0^2}{r}$$



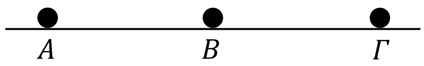
Όπου F_c η ηλεκτρική δύναμη μεταξύ των δύο φορτίων και F η δύναμη που ασκείται από τις κυκλικές ράγες.

Με αντικατάσταση έχουμε τελικά

$$\boldsymbol{F = \frac{65}{6}\,\mathrm{N}}$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4



Δύο σημειακά φορτισμένα σώματα με φορτία $q_1 = q_2 = 3 \cdot 10^{-4}\ C$ βρίσκονται στις θέσεις A και B, πάνω σε οριζόντιο μονωμένο επίπεδο μεγάλων διαστάσεων, για τις οποίες ισχύει $AB = 3\ \mathrm{m}$. Η μάζα του σώματος που βρίσκεται στο σημείο A είναι $m = 0{,}2\ \mathrm{kg}$.

4.1. Να βρείτε τη δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων.

Μονάδες 6

4.2. Να βρεθεί η τιμή του φορτίου q_3 τρίτου σημειακού φορτισμένου σώματος, το οποίο πρέπει να τοποθετηθεί στο σημείο Γ της ευθείας AB, για το οποίο ισχύει $B\Gamma = 3\ \mathrm{m}$, ώστε η ολική δυναμική ενέργεια του συστήματος των τριών σωμάτων να είναι μηδενική.

Μονάδες 6

4.3. Να εξετάσετε αν σε κάποιο από τα φορτία q_1, q_2 και q_3 η συνισταμένη δύναμη από τα άλλα είναι μηδέν στις θέσεις A, B και Γ αντίστοιχα.

Μονάδες 6

Ακινητοποιούμε τα φορτία q_2 και q_3 στις θέσεις B και Γ και αφήνουμε το q_1 ελεύθερο να κινηθεί.

4.4. Αφού αιτιολογήσετε γιατί το φορτίο q_1 μπορεί να φτάσει στο άπειρο (δηλαδή σε πολύ μεγάλη απόσταση από τα άλλα δύο φορτία), να βρείτε την ταχύτητά του όταν φτάνει στο άπειρο.

Μονάδες 7

Δίνεται $k_c = 9 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2}$. Η επίδραση της βαρύτητας, οι τριβές και η αντίσταση του αέρα θεωρούνται αμελητέα.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων είναι

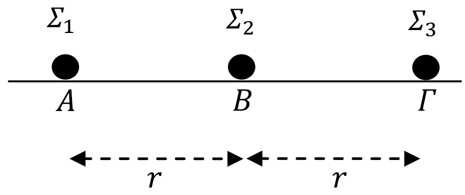
$$U = k_c \frac{q_1 q_2}{r}$$

και τελικά

$$\boldsymbol{U = 270\ \mathrm{J}} \ (1)$$

Μονάδες 6

4.2. Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των τριών φορτίων είναι



$$U' = k_c \frac{q_1 q_2}{r} + k_c \frac{q_1 q_3}{2r} + k_c \frac{q_2 q_3}{r} \ (2)$$

όπου $q_1 = q_2 = q$ και $AB = B\Gamma = r$

Από σχέση (2) έχουμε

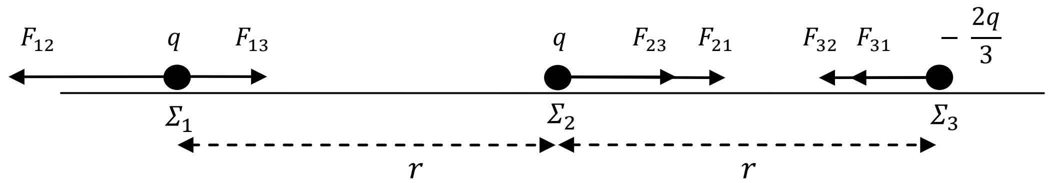
$$0 = k_c \frac{q^2}{r} + k_c \frac{q q_3}{2r} + k_c \frac{q q_3}{r} \ (3)$$

και τελικά

$$q_3 = -\frac{2q}{3} \ \text{ή} \ \boldsymbol{q_3 = -2 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{C}}$$

Μονάδες 6

4.3.



Στο σχήμα έχουν σημειωθεί οι δυνάμεις που δέχεται κάθε φορτίο από τα άλλα δύο φορτία.

Φορτίο Σ_1: $\Sigma F_1 = F_{12} - F_{13} \Rightarrow \Sigma F_1 = k_c \frac{q^2}{r^2} - k_c \frac{\frac{2}{3}q^2}{(2r)^2} \Rightarrow \Sigma F_1 = k_c \frac{q^2}{r^2} - k_c \frac{q^2}{6r^2} \Rightarrow \Sigma F_1 \neq 0$

Φορτίο Σ_2: $\Sigma F_2 = F_{21} + F_{23} \Rightarrow \Sigma F_2 \neq 0$

Φορτίο Σ_3: $\Sigma F_3 = F_{31} + F_{32} \Rightarrow \Sigma F_3 \neq 0$

Τελικά σε κανένα φορτίο η συνισταμένη δύναμη είναι μηδέν.

Μονάδες 6

4.4. Το φορτίο Σ_1 δέχεται συνολική δύναμη διάφορη του μηδενός με φορά προς τα αριστερά (από το προηγούμενο ερώτημα $F_{12} = 6F_{13}$).

Από την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για το σύστημα των τριών σωματιδίων έχουμε:

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \overset{(2)}{\Longrightarrow} 0 + U' = K + U_{23} \overset{(3)}{\Longrightarrow}$$

$$K = -U_{23} \Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 = -k_c \frac{q_2 q_3}{r}$$

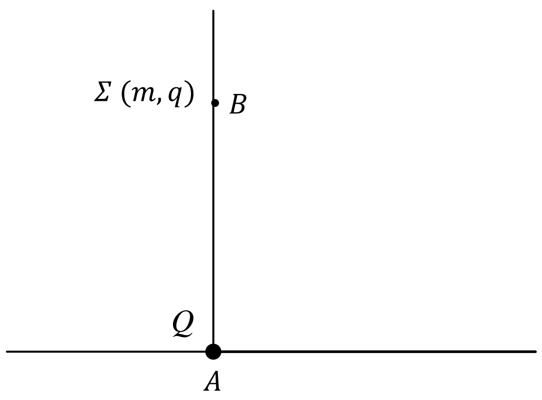
και τελικά

$$\boldsymbol{\upsilon = 30\sqrt{2}\ \frac{m}{s}}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Σημειακό ηλεκτρικό φορτίο $Q = 4\ \mu\mathrm{C}$ βρίσκεται σταθερά στερεωμένο στο σημείο A οριζόντιου μονωτικού δαπέδου. Σε σημείο B που βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφο με το φορτίο Q και σε απόσταση $r = AB = 20\ \mathrm{cm}$ από αυτό, αφήνουμε ελεύθερο ένα σημειακό φορτισμένο σώμα Σ, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σώμα Σ έχει μάζα $m = 20\ \mathrm{g}$ και ηλεκτρικό φορτίο $q = 2\ \mu\mathrm{C}$. Να θεωρήσετε μηδενική την αντίσταση του αέρα.



4.1. Να υπολογίσετε την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος: σημειακό ηλεκτρικό φορτίο Q - σημειακό φορτισμένο σώμα Σ, όταν το Σ βρίσκεται στο σημείο B.

Μονάδες 5

4.2. Να βρείτε τη κατεύθυνση προς την οποία θα κινηθεί το σώμα Σ, όταν το αφήσουμε ελεύθερο στο σημείο B.

Μονάδες 6

Το σώμα Σ μετακινείται «αυθόρμητα» λόγω της αλληλεπίδρασής του με το φορτίο Q. Για μετακίνηση του σώματος Σ κατά $r' = 10\ \mathrm{cm}$, από το σημείο B όπου το αφήσαμε ελεύθερο, να υπολογίσετε:

4.3. Τη μεταβολή της ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας του συστήματος: σημειακό ηλεκτρικό φορτίο Q - σημειακό φορτισμένο σώμα Σ.

Μονάδες 7

4.4. Την ταχύτητα που θα έχει το φορτισμένο σώμα Σ στο τέλος της μετακίνησης αυτής.

Μονάδες 7

Δίνονται: η ηλεκτρική σταθερά $k_c = 9 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2}$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων είναι

$$U = k_c \frac{qQ}{r}$$

και τελικά

$$\boldsymbol{U = 36 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{J}}\ (1)$$

Μονάδες 5

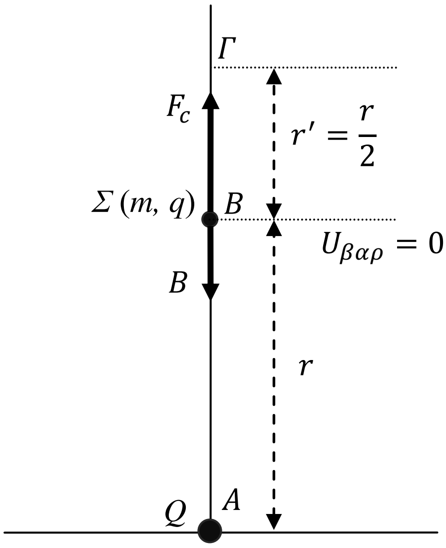
4.2. Στο φορτίο q ασκούνται δύο δυνάμεις, το βάρος B και η ηλεκτρική δύναμη F_c.

Έχουμε

$$\left.\begin{aligned} B &= mg \\ F_c &= k_c \frac{qQ}{r^2} \end{aligned}\right\} \quad \left.\begin{aligned} B &= 0{,}2\ \mathrm{N} \\ F_c &= 1{,}8\ \mathrm{N} \end{aligned}\right\} \text{ και τελικά } F_c > B$$

Επομένως το φορτίο θα κινηθεί κατακόρυφα προς τα πάνω εκτελώντας επιταχυνόμενη κίνηση.

Μονάδες 6



4.3. Η μεταβολή της ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας κατά τη μετακίνηση του φορτίου q από το σημείο B στο σημείο Γ είναι

$$\Delta U_{\eta\lambda} = U_{\eta\lambda,\tau\varepsilon\lambda} - U_{\eta\lambda,\alpha\rho\chi} \Rightarrow \Delta U = k_c \frac{qQ}{r + r'} - k_c \frac{qQ}{r}$$

και τελικά

$$\boldsymbol{\Delta U_{\eta\lambda} = -12 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{J}}\ (2)$$

Μονάδες 7

4.4. Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας για το σύστημα των δύο σωματιδίων κατά τη μετακίνηση του φορτίου q από το σημείο B στο σημείο Γ έχουμε

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\beta\alpha\rho,\alpha\rho\chi} + U_{\eta\lambda,\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\beta\alpha\rho,\tau\varepsilon\lambda} + U_{\eta\lambda,\tau\varepsilon\lambda}\quad (3)$$

όπου με $U_{\beta\alpha\rho,\alpha\rho\chi}$ και $U_{\beta\alpha\rho,\tau\varepsilon\lambda}$ η αρχική και τελική βαρυτική δυναμική ενέργεια αντίστοιχα.

Με τη βοήθεια του σχήματος από τη σχέση (3) έχουμε

$$0 + 0 + U_{\eta\lambda,\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\beta\alpha\rho,\tau\varepsilon\lambda} + U_{\eta\lambda,\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow$$

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} = U_{\eta\lambda,\alpha\rho\chi} - U_{\eta\lambda,\tau\varepsilon\lambda} - U_{\beta\alpha\rho,\tau\varepsilon\lambda} \overset{(2)}{\Longrightarrow} K_{\tau\varepsilon\lambda} = -\Delta U_{\eta\lambda} - mgr'$$

και τελικά

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} = 0{,}1\ \mathrm{J}$$

αλλά

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2} m\upsilon^2 \text{ και τελικά } \boldsymbol{\upsilon = \sqrt{10}\ \frac{m}{s}}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Σημειακό φορτισμένο σωματίδιο, που έχει μάζα $m = 1\,g$ και φορτίο $q = +1\,\mu C$, εκτοξεύεται, τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, με οριζόντια ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$, μέτρου $\upsilon_0 = 10^{-2}\,\frac{m}{s}$, παράλληλα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς ηλεκτροστατικού πεδίου έντασης μέτρου $E = 10\,\frac{N}{C}$. Οι δυναμικές γραμμές του πεδίου είναι οριζόντιες, με φορά αντίθετη από τη φορά της ταχύτητας $\vec{\upsilon}_0$.

4.1. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση της κίνησης του σημειακού φορτισμένου σωματιδίου.

Μονάδες 6

4.2. Πόση είναι η ταχύτητα του σημειακού φορτισμένου σωματιδίου τη χρονική στιγμή $t_1 = 1\,s$;

Μονάδες 6

4.3. Πόσο είναι το έργο της ηλεκτρικής δύναμης, που ασκείται στο σημειακό φορτισμένο σωματίδιο, από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 1\,s$;

Μονάδες 6

4.4. Πόση είναι η διαφορά δυναμικού των θέσεων του σημειακού φορτισμένου σωματιδίου τις χρονικές στιγμές $t_0 = 0$ και $t_1 = 1\,s$;

Μονάδες 7

Να θεωρήσετε ότι στο φορτισμένο σωματίδιο ασκείται μόνο η ηλεκτρική δύναμη από το ομογενές ηλεκτροστατικό πεδίο.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Ισχύουν:

$$|F_{\eta\lambda}| = |E| \cdot q = 10^{-5}\, N.$$

$$|F_{\eta\lambda}| = m \cdot |\alpha|\,,\ |\alpha| = \frac{|F_{\eta\lambda}|}{m}\,,\ |\alpha| = 10^{-2}\,\frac{m}{s^2}$$

Το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία κινείται το σημειακό φορτισμένο σωματίδιο είναι $|\alpha| = 10^{-2}\,\frac{m}{s^2}$. Η κατεύθυνση της επιτάχυνσης $\vec{\alpha}$ είναι ίδια με την κατεύθυνση της ηλεκτρικής δύναμης $\vec{F}_{\eta\lambda}$, αφού αυτή είναι η μοναδική δύναμη που ασκείται στο σημειακό φορτισμένο σωματίδιο (θεμελιώδης νόμος της μηχανικής του Newton). Η κατεύθυνση της ηλεκτρικής δύναμης $\vec{F}_{\eta\lambda}$ είναι ίδια με την κατεύθυνση της έντασης $\vec{E}$ του ομογενούς ηλεκτροστατικού πεδίου, επειδή το φορτίο q του σωματιδίου είναι θετικό. Η ένταση $\vec{E}$ του ομογενούς ηλεκτροστατικού πεδίου είναι οριζόντια, με φορά αντίθετη της φοράς της ταχύτητας $\vec{\upsilon}_0$, αφού εφάπτεται στις δυναμικές γραμμές και έχει την ίδια φορά με αυτές. Έτσι, η κατεύθυνση της επιτάχυνσης $\vec{\alpha}$ είναι οριζόντια, με φορά αντίθετη της φοράς της ταχύτητας $\vec{\upsilon}_0$.

Μονάδες 6

4.2. Ισχύει: $\upsilon_1 = \upsilon_0 + \alpha \cdot t_1 = \upsilon_0 - |\alpha| \cdot t_1 = 0$

Μονάδες 6

4.3. Ισχύει: $\Delta K = W_{\vec{F}_{\eta\lambda}}$, $W_{\vec{F}_{\eta\lambda}} = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi}$, $W_{\vec{F}_{\eta\lambda}} = -\frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_0^2 = -5 \cdot 10^{-8}\, J.$

Μονάδες 6

4.4. Ισχύει: $x_1 = \upsilon_0 \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t_1^2 = \left(10^{-2} - \frac{1}{2} \cdot 10^{-2}\right) m = 5 \cdot 10^{-3}\, m$ και

$$E = \frac{V_1 - V_0}{x_1}\,,\ V_0 - V_1 = -E \cdot x_1 = -5 \cdot 10^{-2}\, V$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Δορυφόρος μάζας $\mathrm{M} = 300\,\mathrm{kg}$ μπορεί να περιστρέφεται σε μέγιστο ύψος $\mathrm{h_1} = 2\mathrm{R_Γ}$ και ελάχιστο ύψος $\mathrm{h_2} = \mathrm{R_Γ}$ πάνω από την επιφάνεια της Γης.

4.1. Ποια η ταχύτητα του δορυφόρου σε ύψος $\mathrm{h_1}$ από την επιφάνεια της Γης;

Μονάδες 6

4.2. Ποιο το έργο της βαρυτικής δύναμης του πεδίου κατά την αλλαγή της τροχιάς του δορυφόρου, από ύψος $\mathrm{h_1}$σε ύψος $\mathrm{h_2}$ από την επιφάνεια της Γης;

Μονάδες 6

4.3. Αν ο δορυφόρος συνέχιζε να περιστρέφεται στο ύψος $\mathrm{h_1}$, να υπολογίσετε την ελάχιστη ενέργεια που πρέπει να προσφερθεί σε τμήμα του δορυφόρου μάζας $\mathrm{m_2} = 100\mathrm{kg}$, ώστε μόλις να φτάσει στο άπειρο.

Μονάδες 6

4.4. Αν το υπόλοιπο τμήμα του δορυφόρου εξακολουθεί να κινείται σε κυκλική τροχιά στο ύψος $\mathrm{h_1}$, με τις δικές του μηχανές, ποια η ολική μηχανική ενέργεια του δορυφόρου μετά την αποχώρηση της μάζας $\mathrm{m_2}$;

Μονάδες 7

Θεωρείστε αμελητέα την ελκτική δύναμη μεταξύ δορυφόρου και της μάζας $\mathrm{m_2}$. Δίνονται: η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $\mathrm{g_0} = 10\mathrm{m/s^2}$, η ακτίνα της Γης $\mathrm{R_Γ} = 6400\mathrm{km}$, $\sqrt{21{,}33} = 4{,}62$.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Κατά την περιστροφή του δορυφόρου γύρω από τη Γη, η δύναμη παγκόσμιας έλξης αποτελεί την κεντρομόλο δύναμη:

$F_N = F_k$, δηλαδή:

$$\frac{G\,M_\Gamma M}{(R_\Gamma+h_1)^2} = \frac{M u_1^2}{R_\Gamma+h_1} \leftrightarrow u_1^2 = \frac{G\,M_\Gamma}{R_\Gamma+h_1} = \frac{g_0 R_\Gamma^2}{3R_\Gamma} = \frac{g_0\,.\,R_\Gamma}{3}\ (1)$$

Άρα η ταχύτητα του δορυφόρου είναι: $u_1 = \sqrt{\frac{g_0\,.\,R_\Gamma}{3}} = 4{,}62\cdot 10^3\ \mathrm{m/s}$.

Μονάδες 6

4.2. Το έργο της βαρυτικής δύναμης του πεδίου είναι:

$$W_w = M\cdot(V_{\alpha\rho\chi} - V_{\tau\varepsilon\lambda}) =$$

$$= M\cdot\left(-G\cdot\frac{M_\Gamma}{3R_\Gamma} + G\cdot\frac{M_\Gamma}{2R_\Gamma}\right) =$$

$$= M\cdot\left(+G\cdot\frac{M_\Gamma}{6R_\Gamma}\right) = M\cdot\frac{g_0\,.\,R_\Gamma}{6}$$ Επομένως: $W_w = 3{,}2\cdot 10^9\ \mathrm{J}$

Μονάδες 6

4.3. Θα χρησιμοποιήσουμε αρχή διατήρηση της ενέργειας για το σύστημα Γη – μάζας m_2 :

$E_{\alpha\rho\chi} + E = E_{\tau\varepsilon\lambda}$, δηλαδή: $-G\cdot\frac{M_\Gamma m_2}{R_\Gamma+h_1} + \frac{1}{2}\cdot m_2\cdot u_1^2 + E = 0$

Με τη βοήθεια της σχέσης (1) έχουμε:

$$E = \frac{g_0\cdot R_\Gamma^2\cdot m_2}{3R_\Gamma} - \frac{g_0\cdot R_\Gamma\cdot m_2}{6} = \frac{g_0\cdot R_\Gamma\cdot m_2}{6} = 1{,}06\cdot 10^9\ \mathrm{J}$$

Μονάδες 6

4.4. Στο ύψος h_1 το υπόλοιπο μέρος του δορυφόρου έχει μάζα: $m_1 = M - m_2 = 200kg$, και συνεχίζει να περιστρέφεται γύρω από τη Γη. Η συνολική μηχανική του ενέργεια είναι:

$E_{o\lambda} = K + U = \frac{1}{2}\cdot m_1\cdot u_1^2 - G\cdot\frac{M_\Gamma m_1}{R_\Gamma+h_1}$, όπου: $u_1^2 = \frac{G\,M_\Gamma}{R_\Gamma+h_1}$

Οπότε: $E_{o\lambda} = \frac{1}{2}\cdot m_1\cdot\frac{G\,M_\Gamma}{R_\Gamma+h_1} - G\cdot\frac{M_\Gamma m_1}{R_\Gamma+h_1} =$

$$-\frac{1}{2}\cdot G\cdot \frac{M_{\Gamma}m_1}{R_{\Gamma}+h_1} = -\frac{g_0\cdot R_{\Gamma}^2\cdot m_1}{6R_{\Gamma}} = -\frac{g_0\cdot R_{\Gamma}\cdot m_1}{6}$$

Τελικά: $E_{ολ} = -1{,}06 \bullet 10^9\ J$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Ηλεκτρόνιο επιταχύνεται από την ηρεμία, από σταθερή τάση V και αποκτά κινητική ενέργεια $K = 45{,}5\ \mathrm{eV}$.

4.1. Να υπολογίσετε τη σταθερή τάση V.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας που αποκτά το ηλεκτρόνιο.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε το μέτρο της έντασης του ηλεκτροστατικού πεδίου που επιταχύνει το ηλεκτρόνιο, αν αυτό θεωρηθεί ομογενές και η μετατόπιση του ηλεκτρονίου, κατά την επιτάχυνσή του, έχει μέτρο $\Delta x = 10\ \mathrm{cm}$.

Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε το μέσο ρυθμό αύξησης της κινητικής ενέργειας του ηλεκτρονίου, κατά την επιτάχυνσή του.

Μονάδες 7

Να θεωρήσετε ότι στο ηλεκτρόνιο ασκείται μόνο η ηλεκτρική δύναμη που το επιταχύνει. Δίνονται η μάζα του ηλεκτρονίου $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \mathrm{kg}$ και η απόλυτη τιμή του φορτίου του $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C$.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Ισχύει $\Delta K_{AB} = W_{\vec{F}_{\eta\lambda}}$, $K_B - K_A = - e \cdot V_{AB}$,$V_{AB} = - 45{,}5\, V$, $V = 45{,}5\, V$.

Μονάδες 6

4.2. Ισχύει $K = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot \upsilon^2$, $\upsilon = \sqrt{\frac{2 \cdot K}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 45{,}5 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}} \frac{m}{s} = 4 \cdot 10^6 \frac{m}{s}$.

Μονάδες 6

4.3. Ισχύει $E = \frac{V}{\Delta x} = 455 \frac{N}{C}$.

Μονάδες 6

4.4. Η ηλεκτρική δύναμη που ασκείται στο ηλεκτρόνιο έχει μέτρο $F_{\eta\lambda} = E \cdot e$. Η επιτάχυνση με την οποία επιταχύνεται το ηλεκτρόνιο έχει μέτρο $\alpha = \frac{F_{\eta\lambda}}{m_e} = \frac{E \cdot e}{m_e}$. Το ηλεκτρόνιο επιταχύνεται για χρονικό διάστημα $\upsilon = \alpha \cdot \Delta t$, $\Delta t = \frac{\upsilon}{\alpha} = \frac{\upsilon \cdot m_e}{E \cdot e}$. Έτσι, ο μέσος ρυθμός αύξησης της κινητικής ενέργειας του ηλεκτρονίου, κατά την επιτάχυνσή του είναι $\frac{\Delta K}{\Delta t} = \frac{K}{\Delta t} = \frac{K \cdot E \cdot e}{\upsilon \cdot m_e} = 1{,}456 \cdot 10^{-10} \frac{J}{s}$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2

2.1. Σώμα Σ_1, μάζας m_1, κινείται πάνω σε οριζόντιο, ακλόνητο, λείο δάπεδο και συγκρούεται μετωπικά με άλλο ακίνητο σώμα Σ_2 μάζας m_2. Η κρούση είναι πλαστική, ασήμαντης χρονικής διάρκειας και το συσσωμάτωμα που δημιουργείται έχει κινητική ενέργεια ίση με το 20% της κινητικής ενέργειας που είχε το σώμα Σ_1 ακριβώς πριν την κρούση. Για τις μάζες των δύο σωμάτων ισχύει η σχέση:

(α) $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{4}$ **(β)** $\frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{4}$ **(γ)** $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{5}$

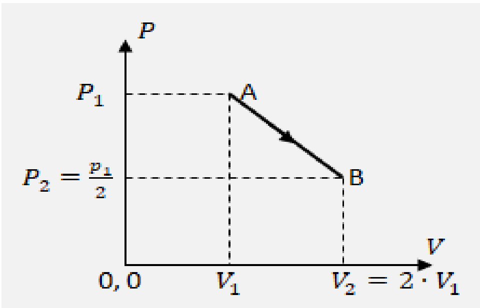
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού μονοατομικού αερίου, βρίσκεται αρχικά σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας με όγκο V_1 και πίεση P_1 (κατάσταση Α). Με μια αντιστρεπτή εκτόνωση το αέριο μεταβαίνει σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας με όγκο $V_2 = 2 \cdot V_1$ και πίεση $P_2 = \frac{P_1}{2}$ (κατάσταση Β).



Στο διάγραμμα πίεσης-όγκου αποδίδονται οι καταστάσεις ισορροπίας Α και Β του αερίου και η αντιστρεπτή μεταβολή (ΑΒ). Κατά τη διάρκεια της αντιστρεπτής μεταβολής (ΑΒ), το αέριο απορροφά θερμότητα Q από το περιβάλλον, η οποία είναι ίση με:

(α) $Q = P_1 \cdot V_1$, **(β)** $Q = \frac{1}{2} \cdot P_1 \cdot V_1$, **(γ)** $Q = \frac{3}{4} \cdot P_1 \cdot V_1$

2.2.Α. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

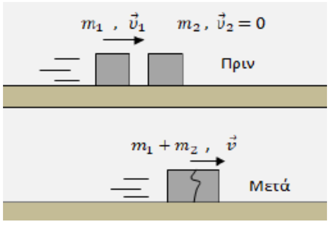
2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής για το σύστημα των δύο σωμάτων κατά την μετωπική πλαστική κρούση τους:



$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\alpha}, \qquad m_1 \cdot v_1 = (m_1 + m_2) \cdot v, \qquad v = \frac{m_1}{m_1+m_2} \cdot v_1 \qquad (1)$$

Δίνεται από την εκφώνηση, ότι ισχύει η σχέση:

$$K_{\mu\varepsilon\tau\alpha} = \frac{20}{100} \cdot K_{\pi\rho\iota\nu}, \qquad \frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2) \cdot v^2 = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2, \qquad (2)$$

Με τη βοήθεια των σχέσεων (1) και (2), προκύπτει:

$$\frac{m_1^2 \cdot v_1^2}{m_1+m_2} = \frac{1}{5} \cdot m_1 \cdot v_1^2, \qquad m_1 + m_2 = 5 \cdot m_1, \qquad m_2 = 4 \cdot m_1$$

Έτσι τελικά $\quad \frac{m_1}{m_2} = \frac{m_1}{4 \cdot m_1} = \frac{1}{4}$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

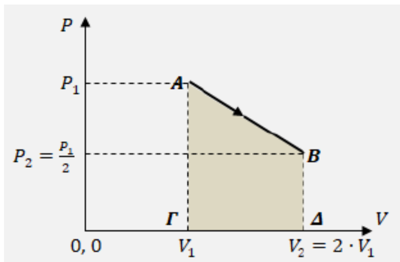
Εφαρμόζουμε τον πρώτο νόμο της θερμοδυναμικής, για την αντιστρεπτή εκτόνωση (ΑΒ), του αερίου:

$$Q = \Delta U + W$$

Για την μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του ιδανικού μονοατομικού αερίου, ισχύει:

$$\Delta U = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \cdot (n \cdot R \cdot T_2 - n \cdot R \cdot T_1) = \frac{3}{2} \cdot (P_2 \cdot V_2 - P_1 \cdot V_1) = 0$$

Υπολογίζουμε το έργο του αερίου κατά την αντιστρεπτή εκτόνωση, ως εμβαδό του σχήματος (ΑΒΔΓ) (τραπεζίου), το οποίο δημιουργείται από τη γραφική παράσταση της μεταβολής σε άξονες πίεσης – όγκου και τον άξονα όγκων:



$$W = \frac{[(A\Gamma) + (B\Delta)] \cdot (\Gamma\Delta)}{2} = \frac{(P_1 + \frac{P_1}{2}) \cdot (2 \cdot V_1 - V_1)}{2} = \frac{3}{4} \cdot P_1 \cdot V_1$$

Οπότε τελικά προκύπτει:

$$Q = \frac{3}{4} \cdot P_1 \cdot V_1$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Μία θερμική μηχανή Carnot έχει συντελεστή απόδοσης $e_C = 0{,}5$ και η θερμή δεξαμενή της έχει θερμοκρασία $600\,K$. Εάν γνωρίζετε ότι το ποσό θερμότητας που απορροφά η μηχανή από τη θερμή δεξαμενή ανά κύκλο λειτουργίας της είναι $1500\,J$.

2.1.Α. να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

$\boldsymbol{T_C\ (K)}$	$\boldsymbol{W(J)}$	$\boldsymbol{\lvert Q_c\rvert(J)}$	$\boldsymbol{Q_h\ (J)}$
			1500

Μονάδες 6

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε τις επιλογές σας στην συμπλήρωση του πίνακα.

Μονάδες 6

2.2. Ηλεκτρόνιο εισέρχεται τη χρονική στιγμή $t = 0$ σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης $\vec{E}$, με αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$ ίδιας κατεύθυνσης με αυτήν των δυναμικών γραμμών. Θεωρήστε αμελητέες τις βαρυτικές αλληλεπιδράσεις.

Δίνονται: m η μάζα του ηλεκτρονίου και e το στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο.

Η ταχύτητα του ηλεκτρονίου θα μηδενιστεί στιγμιαία τη χρονική στιγμή t, που είναι ίση με:

(α) $\frac{m\cdot\upsilon_0}{E\cdot e}$, **(β)** $\frac{m\cdot\upsilon_0}{2\cdot E\cdot e}$, **(γ)** $\frac{2\cdot m\cdot\upsilon_0}{E\cdot e}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α.

T_C (K)	W(J)	$\lvert Q_c \rvert$(J)	Q_h (J)
300	**750**	**750**	**1500**

Μονάδες 6

2.1.Β.

Ο συντελεστής απόδοσης οποιασδήποτε μηχανής είναι ο λόγος του ωφέλιμου έργου που μας δίνει η μηχανή προς την ενέργεια που δαπανούμε για να λειτουργήσει. Οπότε:

$$e_C = \frac{W}{Q_h} \text{ ή } W = e_C \cdot Q_h = 0{,}5 \cdot 1500 \text{ J} = 750 \text{ J}$$

Σε ένα κύκλο λειτουργίας της μηχανής το έργο που παράγει το αέριο ισούται με το καθαρό ποσό θερμότητας που απορροφά δηλαδή:

$$W = Q_h - |Q_C| \text{ ή } |Q_C| = Q_h - W = 750 \text{ J}$$

Ο συντελεστής απόδοσης της μηχανής Carnot είναι:

$$e_C = 1 - \frac{T_C}{T_h} \text{ ή } \frac{T_C}{T_h} = 1 - e_C = 0{,}5 \text{ ή } T_C = 0{,}5 \cdot T_h = 300 \text{ K},$$

Όπου T_C η θερμοκρασία της ψυχρής δεξαμενής της μηχανής.

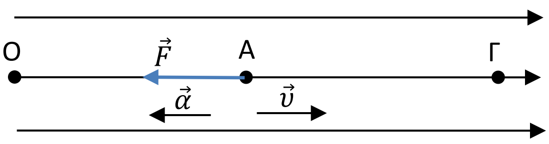
Μονάδες 6

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(α).**

Μονάδες 4

Έστω Ο το σημείο εισόδου του ηλεκτρονίου στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, Α ένα τυχαίο σημείο της τροχιάς του πριν μηδενιστεί στιγμιαία η ταχύτητα του και Γ το σημείο μηδενισμού της ταχύτητας. Το ηλεκτρόνιο δέχεται σταθερή δύναμη $\vec{F}$ από το ηλεκτρικό πεδίο με την κατεύθυνση του σχήματος και μέτρο:



$$F = E \cdot e \text{ (1)}$$

Εφαρμόζοντας τον 2ο νόμο του Newton και με τη βοήθεια της (1) υπολογίζουμε το μέτρο της επιτάχυνσης του ηλεκτρονίου:

$$F = m \cdot \alpha \text{ ή } E \cdot e = m \cdot \alpha \text{ ή } \alpha = \frac{E \cdot e}{m} \text{ (2)}$$

Η επιτάχυνση είναι αντίρροπη της ταχύτητας, άρα το ηλεκτρόνιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Από την εξίσωση της ταχύτητας για την κίνηση και με αντικατάσταση της (2) προκύπτει το ζητούμενο:

$$\upsilon_\Gamma = \upsilon_O - \alpha \cdot \Delta t \text{ ή } 0 = \upsilon_0 - \frac{E \cdot e}{m} \cdot (t - 0) \text{ ή } t = \frac{m \cdot \upsilon_0}{E \cdot e}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Μία θερμική μηχανή Carnot έχει συντελεστή απόδοσης $e_C = 0{,}5$. Το καθαρό ποσό θερμότητας που απορροφά το ιδανικό αέριο της μηχανής ανά κύκλο λειτουργίας της είναι $1200\ \mathrm{J}$. Η θερμότητα που απορροφά το ιδανικό αέριο από τη δεξαμενή υψηλής θερμοκρασίας, ανά κύκλο λειτουργίας της μηχανής είναι ίσο με:

(α) $1200\ \mathrm{J}$, **(β)** $2400\ \mathrm{J}$, **(γ)** $2000\ \mathrm{J}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ηλεκτρόνιο εισέρχεται τη χρονική στιγμή $t = 0$ σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης $\vec{E}$, με αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$ ίδιας κατεύθυνσης με αυτήν των δυναμικών γραμμών. Θεωρήστε αμελητέες τις βαρυτικές αλληλεπιδράσεις.

Δίνονται: m η μάζα του ηλεκτρονίου και e το στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο.

Το ηλεκτρόνιο επανέρχεται στο σημείο εκτόξευσης τη χρονική στιγμή t, που είναι ίση με:

(α) $\frac{m \cdot \upsilon_0}{E \cdot e}$, **(β)** $\frac{m \cdot \upsilon_0}{2 \cdot E \cdot e}$, **(γ)** $\frac{2 \cdot m \cdot \upsilon_0}{E \cdot e}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η **(β).**

Μονάδες 4

Σε ένα κύκλο λειτουργίας της μηχανής το έργο που παράγει το αέριο ισούται με το καθαρό ποσό θερμότητας που απορροφά δηλαδή:

$$W = Q_h - |Q_C| = 1200\ \mathrm{J}$$

Ο συντελεστής απόδοσης οποιασδήποτε μηχανής είναι ο λόγος του ωφέλιμου έργου που μας δίνει η μηχανή προς την ενέργεια που δαπανούμε για να λειτουργήσει. Οπότε:

$$e_C = \frac{W}{Q_h} \text{ ή } Q_h = \frac{W}{e_C} = \frac{1200\ J}{0{,}5} = 2400\ \mathrm{J}$$

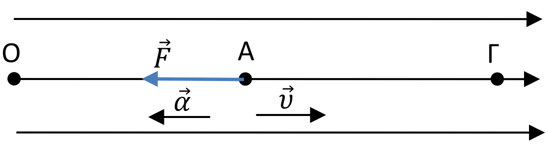
Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(γ).**

Μονάδες 4

2.2.Β. Έστω Ο το σημείο εισόδου του ηλεκτρονίου στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, Α ένα τυχαίο σημείο της τροχιάς του πριν μηδενιστεί στιγμιαία η ταχύτητα του και Γ το σημείο μηδενισμού της ταχύτητας. Το ηλεκτρόνιο δέχεται σταθερή δύναμη $\vec{F}$ από το ηλεκτρικό πεδίο με την κατεύθυνση του σχήματος και μέτρο:



$$F = E \cdot e \text{ (1)}$$

Εφαρμόζοντας τον 2^{ο} νόμο του Newton και με τη βοήθεια της (1) υπολογίζουμε το μέτρο της επιτάχυνσης του ηλεκτρονίου:

$$F = m \cdot \alpha \text{ ή } E \cdot e = m \cdot \alpha \text{ ή } \alpha = \frac{E \cdot e}{m} \text{ (2)}$$

Η επιτάχυνση είναι αντίρροπη της ταχύτητας, άρα το ηλεκτρόνιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση μέχρι το σημείο Γ. Στην συνέχεια η ταχύτητα αλλάζει κατεύθυνση, το ηλεκτρόνιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση και την χρονική στιγμή t διέρχεται και πάλι από το σημείο Ο. Από την εξίσωση της μετατόπισης για την κίνηση, με αντικατάσταση της (2) και θέτοντας μηδενική μετατόπιση ($\Delta x = 0$) προκύπτει :

$$\Delta x = \upsilon_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2 \text{ ή } 0 = \upsilon_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot \frac{E \cdot e}{m} \cdot t^2 \text{ ή } 0 = t \cdot \left(\upsilon_0 - \frac{1}{2} \cdot \frac{E \cdot e}{m} \cdot t\right) \text{ (3)}$$

Άρα σύμφωνα με την (3) $t = 0$ (Περιγράφει τη στιγμή εισόδου στο ηλεκτρικό πεδίο) ή $t = \frac{2 \cdot m \cdot \upsilon_0}{E \cdot e}$ (Περιγράφει την ζητούμενη χρονική στιγμή).

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ποσότητα ιδανικού αερίου βρίσκεται σε θερμοκρασία $25°C$. Εάν η θερμοκρασία του αερίου γίνει $50°C$, τότε η εσωτερική του ενέργεια:

(α) θα παραμείνει σταθερή , **(β)** θα διπλασιαστεί , **(γ)** τίποτα από τα δύο.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο παγοδρόμοι, με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα (με $m_1 \neq m_2$), στέκονται ακίνητοι ο ένας απέναντι στον άλλο, πάνω σε ένα οριζόντιο παγοδρόμιο. Κάποια στιγμή ο πρώτος σπρώχνει το δεύτερο με αποτέλεσμα να κινηθούν απομακρυνόμενοι με ταχύτητες σταθερού μέτρου. Κάποια επόμενη χρονική στιγμή οι αποστάσεις που έχουν διανύσει είναι x_1 και x_2 αντίστοιχα. Αν αγνοήσουμε όλων των ειδών τις τριβές τότε ισχύει:

(α) $\frac{x_1}{x_2} = \frac{m_1}{m_2}$, **(β)** $\frac{x_1}{x_2} = \frac{m_2}{m_1}$, **(γ)** $\frac{x_1}{x_2} = 1$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η **(γ).**

Μονάδες 4

2.1.Β. Η εσωτερική ενέργεια ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου είναι ανάλογη με την απόλυτη θερμοκρασία του και υπολογίζεται από τη σχέση:

$$U = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T$$

Αρχικά η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου και η αντίστοιχη εσωτερική ενέργεια είναι:

$$T_1 = (273 + 25)\,K = 298\,K \text{ και } U_1 = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T_1$$

Τελικά η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου και η αντίστοιχη εσωτερική ενέργεια γίνεται:

$$T_1 = (273 + 50)\,K = 323\,K \text{ και } U_2 = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T_2$$

Οπότε για την σχέση των εσωτερικών ενεργειών θα ισχύει:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{323}{288} \cong 1{,}08 \text{ Άρα, } U_2 \cong 1{,}08 \cdot U_1$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(β).**

Μονάδες 4

2.2.Β.

Το σύστημα των δύο παγοδρόμων δεν δέχεται εξωτερικές δυνάμεις στον οριζόντιο άξονα της κίνησης ενώ στον κατακόρυφο άξονα τα βάρη και οι κάθετες δυνάμεις επαφής από το παγοδρόμιο είναι αντίθετες, οπότε είναι μονωμένο. Σε μονωμένα συστήματα ισχύει η διατήρηση της ορμής. Εφαρμόζοντας την έχουμε:

$$\vec{p}_{πριν} = \vec{p}_{μετά}$$

$$0 = m_1 \cdot \upsilon_1 - m_2 \cdot \upsilon_2 \text{ ή } \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{m_2}{m_1} \quad (1) \text{όπου,}$$

υ_1 και υ_2 τα μέτρα των ταχυτήτων των παγοδρόμων με μάζα m_1 και m_2 αντίστοιχα.

Οι παγοδρόμοι απομακρυνόμενοι εκτελούν ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Για τις αποστάσεις που έχουν διανύσει οι παγοδρόμοι x_1 και x_2 ισχύει η εξίσωση της κίνησης:

Παγοδρόμος 1: $x_1 = \upsilon_1 \cdot t$ (2)

Παγοδρόμος 2: $x_2 = \upsilon_2 \cdot t$ (3)

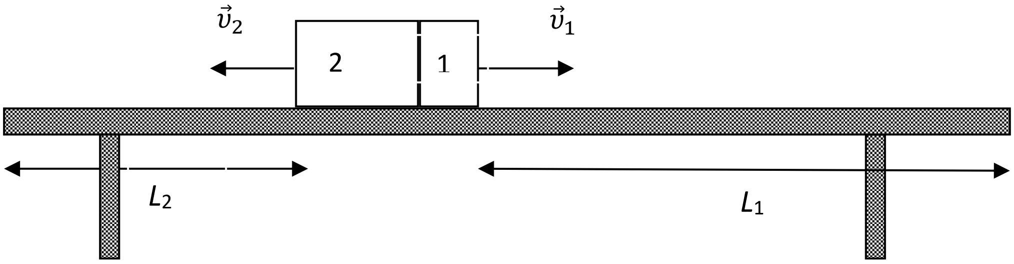
Διαιρώντας τις (2) και (3) κατά μέλη έχουμε: $\frac{x_1}{x_2} = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}$ (4)

Συνδυάζοντας τις (1) και (4) προκύπτει το ζητούμενο: $\frac{x_1}{x_2} = \frac{m_2}{m_1}$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.



Σώμα βρίσκεται αρχικά ακίνητο και απέχει αποστάσεις L_1 και L_2 από τις άκρες ενός λείου, οριζόντιου τραπεζιού. Κάποια στιγμή το σώμα εκρήγνυται σε δύο κομμάτια με μάζες $m_2 = 4 \cdot m_1$. Αν τα δύο κομμάτια φτάνουν ταυτόχρονα στις άκρες του τραπεζιού, τότε ισχύει:

(α) $L_1 = \frac{L_2}{4}$, **(β)** $L_1 = 4 \cdot L_2$, **(γ)** $L_1 = 2 \cdot L_2$

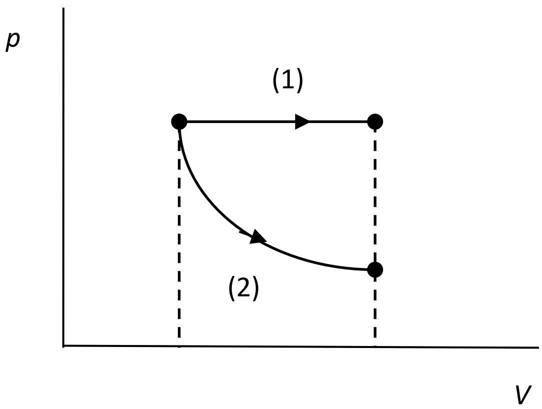
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2.



Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου εκτονώνεται με τους δύο διαφορετικούς τρόπους που φαίνονται στο σχήμα: (1) με ισοβαρή αντιστρεπτή μεταβολή και (2) με ισόθερμη αντιστρεπτή μεταβολή. Για τη θερμότητα που απορροφά το αέριο σε κάθε περίπτωση ισχύει:

(α) $Q_1 > Q_2$, **(β)** $Q_1 < Q_2$, **(γ)** $Q_1 = Q_2$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η **(β).**

Μονάδες 4

2.1.Β.

Κατά την έκρηξη δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις στον οριζόντιο άξονα της κίνησης ενώ στον κατακόρυφο άξονα τα βάρη και οι κάθετες δυνάμεις επαφής από το τραπέζι είναι αντίθετες, οπότε το σύστημα των κομματιών στα οποία σπάει το σώμα είναι μονωμένο. Σε μονωμένα συστήματα ισχύει η διατήρηση της ορμής. Εφαρμόζοντας την έχουμε:

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}$$

$0 = m_1 \cdot \upsilon_1 - m_2 \cdot \upsilon_2$ ή $m_1 \cdot \upsilon_1 = 4 \cdot m_1 \cdot \upsilon_2$ ή $\upsilon_1 = 4 \cdot \upsilon_2$ (1) όπου,

υ_1 και υ_2 τα μέτρα των ταχυτήτων των κομματιών με μάζα m_1 και m_2 αντίστοιχα.

Τα κομμάτια απομακρυνόμενα εκτελούν ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Για τις αποστάσεις που έχουν διανύσει L_1 και L_2 ισχύει η εξίσωση της κίνησης:

Κομμάτι 1: $L_1 = \upsilon_1 \cdot t$ (2)

Κομμάτι 2: $L_2 = \upsilon_2 \cdot t$ (3)

Διαιρώντας τις (2) και (3) κατά μέλη και χρησιμοποιώντας την (1) έχουμε: $\frac{L_1}{L_2} = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = 4$ ή $L_1 = 4 \cdot L_2$

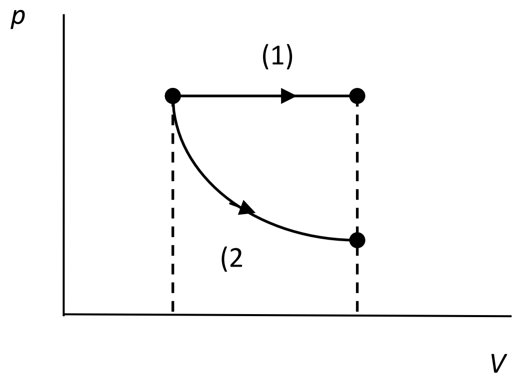
Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(α).**

Μονάδες 4

2.2.Β. Το έργο ενός αερίου σε μια αντιστρεπτή μεταβολή είναι αριθμητικά ίσο με το εμβαδόν της επιφάνειας από τη γραμμή του διαγράμματος μέχρι τον άξονα V, στο διάγραμμα p-V. Όπως προκύπτει από το σχήμα το έργο στην ισοβαρή μεταβολή (1) είναι μεγαλύτερο από το έργο στην ισόθερμη μεταβολή (2):



$$W_1 > W_2$$

Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας στην ισοβαρή μεταβολή (1) είναι θετική γιατί έχουμε εκτόνωση ($\Delta V > 0$):

$\Delta U_1 = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T = \frac{3}{2} \cdot p \cdot \Delta V.$ Εφόσον $\Delta V > 0$ και $\Delta U > 0$. Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας στις ισόθερμες μεταβολές είναι μηδενική καθώς η θερμοκρασία δεν αλλάζει, οπότε: $\Delta U_2 = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T = 0.$

Εφαρμόζοντας τον 1ο Θερμοδυναμικό νόμο για κάθε μεταβολή έχουμε:

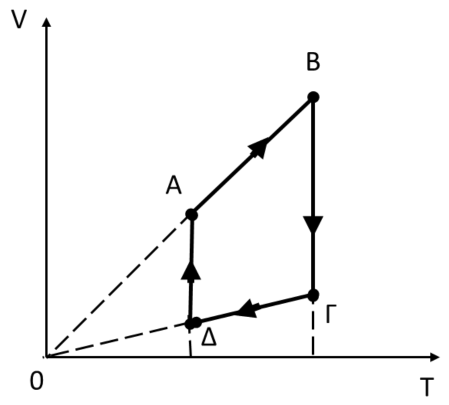
Μεταβολή (1): $Q_1 = W_1 + \Delta U_1$ και Μεταβολή (2): $Q_2 = W_2 + \Delta U_2$

Εφόσον $W_1 > W_2$ και $\Delta U_1 > \Delta U_2$ ισχύει και $Q_1 > Q_2$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Η μεταβολή ΑΒΓΔΑ που παριστάνεται στο διπλανό διάγραμμα όγκου – θερμοκρασίας συγκεκριμένης ποσότητας ενός ιδανικού αερίου αποτελείται από:



(α) Δύο ισόχωρες και δύο ισόθερμες μεταβολές.

(β) Δύο ισοβαρείς και δύο ισόθερμες μεταβολές.

(γ) Δύο ισόχωρες και δύο ισοβαρείς μεταβολές.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο σημειακές μάζες $m_1 = m$ και $m_2 = m$ βρίσκονται σε απόσταση r. Στο μέσο Μ της μεταξύ τους απόστασης:
(α) η ένταση του βαρυτικού τους πεδίου είναι μηδέν
(β) το δυναμικό του βαρυτικού τους πεδίου είναι μηδέν
(γ) η ένταση και το δυναμικό του βαρυτικού τους πεδίου είναι μηδέν

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Στο διάγραμμα V-T κάθε ισοβαρής μεταβολή έχει σταθερή κλίση σύμφωνα με το νόμο Gay-Lussac:

$$\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{T}} = σταθ. \text{ για } p = σταθ. \text{ και } n = σταθ$$

Επομένως, οι μεταβολές ΑΒ και ΓΔ είναι ισοβαρείς.

Επιπλέον, στο διάγραμμα V-T κάθε ισόθερμη μεταβολή είναι κάθετη στον άξονα T αφού:

$$T = σταθ. \text{ και } n = σταθ$$

Επομένως, οι μεταβολές ΒΓ και ΔΑ είναι ισόθερμες.

Οπότε, η μεταβολή ΑΒΓΔΑ αποτελείται από δύο ισοβαρείς και δύο ισόθερμες μεταβολές.

Μονάδες 8

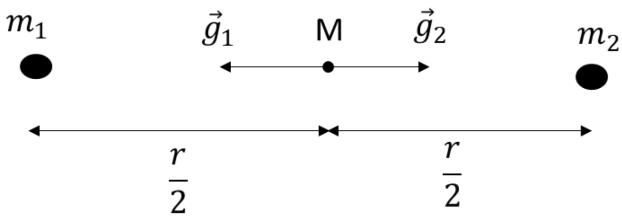
2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Στο σημείο Μ η ένταση του βαρυτικού πεδίου των δύο μαζών είναι ίση με:



$$\vec{g}_M = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 \Rightarrow g_M = g_1 - g_2 \Rightarrow$$

$$g_M = G \cdot \frac{m_1}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} - G \cdot \frac{m_2}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} \Rightarrow g_M = 0$$

Στο σημείο Μ το δυναμικό του βαρυτικού πεδίου των δύο μαζών είναι ίσο με:

$$V_M = -\frac{Gm_1}{\frac{r}{2}} - \frac{Gm_2}{\frac{r}{2}} \Rightarrow V_M = -G\frac{4m}{r} \Rightarrow V_M \neq 0$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ένα σώμα εκτοξεύεται από σημείο Ο την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ και εκτελεί οριζόντια βολή. Η χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία το μέτρο της κατακόρυφης συνιστώσας της ταχύτητας είναι διπλάσιο από το μέτρο της οριζόντιας συνιστώσας της, είναι ίση με:

α) $\frac{\upsilon_0}{g}$ **β)** $\frac{2\upsilon_0}{g}$ **γ)** $\frac{\upsilon_0}{2g}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου που βρίσκεται στην κατάσταση ισορροπίας Α, πρόκειται να μεταβεί στην κατάσταση ισορροπίας Β, στην οποία η πίεση και ο όγκος έχουν διπλάσια τιμή από ότι στην Α. Η μεταβολή του αερίου από την κατάσταση Α στην κατάσταση Β μπορεί να γίνει με δύο διαφορετικούς τρόπους, εκτελώντας σε κάθε περίπτωση δύο διαδοχικές αντιστρεπτές μεταβολές. Με τον τρόπο (1) οι διαδοχικές μεταβολές είναι ισόχωρη – ισοβαρής, ενώ με τον τρόπο (2) οι διαδοχικές μεταβολές είναι ισοβαρής – ισόχωρη. Η ενέργεια που μεταφέρεται από το αέριο στο περιβάλλον μέσω του έργου που παράγει είναι W_1 στην πρώτη περίπτωση και W_2 στη δεύτερη.
Ο λόγος των παραπάνω αναφερόμενων έργων $\frac{W_1}{W_2}$ είναι ίσος με:

(α) 1 **(β)** 2 **(γ)** 3

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.A. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Κατά την οριζόντια βολή στον οριζόντια άξονα X το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση ενώ στον κατακόρυφο άξονα Y εκτελεί ελεύθερη πτώση. Τη χρονική στιγμή t_1, η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας του σώματος έχει μέτρο $\upsilon_\chi = \upsilon_0$ και η κατακόρυφη $\upsilon_y = g \cdot t_1$.

Όμως, $\upsilon_y = 2\,\upsilon_\chi \;\Rightarrow\; g \cdot t_1 = 2\,\upsilon_0 \;\Rightarrow\; t_1 = \frac{2\upsilon_0}{g}$

Μονάδες 8

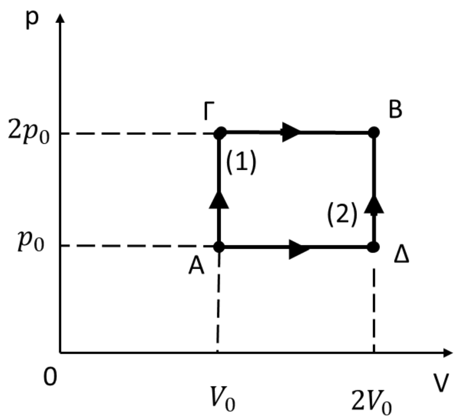
2.2.

2.2.A. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Σύμφωνα με τον τρόπο (1) το αέριο θα εκτελέσει πρώτα ισόχωρη μεταβολή μέχρι να διπλασιαστεί η πίεση του και στη συνέχεια ισοβαρή μεταβολή μέχρι να διπλασιαστεί ο όγκος του. Απεναντίας, σύμφωνα με τον τρόπο (2) το αέριο θα εκτελέσει πρώτα ισοβαρή μεταβολή μέχρι να διπλασιαστεί ο όγκος του αερίου και στη συνέχεια ισόχωρη μεταβολή μέχρι να διπλασιαστεί η πίεση του. Το εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ κάθε μεταβολής και του άξονα V είναι ίσο με το αντίστοιχο έργο του αερίου, επομένως:



$W_1 = 2p_0(2V_0 - V_0) \;\Rightarrow W_1 = 2p_0 \cdot V_0 \;\; (1)$

και

$W_2 = p_0(2V_0 - V_0) \;\Rightarrow W_2 = p_0 \cdot V_0 \;\; (2)$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει ότι: $\frac{W_1}{W_2} = 2$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, εκτοξεύουμε οριζόντια ένα σώμα μάζας $m = 1\ Kg$, από σημείο Ο που βρίσκεται σε ύψος $H = 180\ m$ από το έδαφος, με αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$ που έχει μέτρο $\upsilon_o = 30\frac{m}{s}$. Το σώμα φτάνει στο έδαφος τη χρονική στιγμή t_1, σε οριζόντια απόσταση x_1 από το σημείο Ο.
Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει μέτρο $g = 10\frac{m}{s^2}$.
Να υπολογίσετε:

4.1. Τη χρονική στιγμή t_1 και την απόσταση x_1.

Μονάδες 6

4.2. Την κατακόρυφη απόσταση του σώματος από το έδαφος, h_2, τη χρονική στιγμή $t_2 = 3\ s$.

Μονάδες 6

4.3. Την ταχύτητα $\vec{\upsilon}_2$ τη χρονική στιγμή $t_2 = 3\ s$.

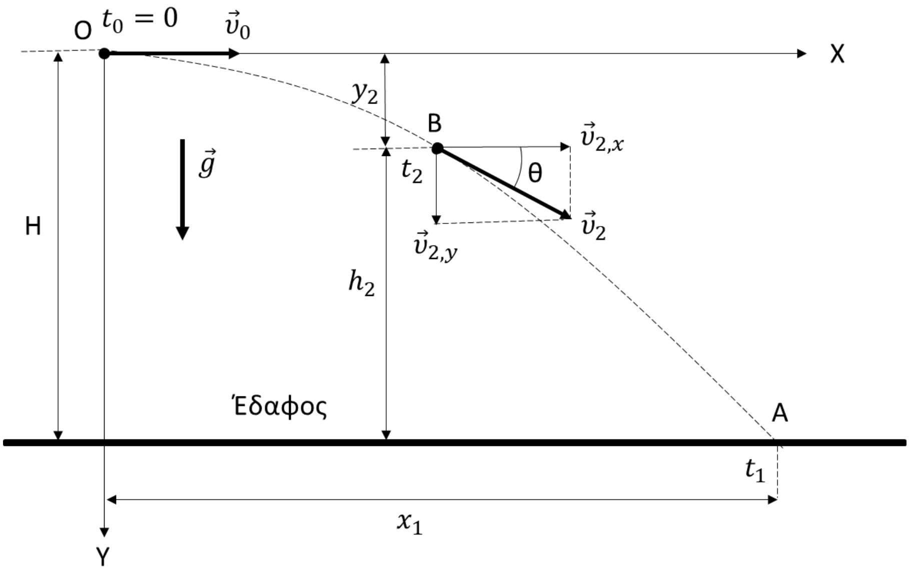
Μονάδες 6

4.4. Το ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος τη χρονική στιγμή t_2 (μονάδες 4) και τη μεταβολή της ορμής του μέχρι τη χρονική στιγμή t_2 (μονάδες 3).

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το σώμα εκτελεί οριζόντια βολή. Αναλύουμε την κίνηση σε δύο απλές. Η κίνηση στον οριζόντιο άξονα Χ είναι ευθύγραμμη ομαλή και στον κατακόρυφο άξονα Υ ελεύθερη πτώση.
Για τη θέση Α:



$$y_1 = H \Rightarrow \frac{1}{2} g \cdot t_1^2 = H \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}} \Rightarrow t_1 = 6s$$

$$x_1 = \upsilon_0 \cdot t_1 \Rightarrow x_1 = 180\,m$$

Μονάδες 6

4.2. Για τη θέση Β.

$$y_2 = \frac{1}{2} g \cdot t_2^2 \Rightarrow y_2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 3^2\,m \Rightarrow y_2 = 45\,m$$

Όμως, $h_2 = H - y_2 \Rightarrow h_2 = (180 - 45)\,m \Rightarrow h_2 = 135\,m$

Μονάδες 6

4.3. Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας: $\vec{\upsilon}_2 = \vec{\upsilon}_{2x} + \vec{\upsilon}_{2y}$

$\upsilon_{2x} = \upsilon_0 \Rightarrow \upsilon_{2x} = 30\frac{m}{s}$ και $\upsilon_{2y} = g \cdot t_2 \Rightarrow \upsilon_{2y} = 3 \cdot 10\frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon_{2y} = 30\frac{m}{s}$

Επομένως,

$$\upsilon_2 = \sqrt{\upsilon_{2x}^2 + \upsilon_{2y}^2} \Rightarrow \upsilon_2 = \sqrt{30^2 + 30^2}\,\frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon_2 = 30\sqrt{2}\,\frac{m}{s} \quad \text{και}$$

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{\upsilon_{2x}}{\upsilon_{2y}} \Rightarrow \varepsilon\varphi\theta = \frac{30}{30} \Rightarrow \varepsilon\varphi\theta = 1 \Rightarrow \theta = 45^o$$

Μονάδες 6

4.4. Σύμφωνα με τη γενικότερη διατύπωση του θεμελιώδους νόμου της μηχανικής:

$$\Sigma\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = m \cdot \vec{g} = \sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{o}$$

Επομένως, τη χρονική στιγμή t_2, όπως και κάθε χρονική στιγμή από $t_0 = 0$ έως t_1, ο ρυθμός μεταβολής της ορμής έχει κατακόρυφη διεύθυνση με φορά προς τα κάτω και μέτρο:

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = 1 \cdot 10\frac{Kg \cdot m}{s^2} \Rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = 10\frac{Kg \cdot m}{s^2}$$

Επίσης, $\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = m \cdot \vec{g} \Rightarrow \Delta\vec{p}_2 = m \cdot \vec{g} \cdot \Delta t_2 \Rightarrow \Delta\vec{p}_2 = m \cdot \vec{g} \cdot (t_2 - 0) \Rightarrow \Delta\vec{p}_2 = m \cdot \vec{g} \cdot t_2$

Επομένως, η μεταβολή της ορμής από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_2 έχει κατακόρυφη διεύθυνση με φορά προς τα κάτω και μέτρο:

$$\Delta p_2 = 1 \cdot 10 \cdot 3\ \frac{Kg \cdot m}{s} \Longrightarrow \Delta p_2 = 30\ \frac{Kg \cdot m}{s}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, εκτοξεύουμε οριζόντια ένα σώμα μάζας $m_1 = 1\,Kg$, από σημείο Ο που βρίσκεται σε ύψος $H = 45\,m$ από το έδαφος, με αρχική ταχύτητα $\vec{v}_0$ που έχει μέτρο $\upsilon_o = 10\,\frac{m}{s}$. Την ίδια χρονική στιγμή αφήνουμε από το ίδιο σημείο Ο ένα δεύτερο σώμα $m_2 = 2\,Kg$. Το πρώτο σώμα φτάνει στο έδαφος τη χρονική στιγμή t_1 και το δεύτερο τη χρονική στιγμή t_2.
Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει μέτρο $g = 10\,\frac{m}{s^2}$.
Να υπολογίσετε:

4.1. Τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2.

Μονάδες 6

4.2. Τη μέγιστη οριζόντια απόσταση των δυο σωμάτων.

Μονάδες 6

4.3. Την κατακόρυφη απόσταση κάθε σώματος από το έδαφος, τη χρονική στιγμή $t_3 = 1\,s$.

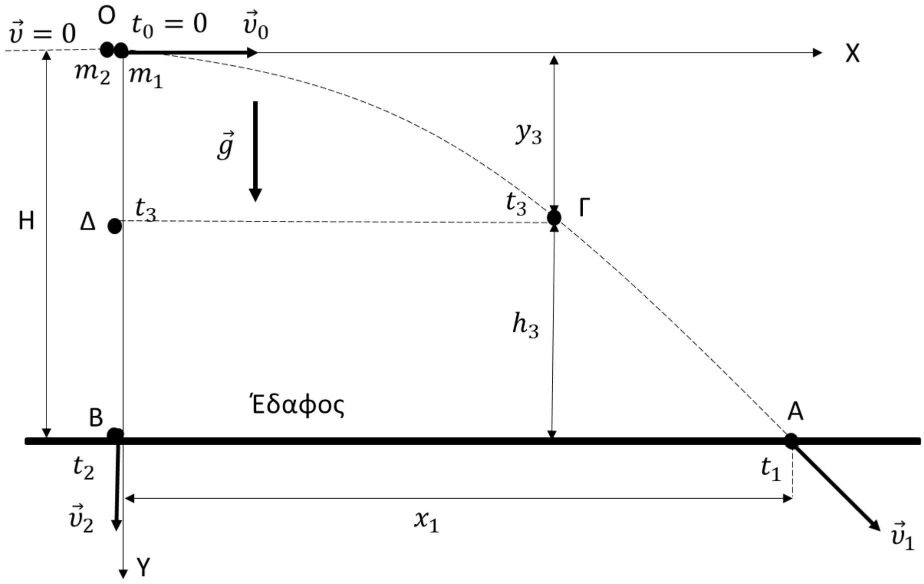
Μονάδες 6

4.4. Τη μεταβολή της ορμής κάθε σώματος από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, μέχρι τη χρονική στιγμή που φτάνει στο έδαφος.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το σώμα μάζας m_1 εκτελεί οριζόντια βολή. Αναλύουμε την κίνηση σε δύο απλές. Η κίνηση στον οριζόντιο άξονα Χ είναι ευθύγραμμη ομαλή και στον κατακόρυφο άξονα Υ ελεύθερη πτώση. Το σώμα μάζας m_2 εκτελεί ελεύθερη πτώση.



Για τη θέση Α:

$y_1 = H \Rightarrow \frac{1}{2} g \cdot t_1^2 = H \Rightarrow$

$\Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}} \Rightarrow \ t_1 = 3s$

Για τη θέση Β:

$y_2 = H \Rightarrow \frac{1}{2} g \cdot t_2^2 = H \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{2H}{g}} \Rightarrow \ t_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 45}{10}} s \Rightarrow \ t_2 = 3s$

Παρατηρούμε ότι $t_1 = t_2 = 3s$. Αυτό οφείλεται στο ότι τα δύο σώματα εκτελούν την ίδια κίνηση στον άξονα Υ.

Μονάδες 6

4.2. Αφού τα δύο σώματα ξεκίνησαν ταυτόχρονα την ίδια κίνηση στον κατακόρυφο άξονα Υ και από το ίδιο ύψος, θα βρίσκονται κάθε χρονική στιγμή στην ίδια κατακόρυφη απόσταση από το έδαφος, ενώ η μεταξύ τους οριζόντια απόσταση αυξάνει συνέχεια λόγω της οριζόντιας κίνησης του σώματος μάζας m_1 στον οριζόντιο άξονα Χ. Η απόσταση των δύο σωμάτων είναι μέγιστη τη στιγμή που φτάνουν ταυτόχρονα στο έδαφος και είναι ίση με x_1.

$x_1 = \upsilon_0 \cdot t_1 \ \Rightarrow x_1 = 10 \cdot 3\, m \ \Rightarrow \ x_1 = 30\, m$

Μονάδες 6

4.3. Τη χρονική στιγμή t_3 τα δύο σώματα έχουν την ίδια κατακόρυφη μετατόπιση y_3.

$$y_3 = \frac{1}{2} g \cdot t_3^2 \ \Rightarrow y_3 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 1^2\, m \ \Rightarrow \ y_3 = 5\, m$$

Όμως, $h_3 = H - y_3 \ \Rightarrow h_3 = (45 - 5)\, m \ \Rightarrow \ h_3 = 40\, m$

Μονάδες 6

4.4. Σύμφωνα με τη γενικότερη διατύπωση του θεμελιώδους νόμου της μηχανικής:

$\varSigma\vec{F} = \frac{\varDelta\vec{p}}{\varDelta t} \ \Rightarrow \ \frac{\varDelta\vec{p}}{\varDelta t} = \ m \cdot \vec{g} = \sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{o}$

Επομένως, $\frac{\varDelta\vec{p}}{\varDelta t} = \ m \cdot \vec{g} \ \Rightarrow \varDelta\vec{p} = \ m \cdot \vec{g} \cdot \varDelta t$

Η μεταβολή της ορμής του σώματος μάζας m_1 από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 έχει κατακόρυφη διεύθυνση με φορά προς τα κάτω και μέτρο:

$$\varDelta p_1 = m_1 \cdot g \cdot t_1 \ \Rightarrow \varDelta p_1 = 1 \cdot 10 \cdot 3 \ \frac{Kg \cdot m}{s} \ \Rightarrow \ \varDelta p_1 = 30 \ \frac{Kg \cdot m}{s}$$

Το ίδιο ισχύει για τη μεταβολή της ορμής του σώματος μάζας m_2 από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_2. Δηλαδή, έχει κατακόρυφη διεύθυνση με φορά προς τα κάτω και μέτρο:

$$\Delta p_2 = m_2 \cdot g \cdot t_2 \Longrightarrow \Delta p_2 = 2 \cdot 10 \cdot 3 \ \frac{Kg \cdot m}{s} \Longrightarrow \Delta p_2 = 60 \ \frac{Kg \cdot m}{s}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Δύο φορτισμένα σωματίδια Σ_1 και Σ_2 έχουν μάζες $m_1 = 10^{-6} Kg$ και $m_2 = 2 \cdot 10^{-6} Kg$ και ηλεκτρικά φορτία $q_1 = -5\mu C$ και $q_2 = -10\mu C$ αντίστοιχα. Τα σωματίδια Σ_1 και Σ_2 βρίσκονται αρχικά σε άπειρη απόσταση μεταξύ τους. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ εκτοξεύουμε το Σ_1 με ταχύτητα $\vec{v}_0$ που έχει κατεύθυνση προς το Σ_2 και μέτρο $v_0 = 3 \cdot 10^4 \frac{m}{s}$. Το σωματίδιο Σ_2 συγκρατείται ακίνητο με κατάλληλο μηχανισμό.
Η αντίσταση του αέρα, οι τριβές και η επίδραση της βαρύτητας θεωρούνται αμελητέες. Δίνεται η ηλεκτρική σταθερά $K_C = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$.

4.1. Να υπολογίσετε την ελάχιστη απόσταση r_1, από το Σ_2, στην οποία θα φτάσει το Σ_1.

Μονάδες 6

Τη χρονική στιγμή t_1 που τα σωματίδια βρίσκονται σε απόσταση r_1 απελευθερώνουμε το σωματίδιο Σ_2.

4.2. Να υπολογίσετε το λόγο $\frac{a_1}{a_2}$ των μέτρων των επιταχύνσεων των δύο σωματιδίων αμέσως μετά τη χρονική στιγμή t_1.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε την ταχύτητα κάθε σωματιδίου τη χρονική στιγμή t_2 κατά την οποία η απόσταση των σωματιδίων είναι $r_2 = 3r_1$.

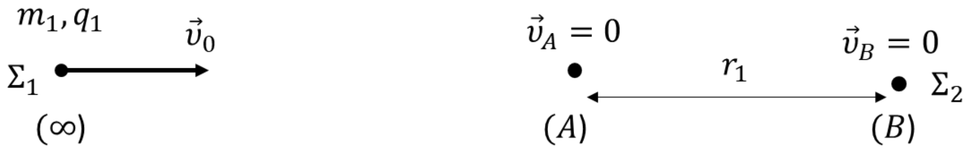
Μονάδες 8

4.4. Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής κάθε σωματιδίου τη χρονική στιγμή t_2.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4

4.1.
Έστω Α το σημείο στο οποίο μηδενίζεται στιγμιαία η ταχύτητα του Σ_1. Στη θέση αυτή η απόσταση των δύο σωματιδίων είναι η ελάχιστη.



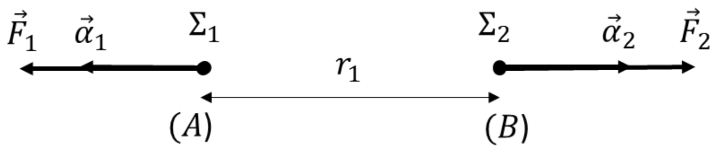
Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για την κίνηση του Σ_1 από το (∞) στο (Α).

$$\Delta K = W_{\infty \to A} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}m_1\upsilon_0^2 = q_1(V_\infty - V_A) \Rightarrow -\frac{1}{2}m_1\upsilon_0^2 = q_1\left(0 - K_C\frac{q_2}{r_1}\right) \Rightarrow r_1 = \frac{2K_C q_1 q_2}{m_1\upsilon_0^2}$$

Επομένως, $r_1 = \frac{2\cdot 9\cdot 10^9\cdot(-5\cdot 10^{-6})\cdot(-10\cdot 10^{-6})}{10^{-6}\cdot 9\cdot 10^8} m \Rightarrow r_1 = 10^{-3} m$

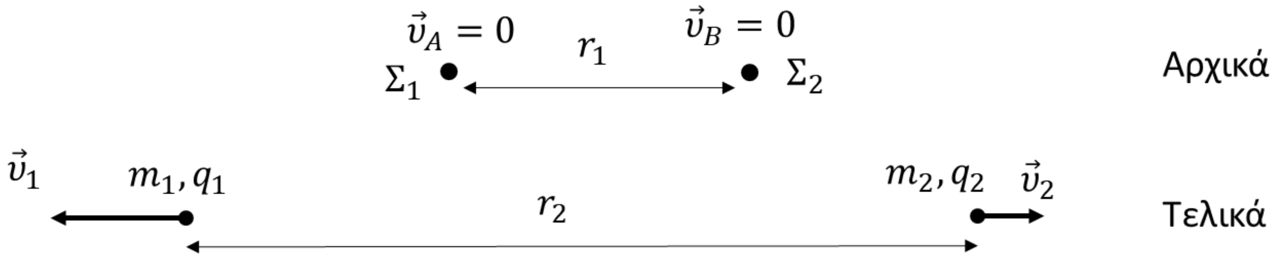
Μονάδες 6

4.2. Οι δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ των σωματιδίων είναι αντίθετες γιατί είναι δυνάμεις δράσης – αντίδρασης, $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$.
Σύμφωνα με το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής: $F_1 = m_1 a_1$ και $F_2 = m_2 a_2$.
Επομένως,
$m_1 a_1 = m_2 a_2 \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = 2$.



Μονάδες 6

4.3.



Το σύστημα των δύο σωματιδίων είναι μονωμένο αφού $\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\xi} = 0$.
Σύμφωνα με την ΑΔΟ:
$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow 0 = m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2 \Rightarrow m_1\upsilon_1 = m_2\upsilon_2 \Rightarrow \upsilon_1 = 2\upsilon_2$ (1)
Οι δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ των φορτισμένων σωματιδίων είναι διατηρητικές, επομένως η μηχανική ενέργεια του συστήματος διατηρείται.

$$E_{\mu\eta\chi,\alpha\rho\chi} = E_{\mu\eta\chi,\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow K_C\frac{q_1 q_2}{r_1} = K_C\frac{q_1 q_2}{r_2} + \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 \quad (2)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει ότι $\upsilon_2 = \sqrt{\frac{2K_C q_1 q_2}{9 m_1 r_1}}$
Με αντικατάσταση προκύπτει ότι: $\upsilon_2 = 10^4 \frac{m}{s}$, επομένως $\upsilon_1 = 2\cdot 10^4 \frac{m}{s}$.

Μονάδες 8

4.4. Σύμφωνα με τη γενικότερη διατύπωση του θεμελιώδους νόμου της μηχανικής:

$\frac{\Delta p_1}{\Delta t} = F_1$ και $\frac{\Delta p_2}{\Delta t} = F_2$, επομένως: $\frac{\Delta p_1}{\Delta t} = \frac{\Delta p_2}{\Delta t} = K_C \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r_2^2} \Rightarrow \frac{\Delta p_1}{\Delta t} = \frac{\Delta p_2}{\Delta t} = 5 \cdot 10^4 N$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4

Από σημείο Ο κατακόρυφου ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου έντασης $\vec{E}$ που έχει μέτρο $E = 1000\frac{V}{m}$ και φορά προς τα πάνω, εκτοξεύεται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, σε κατεύθυνση αντίθετη από τις δυναμικές γραμμές φορτισμένο σωματίδιο με ειδικό φορτίο $\frac{q}{m} = 1 \cdot 10^{11}\frac{C}{Kg}$, με αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$ που έχει μέτρο $\upsilon_0 = 5 \cdot 10^6\frac{m}{s}$. Να θεωρήσετε ότι οι βαρυτικές δυνάμεις μπορούν να αγνοηθούν και οι πάσης φύσεως αντιστάσεις στην κίνηση του σωματιδίου είναι ασήμαντες.

4.1. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση που αποκτά το σωματίδιο και να καθορίσετε το είδος της κίνησης που θα εκτελέσει.

Μονάδες 6

4.2. Να καθορίσετε τη χρονική στιγμή t_1 και τη θέση Α στην οποία μηδενίζεται στιγμιαία η ταχύτητα του σωματιδίου.

Μονάδες 6

4.3. Να καθορίσετε την ταχύτητα του σωματιδίου και τη χρονική στιγμή t_2 κατά την οποία επιστρέφει στο σημείο Ο. Να δώσετε μια ενεργειακή εξήγηση για την τιμή της ταχύτητας επιστροφής στο Ο.

Μονάδες 8

4.4. Να υπολογίσετε τη διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων Ο και Α.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το ηλεκτρικά φορτισμένο σωματίδιο m, q δέχεται από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο σταθερή δύναμη $\vec{F} = \vec{E} \cdot q$. Επειδή η δύναμη $\vec{F}$ είναι η μοναδική δύναμη που ασκείται στο σωματίδιο, έχουμε:

$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = \vec{E} \cdot q \Rightarrow \vec{a} = \vec{E} \cdot \frac{q}{m}$.

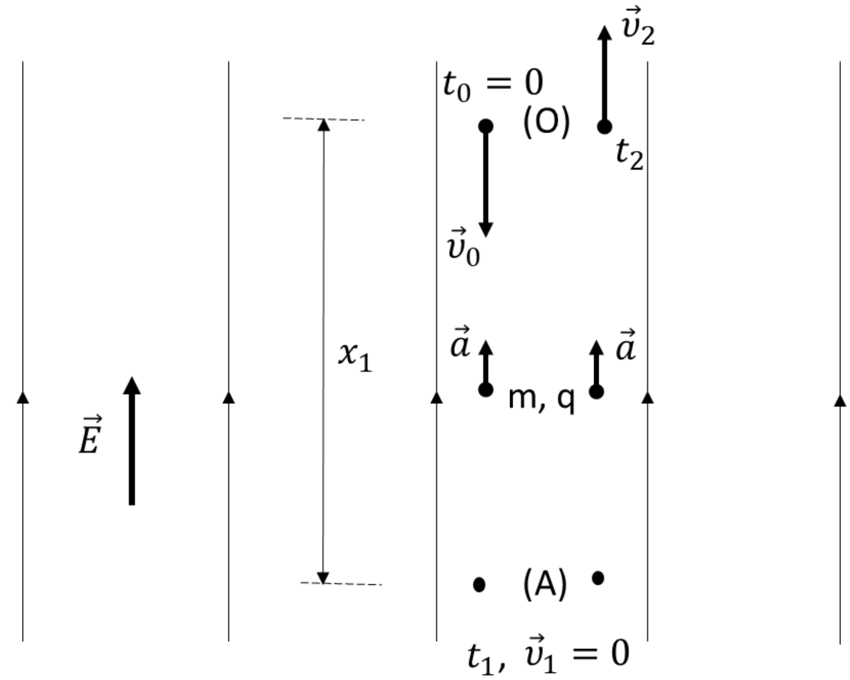
Η επιτάχυνση $\vec{a}$ που αποκτά το σωματίδιο είναι σταθερή και αντίρροπη της αρχικής του ταχύτητας $\vec{v}_0$.

Επομένως το σωματίδιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

Το μέτρο της επιτάχυνσης είναι ίσο με:

$$a = E \cdot \frac{q}{m} \Rightarrow a = 10^3 \cdot 10^{11} \frac{m}{s^2}$$

Επομένως, $a = 10^{14} \frac{m}{s^2}$



Μονάδες 6

4.2. Η ταχύτητα του σωματιδίου μηδενίζεται στιγμιαία στο σημείο Α τη χρονική στιγμή t_1.

$$v_1 = 0 \Rightarrow v_0 - at_1 = 0 \Rightarrow t_1 = \frac{v_0}{a} \Rightarrow t_1 = \frac{5 \cdot 10^6}{10^{14}}\ s \Rightarrow t_1 = 5 \cdot 10^{-8} s$$

$$x_1 = v_0 t_1 - \frac{1}{2} a t_1^2 \Rightarrow x_1 = \left(5 \cdot 10^6 \cdot 5 \cdot 10^{-8} - \frac{1}{2} 10^{14} \cdot 25 \cdot 10^{-16}\right) m \Rightarrow x_1 = 0{,}125\ m$$

Μονάδες 6

4.3. Τη χρονική στιγμή t_2 το σωματίδιο επιστρέφει στο σημείο Ο με ταχύτητα $\vec{v}_2$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η μετατόπιση x_2 τη χρονική στιγμή t_2 θα είναι:

$$x_2 = 0 \Rightarrow 0 = u_0 t_2 - \frac{1}{2} a t_2^2 \xRightarrow{(t_2 \neq 0)} t_2 = \frac{2v_0}{a} \Rightarrow t_2 = 10 \cdot 10^{-8} s$$

$$v_2 = v_0 - at_2 \Rightarrow v_2 = v_0 - a\frac{2v_0}{a} \Rightarrow v_2 = -v_0 \Rightarrow v_2 = -5 \cdot 10^6 \frac{m}{s}$$

Παρατηρούμε ότι $|v_2| = v_0$. Αυτό συμβαίνει επειδή η διαδρομή $O \to A \to O$ είναι κλειστή και το ομογενές πεδίο είναι διατηρητικό, επομένως $W_{O \to A \to O} = 0$.

Σύμφωνα με το ΘΜΚΕ: $\Delta K = W_{O \to A \to O} \Rightarrow \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = 0 \Rightarrow |v_2| = v_0$

Μονάδες 8

4.4. Τα σημείο Ο και Α ανήκουν στην ίδια δυναμική γραμμή του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου επομένως:

$$E = \frac{V_{AO}}{x_1} \Rightarrow V_{AO} = E \cdot x_1 \Rightarrow V_{AO} = 10^3 \cdot 0{,}125\ V \Rightarrow V_{AO} = 125\ V$$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4

Σημειακό φορτισμένο σωματίδιο, που έχει μάζα $m = 10^{-6}\ kg$ και φορτίο $q = +1\ \mu C$, εκτοξεύεται, τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, με οριζόντια ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$, μέτρου $\upsilon_0 = 2 \cdot 10^2\ \frac{m}{s}$, παράλληλα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς ηλεκτροστατικού πεδίου έντασης μέτρου $E = 10^2\ \frac{N}{C}$. Οι δυναμικές γραμμές του πεδίου είναι οριζόντιες, με φορά ίδια με τη φορά της ταχύτητας $\vec{\upsilon}_0$.

4.1. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση της κίνησης του σημειακού φορτισμένου σωματιδίου.

Μονάδες 6

4.2. Πόση είναι η ταχύτητα του σημειακού φορτισμένου σωματιδίου τη χρονική στιγμή $t_1 = 1\ s$;

Μονάδες 6

4.3. Πόσο είναι το έργο της ηλεκτρικής δύναμης, που ασκείται στο σημειακό φορτισμένο σωματίδιο, από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 1\ s$;

Μονάδες 6

4.4. Πόση είναι η διαφορά δυναμικού των θέσεων του σημειακού φορτισμένου σωματιδίου τις χρονικές στιγμές $t_0 = 0$ και $t_1 = 1\ s$;

Μονάδες 7

Να θεωρήσετε ότι στο φορτισμένο σωματίδιο ασκείται μόνο η ηλεκτρική δύναμη από το ομογενές ηλεκτροστατικό πεδίο.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Ισχύουν:

$$|F_{\eta\lambda}| = |E| \cdot q = 10^{-4}\, N.$$

$$|F_{\eta\lambda}| = m \cdot |\alpha|\,,\ |\alpha| = \frac{|F_{\eta\lambda}|}{m}\,,\ |\alpha| = 10^2\ \frac{m}{s^2}$$

Το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία κινείται το σημειακό φορτισμένο σωματίδιο είναι $|\alpha| = 10^2\ \frac{m}{s^2}$.
Η κατεύθυνση της επιτάχυνσης $\vec{\alpha}$ είναι ίδια με την κατεύθυνση της ηλεκτρικής δύναμης $\vec{F}_{\eta\lambda}$, αφού αυτή είναι η μοναδική δύναμη που ασκείται στο σημειακό φορτισμένο σωματίδιο (θεμελιώδης νόμος της μηχανικής του Newton). Η κατεύθυνση της ηλεκτρικής δύναμης $\vec{F}_{\eta\lambda}$ είναι ίδια με την κατεύθυνση της έντασης $\vec{E}$ του ομογενούς ηλεκτροστατικού πεδίου, επειδή το φορτίο q του σωματιδίου είναι θετικό. Η ένταση $\vec{E}$ του ομογενούς ηλεκτροστατικού πεδίου είναι οριζόντια, με φορά ίδια με τη φορά της ταχύτητας $\vec{\upsilon}_0$, αφού εφάπτεται στις δυναμικές γραμμές και έχει την ίδια φορά με αυτές. Έτσι, η κατεύθυνση της επιτάχυνσης $\vec{\alpha}$ είναι οριζόντια, με φορά ίδια με τη φορά της ταχύτητας $\vec{\upsilon}_0$.

Μονάδες 6

4.2. Ισχύει: $\upsilon_1 = \upsilon_0 + \alpha \cdot t_1 = 3 \cdot 10^2\ \frac{m}{s}$

Μονάδες 6

4.3. Ισχύει:

$\Delta K = W_{\vec{F}_{\eta\lambda}}\,,\ W_{\vec{F}_{\eta\lambda}} = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi}\,,\ W_{\vec{F}_{\eta\lambda}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_0^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (\upsilon^2 - \upsilon_0^2) =$
$= 2{,}5 \cdot 10^{-2}\, J.$

Μονάδες 6

4.4. Ισχύει: $x_1 = \upsilon_0 \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t_1^2 = 250\, m$ και

$$E = \frac{V_1 - V_0}{x_1}\,,\ V_1 - V_0 = E \cdot x_1 = 2{,}5 \cdot 10^4\ V$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Πρωτόνιο επιταχύνεται από την ηρεμία, από σταθερή τάση V και αποκτά κινητική ενέργεια $K = 200\ \mathrm{eV}$.
4.1. Να υπολογίσετε τη σταθερή τάση V.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας που αποκτά το πρωτόνιο.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε το μέτρο της έντασης του ηλεκτροστατικού πεδίου που επιταχύνει το πρωτόνιο, αν αυτό θεωρηθεί ομογενές και η μετατόπιση του πρωτονίου, από την αρχική του θέση, μέχρι να γίνει μέγιστη η ταχύτητά του, έχει μέτρο $\Delta x = 10\ \mathrm{cm}$.

Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε το μέσο ρυθμό αύξησης της κινητικής ενέργειας του πρωτονίου, κατά την επιταχυνόμενη κίνησή του.

Μονάδες 7

Να θεωρήσετε ότι στο πρωτόνιο ασκείται μόνο η ηλεκτρική δύναμη που το επιταχύνει. Δίνονται η μάζα του πρωτονίου $m_p = 1{,}6 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$ και το φορτίο του $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C$.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Ισχύει $\Delta K_{AB} = W_{\vec{F}_{\eta\lambda}}$, $K_B - K_A = e \cdot V$, $V = 200\,V$.

Μονάδες 6

4.2. Ισχύει $K = \frac{1}{2} \cdot m_p \cdot \upsilon^2$, $\upsilon = \sqrt{\frac{2 \cdot K}{m_p}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 200 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{1{,}6 \cdot 10^{-27}}} \frac{m}{s} = 2 \cdot 10^5 \frac{m}{s}$.

Μονάδες 6

4.3. Ισχύει $E = \frac{V}{\Delta x} = 2 \cdot 10^3 \frac{N}{C}$.

Μονάδες 6

4.4. Η ηλεκτρική δύναμη που ασκείται στο πρωτόνιο έχει μέτρο $F_{\eta\lambda} = E \cdot e$. Η επιτάχυνση με την οποία επιταχύνεται το πρωτόνιο έχει μέτρο $\alpha = \frac{F_{\eta\lambda}}{m_p} = \frac{E \cdot e}{m_p}$. Το πρωτόνιο επιταχύνεται για χρονικό διάστημα $\upsilon = \alpha \cdot \Delta t$, $\Delta t = \frac{\upsilon}{\alpha} = \frac{\upsilon \cdot m_p}{E \cdot e}$. Έτσι, ο μέσος ρυθμός αύξησης της κινητικής ενέργειας του πρωτονίου, κατά την επιτάχυνσή του είναι $\frac{\overline{\Delta K}}{\Delta t} = \frac{K}{\Delta t} = \frac{K \cdot E \cdot e}{\upsilon \cdot m_p} = 3{,}2 \cdot 10^{-11} \frac{J}{s}$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2

2.1. Σώμα μάζας m εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, σε κυκλική τροχιά ακτίνας R, με γραμμική ταχύτητα μέτρου υ. Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας (ΔK) του σώματος, κατά τη χρονική διάρκεια που διανύει ένα ημικύκλιο, ισούται με:

(α) 0.
(β) $\frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2$.
(γ) $m \cdot \upsilon^2$.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Μια βόμβα μάζας m βρίσκεται στιγμιαία ακίνητη σε ύψος H από την επιφάνεια της Γης. Τη στιγμή εκείνη εκρήγνυται σε δύο κομμάτια. Το πρώτο κομμάτι έχει μάζα m_1 και το δεύτερο m_2, ενώ τα δύο κομμάτια εκτοξεύονται οριζόντια με ταχύτητες μέτρων υ_1 και υ_2 αντίστοιχα.
Αν γνωρίζετε ότι το βεληνεκές S_2 του δεύτερου κομματιού είναι διπλάσιο του βεληνεκούς S_1 του πρώτου κομματιού τότε, οι μάζες m_1 και m_2 ικανοποιούν τη σχέση:

(α) $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{4}$, **(β)** $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{2}$, **(γ)** $\frac{m_1}{m_2} = 2$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (α).

Μονάδες 4

2.1.Β. Το σώμα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, συνεπώς, το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας παραμένει σταθερό.

Η κινητική ενέργεια δίνεται από τη σχέση:

$$K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2.$$

Άρα, και η κινητική ενέργεια παραμένει σταθερή.

Για τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας είναι:

$$\Delta K = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi}, \qquad \Delta K = K - K, \quad \Delta K = 0$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση είναι η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Τα δύο κομμάτια, εκτελούν οριζόντια βολή με ταχύτητες μέτρων υ_1 και υ_2, αντίστοιχα.

Ο ολικός χρόνος πτώσης $t_{o\lambda}$ είναι ο ίδιος και για τα δύο σώματα, αφού:

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2, \qquad H = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{o\lambda}^2, \qquad t_{o\lambda} = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}} \ .$$

Το οριζόντιο βεληνεκές δίνεται από τη σχέση:

$$S = \upsilon_o \cdot t_{o\lambda}.$$

Είναι:

$$S_2 = 2 \cdot S_1, \qquad \upsilon_2 \cdot t_2 = 2 \cdot \upsilon_1 \cdot t_{1,} \ \ \upsilon_2 \cdot t_{o\lambda} = 2 \cdot \upsilon_1 \cdot t_{o\lambda,} \ \ \upsilon_2 = 2 \cdot \upsilon_1$$

Κατά την έκρηξη διατηρείται η ορμή:

$$\vec{p}_{o\lambda,\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{o\lambda,\tau\varepsilon\lambda}$$

$$0 = m_1 \cdot \upsilon_1 - m_2 \cdot \upsilon_2,$$

$$m_1 \cdot \upsilon_1 = m_2 \cdot \upsilon_2, \ m_1 \cdot \upsilon_1 = m_2 \cdot 2 \cdot \upsilon_1, \ m_1 = 2 \cdot m_2, \ \frac{m_1}{m_2} = 2$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ποσότητα ιδανικού μονοατομικού αερίου βρίσκεται σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας, στην οποία η απόλυτη θερμοκρασία του είναι T και η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του είναι $\bar{K}$. Προκειμένου να διπλασιαστεί η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου θα πρέπει η θερμοκρασία του, στη νέα κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας, να είναι:

(α) T, **(β)** $2 \cdot T$, **(γ)** $\frac{T}{2}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Για τις αποστάσεις r_A και $r_B > R_Γ$ ($R_Γ$ η μέση ακτίνα της Γης) δύο σημείων Α και Β αντίστοιχα, από το κέντρο της Γης, ισχύει $r_A = 2 \cdot r_B$. Για τα μέτρα των εντάσεων του πεδίου βαρύτητας της Γης g_A και g_B, στα σημεία Α και Β αντίστοιχα, ισχύει:

(α) $g_A = \frac{g_B}{4}$, **(β)** $g_A = 4 \cdot g_B$, **(γ)** $g_A = \frac{g_B}{2}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.
2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β. Ισχύει: $\overline{K} = \frac{3}{2} \cdot k \cdot T$, οπότε η μέση κινητική ενέργεια των μορίων ποσότητας ιδανικού, μονοατομικού αερίου, που βρίσκεται σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας, είναι ανάλογη της απόλυτης θερμοκρασίας του.

Μονάδες 8

2.2.
2.2.Α. Σωστή απάντηση είναι η (α).

Μονάδες 4

2.2.Β. Ισχύει: $r_A = 2 \cdot r_B$, $r_A^2 = 4 \cdot r_B^2$, $G \cdot \frac{M_\Gamma}{r_A^2} = \frac{1}{4} \cdot G \cdot \frac{M_\Gamma}{r_B^2}$, $g_A = \frac{g_B}{4}$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Δύο σημειακά αντικείμενα 1 και 2, τα οποία κινούνται στην ευθεία που ορίζουν, συγκρούονται. Αν $|\Delta p_1|$ είναι το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σημειακού αντικειμένου 1 και $|\Delta p_2|$ το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σημειακού αντικειμένου 2 κατά τη διάρκεια της κρούσης τους, τότε:

(α) $|\Delta p_1| = |\Delta p_2|$, **(β)** $|\Delta p_1| = -|\Delta p_2|$, **(γ)** $|\Delta p_1| = |\Delta p_2| = 0$

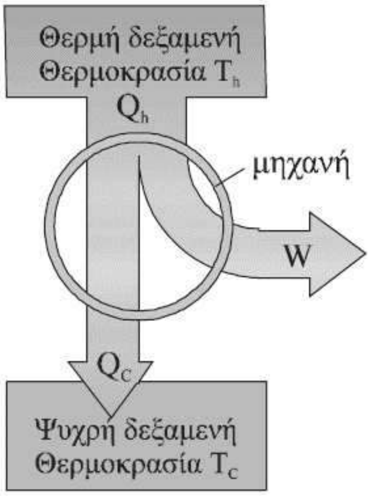
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Η αρχή λειτουργίας μιας θερμικής μηχανής απεικονίζεται στην παρακάτω εικόνα. Ισχύει:



(α) $Q_h = Q_c$, **(β)** $|Q_c| < Q_h$, **(γ)** $Q_h < |Q_c|$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (α).

Μονάδες 4

2.1.Β. Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής, κατά τη διάρκεια της κρούσης, έχουμε:

$$p_1 + p_2 = p_1' + p_2',\ p_1 - p_1' = p_2' - p_2,\ -\Delta p_1 = \Delta p_2,\ |\Delta p_1| = |\Delta p_2|$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση είναι η (β).

Μονάδες 4

2.2.Β. Η θερμότητα Q_c, δηλαδή η θερμότητα που εκλύεται στην ψυχρή δεξαμενή σε κάθε κύκλο λειτουργίας μιας θερμικής μηχανής, λογίζεται αρνητική. Η θερμότητα Q_h, δηλαδή η θερμότητα που απορροφάται από τη θερμή δεξαμενή σε κάθε κύκλο λειτουργίας μιας θερμικής μηχανής, λογίζεται θετική. Το έργο W, που παράγεται σε κάθε κύκλο λειτουργίας μιας θερμικής μηχανής, λογίζεται θετικό. Έτσι, από τη μαθηματική έκφραση της αρχής διατήρησης της ενέργειας για τη λειτουργία μιας θερμικής μηχανής: $Q_h = |Q_c| + W$, $|Q_c| < Q_h$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Σημειακό αντικείμενο μάζας m, κινούμενο με ταχύτητα υ, συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με αρχικά ακίνητο σημειακό αντικείμενο μάζας M, το οποίο είναι ελεύθερο να κινηθεί. Αν το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του βλήματος που μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια, κατά τη διάρκεια της κρούσης, είναι 75%, τότε :

(α) $M = 3 \cdot m$, **(β)** $M = m$, **(γ)** $M = \frac{m}{3}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Θερμική μηχανή απορροφά σε κάθε κύκλο λειτουργίας της θερμότητα 10000 J από τη θερμή δεξαμενή θερμότητας και έχει απόδοση 50%. Η θερμότητα που αποβάλλει η θερμική μηχανή, σε κάθε κύκλο λειτουργίας της, στην ψυχρή δεξαμενή θερμότητας είναι:

α) $5000\,J$, **(β)** $10000\,J$, **(γ)** $2500\,J$

2.2.Α.
Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.
2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής, αφού το σύστημα είναι μονωμένο, έχουμε:

$$m \cdot \upsilon = (m + M) \cdot v, \; v = \frac{m \cdot \upsilon}{M + m} \; [1]$$

Η θερμότητα που ρέει στο περιβάλλον, κατά τη διάρκεια της κρούσης, είναι:

$$Q = |\Delta K_{\sigma\upsilon\sigma\tau}| = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 - \frac{1}{2} \cdot (m + M) \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{m^2}{M + m} \cdot \upsilon^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 \left(1 - \frac{m}{M + m}\right) [2]$$

Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του βλήματος που ρέει ως θερμότητα στο περιβάλλον, κατά τη διάρκεια της κρούσης, είναι:

$$\frac{Q}{\frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2} = 75\%, \; 1 - \frac{m}{M + m} = \frac{3}{4}, \; \frac{m}{M + m} = \frac{1}{4}, \; M = 3 \cdot m$$

Μονάδες 8

2.2.
2.2.Α. Σωστή απάντηση είναι η (α).

Μονάδες 4

2.2.Β. Ισχύει:

$$\alpha = \frac{W}{Q_h} = \frac{Q_h - |Q_c|}{Q_h} = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_h}, \; \frac{|Q_c|}{Q_h} = 1 - \alpha = 0{,}5, \; |Q_c| = 0{,}5 \cdot Q_h = 5000\, J$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Όχημα κινείται σε κυκλική πλατεία με ταχύτητα σταθερού μέτρου. Αν διπλασιαστεί το μέτρο της ταχύτητάς του, τότε το μέτρο της κεντρομόλου δύναμης:

(α) παραμένει σταθερό.
(β) διπλασιάζεται.
(γ) τετραπλασιάζεται.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Μια βόμβα μάζας m βρίσκεται στιγμιαία ακίνητη σε ύψος H από την επιφάνεια της Γης. Τη στιγμή εκείνη, εκρήγνυται σε δύο κομμάτια, που εκτοξεύονται οριζόντια με ταχύτητες μέτρου υ_1 και υ_2 αντίστοιχα. Αν γνωρίζετε ότι το οριζόντιο βεληνεκές S_2 του δεύτερου κομματιού είναι διπλάσιο του οριζόντιου βεληνεκούς S_1 του πρώτου κομματιού τότε, τα μέτρα των ταχυτήτων υ_1 και υ_2 ικανοποιούν τη σχέση:

(α) $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{1}{4}$, **(β)** $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{1}{2}$, **(γ)** $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = 2$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (γ).

Μονάδες 4

2.1.Β. Η κεντρομόλος δύναμη δίνεται από τη σχέση:

$$F_\kappa = \frac{m \cdot \upsilon^2}{R} \ .$$

Αν διπλασιαστεί το μέτρο της ταχύτητας, τότε το μέτρο της κεντρομόλου δύναμης θα γίνει ίσο με:

$$F'_\kappa = \frac{m \cdot (2 \cdot \upsilon)^2}{R}, \qquad F'_\kappa = \frac{m \cdot 4 \cdot \upsilon^2}{R}\ , \quad F'_\kappa = 4 \cdot \frac{m \cdot \upsilon^2}{R}\ , \quad F'_\kappa = 4 \cdot F_\kappa$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση είναι η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Τα δύο κομμάτια, εκτελούν οριζόντια βολή με μέτρα ταχυτήτων υ_1 και υ_2, αντίστοιχα.

Ο ολικός χρόνος πτώσης $t_{o\lambda}$ είναι ο ίδιος και για τα δύο σώματα, αφού:

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2, \qquad H = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{o\lambda}^2, \qquad t_{o\lambda} = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}}\ .$$

Το οριζόντιο βεληνεκές δίνεται από τη σχέση:

$$S = \upsilon_o \cdot t_{o\lambda}.$$

Είναι:

$$S_2 = 2 \cdot S_1, \qquad \upsilon_2 \cdot t_2 = 2 \cdot \upsilon_1 \cdot t_{1,} \ \ \upsilon_2 \cdot t_{o\lambda} = 2 \cdot \upsilon_1 \cdot t_{o\lambda,} \ \ \upsilon_2 = 2 \cdot \upsilon_1, \qquad \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{1}{2}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Ένα σώμα εκτοξεύεται οριζόντια από ύψος $H = 125m$, σε σχέση με το έδαφος, με αρχική ταχύτητα υ_o. Αν γνωρίζετε ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι ίση με $g = 10\frac{m}{s^2}$, να προσδιορίσετε:

4.1. το χρόνο που χρειάστηκε για να φθάσει στο έδαφος.

Μονάδες 5

4.2. Αν η οριζόντια απόσταση, που διήνυσε μέχρι να φτάσει στο έδαφος, είναι $S = 50\ m$, να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας υ_o με την οποία εκτοξεύτηκε.

Μονάδες 5

4.3. Να προσδιορίσετε το μέτρο της ταχύτητας με την οποία φτάνει στο έδαφος.

Μονάδες 7

4.4. Ποια χρονική στιγμή t_1 το σώμα περνάει από ένα σημείο Α που βρίσκεται σε ύψος $h_1 = 25m$ από το έδαφος;

Μονάδες 8

Να θεωρήσετε ότι στο σώμα ασκείται μόνο το βάρος του.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το σώμα εκτελεί οριζόντια βολή.

Στον κατακόρυφο άξονα εκτελεί ελεύθερη πτώση.

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2, H = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{ολ}^2, \qquad t_{ολ} = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}}, \qquad t_{ολ} = \sqrt{\frac{2 \cdot 125}{10}} s, \qquad t_{ολ} = 5s$$

Μονάδες 5

4.2. Στον οριζόντιο άξονα, το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

$$x = \upsilon_o \cdot t, \qquad S = \upsilon_o \cdot t_{ολ}, \qquad \upsilon_o = \frac{S}{t_{ολ}}, \ \upsilon_o = \frac{50}{5} \frac{m}{s}, \upsilon_o = 10 \frac{m}{s}$$

Μονάδες 5

4.3.
Η μηχανική ενέργεια διατηρείται.

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ}, \qquad \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_o^2 + m \cdot g \cdot H = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 + 0,$$

$$\upsilon^2 = \upsilon_o^2 + 2 \cdot g \cdot H, \qquad \upsilon = \sqrt{\upsilon_o^2 + 2 \cdot g \cdot H},$$

$$\upsilon = \sqrt{10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 125} \ \frac{m}{s}, \upsilon = \sqrt{2600} \frac{m}{s} = 10 \cdot \sqrt{26} \ \frac{m}{s}$$

Μονάδες 7

4.4. Αν y_1 η κατακόρυφη απομάκρυνση του σώματος τη χρονική στιγμή t_1, τότε

$$H = h + y_1, \qquad y_1 = H - h, \qquad y_1 = 125m - 25m, \qquad y_1 = 100m,$$

$$\frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 = y_1, \ t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot y_1}{g}} = \sqrt{20} s = 2 \cdot \sqrt{5} \, s$$

Μονάδες 8