Γενικό Λύκειο Βαθέος Αυλίδας

Σχολικό Έτος 2021-2022

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΑ

σε ΟΛΗ την ΥΛΗ

Γ΄ Λυκείου Ομάδας Προσανατολισμού Θετικών Σπουδών

από Study4exams

Τελευταία ενημέρωση 25 – 04 - 2022

Επιμέλεια : Νίκος Παπαγιάννης Φυσικός

Αφιερωμένο στους Μαθητές μου

Κ Α Λ Η   Ε Π Ι Τ Υ Χ Ι Α

ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

1ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ (Εφ' όλης της ύλης) – ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ Α

1. Στις φθίνουσες ταλαντώσεις στις οποίες η αντιτιθέμενη δύναμη είναι ανάλογη της ταχύτητας, τα φυσικά μεγέθη που έχουν πάντα την ίδια φορά είναι

α. η ταχύτητα και η δύναμη επαναφοράς.

β. η ταχύτητα και η απομάκρυνση.

γ. η δύναμη επαναφοράς και η αντιτιθέμενη δύναμη.

δ. η συνισταμένη δύναμη και η επιτάχυνση.

Μονάδες 5

2. Ένα σώμα εκτελεί ταλάντωση που προέρχεται από τη σύνθεση των απλών αρμονικών ταλαντώσεων: $x_1 = A_1ημωt$ και $x_2 = A_2ημ(ωt+π/3)$. Οι δύο ταλαντώσεις γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο στην ίδια διεύθυνση. Η ταλάντωση που εκτελεί το σώμα

α. είναι απλή αρμονική ταλάντωση.

β. έχει συχνότητα διαφορετική από την ω.

γ. έχει πλάτος $A_1 + A_2$.

δ. έχει πλάτος $A_1 - A_2$.

Μονάδες 5

Α3. Στο μέσον ενός σωληνοειδούς δημιουργείται μαγνητικό πεδίο έντασης Β, όταν το τροφοδοτούμε από ρεύμα έντασης Ι. Κόβουμε το σωληνοειδές στο μέσον και τροφοδοτούμε το ένα τμήμα με ρεύμα ίδιας έντασης, Ι. Η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο άκρο του κομματιού έχει ένταση μέτρου
α) Β.
β) Β/2.
γ) Β/4.
δ) Β/8

Μονάδες 5

4. Σφαίρα A μάζας m_A και κινητικής ενέργειας K_A συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με δεύτερη ακίνητη σφαίρα B μάζας m_B. Η κινητική ενέργεια που μεταφέρεται από τη σφαίρα A στη σφαίρα B κατά τη διάρκεια της κρούσης γίνεται μέγιστη όταν α) $m_A < m_B$.

β) $m_A > m_B$.

γ) $m_A = m_B$.

δ) m_A είναι πολύ μεγαλύτερο από το m_B.

Μονάδες 5

5. Στις παρακάτω ερωτήσεις να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη ***Σωστό*** για τη σωστή πρόταση και τη λέξη ***Λάθος*** για τη λανθασμένη.

α) Η εξίσωση του Bernoulli είναι συνέπεια της διατήρησης της ενέργειας στη ροή των ιδανικών ρευστών.

β) Σε ένα σώμα που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, στην ακραία αρνητική θέση ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας είναι ίσος με μηδέν.

γ) Όταν η κρούση μεταξύ δύο σφαιρών είναι πλαστική, διατηρείται η ορμή του συστήματος.

δ) Η ροπή αδράνειας ενός στερεού εξαρτάται από τη θέση του άξονα περιστροφής του.

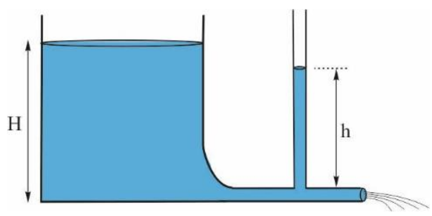
ε) Δύο παράλληλοι ρευματοφόροι αγωγοί που βρίσκονται σε μικρή απόσταση μεταξύ τους και διαρρέονται από αντίρροπα ρεύματα απωθούνται.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Β

Για τις παρακάτω ερωτήσεις να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

1.Στο διπλανό σχήμα φαίνεται μια δεξαμενή μεγάλης διατομής, που περιέχει νερό ύψους Η. Στη βάση της δεξαμενής υπάρχει οριζόντιος σωλήνας σταθερής διατομής από το στόμιο του οποίου το νερό εξέρχεται στην ατμόσφαιρα. Στο οριζόντιο σωλήνα υπάρχει προσαρμοσμένος ένας κατακόρυφος σωλήνας, ανοικτός στην ατμόσφαιρα. Θεωρώντας το νερό ιδανικό ρευστό, για το ύψος h της στήλης στον κατακόρυφη σωλήνα ισχύει



α. h=0

β. h=H

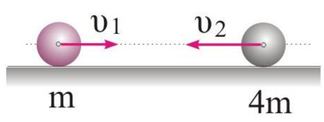
γ. 0<h<H

Μονάδες 2

Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

2. Δύο σφαίρες Α και Β με μάζες m και 4m κινούνται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, στον άξονα x, όπως στο σχήμα. Η κινητική ενέργεια κάθε σφαίρας πριν την κρούση είναι ίση με Κ. Οι σφαίρες συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά. Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος εξαιτίας της κρούσης είναι



α. $-\frac{9}{5}K$

β. $-\frac{4}{5}K$

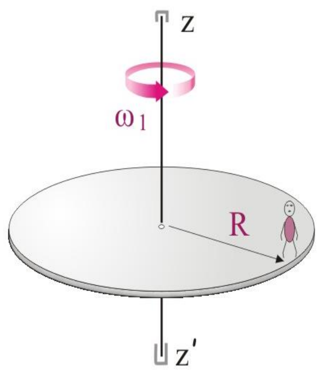
γ. $-\frac{3}{5}K$

Μονάδες 2

Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

Μονάδες 7

3. Στην περίμετρο οριζόντιας πλατφόρμας, σχήματος κυκλικού δίσκου ακτίνας R, στέκεται ένα παιδί μάζας m, το οποίο θεωρούμε υλικό σημείο. Το σύστημα περιστρέφεται γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα z'z, ο οποίος διέρχεται από το κέντρο της πλατφόρμας, χωρίς τριβές με σταθερή γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω_1, όπως δείχνει το σχήμα. Το παιδί αρχίζει να κινείται ακτινικά και σταματά σε απόσταση r=R/2 από το κέντρο της πλατφόρμας.



Το μέτρο της στροφορμής του παιδιού ως προς τον άξονα περιστροφής της πλατφόρμας

α. παραμένει σταθερό.

β. αυξάνεται.

γ. μειώνεται

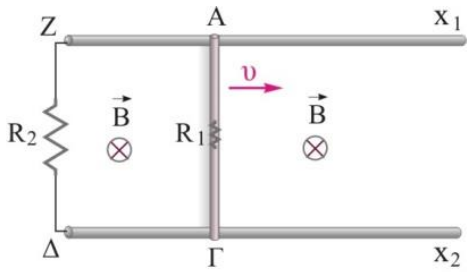
Μονάδες 2

Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Γ

Η οριζόντια μεταλλική ράβδος ΑΓ μήκους L=50 cm, έχει ωμική αντίσταση R_1=4Ω και κινείται χωρίς τριβές με σταθερή ταχύτητα υ=5m/s πάνω στους οριζόντιους αγώγιμους – αμελητέας αντίστασης – οδηγούς Zx_1 και $Δx_2$. Στο χώρο υπάρχει κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο, έντασης B=0,4T, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Τα άκρα Ζ, Δ συνδέονται με αντίσταση R_2=1Ω.



Να υπολογίσετε:

α) την Η.Ε.Δ. από επαγωγή που θα αναπτυχθεί στο κλειστό κύκλωμα.

β) την εξωτερική δύναμη που ασκείται στη ράβδο και το έργο που παράγει σε χρονικό διάστημα Δt=2s.

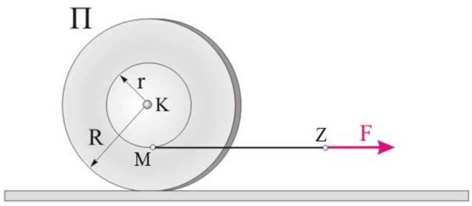
γ) την θερμική ισχύ στην αντίσταση R_1.

δ) την συνολική θερμική ενέργεια που θα ελευθερωθεί σε χρονικό διάστημα t=10 sec.

ε) τη διαφορά δυναμικού $V_{ZΔ}$.

ΘΕΜΑ Δ

Το στερεό Π του σχήματος 1 (καρούλι), έχει μάζα M_1 = 2 kg και αποτελείται από δύο παράλληλους ομοαξονικούς κολλημένους δίσκους ακτίνας R=0,2m, οι οποίοι ενώνονται μεταξύ τους με κύλινδρο ακτίνας r= R/2. Το στερεό έχει ροπή αδράνειας ως προς τον κοινό άξονα των δύο δίσκων $I_K = \frac{1}{4} M_1 R^2$.



Σχήμα 1

Στον κύλινδρο ακτίνας r έχουμε τυλίξει αβαρές λεπτό και μη εκτατό νήμα.

Τοποθετούμε το προηγούμενο στερεό Π σε οριζόντιο επίπεδο, ασκούμε στο ελεύθερο άκρο του σταθερή οριζόντια δύναμη F, όπως φαίνεται στο σχήμα 1.Τη χρονική στιγμή t=0 το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί και αυτό κυλίεται.

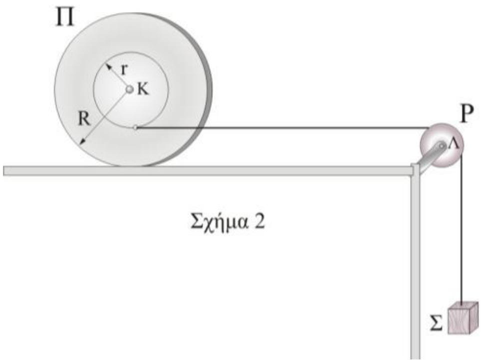
Δ1. Να βρείτε την κατεύθυνση στην οποία θα μετατοπιστεί το κέντρο μάζας του στερεού Π .

Μονάδες 4

Δ2.Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σημείου εφαρμογής της δύναμης, Ζ, και το μέτρο της στροφορμής του στερεού τη χρονική στιγμή που το κέντρο μάζας του στερεού έχει αποκτήσει ταχύτητα $\upsilon_{cm} = 1\,m/s$.

Μονάδες 6

Στη διάταξη του σχήματος 2 το σύστημα αποτελείται από το παραπάνω στερεό Π, μια τροχαλία Ρ αμελητέας μάζας και ένα σώμα Σ μάζας M_2 = 2 kg που είναι ακίνητο και το νήμα είναι οριζόντιο, αβαρές, μη εκτατό και τεντωμένο.



Σχήμα 2

Αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να κινηθεί. Το σώμα Σ πέφτει και το στερεό Π κυλίεται στο οριζόντιο επίπεδο χωρίς το νήμα να ολισθαίνει στο αυλάκι της τροχαλίας.

Δ3. Να γράψετε το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής για το στερεό Π και το σώμα Σ καθώς και τις σχέσεις που συνδέουν τις επιταχύνσεις τους.

Μονάδες 6

Δ4.Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του στερεού Π.

Μονάδες 6

Δ5.Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του στερεού Π σε συνάρτηση με το χρόνο.

Μονάδες 3

Δίνεται $g = 10\,m/s^2$.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Η εκπόνηση του διαγωνίσματος έγινε με τη βοήθεια Εθελοντών Εκπαιδευτικών:

Τα θέματα επιμελήθηκαν οι **Κουσίδης Σταύρος** και **Ντούβαλης Γεώργιος,** Φυσικοί.

Ο επιστημονικός έλεγχος πραγματοποιήθηκε από τους **Παλόγο Αντώνιο** και **Στεφανίδη Κωνσταντίνο.**

ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

1° ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ (Εφ' όλης της ύλης) - ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

1. δ

2. α

3. β

4. γ.

5. α) Σωστό

β) Λάθος

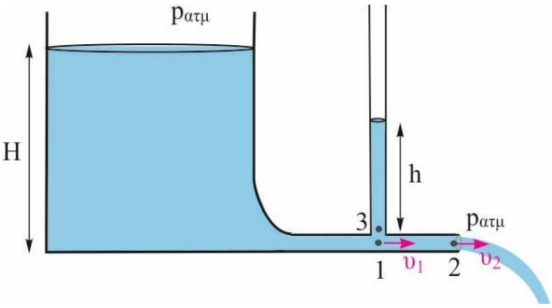
γ) Σωστό

δ) Σωστό

ε) Σωστό

ΘΕΜΑ Β

1. Σωστή είναι η απάντηση (α).



Εφαρμόζουμε την εξίσωση του Bernoulli μεταξύ των σημείων 1 και 2 του οριζόντιου σωλήνα.

$$\frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 + p_1 = \frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 + p_2$$

Επειδή ο οριζόντιος σωλήνας είναι σταθερής διατομής από την εξίσωση της συνέχειας προκύπτει $\upsilon_1 = \upsilon_2$. Άρα $p_1 = p_2$

Επειδή στο σημείο 2 το νερό εξέρχεται στην ατμόσφαιρα $p_2 = p_{ατμ}$, άρα

$$p_1 = p_{ατμ} \qquad \textbf{(1)}$$

Το σημείο 3 βρίσκεται στη βάση της κατακόρυφης στήλης νερού και είναι ακίνητο, άρα από την υδροστατική έχουμε:

$$p_3 = p_{ατμ} + \rho_\nu g h \qquad \textbf{(2)}$$

Επειδή μεταξύ του σημείου 1 και 3 δεν υπάρχει κίνηση ρευστού, τα δύο σημεία έχουν την ίδια πίεση $p_1 = p_3$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει h=0

Άρα, σωστή είναι η απάντηση (α).

2. Σωστή είναι η α

$\Delta K = K_{ολ,μετά} - K_{ολ,πριν}$ **(1)**

$K_{ολ,πριν} = 2K$ **(2)**

$K_{ολ,μετά} = \frac{1}{2}(m+4m)V_κ^2$ **(3)**

Θα υπολογίσουμε το $V_κ$.

Πριν την κρούση έχουν ίδια κινητική ενέργεια,

$K_A = K_B$ ή $\frac{1}{2}mυ_A^2 = \frac{1}{2}4mυ_B^2$ ή $υ_A = \pm 2υ_B$

Επειδή τα σώματα κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις δεκτή είναι η $υ_A = -2υ_B$ ή $υ_B = -\frac{υ_A}{2}$.

Η διατήρηση της ορμής για την κρούση δίνει:

$p_{ολ,μετά} = p_{ολ,πριν}$, παίρνοντας τα θετικά προς τα δεξιά έχουμε:

$m υ_A - 4m\frac{υ_A}{2} = (m+4m)V_κ$ ή $V_κ = -\frac{υ_A}{5}$

Με αντικατάσταση στη σχέση (3) παίρνουμε:

$K_{ολ,μετά} = \frac{1}{2}5m\left(-\frac{υ_A}{5}\right)^2 = \frac{1}{2}mυ_A^2\frac{1}{5}$ ή $K_{ολ,μετά} = \frac{K}{5}$ **(4)**

Με αντικατάσταση στη σχέση (1) των (2) και (4) παίρνουμε:

$\Delta K = \frac{K}{5} - 2K$ ή $\Delta K = -\frac{9}{5}K$

3. Σωστή είναι η γ.

Για το σύστημα πλατφόρμα + παιδί η στροφορμή διατηρείται καθώς δεν υπάρχουν εξωτερικές ροπές.

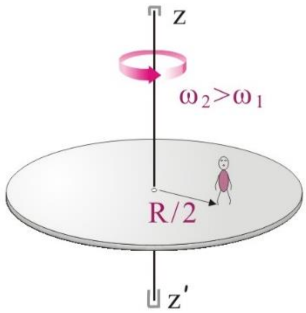
$L_{ολ,πριν} = L_{ολ,μετά}$ ή $\left(I_{πλατφ} + mR^2\right)ω_1 = \left(I_{πλατφ} + m(R/2)^2\right)ω_2$ ή $ω_2 = \frac{I_{πλατφ} + mR^2}{I_{πλατφ} + m(R/2)^2}ω_1$ Άρα

$ω_2 > ω_1$

Επίσης ισχύει:

$\Delta L_{ολ} = 0$ ή $\Delta L_{πλατφ} + \Delta L_{παιδ} = 0$ **(1)**

Όμως, $\Delta L_{πλατφ} = L_{πλατφ,τελ} - L_{πλατφ,αρχ} > 0$ καθώς $\omega_2 > \omega_1$.



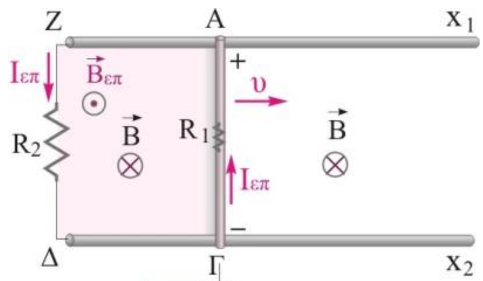
Από την (1) προκύπτει:

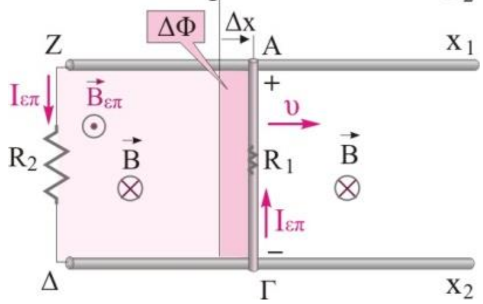
$\Delta L_{παιδ} < 0$ ή $L_{παιδ,τελ} - L_{παιδ,αρχ} < 0$ ή $L_{παιδ,τελ} < L_{παιδ,αρχ}$

Άρα η στροφορμή του παιδιού μειώνεται.

ΘΕΜΑ Γ

α) Οι δύο μεταλλικοί οδηγοί, η ράβδος και ο αντιστάτης αποτελούν ένα κλειστό πλαίσιο από το οποίο διέρχεται μαγνητική ροή Φ=BS, όπου S το εμβαδόν του σχηματιζόμενου πλαισίου. Καθώς η ράβδος κινείται, μεταβάλλεται η επιφάνεια S, με συνέπεια να αυξάνεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από το πλαίσιο και να εμφανίζεται επαγωγική τάση. Αν σε χρόνο Δt η ράβδος έχει μετατοπιστεί κατά Δx, τότε το μέτρο της επαγωγικής τάσης που εμφανίζεται στο πλαίσιο είναι





$$E_{επ} = \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = \frac{\Phi_{τελ} - \Phi_{αρχ}}{\Delta t} = \frac{BS_{τελ} - BS_{αρχ}}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$E_{επ} = \frac{B\left(S_{τελ} - S_{αρχ}\right)}{\Delta t} \Rightarrow E_{επ} = \frac{BL\Delta x}{\Delta t} \qquad (1)$$

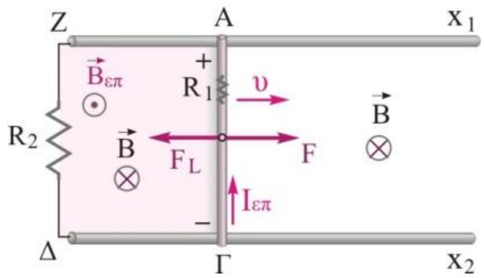
Όμως, $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ μας κάνει την ταχύτητα της ράβδου, άρα η σχέση (1) γίνεται:

$$E_{επ} = B\upsilon L = 0,4T \cdot 5\frac{m}{s} \cdot 0,5m \Rightarrow E_{επ} = 1V$$

β) Το κλειστό κύκλωμα ΖΔΓΑ διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα του οποίου η ένταση είναι

$$I = \frac{E_{επ}}{R_{ολ}} = \frac{E_{επ}}{R_1 + R_2} = \frac{1V}{4\Omega + 1\Omega} \Rightarrow I = 0,2A$$

Άρα η δύναμη Laplace που ασκείται στη ράβδο είναι



$$F_L = BIL = 0,4T \cdot 0,2A \cdot 0,5m \Rightarrow F_L = 4 \cdot 10^{-2}N$$

Η ράβδος κινείται με σταθερή ταχύτητα, κατά συνέπεια η συνισταμένη των δυνάμεων που δέχεται είναι μηδέν. Άρα η ράβδος δέχεται προς τα δεξιά μία εξωτερική δύναμη F, μέτρου ίσου με αυτό της δύναμης Laplace

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_L = F = 4 \cdot 10^{-2} \mathrm{N}$$

Το έργο που παράγει η εξωτερική δύναμη F σε χρονικό διάστημα Δt=2s είναι

$$W_F = F\Delta x = F\upsilon\Delta t = 4 \cdot 10^{-2} \mathrm{N} \cdot 5\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 2\mathrm{s} \Rightarrow W_F = 0,4\mathrm{J}$$

γ) Η θερμική ισχύς στην αντίσταση R_1 είναι

$$P_1 = I^2 R_1 = (0,2\mathrm{A})^2 \cdot 4\Omega \Rightarrow P_1 = 0,16\mathrm{W}$$

δ) Η συνολική θερμική ενέργεια που θα ελευθερωθεί σε χρονικό διάστημα t=10 sec είναι

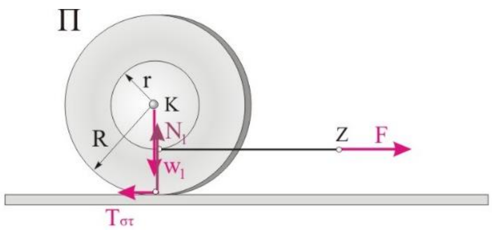
$$Q = I^2 R_{o\lambda} t = (0,2\mathrm{A})^2 \cdot 5\Omega \cdot 10\mathrm{s} \Rightarrow Q = 2\mathrm{J}$$

ε) Η διαφορά δυναμικού $V_{Z\Delta}$,στα άκρα της αντίστασης R_2, είναι

$$V_{Z\Delta} = IR_2 = 0,2\mathrm{A} \cdot 1\Omega \Rightarrow V_{Z\Delta} = 0,2\mathrm{V}$$

ΘΕΜΑ Δ

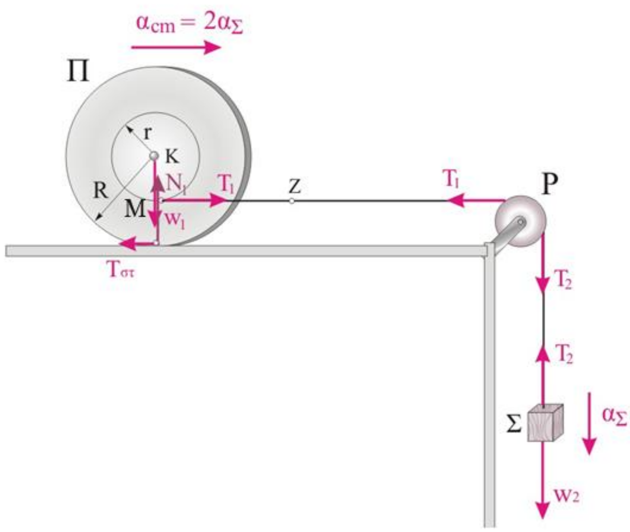
Δ1. Για τη μελέτη της μεταφορικής κίνησης σχεδιάζουμε τις δυνάμεις στο κέντρο μάζας. Στο στερεό ασκούνται η δύναμη F, η στατική τριβή, το βάρος w_1 και η δύναμη στήριξης N_1. Η μεταφορική κίνηση γίνεται στον οριζόντιο άξονα. Επειδή η ασκούμενη δύναμη είναι προς τα δεξιά το κέντρο μάζας, Κ, του στερεού θα μετατοπιστεί προς τα δεξιά.



Δ2. Το κέντρο μάζας μετατοπίζεται προς τα δεξιά και σύμφωνα με την εκφώνηση κυλίεται, άρα το σώμα κυλίεται δεξιόστροφα. Το σημείο εφαρμογής Z της δύναμης και το σημείο Μ έχουν την ίδια ταχύτητα. $\upsilon_Z = \upsilon_M = \upsilon_{cm} - \omega r$ ή $\upsilon_Z = \upsilon_{cm} - \frac{\upsilon_{cm}}{R} r$

Παίρνοντας υπόψη ότι $r = \frac{R}{2}$ προκύπτει ή $\upsilon_Z = \frac{\upsilon_{cm}}{2}$ ή $\upsilon_Z = 0,5\mathrm{m/s}$

$$L = I_K \omega = \frac{1}{4} M_1 R^2 \frac{\upsilon_{cm}}{R} = \frac{1}{4} M_1 R \upsilon_{cm} \text{ ή } L = \frac{1}{4} 2\mathrm{kg} \cdot 0,2\mathrm{m} \cdot 1\mathrm{m/s} \text{ ή } L = 0,1\mathrm{kgm^2/s}$$



Δ3. Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα.

Ο Θεμελιώδης νόμος της Μηχανικής για την τροχαλία γράφεται:

$\Sigma\tau = I_{\tau\rho}\alpha_{\gamma\omega\nu}$ ή $T_2 r_{\tau\rho} - T_1 r_{\tau\rho} = I_{\tau\rho}\alpha_{\gamma\omega\nu}$

Επειδή η τροχαλία Ρ είναι αμελητέας μάζας, $I_{\tau\rho}=0$, άρα $T_2 r_{\tau\rho} - T_1 r_{\tau\rho} = 0$ και $T_2 = T_1$.

Ο Θεμελιώδης νόμος της Μηχανικής για τη μεταφορική και στροφική κίνηση του στερεού Π γράφεται:

$\Sigma F = M_1\alpha_{cm}$ ή $T_1 - T_{\sigma\tau} = M_1\alpha_{cm}$ **(1)**

$\Sigma\tau = I_{\tau\rho}\alpha_{\gamma\omega\nu}$ ή $T_{\sigma\tau}R - T_1 r = I_K\alpha_{\gamma\omega\nu}$ **(2)**

Επειδή το σώμα Π κυλίεται, $\alpha_{cm} = \alpha_{\gamma\omega\nu}R$ **(3)**

Ο θεμελιώδης νόμος της Μηχανικής για το σώμα Σ γράφεται:

$\Sigma F = M_2\alpha_\Sigma$ ή $M_2 g - T_1 = M_2\alpha_\Sigma$ **(4)**

Για να βρούμε τη σχέση μεταξύ α_Σ και α_{cm} σκεφτόμαστε ως εξής:

Αν το σώμα Σ κατέβει κατά Δy , το σημείο Ζ έχει μετατοπιστεί οριζόντια κατά $\Delta x_Z = \Delta y$.

Παίρνοντας χρονικούς ρυθμούς μεταβολής προκύπτει, $\upsilon_Z = \upsilon_\Sigma$

Παίρνοντας πάλι χρονικούς ρυθμούς μεταβολής των ταχυτήτων προκύπτει, $\alpha_Z = \alpha_\Sigma$.

Όμως $\alpha_Z = \alpha_M = \alpha_{cm} - \alpha_\gamma r$ ή $\alpha_Z = \alpha_{cm} - \dfrac{\alpha_{cm}}{R} r$

παίρνοντας υπόψη ότι $r = \dfrac{R}{2}$ προκύπτει : $\alpha_\Sigma = \alpha_Z = \dfrac{\alpha_{cm}}{2}$ **(5)**

Δ4.

Η σχέση (2) με την βοήθεια της (3) δίνει:

$$T_{\sigma\tau}R - T_1\frac{R}{2} = \frac{1}{4}M_1R^2\frac{\alpha_{cm}}{R} \;\; ή \;\; T_{\sigma\tau} - \frac{T_1}{2} = \frac{1}{4}M_1\alpha_{cm} \qquad \textbf{(6)}$$

Μεταξύ των σχέσεων (1) και (6) κάνουμε απαλοιφή του $T_{\sigma\tau}$.

$$(1) \Rightarrow T_{\sigma\tau} = T_1 - M_1\alpha_{cm}$$

$$(6) \Rightarrow T_1 - M_1\alpha_{cm} - \frac{T_1}{2} = \frac{1}{4}M_1\alpha_{cm} \;\; ή \;\; T_1 = \frac{5}{2}M_1\alpha_{cm} \qquad \textbf{(7)}$$

Από τις σχέσεις (7) και (4) παίρνονταςυπόψη την (5) παίρνουμε:

$$\Rightarrow M_2g - \frac{5}{2}M_1\alpha_{cm} = M_2\frac{\alpha_{cm}}{2} \;\; ή \;\; \alpha_{cm} = \frac{2M_2g}{5M_1 + M_2}$$

Αντικαθιστώντας $M_1 = M_2 = 2kg$, $g = 10m/s^2$ προκύπτει $\alpha_{cm} = \frac{10}{3}\frac{m}{s^2}$.

Δ5. Το νήμα και η τροχαλία είναι χωρίς μάζα. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σύστημα των σωμάτων είναι συντηρητικές, οπότε η μηχανική ενέργεια του συστήματος των Π, Σ, διατηρείται σταθερή. Η μείωση της δυναμικής ενέργειας του σώματος Σ μετατρέπεται σε κινητική ενέργεια του Σ και κινητική ενέργεια του Π.

$$U_\Sigma + K_\Sigma + K_\Pi = σταθερό \;\; ή \;\; \frac{dU_\Sigma}{dt} + \frac{dK_\Sigma}{dt} + \frac{dK_\Pi}{dt} = 0 \;\; ή \;\; \frac{dK_\Pi}{dt} = -\frac{dU_\Sigma}{dt} - \frac{dK_\Sigma}{dt} \qquad \textbf{(8)}$$

$$\frac{dU_\Sigma}{dt} = -\frac{M_2gdy}{dt} = -M_2g\upsilon_\Sigma = -M_2g\alpha_\Sigma t = -M_2g\frac{\alpha_{cm}}{2}t \;\; ή$$
$$\frac{dU_\Sigma}{dt} = -2kg\cdot 10\frac{m}{s^2}\cdot\frac{10}{6}\frac{m}{s^2}t \;\; ή \;\; \frac{dU_\Sigma}{dt} = -\frac{100}{3}t \text{ (SI)}$$

$$\frac{dK_\Sigma}{dt} = \Sigma F\upsilon_\Sigma = \left(M_2g - T_1\right)\alpha_\Sigma t \qquad \textbf{(9)}$$

Η τιμή του T_1 βρίσκεται από τη σχέση (7)

$$T_1 = \frac{5}{2}M_1\alpha_{cm} = \frac{5}{2}\cdot 2kg\frac{10}{3}m/s^2 \;\; ή \;\; T_1 = \frac{50}{3}N$$

Με αντικατάσταση στην (9) βρίσκουμε:

$$\frac{dK_\Sigma}{dt} = \left(M_2g - T_1\right)\alpha_\Sigma t = \left(20 - \frac{50}{3}\right)\frac{10}{6}t \text{ (SI)} \;\; ή \;\; \frac{dK_\Sigma}{dt} = \frac{50}{9}t \text{ (SI)}$$

Με αντικατάσταση στην (8) παίρνουμε:

$$\frac{dK_{\Pi}}{dt} = -\frac{dU_{\Sigma}}{dt} - \frac{dK_{\Sigma}}{dt} = \left(+\frac{100}{3}t - \frac{50}{9}t\right)(SI) \quad ή \quad \frac{dK_{\Pi}}{dt} = \frac{250}{9}t\,(SI).$$

Η εκπόνηση του διαγωνίσματος έγινε με τη βοήθεια Εθελοντών Εκπαιδευτικών:

Τα θέματα επιμελήθηκαν οι **Κουσίδης Σταύρος** και **Ντούβαλης Γεώργιος,** Φυσικοί.

Ο επιστημονικός έλεγχος πραγματοποιήθηκε από τους **Παλόγο Αντώνιο** και **Στεφανίδη Κωνσταντίνο.**

ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

2ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ (Εφ' όλης της ύλης) – ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ Α

Στις προτάσεις **Α1-Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση, η οποία τη συμπληρώνει σωστά.*

Α1. Δύο σφαιρικά σώματα συγκρούονται. Αν με $K_{αρχ}$, $K_{τελ}$ συμβολίσουμε τις ολικές κινητικές ενέργειες του συστήματος πριν και μετά το συμβάν, αντίστοιχα, τότε το πηλίκο $K_{αρχ}/K_{τελ}$ παίρνει τη ελάχιστη τιμή του όταν η κρούση είναι

α. πλαστική.

β. ανελαστική.

γ. πλάγια ανελαστική.

δ. ελαστική.

Μονάδες 5

Α2. Ένα σώμα εκτελεί ταλάντωση που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων που γίνονται πάνω στην ίδια διεύθυνση , γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας, έχουν ίδιες συχνότητες, αλλά διαφορετικά πλάτη A_1 και A_2. Αν οι ταλαντώσεις παρουσιάζουν διαφορά φάσης π/2, τότε το πλάτος, A, της σύνθετης ταλάντωσης είναι

α. $A = A_1 + A_2$.

β. $A = |A_1 - A_2|$.

γ. $A = \sqrt{A_1 + A_2}$.

δ. $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$.

Μονάδες 5

Α3. Ο συντονισμός είναι μια περίπτωση εξαναγκασμένης ταλάντωσης όπου το πλάτος ταλάντωσης του συστήματος γίνεται μέγιστο διότι

α. ο διεγέρτης του προσφέρει ενέργεια με τον άριστο τρόπο.

β. η συχνότητα του διεγέρτη δεν το επηρεάζει.

γ. το ταλαντούμενο σύστημα δεν χάνει ενέργεια λόγω τριβών.

δ. η συχνότητα του διεγέρτη είναι μέγιστη.

Μονάδες 5

Α4. Η εναλλασσόμενη τάση που εφαρμόζεται στα άκρα ενός αντιστάτη περιγράφεται από τη σχέση υ=120 ημ60πt (SI). Η αντίστοιχη ενεργός τάση είναι ίση με

α. $120\sqrt{2}\text{V}$

β. $\dfrac{60}{\sqrt{2}}\text{V}$

γ. 120V

δ. $60\sqrt{2}\text{V}$

Α5. *Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό**, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη **Λάθος**, για τη λανθασμένη.*

α. Από τη σύνθεση δύο ταλαντώσεων που έχουν την ίδια διεύθυνση και την ίδια θέση ισορροπίας, αλλά οι συχνότητές τους διαφέρουν λίγο μεταξύ τους, προκύπτει μια νέα αρμονική ταλάντωση.

β. Στην απλή αρμονική ταλάντωση, το ταλαντούμενο σώμα έχει μέγιστη ταχύτητα όταν ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του είναι μηδενικός.

γ. Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής σε ένα στερεό που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα είναι ανάλογος της γωνιακής του επιτάχυνσης.

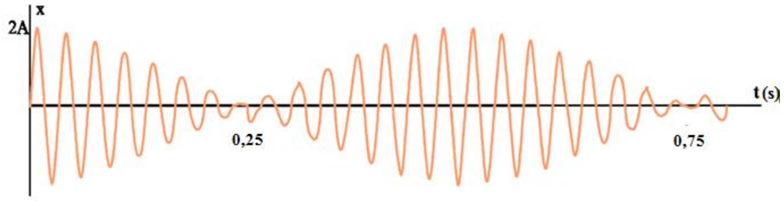
δ. Επειδή τα υγρά είναι ασυμπίεστα δεν μεταβάλλουν τον όγκο τους.

ε. Σε ένα ιδανικό ρευστό που ρέει σε οριζόντιο σωλήνα μεταβλητής διατομής, οι μάζες του ρευστού έχουν την ίδια ταχύτητα ροής σε όλα τα σημεία του σωλήνα

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Β

1. Από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, που οι συχνότητές τους f_1 και f_2 $(f_2 > f_1)$ διαφέρουν πολύ λίγο, προκύπτει η περιοδική κίνηση του σχήματος.



Αν η συχνότητα f_1 ισούται με 19Hz, το σώμα που εκτελεί τη σύνθετη ταλάντωση μηδενίζει την απομάκρυνσή του κάθε δευτερόλεπτο

α) 42 φορές.

β) 40 φορές.

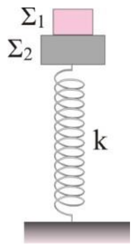
γ) 4 φορές.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

Β2. Τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ του σχήματος έχουν μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα. Το σώμα $Σ_1$ βρίσκεται πάνω στο $Σ_2$. Το σώμα $Σ_2$ είναι στερεωμένο στο πάνω άκρο του κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο στο δάπεδο. Αφαιρούμε απότομα το σώμα $Σ_1$, οπότε το $Σ_2$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση έχοντας ως πάνω ακραία θέση τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.



Τη στιγμή που το ελατήριο είναι μέγιστα συμπιεσμένο, ο λόγος της ενέργειας ταλάντωσης του συστήματος $Σ_2$-k προς την ενέργεια του ελατηρίου, $\frac{E_T}{U_{ελ}}$, είναι

α. $\frac{1}{4}$.

β. $\frac{1}{2}$.

γ. 1.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

Β3. Ένα σώμα με μάζα m_1 κινούμενο με ταχύτητα $υ_1$ συγκρούεται κεντρικά με άλλο ακίνητο σώμα μάζας m_2. Μετά την κρούση το σώμα μάζας m_1 κινείται με ταχύτητα $υ_1{}' = -\frac{1}{2}υ_1$ και το σώμα μάζας m_2 με ταχύτητα $υ_2{}' = \frac{1}{4}υ_1$. Η σύγκρουση των σωμάτων είναι

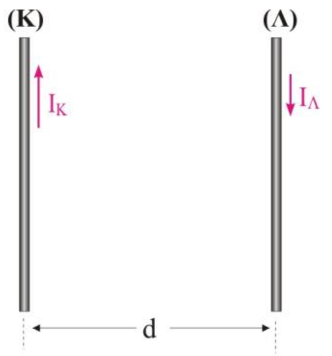
α) ανελαστική.

β) ελαστική.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 7



Β4. Στο διπλανό σχήμα απεικονίζονται δύο παράλληλοι άκαμπτοι ομοεπίπεδοι ρευματοφόροι αγωγοί, Κ, Λ πολύ μεγάλου μήκους, που απέχουν μεταξύ τους d και διαρρέονται από σταθερά αντίρροπα ρεύματα I_K, $I_Λ$, των οποίων οι εντάσεις συνδέονται με τη σχέση $I_K = 4I_Λ$.

Ένας τρίτος ευθύγραμμος αγωγός, με μήκος, ℓ είναι ομοεπίπεδος των αγωγών Κ, Λ, είναι παράλληλος σε αυτούς και απέχει r_K, $r_Λ$ από αυτούς, αντίστοιχα. Ο τρίτος αγωγός βρίσκεται σε ισορροπία και διαρρέεται από ρεύμα ίδιας φοράς με τη φορά του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό Κ. Η απόσταση r_K είναι

α. $r_K = d/3$.

β. $r_K = 4d/3$.

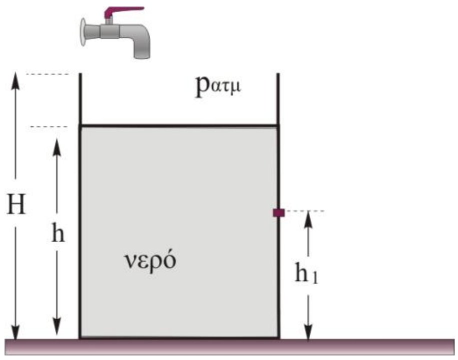
γ. $r_K = 5d/3$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ.



Στην κυλινδρική δεξαμενή του διπλανού σχήματος που έχει ύψος H=4,45m περιέχεται νερό μέχρι το ύψος h=3,8m από τον πυθμένα. Στο πλευρικό τοίχωμα, σε απόσταση h_1=2m από το πυθμένα της δεξαμενής, υπάρχει μια οπή εμβαδού 1cm^2 κλεισμένη με τάπα, ενώ η δεξαμενή μπορεί να τροφοδοτείται από βρύση που ρίχνει το νερό της στην ελεύθερη επιφάνεια του νερού. Αφαιρούμε την τάπα και ταυτόχρονα ανοίγουμε τη βρύση, που έχει παροχή Π=$6{,}4\cdot 10^{-4}$m^3/s.

Γ1. Να υπολογίσετε την ταχύτητα με την οποία εκρέει το νερό από την οπή, αμέσως μετά την αφαίρεση της τάπας.

Μονάδες 6

Γ2. Να υπολογίσετε την παροχή της οπής αμέσως μετά την αφαίρεση της τάπας. Να εξετάσετε αν η ελεύθερη επιφάνεια του νερού στη δεξαμενή ανέρχεται, κατέρχεται ή παραμένει στο ίδιο ύψος.

Μονάδες 6

Γ3. Να βρείτε αν η δεξαμενή θα ξεχειλίσει. Στην περίπτωση που δεν ξεχειλίσει, να βρείτε σε ποιο ύψος θα σταθεροποιηθεί η στάθμη του νερού στη δεξαμενή.

Μονάδες 6

Γ4. Όταν η στάθμη του νερού στη δεξαμενή είναι σταθεροποιημένη, να βρείτε το εμβαδό της κάθετης διατομής της φλέβας του νερού ελάχιστα πριν κτυπήσει στο έδαφος.

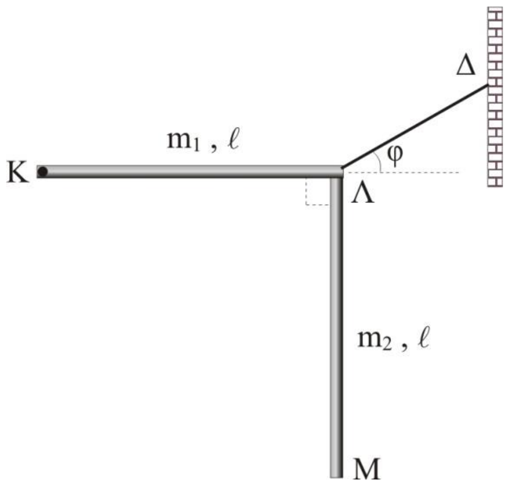
Μονάδες 7

Να θεωρήσετε το νερό ιδανικό ρευστό. Να αγνοηθεί η αντίσταση του αέρα

Δίνονται $g=10m/s^2$ και $6{,}4^2 \approx 41$.

ΘΕΜΑ Δ

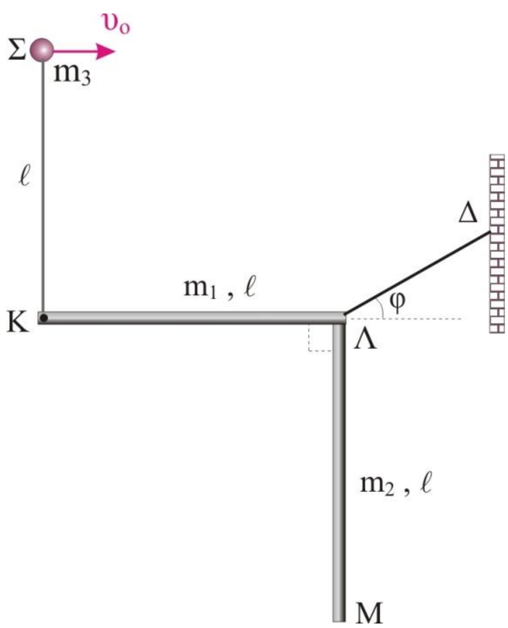
Δύο όμοιες ομογενείς ράβδοι, ΚΛ , ΛΜ, μήκους □= 30 cm και μάζας $m_1=m_2=m=$ 2kg, είναι ενωμένες ακλόνητα στο σημείο Λ ώστε να σχηματίζουν ορθή γωνία. Το σύστημα μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές στο κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο Κ της ράβδου ΚΛ. Με τη βοήθεια νήματος που είναι δεμένο στα σημεία Λ, Δ και σχηματίζει γωνία $\varphi=30^0$ με την οριζόντια διεύθυνση, το σύστημα των δύο ράβδων βρίσκεται σε ισορροπία σε θέση που η ράβδος ΚΛ να είναι οριζόντια και η ΛΜ κατακόρυφος.



Δ1. Να υπολογίσετε την τάση Τ του νήματος και το μέτρο της δύναμης F που δέχεται η οριζόντια ράβδος από την άρθρωση Κ κατά τη διάρκεια της ισορροπίας του συστήματος των δύο ράβδων.

Μονάδες 6

Μία σημειακή σφαίρα, Σ, μάζας $m_3=m=2$ kg βρίσκεται δεμένη στην άκρη κατακόρυφου αβαρούς νήματος μήκους □= 30 cm, το οποίο είναι δεμένο στο σημείο Κ. Εκτοξεύουμε τη σφαίρα Σ με οριζόντια ταχύτητα υ_o και αυτή αφού διαγράψει τεταρτοκύκλιο ακτίνας □□συγκρούεται πλαστικά με τις ράβδους μάζας m_1 και m_2 στο σημείο σύνδεσης Λ. Εξαιτίας της σύγκρουσης το νήμα που συγκρατεί τις ράβδους κόβεται χωρίς απώλεια ενέργειας και το σύστημα των τριών μαζών αφού περιστραφεί στο κατακόρυφο επίπεδο, χωρίς τριβές, κατά 180^0 σταματά στιγμιαία.



Να υπολογίσετε:

Δ2. τη ροπή αδράνειας του συστήματος των ράβδων και της σημειακής σφαίρας ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το σημείο Κ και είναι κάθετος στο επίπεδο των δύο ράβδων.

Μονάδες 6

Δ3. την ταχύτητα $υ_ο$ με την οποία εκτοξεύσαμε τη σφαίρα Σ.

Μονάδες 6

Δ4. το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συστήματος των ράβδων και της σημειακής σφαίρας τη στιγμή που έχει περιστραφεί κατά 90^0.

Μονάδες 7

Δίνονται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ m/s^2$ και η ροπή αδράνειας ράβδου μήκους ℓ και μάζας m ως προς άξονα κάθετο στο κέντρο της, $I_{cm} = \frac{1}{12} m\ell^2$.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Η εκπόνηση του διαγωνίσματος έγινε με τη βοήθεια Εθελοντών Εκπαιδευτικών:

Τα θέματα επιμελήθηκαν οι **Μπετσάκος Παναγιώτης, Ποντικός Ηλίας και Σδρίμας Ιωάννης, Φυσικοί.**

Ο επιστημονικός έλεγχος πραγματοποιήθηκε από τον **Παλόγο Αντώνιο.**

ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

2ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ (Εφ' όλης της ύλης) - ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

1. δ 2. Δ 3. α 4. δ 5. α.Λ β.Σ γ.Σ δ.Σ ε.Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Η σωστή απάντηση είναι το β.

Από το σχήμα υπολογίζουμε την περίοδο του διακροτήματος.

$$T_\delta = 0,75s - 0,25s \;\Rightarrow\; T_\delta = 0,5\,s$$

Επομένως, η συχνότητα του διακροτήματος είναι: $f_\delta = \dfrac{1}{T_\delta} \;\Rightarrow\; f_\delta = 2\,Hz$

Για τη συχνότητα του διακροτήματος ισχύει: $f_\delta = |f_2 - f_1|$ και $f_2 > f_1$, άρα

$$f_2 - f_1 = 2Hz \;\Rightarrow\; f_2 - 19Hz = 2Hz \;\Rightarrow\; f_2 = 21\,Hz$$

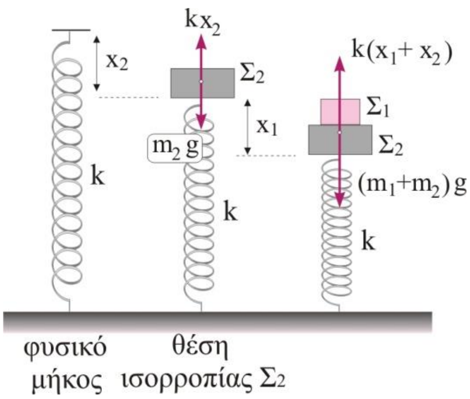
Η γωνιακή συχνότητά της ισούται με τη μέση τιμή των ω_1, ω_2 υπολογίζεται ως εξής:

$$\bar{\omega} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \;\Rightarrow\; 2\pi\bar{f} = \frac{2\pi f_1 + 2\pi f_2}{2} \;\Rightarrow\; \bar{f} = \frac{f_1 + f_2}{2} \;\Rightarrow\; \bar{f} = 20\,Hz$$

Σε κάθε περίοδο η απομάκρυνση μηδενίζεται δύο φορές, άρα η σωστή απάντηση είναι 40 φορές.

Β2. Σωστή απάντηση είναι η (α).

Στο σχήμα βλέπουμε τις θέσεις ισορροπίας του $Σ_2$ και του συστήματος των $Σ_1$+$Σ_2$.



Για τη θέση ισορροπίας του $Σ_2$ έχουμε:

$ΣF=0$ ή $m_2g=kx_2$, (1)

Για τη θέση ισορροπίας των $Σ_1$+$Σ_2$ έχουμε:

$ΣF=0$ ή $(m_1+m_2)g=k(x_1+x_2)$, (2)

Συνδυάζοντας τις (1), (2) παίρνουμε: $m_1g=kx_1$

Άρα η αφαίρεση του Σ_1 προκαλεί μετατόπιση της θέσης ισορροπίας του Σ_2 προς τα πάνω κατά x_1.

Όταν αφαιρέσουμε το Σ_1, το Σ_2 ξεκινά να ταλαντώνεται κατακόρυφα, χωρίς ταχύτητα, γύρω από τη νέα θέση ισορροπίας του. Επομένως το πλάτος ταλάντωσης είναι

$A=x_1=m_1g/k$.

Το Σ_2 φτάνει μέχρι τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου, άρα $2A=2x_1=x_1+x_2$ και $x_1=x_2$.

Στη μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου (x_1+x_2) το ζητούμενο πηλίκο είναι

$$\frac{E_T}{U}=\frac{\frac{1}{2}kx_1^2}{\frac{1}{2}k(x_1+x_2)^2}=\frac{1}{4}$$

Β3. Σωστή απάντηση είναι η α.

Σε μια ελαστική κρούση διατηρείται η κινητική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων, ενώ σε μια ανελαστική δεν διατηρείται. Θα υπολογίσουμε την ολική κινητική ενέργεια του συστήματος μετά την κρούση και θα την συγκρίνουμε με την αρχική κινητική ενέργεια του συστήματος.

$$K_{ολ(τελ)}=\frac{1}{2}m_1\upsilon'^2_1+\frac{1}{2}m_2\upsilon'^2_2,\ K_{ολ(αρχ)}=K_1=\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2$$

Για να συγκρίνουμε πρέπει να υπολογίσουμε τις σχέσεις μεταξύ των μαζών. Σε όλες τις κρούσεις ισχύει η διατήρηση της ορμής.

$$\vec{p}_{ολ(αρχ)}=\vec{p}_{ολ(τελ)}\quad ή\quad \vec{p}_{1(αρχ)}=\vec{p}_{1(τελ)}+\vec{p}_{2(τελ)}$$

Επειδή η κρούση είναι κεντρική, η διανυσματική σχέση μετατρέπεται σε αλγεβρική. Έτσι παίρνουμε:

$$p_{1(αρχ)}=p_{1(τελ)}+p_{2(τελ)}\Rightarrow m_1\upsilon_1=m_1\left(-\frac{1}{2}\right)\upsilon_1+m_2\left(\frac{1}{4}\right)\upsilon_1\Rightarrow$$
$$4m_1\upsilon_1+2m_1\upsilon_1=m_2\upsilon_1\Rightarrow m_2=6m_1$$

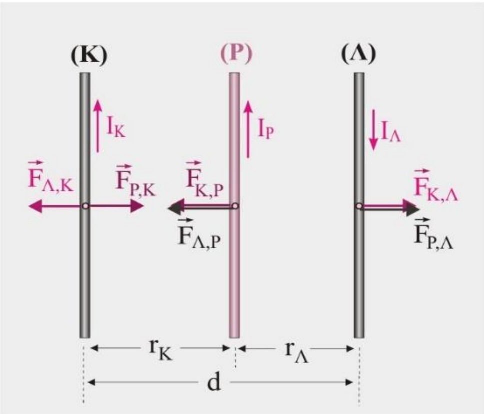
Με αντικατάσταση στη σχέση της $K_{ολ(τελ)}$ παίρνουμε:

$$K_{ολ(τελ)}=\frac{1}{2}m_1\upsilon'^2_1+\frac{1}{2}m_2\upsilon'^2_2=\frac{1}{2}m_1(-\frac{1}{2}\upsilon_1)^2+\frac{1}{2}6m_1(\frac{1}{4}\upsilon_1)^2\Rightarrow$$

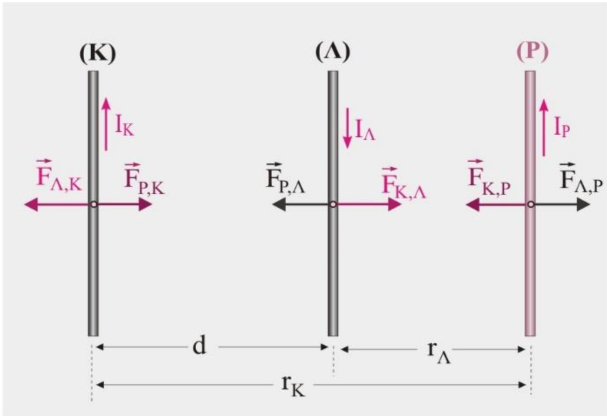
$$K_{ολ(τελ)} = \frac{1}{2} m_1 υ_1^2 \left(\frac{4}{16} + \frac{6}{16}\right) \Rightarrow K_{ολ(τελ)} = \frac{1}{2} m_1 υ_1^2 \cdot \frac{10}{16}$$

Παρατηρούμε ότι $K_{ολ(τελ)} = \frac{10}{16} K_{ολ(αρχ)}$, δηλαδή $K_{ολ(τελ)} < K_{ολ(αρχ)}$. Άρα η κρούση είναι ανελαστική.
Άρα, η σωστή απάντηση είναι η α.

Β4. Σωστή απάντηση είναι η β.



Σχήμα (α)



Σχήμα (β)

Ο αγωγός (Ρ) είναι ομοεπίπεδος και παράλληλος με τους (Κ), (Λ) και μπορεί να βρίσκεται ή ανάμεσα στους (Κ) και (Λ) (σχήμα α) ή δεξιά του (Λ) ή αριστερά του (Κ) (σχήμα β).

Στην περίπτωση του σχήματος (α), ο αγωγός (Ρ) δέχεται ελκτική δύναμη από τον αγωγό (Κ) και απωστική από τον αγωγό (Λ). Έτσι, οι δυνάμεις που δέχεται έχουν ίδια φορά και ο αγωγός (Ρ) δεν μπορεί να ισορροπεί. Άρα, ο αγωγός (Ρ) δεν μπορεί να βρίσκεται μεταξύ των (Κ) και (Λ).

Θεωρούμε την περίπτωση του σχήματος (β), όπου ο αγωγός (Ρ) βρίσκεται δεξιά του (Λ).

Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που αναπτύσσονται μεταξύ των αγωγών.

Οι αγωγοί (Ρ) και (Λ) διαρρέονται από αντίρροπα ρεύματα, άρα απωθούνται με δύναμη που έχει μέτρο ανά μονάδα μήκους ίσο με:

$$\frac{F_{P,\Lambda}}{\ell} = \frac{F_{\Lambda,P}}{\ell} = 2k_\mu \frac{I_P I_\Lambda}{r_\Lambda} = 2k_\mu \frac{I_P I_\Lambda}{r_K - d}.$$

Επίσης, οι αγωγοί (Κ) και (Ρ) διαρρέονται από ομόρροπα ρεύματα και έλκονται με δύναμη που έχει μέτρο ανά μονάδα μήκους ίσο με:

$$\frac{F_{K,P}}{\ell} = \frac{F_{P,K}}{\ell} = 2k_\mu \frac{I_K I_P}{r_K} = 2k_\mu \frac{4 I_\Lambda I_P}{r_K}.$$

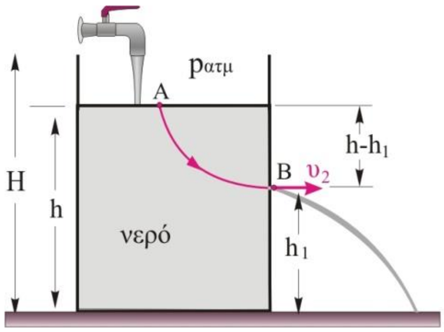
Για να ισορροπεί ο αγωγός, θα πρέπει στη θέση αυτή οι ασκούμενες δυνάμεις να έχουν ίσα μέτρα.

$$\frac{F_{\Lambda,P}}{\ell} = \frac{F_{K,P}}{\ell} \Rightarrow 2k_\mu \frac{I_\Lambda I_P}{r_K + d} = 2k_\mu \frac{4I_\Lambda I_P}{r_K} \Rightarrow \frac{1}{r_K - d} = \frac{4}{r_K} \Rightarrow 4r_K - 4d = r_K \Rightarrow r_K = \frac{4d}{3}$$

Σημείωση: Αν τοποθετούσαμε τον αγωγό (Ρ) αριστερά από τον αγωγό (Κ) και σχεδιάζαμε τις δυνάμεις που ασκούνται σε αυτόν από τους γειτονικούς αγωγούς, αυτές θα ήταν και πάλι αντίρροπες. Εξισώνοντας τα μέτρα τους θα βρίσκαμε ως αποτέλεσμα $r_K = -\frac{4d}{3}$. Το αρνητικό πρόσημο δηλώνει ότι ο αγωγός (Ρ) θα πρέπει να βρίσκεται σε αντίθετη φορά από αυτήν που τον έχουμε τοποθετήσει.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Εφαρμόζουμε το θεώρημα Bernoulli για μια ρευματική γραμμή που διέρχεται από τα σημεία Α και Β. Επειδή η διατομή A_2 είναι πολύ μικρότερη από την επιφάνεια του δοχείου A_1 θεωρούμε ότι η ταχύτητα υ_1 με την οποία μετατοπίζεται η ελεύθερη επιφάνεια του νερού είναι μηδενική, $\upsilon_1=0$. Η πίεση p_1, στο σημείο Α είναι ίση με την ατμοσφαιρική, αφού το δοχείο είναι ανοικτό, όπως και η πίεση p_2, στο σημείο Β, αφού το νερό εξέρχεται στον αέρα, άρα



$$p_1 = p_2 = p_{\alpha\tau\mu} = 10^5 \frac{N}{m^2}.$$

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 + \rho g(h - h_1) = p_2 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 \Rightarrow \rho g(h - h_1) = \frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 \Rightarrow$$

$$\upsilon_2 = \sqrt{2g(h-h_1)} = \sqrt{2\cdot 10\frac{m}{s^2}\cdot(3{,}8m - 2m)} \Rightarrow \upsilon_2 = 6\frac{m}{s}.$$

Γ2. Η παροχή της οπής είναι:

$$\Pi_2 = A_2\upsilon_2 = 1\cdot 10^{-4} m^2 \cdot 6\frac{m}{s} \Rightarrow \Pi_2 = 6\cdot 10^{-4}\frac{m^3}{s}$$

Από τη σύγκριση των δύο παροχών Π_1, Π_2, προκύπτει ότι $\Pi_1 > \Pi_2$. Επειδή η παροχή της βρύσης είναι μεγαλύτερη της παροχής της οπής συμπεραίνουμε ότι η στάθμη του νερού ανέρχεται.

Γ3. Υποθέτουμε ότι η στάθμη του νερού ανέρχεται μέχρι να φτάσει στο χείλος της δεξαμενής. Τότε η ταχύτητα εξόδου του νερού από την οπή θα πάρει τη μέγιστη τιμή της που είναι

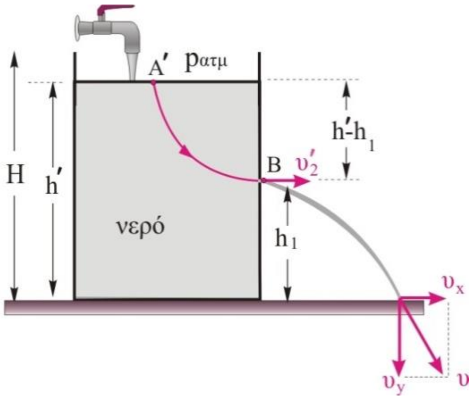
$$\upsilon_{2(\max)} = \sqrt{2g(H-h_1)} = \sqrt{2\cdot 10\frac{m}{s^2}(4,45m-2m)} \quad \kappa\alpha\iota \quad \upsilon_{2(\max)} = 7\frac{m}{s}$$

και η παροχή της οπής θα γίνει:

$$\Pi_{2(\max)} = A_2\upsilon_{2(\max)} = 1\cdot 10^{-4}m^2\cdot 7\frac{m}{s} \Rightarrow \Pi_{2(\max)} = 7\cdot 10^{-4}\frac{m^3}{s}$$

Παρατηρούμε ότι $\Pi_{2(\max)} > \Pi_1$ επομένως, συμπεραίνουμε ότι η δεξαμενή δεν θα ξεχειλίσει.

Η στάθμη του νερού θα σταθεροποιηθεί σε κάποιο ύψος h΄ όταν η παροχή της οπής Π_2' γίνει ίση με την παροχή της βρύσης, Π_1. Καθώς η στάθμη του νερού ανέρχεται, αυξάνεται το βάθος του νερού h΄ και η ταχύτητα εξόδου του νερού από την οπή σύμφωνα με τη σχέση $\upsilon_2' = \sqrt{2g(h'-h_1)}$. Όταν οι παροχές Π_1 και Π_2' εξισωθούν ισχύει:



$$\Pi_1 = \Pi_2' \Rightarrow \Pi_1 = A_2\upsilon_2' \Rightarrow \Pi_1 = A_2\sqrt{2g(h'-h_1)} \Rightarrow \Pi_1^2 = A_2^2\cdot 2g(h'-h_1) \Rightarrow$$

$$h' = h_1 + \frac{\Pi_1^2}{2gA_2^2} \Rightarrow h' = 2m + \frac{\left(6,4\cdot 10^{-4}\frac{m^3}{s}\right)^2}{2\cdot 10\frac{m}{s^2}\cdot\left(10^{-4}m^2\right)^2} = 2m + 2,05m \quad \Rightarrow h' = 4,05m$$

Γ4. Η εξίσωση της συνέχειας μεταξύ των ακραίων σημείων της φλέβας γράφεται:

$$A_2\upsilon_2' = A_3\upsilon_3 \qquad \textbf{(1)}$$

όπου το A_3 δηλώνει το ζητούμενο εμβαδό και υ_3 την ταχύτητα που έχει η φλέβα ελάχιστα πριν κτυπήσει στο έδαφος.

Οι στοιχειώδεις μάζες του νερού εκτελούν οριζόντια βολή από ύψος $h_1 = 2m$ και οριζόντια ταχύτητα $\upsilon_2' = \sqrt{2g(h'-h_1)} = \sqrt{2\cdot 10\frac{m}{s^2}(4,05m-2m)} \Rightarrow \upsilon_2' = \sqrt{41}\frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon_2' = 6,4\frac{m}{s}$

Σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων, η χρονική διάρκεια της πτώσης του νερού, μέχρι να φθάσει στο έδαφος, εξαρτάται από το ύψος που εκτοξεύεται.

$$h_1 = \frac{1}{2} g \cdot t_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2m}{10m/s^2}} \Rightarrow t_1 = \sqrt{0,4}\,s.$$

Η ταχύτητα στον κατακόρυφο άξονα υ_y είναι:

$$\upsilon_y = g \cdot t_1 = 10\frac{m}{s^2}\sqrt{0,4}s \;\Rightarrow\; \upsilon_y = \sqrt{40}\,\frac{m}{s}$$

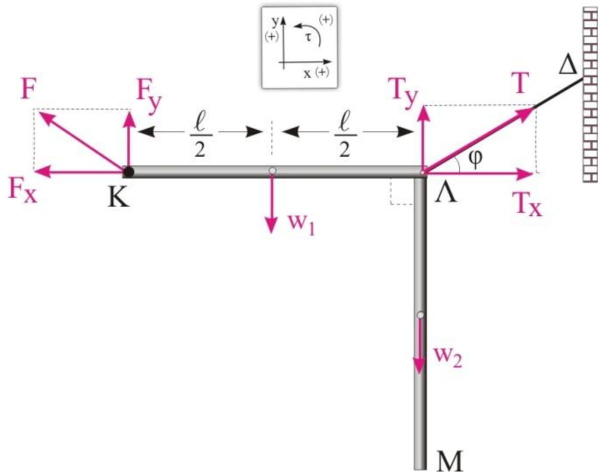
Το μέτρο της ταχύτητας της φλέβας λίγο πριν κτυπήσει στο έδαφος είναι

$$\upsilon_3 = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2} = \sqrt{\upsilon_2'^2 + \upsilon_y^2} = \sqrt{41\frac{m^2}{s^2} + 40\frac{m^2}{s^2}} \;\Rightarrow\; \upsilon_3 = 9\frac{m}{s}$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (1) βρίσκουμε:

$$A_3 = A_2 \frac{\upsilon_2'}{\upsilon_3} = \left(10^{-4} m^2\right)^2 \cdot \frac{6,4m/s}{9m/s} \Rightarrow \; A_3 = \frac{6,4}{9} cm^2$$

ΘΕΜΑ Δ



Δ1. Το σύστημα των δύο ράβδων βρίσκεται σε ισορροπία, με την επίδραση των βαρών τους, w_1 και w_2, της τάσης του νήματος T και της δύναμης F που δέχεται η οριζόντια ράβδος από την άρθρωση K.

Η τάση αναλύεται στις κάθετες συνιστώσες

$$T_y = T\,\eta\mu\varphi = T\eta\mu 30^0 \Rightarrow T_y = \frac{T}{2}$$

$$T_x = T\,\sigma\upsilon\nu\varphi = T\sigma\upsilon\nu 30^0 \Rightarrow T_x = T\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Η δύναμη F από την άρθρωση αναλύεται στις συνιστώσες F_x και F_y.

Εφόσον το σύστημα ισορροπεί θα είναι:

- $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_x = T_x = T\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ (1)
- $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_y + T_y = w_1 + w_2 \Rightarrow$

$$F_y + \frac{T}{2} = m_1 g + m_2 g = 2kg \cdot 10m/s^2 + 2kg \cdot 10m/s^2 \Rightarrow$$

$$F_y + \frac{T}{2} = 40N \qquad (2)$$

- $$\Sigma\tau_{(K)} = 0 \Rightarrow -w_1 \frac{\ell}{2} - w_2 \ell + T_y \ell = 0 \Rightarrow$$

$$T_y = \frac{m_1 g}{2} + m_2 g = \frac{2kg \cdot 10m/s^2}{2} + 2kg \cdot 10m/s^2 \Rightarrow$$

$$T_y = 30N$$

Είναι $T_y = \frac{T}{2} \Rightarrow 30N = \frac{T}{2} \Rightarrow T = 60N$.

Επίσης $T_x = T\frac{\sqrt{3}}{2} = 60\frac{\sqrt{3}}{2}N \Rightarrow T_x = 30\sqrt{3}N$.

Η σχέση **(1)** δίνει $F_x = T_x \Rightarrow F_x = 30\sqrt{3}N.$

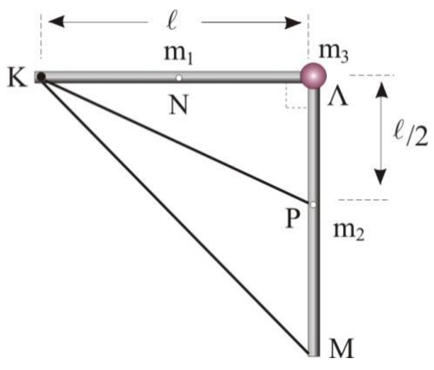
Η σχέση **(2)** δίνει

$$F_y + \frac{T}{2} = 40N \Rightarrow F_y + \frac{60N}{2} = 40N \Rightarrow F_y = 10N.$$

Το μέτρο της δύναμης F από την άρθρωση θα προκύψει από τη σύνθεση των κάθετων συνιστωσών F_x και F_y

$$F = \sqrt{F_y^{\,2} + F_x^{\,2}} = \sqrt{(10N)^2 + \left(30\sqrt{3}N\right)^2} \Rightarrow F = \sqrt{2800}N \Rightarrow$$

$$F = \sqrt{400 \cdot 7}N \Rightarrow F = 20\sqrt{7}N.$$



Δ2. Για να βρούμε τη ροπή αδράνειας ενός συστήματος σωμάτων προσθέτουμε τη ροπή αδράνειας του κάθε επιμέρους σώματος. Στη συγκεκριμένη περίπτωση θα προσθέσουμε τις ροπές αδράνειας των δύο ράβδων και τη ροπή αδράνειας της σφαίρας Σ ως προς τον άξονα που διέρχεται από το σημείο Κ.

Η πρώτη ράβδος, η οριζόντια, σύμφωνα με το θεώρημα Steiner θα έχει ροπή αδράνειας

$$I_{1,K} = I_{cm} + m_1 (KN)^2 = I_{cm} + m_1 \left(\frac{\ell}{2}\right)^2 = \frac{1}{12} m_1 \ell^2 + m_1 \left(\frac{\ell}{2}\right)^2 \Rightarrow$$

$$I_{1,K} = \frac{1}{12} m_1 \ell^2 + m_1 \frac{\ell^2}{4} = \frac{1}{3} m_1 \ell^2 = \frac{1}{3} 2\text{kg} \cdot (0,3\text{m})^2 \Rightarrow$$

$I_{1,K} = 0,06\text{kg} \cdot \text{m}^2$ (όπου Ν το μέσο της ράβδου ΚΛ).

Η δεύτερη ράβδος, η κατακόρυφη, σύμφωνα με το θεώρημα Steiner θα έχει ροπή αδράνειας

$$I_{2,K} = I_{cm} + m_2 (KP)^2 = \frac{1}{12} m_2 \ell^2 + m_2 \left[\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 + \ell^2\right] \Rightarrow$$

$$I_{2,K} = \frac{1}{12} m_2 \ell^2 + m_2 \frac{5\ell^2}{4} = \frac{16}{12} m_2 \ell^2 = \frac{4}{3} m_2 \ell^2 = \frac{4}{3} 2\text{kg} \cdot (0,3\text{m})^2 \Rightarrow$$

$I_{2,K} = 0,24\text{kg} \cdot \text{m}^2$ (όπου Ρ το μέσο της ράβδου ΛΜ).

Τέλος η ροπή αδράνειας της σφαίρας Σ ως προς τον άξονα που διέρχεται από το σημείο Κ είναι

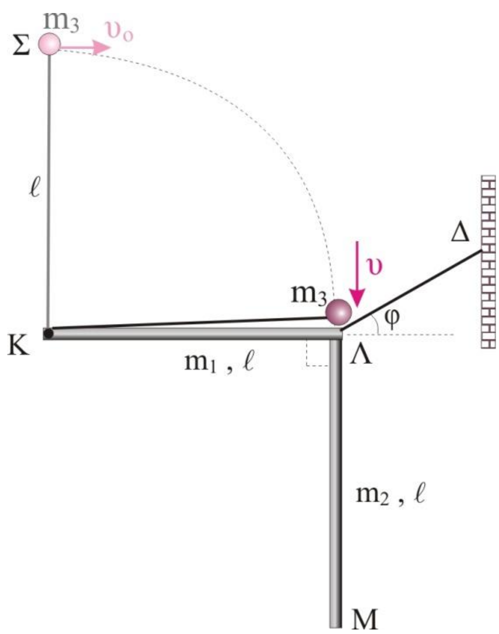
$$I_{3,K} = m_3 (K\Lambda)^2 = m_3 \ell^2 \Rightarrow$$

$$I_{3,K} = 2\text{kg} \cdot (0,3\text{m})^2 \Rightarrow I_{3,K} = 0,18\text{kg} \cdot \text{m}^2.$$

Άρα η συνολική ροπή αδράνειας του συστήματος είναι:

$$I_K = I_{1,K} + I_{2,K} + I_{3,K} \Rightarrow I_K = 0,48\text{kg} \cdot \text{m}^2.$$

Δ3. Στη σφαίρα Σ, κατά την κυκλική κίνησή της, ασκείται το βάρος της, w_3, και η τάση του νήματος που δεν παράγει έργο, επειδή είναι κάθετη στην κυκλική τροχιά της σφαίρας. Έτσι μπορούμε να εφαρμόσουμε τη Διατήρηση της Μηχανικής Ενέργειας. Έστω υ η ταχύτητα της σφαίρας Σ, με την οποία θα συγκρουστεί με το σημείο σύνδεσης Λ των δύο ράβδων. Θεωρούμε στάθμη μηδενικής δυναμικής ενέργειας την ευθεία που διέρχεται από την οριζόντια ράβδο ΚΛ.



$$E_{\mu\eta\chi,\alpha\rho\chi} = E_{\mu\eta\chi,\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow$$

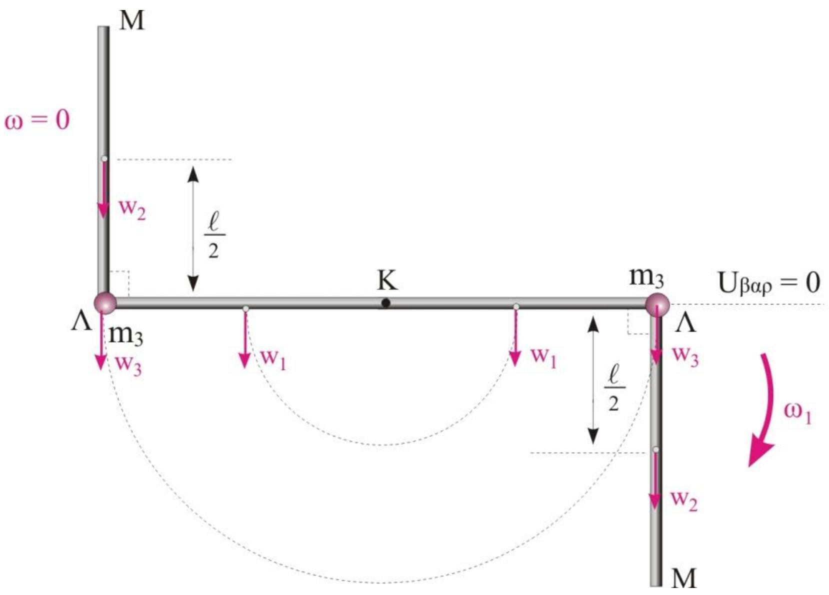
$$\frac{1}{2} m_3 \upsilon_0^2 + m_3 g \ell = \frac{1}{2} m_3 \upsilon^2 + 0 \Rightarrow \upsilon_0^2 + 2g\ell = \upsilon^2 \qquad (3)$$

Κατά την σύγκρουση της σφαίρας Σ με το σημείο σύνδεσης Λ των δύο ράβδων δεν υπάρχουν εξωτερικές ροπές, άρα ισχύει η αρχή Διατήρησης της στροφορμής. Πριν την κρούση στροφορμή έχει η σφαίρα , L_Σ, μετά την κρούση στροφορμή έχει το σύστημα των τριών σωμάτων, $L_{συστ}$.

$$L_{αρχ} = L_{τελ} \Rightarrow L_\Sigma = L_{συστ} \Rightarrow m_3 \upsilon \ell = I_K \omega_1 \qquad (4)$$

όπου ω_1 η γωνιακή ταχύτητα που θα αποκτήσει το σύστημα των τριών σωμάτων μετά την κρούση.

Το σύστημα των τριών μαζών αφού περιστραφεί στο κατακόρυφο επίπεδο κατά 180^0 σταματά στιγμιαία. Οι μόνες δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα και παράγουν έργο είναι τα βάρη των σωμάτων, άρα μπορούμε να εφαρμόσουμε τη Διατήρηση της Μηχανικής Ενέργειας.



Θεωρούμε στάθμη μηδενικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από τον άξονα περιστροφής Κ.

$$E_{μηχ,αρχ} = E_{μηχ,τελ} \Rightarrow K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \Rightarrow \frac{1}{2} I_K \omega_1^2 - m_2 g \frac{\ell}{2} = m_2 g \frac{\ell}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} I_K \omega_1^2 = m_2 g \ell \Rightarrow \omega_1^2 = \frac{2 m_2 g \ell}{I_K} \Rightarrow \omega_1 = \sqrt{\frac{2 m_2 g \ell}{I_K}}$$

$$\Rightarrow \omega_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 2kg \cdot 10m/s^2 \cdot 0,3m}{0,48kg \cdot m^2}} \Rightarrow \omega_1 = 5rad/s.$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (4) βρίσκουμε την ταχύτητα υ της σφαίρας Σ, με την οποία αυτή θα προσπέσει στο σημείο σύνδεσης Λ των δύο ράβδων.

$$m_3 \upsilon \ell = I_K \omega_1 \Rightarrow \upsilon = \frac{I_K \omega_1}{m_3 \ell} = \frac{0,48kg \cdot m^2 \cdot 5rad/s}{2kg \cdot 0,3m} \Rightarrow \upsilon = 4\frac{m}{s}.$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (3) βρίσκουμε την ταχύτητα υ_0 της σφαίρας Σ, με την οποία την εκτοξεύσαμε.

$$\upsilon_0^2 + 2g\ell = \upsilon^2 \Rightarrow \upsilon_0 = \sqrt{\upsilon^2 - 2g\ell} \Rightarrow \upsilon_0 = \sqrt{(4m/s)^2 - 2\cdot 10m/s^2 \cdot 0,3m}$$

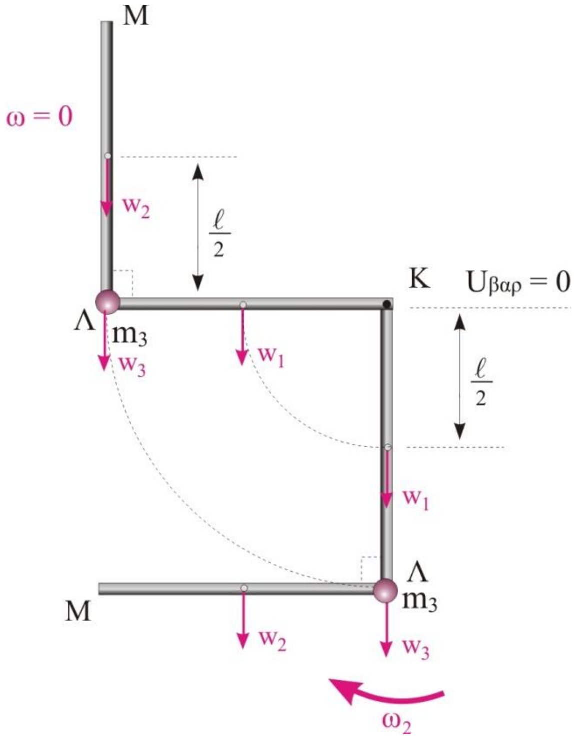
$$\Rightarrow \upsilon_0 = \sqrt{10}\,\frac{m}{s}.$$

Δ4. Όταν το σύστημα των τριών σωμάτων περιστραφεί κατά 90^0 θα έχει γωνιακή ταχύτητα ω_2. Το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συστήματος των ράβδων και της σημειακής σφαίρας τη στιγμή που έχει περιστραφεί κατά 90^0 θα τον υπολογίσουμε με τη σχέση

$$\frac{dK}{dt} = \frac{W_{\Sigma\tau}}{\Delta t} = \frac{\Sigma\tau_{(K)}\cdot d\theta}{dt} \Rightarrow \frac{dK}{dt} = \Sigma\tau_{(K)}\cdot\omega_2 \qquad (5)$$

Πρέπει να υπολογίσουμε τα $\Sigma\tau_{(K)}$, ω_2 .

Από τα τρία βάρη, μόνο το βάρος της ράβδου ΛΜ, w_2 , έχει ροπή, ενώ τα άλλα βάρη δεν έχουν ροπή, γιατί ο φορέας τους διέρχεται από τον άξονα περιστροφής Κ. Η ροπή του βάρους της ράβδου ΛΜ, w_2 ,είναι αρνητική, γιατί είναι αντίρροπη της γωνιακής ταχύτητας του συστήματος και επιβραδύνει το σύστημα σωμάτων. Άρα



$$\Sigma\tau_{(K)} = \tau_{w_2} = -w_2\frac{\ell}{2} = -m_2 g\frac{\ell}{2} \Rightarrow$$

$$\Sigma\tau_{(K)} = -2kg\cdot 10m/s^2\cdot\frac{0,3m}{2} \Rightarrow$$

$$\Sigma\tau_{(K)} = -3Nm.$$

Για να υπολογίσουμε τη γωνιακή ταχύτητα ω_2 θα εφαρμόσουμε τη Διατήρηση της Μηχανικής Ενέργειας μεταξύ της θέσης που το σύστημα έχει διαγράψει γωνία 90° και της θέσης που στιγμιαία σταματά. Θεωρούμε στάθμη μηδενικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από τον άξονα περιστροφής Κ .

$$E_{\mu\eta\chi,\tau\varepsilon\lambda} = E_{\mu\eta\chi(\Gamma)} \Rightarrow K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} = K_{(\Gamma)} + U_{(\Gamma)} \Rightarrow$$

$$0 + m_2 g\frac{\ell}{2} = \frac{1}{2}I_K\omega_2^2 - m_1 g\frac{\ell}{2} - m_2 g\ell - m_3 g\ell \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}I_K\omega_2^2 = 3mg\ell \Rightarrow \omega_2^2 = \frac{6mg\ell}{I_K} \Rightarrow \omega_2 = \sqrt{\frac{6\cdot 2kg\cdot 10m/s^2\cdot 0,3m}{0,48kg\cdot m^2}} \Rightarrow \omega_2 = 5\sqrt{3}rad/s.$$

Η σχέση (5) δίνει

$$\frac{dK}{dt} = \Sigma\tau_{(K)} \cdot \omega_2 = -3Nm \cdot 5\sqrt{3} rad/s \Rightarrow \frac{dK}{dt} = -15\sqrt{3}\frac{J}{s}.$$

Η εκπόνηση του διαγωνίσματος έγινε με τη βοήθεια Εθελοντών Εκπαιδευτικών:

Τα θέματα επιμελήθηκαν οι **Μπετσάκος Παναγιώτης, Ποντικός Ηλίας και Σδρίμας Ιωάννης, Φυσικοί.** Ο επιστημονικός έλεγχος πραγματοποιήθηκε από τον **Παλόγο Αντώνιο.**

ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

3ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ (Εφ' όλης της ύλης) – ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ Α

Στις προτάσεις **Α1α-Α4β** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση, η οποία τη συμπληρώνει σωστά.*

Α1α. Σε μία εξαναγκασμένη ταλάντωση, η συχνότητα του διεγέρτη είναι μεγαλύτερη από την ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή. Εάν αυξάνουμε συνεχώς τη συχνότητα του διεγέρτη, το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης θα
α. αυξάνεται συνεχώς.
β. μειώνεται συνεχώς.
γ. μένει σταθερό.
δ. αυξάνεται αρχικά και μετά θα μειώνεται.

Μονάδες 3

Α1β. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση η δύναμη που αντιτίθεται στην κίνηση είναι της μορφής $F = -b\upsilon$, όπου b η σταθερά απόσβεσης και υ η ταχύτητα ταλάντωσης.

α) Η συχνότητα ταλάντωσης μειώνεται σε σχέση με το χρόνο.

β) Η περίοδος ταλάντωσης μειώνεται σε σχέση με το χρόνο.

γ) Η ενέργεια ταλάντωσης μειώνεται σε σχέση με το χρόνο.

δ) Το πλάτος ταλάντωσης παραμένει σταθερό σε σχέση με το χρόνο.

Μονάδες 2

Α2α. Όταν σε ένα αρχικά ακίνητο ελεύθερο στερεό σώμα ασκηθεί ένα ζεύγος δυνάμεων, τότε

α. το σώμα θα εκτελέσει μόνο μεταφορική κίνηση.

β. το σώμα θα εκτελέσει στροφική και μεταφορική κίνηση.

γ. το κέντρο μάζας του σώματος θα εκτελέσει κυκλική κίνηση.

δ. το σώμα θα αποκτήσει μόνο στροφική κινητική ενέργεια.

Μονάδες 3

Α2β. Αν τοποθετήσουμε μια μικρή κούφια σιδερένια σφαίρα μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B_o, τότε το μαγνητικό πεδίο

α. στο κούφιο τμήμα της σφαίρας ενισχύεται.
β. στον χώρο έξω από τη σφαίρα δεν επηρεάζεται από την παρουσία της.
γ. στο κούφιο τμήμα της σφαίρας μηδενίζεται.

δ. στο κούφιο τμήμα της σφαίρας παραμένει ίδιο, B_o, ενώ στον εξωτερικό χώρο παραμορφώνεται.

Μονάδες 2

Α3α. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος σε κάθε περίοδο μηδενίζεται

α. καμία φορά.

β. μία φορά.

γ. δύο φορές.

δ. τέσσερις φορές.

Μονάδες 3

Α3β. Ένας άνθρωπος κάθεται σε μια στρεφόμενη καρέκλα και περιστρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα χωρίς τριβές με τα χέρια του απλωμένα. Κάποια στιγμή ο άνθρωπος συμπτύσσει τα χέρια του και τα κολλά στο σώμα του. Κατά τη διαδικασία αυτή, για το σύστημα άνθρωπος - καρέκλα έχουμε

α. αύξηση της ροπής αδράνειας.

β. μείωση της ροπής αδράνειας.

γ. μείωση της στροφορμής.

δ. αύξηση της στροφορμής.

Μονάδες 2

Α4α. Διακρότημα δημιουργείται κατά τη σύνθεση δυο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, οι οποίες πραγματοποιούνται στην ίδια διεύθυνση, γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας και έχουν

α. ίσα πλάτη και ίσες συχνότητες.

β. άνισα πλάτη και ίσες συχνότητες.

γ. ίσα πλάτη και παραπλήσιες συχνότητες.

δ. ίσα πλάτη και συχνότητες εκ των οποίων η μια είναι πολλαπλάσια της άλλης.

Μονάδες 3

Α4β. Δύο μικρά σώματα συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά. Ο λόγος της ολικής κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων πριν και μετά την κρούση είναι

$$\frac{K_{\text{ολ}(\text{πριν})}}{K_{\text{ολ}(\text{μετά})}} = \frac{4}{3}.$$

Το ποσοστό της ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμότητα κατά την κρούση είναι:

α. 25%.

β. (100/3)%.

γ. 75%.

δ. (100/6)%.

Μονάδες 2

Α5. *Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό**, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη **Λάθος**, για τη λανθασμένη.*

α. Η ροπή αδράνειας ενός στερεού σώματος εξαρτάται από τον άξονα περιστροφής του σώματος.
β. Η ροή ενός ιδανικού υγρού είναι πάντα στρωτή.
γ. Στην ανελαστική κρούση δεν ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής.
δ. Σε όλες τις φθίνουσες ταλαντώσεις, ο λόγος δύο διαδοχικών πλατών προς την ίδια κατεύθυνση διατηρείται σταθερός.
ε. Όταν ένας οριζόντιος ευθύγραμμος αγωγός διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα με φορά από την Δύση προς την Ανατολή, τότε η ένταση του μαγνητικού πεδίου $\vec{B}$ που προκαλεί σε ένα σημείο Α κάτω από αυτόν και στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο με αυτόν έχει κατεύθυνση από Βορρά προς το Νότο.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Β

Β1. Δύο σφαίρες Α και Β με μάζες m_A και $m_B = 4m_A$ αντίστοιχα, που κινούνται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο σε διευθύνσεις κάθετες μεταξύ τους συγκρούονται πλαστικά. Αν τα μέτρα των ορμών τους πριν την κρούση συνδέονται με τη σχέση $p_B = 2p_A$ και με Κ συμβολίσουμε την κινητική ενέργεια της σφαίρας Α πριν την κρούση, τότε η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος είναι

α. 0,5Κ.

β. 1 Κ.

γ. 1,5Κ.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4

Β2. Οριζόντιος ομογενής δίσκος, ακτίνας R και ροπής αδράνειας Ι, μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από ακλόνητο κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του δίσκου. Μία σταθερή οριζόντια εφαπτομενική δύναμη F αρχίζει να περιστρέφει το δίσκο. Από τη χρονική στιγμή t_1 που η ισχύς της δύναμης είναι P_1, μέχρι τη χρονική στιγμή t_2 που η ισχύς της δύναμης γίνεται $3P_1$, το έργο της δύναμης F είναι ίσο με

α. $\dfrac{IP_1^2}{F^2R^2}$.

β. $\dfrac{2IP_1^2}{F^2R^2}$.

γ. $\dfrac{4IP_1^2}{F^2R^2}$.

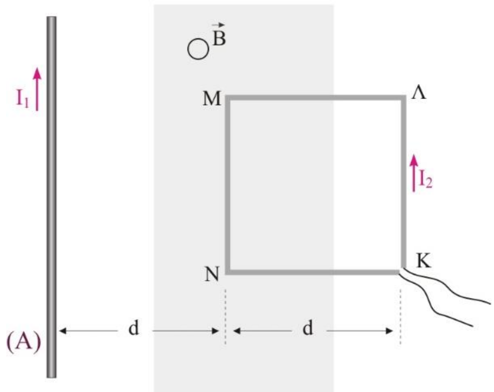
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4

Β3. Στο σχήμα δείχνονται πάνω στο ίδιο λείο οριζόντιο επίπεδο ένας ακλόνητος ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός, (Α) που διαρρέεται από ρεύμα έντασης I_1 και ένα τετραγωνικό πλαίσιο πλευράς d που διαρρέεται από ρεύμα έντασης I_2.
Η πλευρά ΜΝ του πλαισίου απέχει d από τον ευθύγραμμο αγωγό και βρίσκεται μέσα σε κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}$, του οποίου η φορά δεν έχει σχεδιαστεί.



Για να ισορροπεί το πλαίσιο, πρέπει οι δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου να έχουν φορά

α. από τον αναγνώστη προς τη σελίδα και μέτρο $|\vec{B}| = \dfrac{k_\mu \cdot I_2}{d}$

β. από τη σελίδα προς τον αναγνώστη και μέτρο $|\vec{B}| = \dfrac{k_\mu \cdot I_1}{d}$

γ. από τη σελίδα προς τον αναγνώστη και μέτρο $|\vec{B}| = \dfrac{k_\mu \cdot 2I_1}{d}$

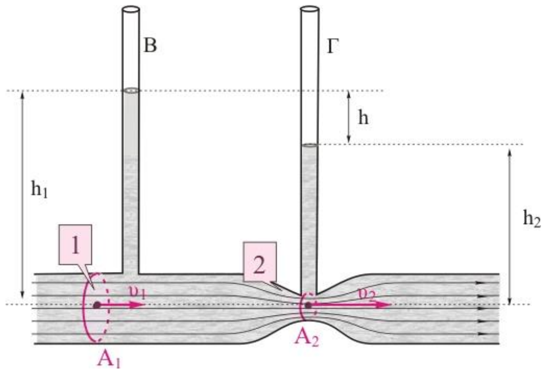
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4

Β4. Στη διπλανή διάταξη, ένας κεντρικός οριζόντιος αγωγός νερού, με διατομή επιφάνειας A_1 σχηματίζει στένωμα με διατομή επιφάνειας A_2 όπου $A_1=3A_2$. Δύο κατακόρυφοι λεπτοί σωλήνες Β και Γ συνδέονται στον κύριο αγωγό και στο στένωμα αντίστοιχα. Η διαφορά στάθμης του υγρού στους δύο κατακόρυφους σωλήνες είναι h. Αν η επιτάχυνση της βαρύτητας στην περιοχή είναι g, το μέτρο της ταχύτητας $υ_1$ του υγρού στο σημείο 1 είναι



α. $\dfrac{\sqrt{gh}}{2}$.

β. $\sqrt{2gh}$.

γ. $\sqrt{\dfrac{2gh}{3}}$.

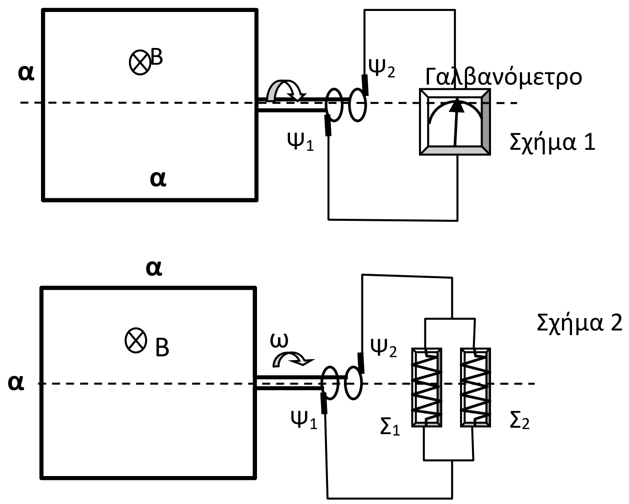
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ



Στο σχήμα 1 απεικονίζεται ένα τετραγωνικό πλαίσιο πλευράς α=0,1m με Ν=360 σπείρες, αμελητέας αντίστασης, που βρίσκεται εντός ομογενούς μαγνητικού πεδίου $\vec{B}$ του οποίου οι δυναμικές γραμμές είναι κάθετες στο επίπεδό του. Συνδέουμε τα άκρα του πλαισίου με ένα ηλεκτρικό όργανο (βαλλιστικό γαλβανόμετρο) που μπορεί να μετρά το φορτίο που διέρχεται απ' αυτό. Το γαλβανόμετρο έχει αντίσταση $R = 10\sqrt{2}\Omega$.

Στρέφουμε το πλαίσιο κατά 180^o γύρω από άξονα που διέρχεται από τα μέσα δύο απέναντι πλευρών, και είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές του πεδίου, οπότε το γαλβανόμετρο δείχνει $q = 0{,}18C$.

Γ1. Υπολογίστε το μέτρο της έντασης $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου.

Μονάδες 5

Αποσυνδέουμε το γαλβανόμετρο, και συνδέουμε τα άκρα $Ψ_1$, $Ψ_2$ με σύστημα δύο θερμικών συσκευών $Σ_1$, $Σ_2$ που είναι συνδεδεμένες παράλληλα μεταξύ τους. Οι ενεργές τιμές των τάσεων κανονικής λειτουργίας των συσκευών είναι $V_1 = V_2 = 180V$ και η μέση ισχύς της κάθε μιας είναι $\overline{P_1} = 1080W$ και $\overline{P_2} = 540W$ αντίστοιχα. Τη χρονική στιγμή t=0s και ενώ οι δυναμικές γραμμές είναι κάθετες στο επίπεδο του πλαισίου αρχίζουμε να περιστρέφουμε το πλαίσιο με σταθερή συχνότητα f, τέτοια ώστε οι συσκευές να λειτουργούν κανονικά.

Γ2. Να υπολογίστε τη συχνότητα f.

Μονάδες 5

Γ3. Να γράψετε τις χρονικές εξισώσεις των εντάσεων των ρευμάτων που διαρρέουν την κάθε συσκευή.

Μονάδες 5

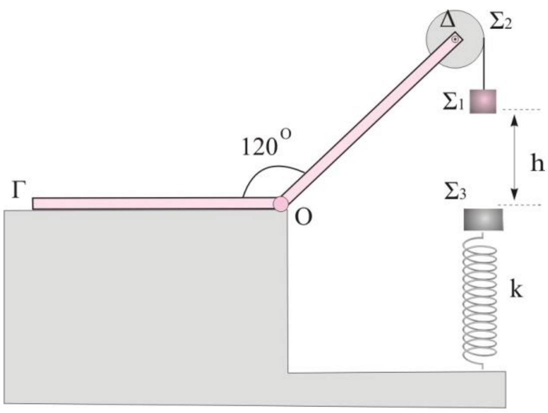
Γ4. Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της εξωτερικής ροπής ως προς τον άξονα περιστροφής του που πρέπει να ασκούμε στο πλαίσιο, προκειμένου αυτό να περιστρέφεται με τη συχνότητα f.

Μονάδες 5

Γ5. Υπολογίστε το έργο της εξωτερικής ροπής για κάθε περιστροφή.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ



Δύο όμοιες λεπτές ομογενείς σανίδες ΟΓ και ΟΔ, μάζας M και μήκους L η καθεμιά, είναι συγκολλημένες στο σημείο Ο, έτσι ώστε να σχηματίζουν γωνία 120°, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Η οριζόντια σανίδα ΟΓ βρίσκεται πάνω σε λείο τραπέζι. Στο άκρο Δ της σανίδας ΟΔ, έχουμε προσαρμόσει κατάλληλα τον οριζόντιο άξονα τροχαλίας, $Σ_2$, μάζας m_2=2kg και ακτίνας R, η οποία μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές. Στο αυλάκι της τροχαλίας έχουμε τυλίξει πολλές φορές λεπτό αβαρές μη εκτατό νήμα, στο άκρο του οποίου έχουμε προσδέσει σώμα, $Σ_1$, μάζας m_1=1kg. Με το νήμα τεντωμένο κρατάμε το σώμα $Σ_1$ ακίνητο. Στην κατακόρυφο του νήματος και σε απόσταση h=0,4m κάτω από το σώμα $Σ_1$, ισορροπεί πάνω σε ιδανικό ελατήριο, σταθεράς k=100N/m, σώμα $Σ_3$, μάζας $m_3 = \frac{1}{3}\text{kg}$. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο στο δάπεδο.

Αφήνουμε το σώμα $Σ_1$ ελεύθερο να κινηθεί. Η κρούση του σώματος $Σ_1$ με το σώμα $Σ_3$ είναι πλαστική, αμελητέας χρονικής διάρκειας και ταυτόχρονα κόβεται το νήμα. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει, κάνει απλή αρμονική ταλάντωση, για την οποία θεωρούμε ως θετική φορά αυτήν προς τα πάνω.

Να υπολογίσετε:

Δ1. την ταχύτητα του σώματος $Σ_1$ ελάχιστα πριν συγκρουστεί με το σώμα $Σ_3$.

Μονάδες 5

Δ2. τη δύναμη F που ασκεί η σανίδα ΟΔ στον άξονα της τροχαλίας πριν κοπεί το νήμα.

Μονάδες 3

Δ3. το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της τροχαλίας, ελάχιστα πριν γίνει η κρούση των σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_3$.

Μονάδες 5

Δ4. την εξίσωση απομάκρυνσης του συσσωματώματος, θεωρώντας ως χρονική στιγμή t=0, τη στιγμή αμέσως μετά την κρούση των σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_3$.

Μονάδες 7

Δ5. την ελάχιστη τιμή της μάζας M που πρέπει να έχει η κάθε μια από τις σανίδες ΟΓ και ΟΔ, ώστε το σύστημά τους να μην ανατραπεί στο χρονικό διάστημα που μεσολαβεί, από τη στιγμή που αφήσαμε το σώμα $Σ_1$ μέχρι τη στιγμή της κρούσης.

Μονάδες 5

Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$ και η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονά της $I_{cm}=\frac{1}{2}m_2R^2$.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Η εκπόνηση του διαγωνίσματος έγινε με τη βοήθεια Εθελοντών Εκπαιδευτικών:

Τα θέματα επιμελήθηκαν οι **Κορκίζολου Πρόδρομος**, **Μπετσάκος Παναγιώτης** και **Ποντικός Ηλίας**, Φυσικοί.
Ο επιστημονικός έλεγχος πραγματοποιήθηκε από τον **Παλόγο Αντώνιο,** Φυσικό.

ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

3° ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ (Εφ' όλης της ύλης) - ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1α. (β) Α1β. (γ)

Α2α. (δ) Α2β. (γ)

Α3α. (γ) Α3β. (β)

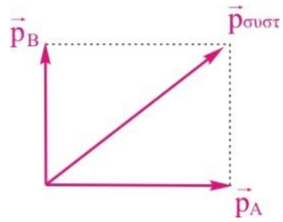
Α4α. (γ) Α4β. (α)

Α5. α. Σ β. Σ γ. Λ δ. Λ ε. Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή απάντηση είναι η (β).

Από τη σχέση μεταξύ των μέτρων των αρχικών ορμών έχουμε:



$p_B = 2p_A$ ή $m_B\upsilon_B = 2m_A\upsilon_A$ ή
$4m_A\upsilon_B = 2m_A\upsilon_A$ ή $\upsilon_A = 2\upsilon_B$

Η ορμή του συστήματος πριν την κρούση είναι :

$$p_{συσ}^{αρχ} = \sqrt{p_A^2 + p_B^2} = \sqrt{p_A^2 + (2p_A)^2} \Rightarrow p_{συσ}^{αρχ} = p_A\sqrt{5}$$

Η αρχή διατήρησης της ορμής για την κρούση δίνει:

$$p_{συσ}^{τελ} = p_{συσ}^{αρχ} \Rightarrow (m_A + m_B)V = m_A\upsilon_A\sqrt{5} \quad ή \quad 5m_AV = m_A\upsilon_A\sqrt{5} \quad ή \quad V = \frac{\upsilon_A}{\sqrt{5}}.$$

Η κινητική ενέργεια του σώματος Α πριν την κρούση είναι $K_A = \frac{1}{2}m_A\upsilon_A^2 = K$

Η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος είναι $K_{συσ} = \frac{1}{2}(m_A + m_B)V^2 = \frac{1}{2}5m_A\frac{\upsilon_A^2}{5} = K$

Β2. Σωστή απάντηση είναι η (γ).

Η ισχύς της δύναμης είναι

$$P = \frac{dW_F}{dt} = \frac{FR \cdot d\theta}{dt} = FR\omega \quad , \quad (1)$$

Τη στιγμή t_1 η ισχύς είναι P_1 και η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου ω_1. Τη χρονική στιγμή t_2 η ισχύς P_2 είναι $3P_1$ επομένως

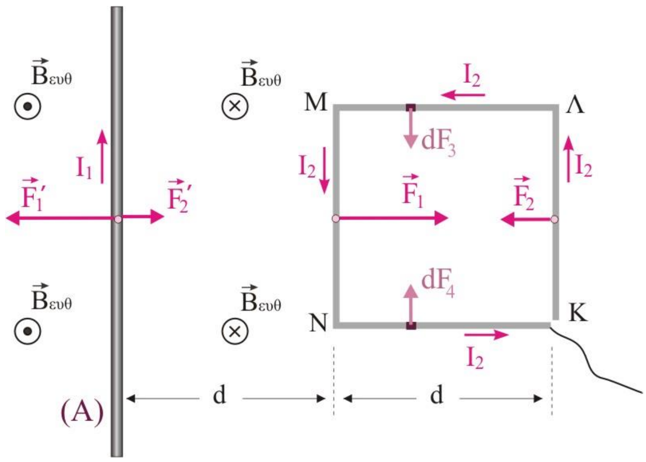
$$P_2 = 3P_1 \quad ή \quad FR\omega_2 = 3FR\omega_1 \quad ή \quad \omega_2 = 3\omega_1$$

Το έργο της δύναμης από τη στιγμή t_1 ως τη στιγμή t_2 είναι:

$$W_F = \Delta K = \frac{1}{2} I\left(\omega_2^2 - \omega_1^2\right) \quad ή \quad W_F = 4I\omega_1^2 \xrightarrow{(1)} W_F = 4I\frac{P_1^2}{F^2R^2}$$

Β3. Σωστή απάντηση είναι η (β).

Θα βρούμε πρώτα τη συνολική δύναμη που δέχεται το τετραγωνικό πλαίσιο από τον ευθύγραμμο αγωγό (Α).



Η πλευρά ΚΛ και ο ευθύγραμμος αγωγός (Α), διαρρέονται από ομόρροπα ρεύματα οπότε

έλκονται με δύναμη μέτρου F_2

$$F_2 = k_\mu \cdot \frac{2I_1 \cdot I_2 \cdot d}{2d} = k_\mu \cdot I^2 \ .$$

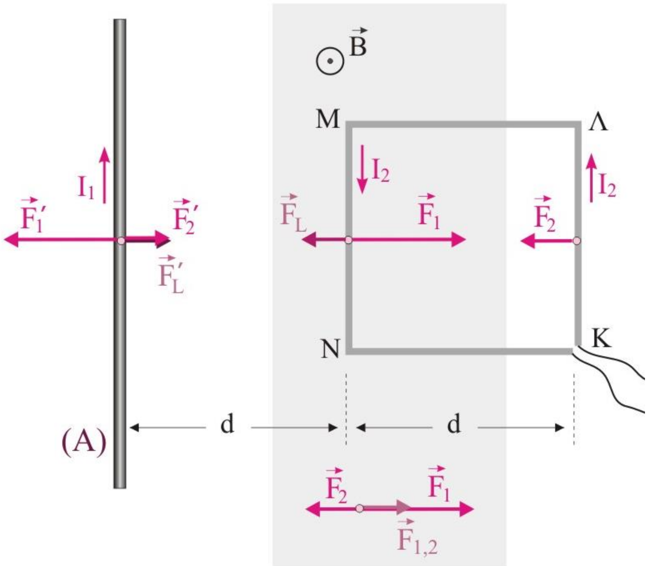
Η πλευρά ΜΝ και ο ευθύγραμμος αγωγός διαρρέονται από αντίρροπα ρεύματα οπότε απωθούνται με δύναμη μέτρου

$$F_1 = k_\mu \cdot \frac{2I_1 \cdot I_2 \cdot d}{d} = 2k_\mu \cdot I^2 .$$

Τα τμήματα ΛΜ και ΝΚ δεν δέχονται συνισταμένη δύναμη από τον ευθύγραμμο

αγωγό (Α), γιατί δύο στοιχειώδη τμήματά τους dl που απέχουν εξίσου απ’ αυτόν, δέχονται αντίθετες δυνάμεις dF_3, dF_4 και εξουδετερώνονται.

Έτσι, η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται από τον ευθύγραμμο αγωγό στο πλαίσιο έχει φορά προς τα δεξιά και μέτρο ίσο με $F_{1,2} = k_\mu \cdot I^2$.

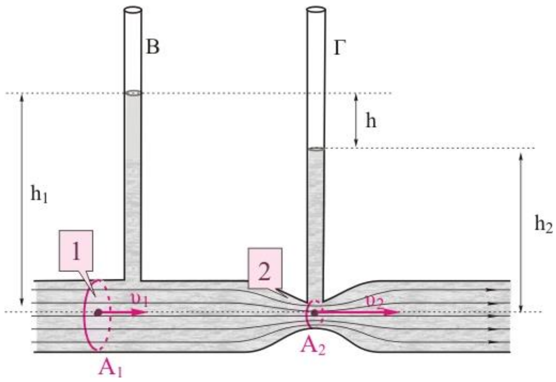


Για να ισορροπεί το πλαίσιο ΚΛΜΝ, πρέπει η συνολική δύναμη που του ασκείται να είναι ίση με μηδέν. Άρα, η δύναμη Laplace, F_L, που ασκεί το μαγνητικό πεδίο $\vec{B}$ στην πλευρά ΜΝ, πρέπει να έχει κατεύθυνση προς τα αριστερά και μέτρο $k_\mu \cdot I^2$. Αυτό σημαίνει ότι το μαγνητικό πεδίο $\vec{B}$ έχει φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη και μέτρο που προκύπτει από την συνθήκη ισορροπίας.

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{1,2} - F_L = 0 \Rightarrow F_L = F_{1,2} \Rightarrow F_L = k_\mu \cdot I^2 \Rightarrow BI_1 d = k_\mu \cdot I^2 \Rightarrow B = \frac{k_\mu \cdot I}{d}$$

Β4. Σωστή απάντηση είναι η (α).

Εφαρμόζουμε την εξίσωση του Bernoulli για τα σημεία 1 και 2 μιας οριζόντιας ρευματικής γραμμής



$$\frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 + p_1 = \frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 + p_2 \quad , \quad (1)$$

όπου $p_1 = p_{\alpha\tau\mu} + \rho g h_1 \ (2)$, $p_2 = p_{\alpha\tau\mu} + \rho g h_2 \ (3)$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (1), (2), (3) έχουμε:

$$\frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 + \rho g h_1 = \frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 + \rho g h_2 \quad ή \quad 2g(h_1 - h_2) = \upsilon_2^2 - \upsilon_1^2 \quad ή \quad 2gh = \upsilon_2^2 - \upsilon_1^2 \ , \ (4)$$

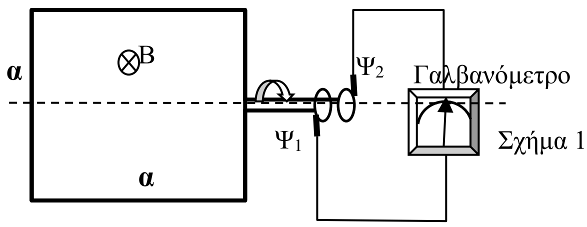
Σύμφωνα με την εξίσωση της συνέχειας, η παροχή του σωλήνα είναι σταθερή, επομένως

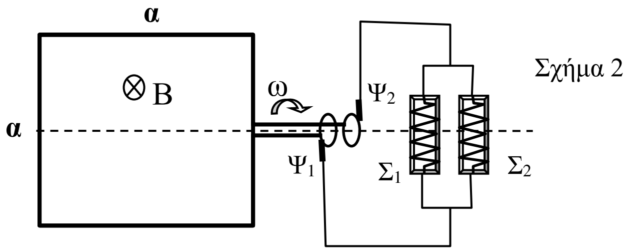
$$A_1\upsilon_1 = A_2\upsilon_2 \quad ή \quad 3A_2\upsilon_1 = A_2\upsilon_2 \quad ή \quad \upsilon_2 = 3\upsilon_1 \ .$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (4) παίρνουμε

$$2gh = 8\upsilon_1^2 \quad ή \quad \upsilon_1 = \frac{\sqrt{gh}}{2}.$$

ΘΕΜΑ Γ





Γ1. Όταν στρέψουμε το πλαίσιο κατά 180^o γύρω από τον άξονά του, η μαγνητική ροή που διέρχεται από αυτό μεταβάλλεται κατά

$$\Delta\Phi = \Phi_{\tau\varepsilon\lambda.} - \Phi_{\alpha\rho\chi.} = BS\sigma\upsilon\nu 180^o - BS\sigma\upsilon\nu 0^o$$
$$\Delta\Phi = -2BS$$

Το επαγωγικό φορτίο που περνά από μια διατομή του σύρματος είναι:

$$q = \frac{|\Delta\Phi|}{R_{o\lambda.}}N = \frac{2B\alpha^2}{R}N \Rightarrow B = \frac{qR}{2N\alpha^2}$$
$$\Rightarrow B = \frac{0.18\cdot 10\sqrt{2}}{2\cdot 360\cdot 10^{-2}} \Rightarrow B = \frac{\sqrt{2}}{4}T$$

Γ2. Η ενεργός τάση κάθε θερμικής συσκευής είναι $V_1 = V_2 = 180V$, άρα το πλάτος της παραγόμενης εναλλασσόμενης τάσης λόγω της περιστροφής του πλαισίου στο μαγνητικό πεδίο B είναι $V = V_{\varepsilon\nu.}\sqrt{2} = 180\sqrt{2}V$.

Όμως, για το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης που παράγεται από το στρεφόμενο πλαίσιο ισχύει:

$$V = N\omega BA = N\omega Ba^2 \Rightarrow \omega = \frac{V}{NBa^2} \Rightarrow \omega = \frac{180\sqrt{2}V}{360\cdot\frac{\sqrt{2}}{4}T\cdot 10^{-2}m^2} \Rightarrow \omega = 200rad/s$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \Rightarrow f = \frac{100}{\pi}Hz$$

Γ3. Η ενεργός ένταση κάθε συσκευής είναι:

$$I_{1,\varepsilon\nu.} = \frac{\overline{P_1}}{V_{\varepsilon\nu.}} = \frac{1080W}{180V} = 6A$$ και

$$I_{2,\varepsilon\nu.} = \frac{\overline{P_2}}{V_{\varepsilon\nu.}} = \frac{540W}{180V} = 3A.$$

Άρα, τα πλάτη των εντάσεων είναι:

$I_1 = I_{1,\varepsilon\nu.} \cdot \sqrt{2} \Rightarrow I_1 = 6\sqrt{2}A$ και

$I_2 = I_{2,\varepsilon\nu.} \cdot \sqrt{2} \Rightarrow I_2 = 3\sqrt{2}A$.

Έτσι, οι εξισώσεις των εντάσεων στις θερμικές συσκευές είναι $i_1 = I_1 \eta\mu\omega t \Rightarrow i_1 = 6\sqrt{2}\eta\mu 200t\ (SI)$ και $i_2 = I_2 \eta\mu\omega t \Rightarrow i_2 = 3\sqrt{2}\eta\mu 200t\ (SI)$.

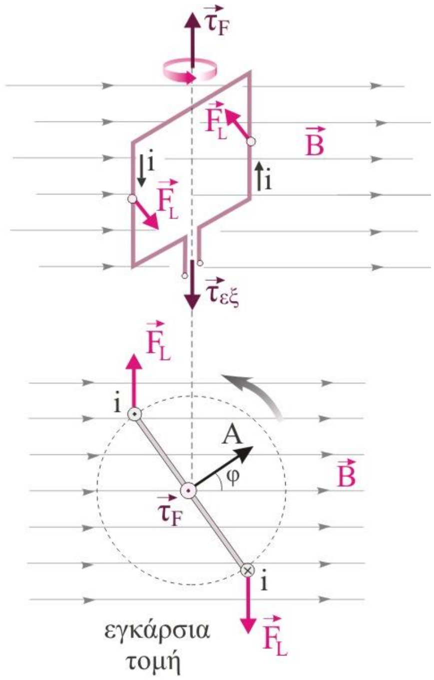
Γ4. Οι πλευρές του πλαισίου που είναι παράλληλες προς τον άξονα περιστροφής, δέχονται δυνάμεις από το μαγνητικό πεδίο και αποτελούν ζεύγος δυνάμεων.

Προκειμένου το πλαίσιο να στρέφεται με σταθερή συχνότητα, πρέπει να ασκείται στο πλαίσιο εξωτερική ροπή αντίθετη της ροπής του ζεύγους δυνάμεων. Άρα, η χρονική εξίσωση της εξωτερικής ροπής είναι

$$\tau_{\varepsilon\xi.} = F_L \cdot a = Bia^2 = B(i_1 + i_2)a^2 \Rightarrow$$

$$\tau_{\varepsilon\xi.} = \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot 9\sqrt{2}\eta\mu 200t \cdot 10^{-2}\ (SI) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \tau_{\varepsilon\xi.} = 0,045 \cdot \eta\mu 200t\ (SI).$$



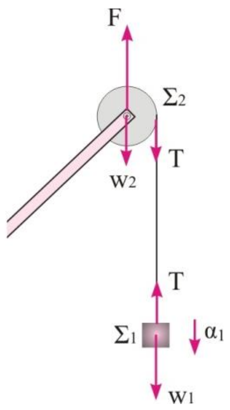
Γ5. Το έργο της εξωτερικής ροπής μετατρέπεται σε ηλεκτρική ενέργεια και στη συνέχεια από τις συσκευές μετατρέπεται σε θερμότητα, λόγω του φαινομένου Joule. Άρα, αρκεί να υπολογίσουμε την θερμική ενέργεια που ελευθερώνουν οι συσκευές στο χρονικό διάστημα μιας περιόδου.

Η ολική μέση ισχύς του κυκλώματος είναι $\overline{P_{o\lambda.}} = \overline{P_1} + \overline{P_2} = 1080W + 540W = 1620W$ άρα για κάθε περιστροφή έχουμε:

$$W_{\rho o\pi\acute{\eta}\varsigma} = Q_\vartheta = \overline{P_{o\lambda.}} \cdot T = \frac{\overline{P_{o\lambda.}}}{f} = \frac{1620W}{\frac{100}{\pi}Hz} \Rightarrow W_{\rho o\pi\acute{\eta}\varsigma} = 16,2 \cdot \pi J$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Το σώμα $Σ_1$ κινείται με την επίδραση του βάρους του και της τάσης του νήματος T. Ο θεμελιώδης νόμος της μηχανικής για το σώμα $Σ_1$ δίνει



$$ΣF_1 = m_1α_1 \Rightarrow m_1g - T = m_1α_1 \qquad (1)$$

Η τροχαλία στρέφεται μόνο από τη ροπή που δημιουργεί η τάση του νήματος T. Έτσι ο θεμελιώδης νόμος της μηχανικής για τη στροφική κίνηση της τροχαλίας δίνει:

$$Στ = Iα_γ \Rightarrow TR = \frac{1}{2}m_2R^2α_γ \Rightarrow T = \frac{1}{2}m_2Rα_γ \qquad (2)$$

Η επιτάχυνση του σώματος $Σ_1$, ισούται με την επιτρόχιο επιτάχυνση των σημείων της περιφέρειας της τροχαλίας, δηλαδή έχουμε:

$$α_1 = α_{επιτρ} = \frac{dυ_{γρ}}{dt} = \frac{d(ωR)}{dt} \quad \text{ή} \quad α_1 = α_γR$$

Έτσι η σχέση (2) γίνεται $T = \frac{1}{2}m_2α_1$ (3)

Από τις σχέσεις (1) και (3) προκύπτει

$$m_1g - \frac{1}{2}m_2α_1 = m_1α_1 \Rightarrow α_1 = \frac{m_1g}{m_1 + \frac{m_2}{2}} = \frac{1\text{kg}\cdot 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{1\text{kg} + \frac{2\text{kg}}{2}} \Rightarrow α_1 = 5\frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Το σώμα $Σ_1$ συγκρούεται με το $Σ_3$, αφού καλύψει την απόσταση h, μετά από χρόνο t

$$h = \frac{1}{2}α_1t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{α_1}} = \sqrt{\frac{2\cdot 0{,}4\text{m}}{5\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 0{,}4\text{s}.$$

Το σώμα $Σ_1$ συγκρούεται με το $Σ_3$, με ταχύτητα

$$υ_1 = α_1t = 5\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 0{,}4\text{s} = 2\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Δ2. Στην τροχαλία, που ισορροπεί μεταφορικά, ασκούνται:
- το βάρος της w_2,
-η τάση του νήματος T. Η σχέση (3) δίνει

$$T = \frac{1}{2}m_2α_1 = \frac{1}{2}\cdot 2\text{kg}\cdot 5\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 5\text{N}.$$

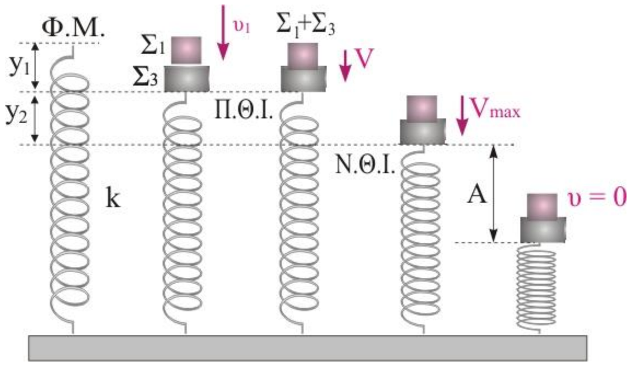
-η δύναμη F από τη σανίδα ΟΔ στο άξονά της.
Από την ισορροπία της, προκύπτει

$$ΣF = 0 \Rightarrow F = w_2 + T = m_2g + T = 2\text{kg}\cdot 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 5\text{N} \Rightarrow F = 25\text{N}.$$

Δ3. Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της τροχαλίας είναι

$$\frac{dK}{dt}=\frac{dW_T}{dt}=\frac{TRd\vartheta}{dt}=TR\omega=T\upsilon_1=5N\cdot 2\frac{m}{s}\Rightarrow$$

$$\frac{dK}{dt}=10\frac{J}{s}.$$



Δ4. Η εξίσωση της απομάκρυνσης του συσσωματώματος σε σχέση με το χρόνο είναι

$$y=A\eta\mu(\omega t+\varphi_0) \qquad (4)$$

Στην αρχική θέση ισορροπίας, το σώμα Σ_3 ισορροπεί με την επίδραση του βάρους του και της δύναμης του ελατηρίου. Είναι

$$\Sigma F=0\Rightarrow w_3=F_{\varepsilon\lambda}\Rightarrow$$

$$m_3g=ky_1\Rightarrow y_1=\frac{m_3g}{k}\Rightarrow$$

$$y_1=\frac{\frac{1}{3}kg\cdot 10\frac{m}{s^2}}{100\frac{N}{m}}\Rightarrow y_1=\frac{1}{30}m.$$

Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με θέση ισορροπίας η οποία είναι μετατοπισμένη προς τα κάτω κατά y_2 από την αρχική θέση ισορροπίας του σώματος Σ_3. Η μετατόπιση y_2 βρίσκεται από τη συνθήκη ισορροπίας στη νέα θέση

$$\Sigma F=0\Rightarrow w_{1,3}=F_{\varepsilon\lambda}\Rightarrow(m_1+m_3)g=k(y_1+y_2)\Rightarrow y_2=\frac{(m_1+m_3)g}{k}-y_1\Rightarrow$$

$$y_2=\frac{\left(1kg+\frac{1}{3}kg\right)\cdot 10\frac{m}{s^2}}{100\frac{N}{m}}-\frac{1}{30}m \Rightarrow y_2=0{,}1m.$$

Το συσσωμάτωμα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση με γωνιακή συχνότητα

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m_1+m_3}}=\sqrt{\frac{100\frac{N}{m}}{1kg+\frac{1}{3}kg}}=5\sqrt{3}\frac{rad}{s}.$$

Για την πλαστική κρούση εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής, για να υπολογίσουμε το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος V, αμέσως μετά την κρούση

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \quad \acute{\eta} \quad m_1\upsilon_1 = (m_1+m_3)|V| \Rightarrow |V| = \frac{m_1\upsilon_1}{m_1+m_3} \Rightarrow |V| = \frac{1kg\cdot 2\frac{m}{s}}{1kg+\frac{1}{3}kg} \Rightarrow |V| = 1,5\frac{m}{s}.$$

Με εφαρμογή της αρχής διατήρησης της ενέργειας για την ταλάντωση του συσσωματώματος, μεταξύ της θέσης αμέσως μετά την κρούση, η οποία απέχει y_2 από τη νέα θέση ισορροπίας και της ακραίας θέσης, βρίσκουμε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος

$$E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}(m_1+m_3)V^2 + \frac{1}{2}k{y_2}^2 \Rightarrow$$

$$A = \sqrt{{y_2}^2 + \frac{(m_1+m_3)V^2}{k}} \Rightarrow A = \sqrt{(0,1m)^2 + \frac{\left(1kg+\frac{1}{3}kg\right)\left(1,5\frac{m}{s}\right)^2}{100\frac{N}{m}}} \Rightarrow A = 0,2m.$$

Θα υπολογίσουμε την αρχική φάση της ταλάντωσης. Τη χρονική στιγμή t=0 το συσσωμάτωμα βρίσκεται στη θέση $y=y_2$, εφόσον λάβαμε ως θετική φορά προς τα πάνω και έχει αρνητική ταχύτητα. Αντικαθιστούμε στη σχέση (4) και έχουμε

$$y = A\eta\mu\varphi_0 \Rightarrow 0,1m = 0,2m\cdot\eta\mu\varphi_0 \Rightarrow \eta\mu\varphi_0 = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

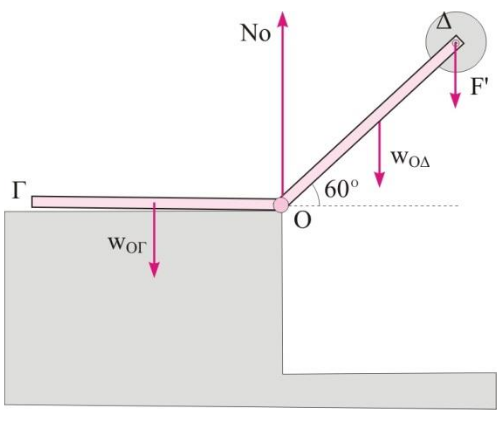
$$\varphi_0 = \left\{\begin{matrix} 2\kappa\pi + \frac{\pi}{6} \\ 2\kappa\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\kappa=0} \varphi_0 = \left\{\begin{matrix} \frac{\pi}{6} & (5) \\ \frac{5\pi}{6} & (6) \end{matrix}\right\}$$

Από τις δύο λύσεις γίνεται δεκτή η (6), γιατί η ταχύτητα είναι αρνητική.

Έτσι η εξίσωση της απομάκρυνσης του συσσωματώματος σε σχέση με το χρόνο είναι

$$y = 0,2\cdot\eta\mu(5\sqrt{3}t + \frac{5\pi}{6}) \qquad (SI)$$

Δ5. Όπως βρήκαμε στο ερώτημα Δ2, η σανίδα ΟΔ ασκεί στον άξονα της τροχαλίας δύναμη μέτρου F=25N με φορά κατακόρυφα προς τα πάνω. Σύμφωνα με τον 3° νόμο του Νεύτωνα και ο άξονας της τροχαλίας ασκεί στη σανίδα ΟΔ, δύναμη μέτρου F΄=25N κατακόρυφα προς τα κάτω. Για να μην ανατραπεί το σύστημα των σανίδων ΓΟΔ πρέπει η ροπή του βάρους της σανίδας ΟΓ, ως προς το σημείο Ο, να υπερνικά το άθροισμα των ροπών που προκαλούν το βάρος της σανίδας ΟΔ και η δύναμη F΄. Στην οριακή περίπτωση που πάει να ανατραπεί το σύστημα, η δύναμη στήριξης από το τραπέζι θα ασκείται στο σημείο Ο, άρα δεν θα έχει ροπή. Έτσι έχουμε



$$\tau_{w_{O\Gamma}(O)} \geq \left|\tau_{w_{O\Delta}(O)}\right| + \left|\tau_{F'(O)}\right| \geq 0 \Longrightarrow Mg\frac{l}{2} \geq Mg\frac{l}{2}\sigma\upsilon\nu60^o + F'l\sigma\upsilon\nu60^o \Longrightarrow$$

$$M \geq \frac{F'\sigma\upsilon\nu60^o}{g\frac{1}{2} - g\frac{1}{2}\sigma\upsilon\nu60^o} = \frac{25N\cdot\frac{1}{2}}{10\frac{m}{s^2}\cdot\frac{1}{4}} \Longrightarrow M \geq 5kg.$$

Άρα η ελάχιστη τιμή της μάζας που μπορεί να έχει η κάθε μια από τις σανίδες ΟΓ και ΟΔ, ώστε το σύστημά τους να μην ανατραπεί, είναι M_{min}=5kg.

Η εκπόνηση του διαγωνίσματος έγινε με τη βοήθεια Εθελοντών Εκπαιδευτικών:

Τα θέματα επιμελήθηκαν οι **Κορκίζογλου Πρόδρομος, Μπετσάκος Παναγιώτης** και **Ποντικός Ηλίας, Φυσικοί.**
Ο επιστημονικός έλεγχος πραγματοποιήθηκε από τον **Παλόγο Αντώνιο.**

ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

4ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ (Εφ' όλης της ύλης) – ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ Α

Στις προτάσεις Α1-Α4 να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση, η οποία τη συμπληρώνει σωστά.

Α1α. Ένα σωληνοειδές έχει Ν σπείρες, εμβαδού Α η κάθε μία. Το σωληνοειδές βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης Β τοποθετημένο με τρόπο ώστε οι δυναμικές γραμμές να είναι παράλληλες με τον άξονα του σωληνοειδούς. Η μαγνητική ροή που περνά από κάθε σπείρα του σωληνοειδούς είναι

α. $Φ=0$.

β. $Φ=ΒΑ$.

γ. $Φ=ΝΒΑ$.

δ. τίποτα από τα παραπάνω.

Μονάδες 3

Α1β.
Σε έναν τροχό, που κυλίεται, τα σημεία που έχουν λόγω της στροφικής κίνησης ταχύτητα με μέτρο ίσο με το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας είναι

α. όλα τα σημεία του τροχού.

β. τα σημεία της κατακόρυφης διαμέτρου.

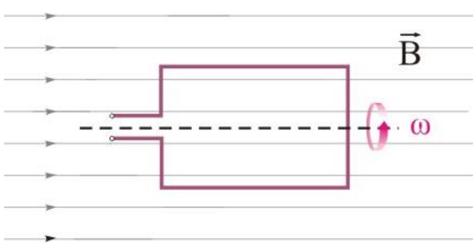
γ. τα σημεία της οριζόντιας διαμέτρου.

δ. τα σημεία της περιφέρειας.

Μονάδες 2

Α2α.

Ένα συρμάτινο πλαίσιο εμβαδού Α περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης μέτρου Β γύρω από άξονα που είναι παράλληλος στις δυναμικές γραμμές του πεδίου, όπως δείχνεται στο σχήμα. Η επαγωγική τάση $E_{Επ}$ που αναπτύσσεται στα άκρα του πλαισίου είναι:



α. $E_{Επ}=BωA$.

β. $E_{Επ}=BωAημωt$.

γ. $E_{Επ}=BωAσυνωt$.

δ. $E_{ΕΠ} = 0$.

Μονάδες 3

Α2β.

Ένα σώμα εκτελεί ταλάντωση που προκύπτει από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, που εξελίσσονται στην ίδια διεύθυνση, γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας και περιγράφονται από τις σχέσεις:

$x_1=A\,ημ(ωt+π)$, $x_2=3A\,ημ(ωt)$

Το πλάτος Α΄ και η φάση της σύνθετης ταλάντωσης είναι αντίστοιχα

α. Α και ωt+π.

β. 2Α και ωt.

γ. 2Α και ωt+π.

δ. 1,5Α και ωt.

Μονάδες 2

Α3α.

Ένας ευθύγραμμος αγωγός που διαρρέεται από σταθερό ρεύμα, είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται στο εσωτερικό ενός σωληνοειδούς μεγάλου μήκους, που διαρρέεται από ρεύμα. Αν διπλασιαστεί η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το σωληνοειδές, τότε η δύναμη που δέχεται ο ρευματοφόρος αγωγός

α. θα διπλασιαστεί.

β. θα τετραπλασιαστεί.

γ. θα υποδιπλασιαστεί.

δ. θα παραμένει η ίδια.

Μονάδες 3

Α3β.

Δύο σφαίρες Α και Β κινούμενες σε αντίθετες κατευθύνσεις συγκρούονται κεντρικά και πλαστικά δημιουργώντας συσσωμάτωμα που ακινητοποιείται. Αν η σφαίρα Α έχει μάζα διπλάσια από τη σφαίρα Β, τότε τα μέτρα των αρχικών ορμών τους έχουν πηλίκο

α. 1.

β. 2.

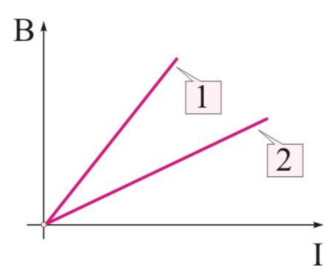
γ. 3.

δ. 4.

Μονάδες 2

Α4α.

Στο κοινό διάγραμμα του σχήματος δείχνεται η συνάρτηση του μέτρου της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο δύο πηνίων, (1) και (2) ίδιας ακτίνας και ίδιου μήκους, σε σχέση με την ένταση του ρεύματος που τα διαρρέει. Αν N_1, N_2 είναι ο αριθμός των σπειρών των δύο πηνίων αντίστοιχα, ισχύει



α. $N_1>N_2$.

β. $N_1=N_2$.

γ. $N_1<N_2$.
δ. δεν μπορούμε να γνωρίζουμε.

Μονάδες 3

4Αβ.

Ένα σύστημα μάζας-ελατηρίου εκτελεί εξαναγκασμένη αρμονική ταλάντωση. Για δύο διαφορετικές συχνότητες του διεγέρτη f_1 και f_2 ($f_1 < f_2$) το πλάτος της ταλάντωσης του συστήματος μάζα - ελατήριο είναι το ίδιο. Η ενέργεια μπορεί να μεταφέρεται με τον βέλτιστο τρόπο από το διεγέρτη στο ταλαντευόμενο σύστημα όταν η συχνότητα του διεγέρτη, $f_{διεγ}$, είναι

α. $f_{διεγ} < f_1$.
β. $f_1 < f_{διεγ} < f_2$.
γ. $f_2 = f_{διεγ}$.
δ. $f_2 < f_{διεγ}$.

Μονάδες 2

Α5. *Στις παρακάτω ερωτήσεις να γράψετε το γράμμα που αντιστοιχεί η κάθε ερώτηση και δίπλα το γράμμα (Σ) αν η πρόταση είναι σωστή και το γράμμα (Λ) αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

Α. Όταν σε ένα πλαίσιο με Ν σπείρες μεταβάλλεται η μαγνητική ροή, τότε από μία διατομή του σύρματος του πλαισίου διέρχεται φορτίο Q που είναι ανεξάρτητο από το χρόνο στον οποίο έγινε η μεταβολή.

Β. Δύο παράλληλοι ρευματοφόροι αγωγοί έλκονται αν διαρρέονται από αντίρροπα ρεύματα.

Γ. Τα στοιχεία της τάσης στο δίκτυο παροχής ηλεκτρικής ενέργειας στην χώρα μας και στην Ευρώπη είναι V_0= 220V και f=50Hz.

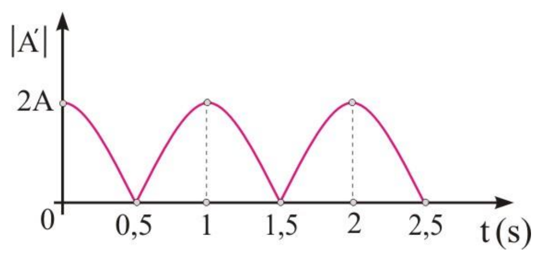
Δ. Η εξίσωση της συνέχειας στα ρευστά είναι άμεση συνέπεια της αρχής διατήρησης της ενέργειας.

Ε. Όταν ένα σώμα συγκρούεται ελαστικά και μετωπικά με ένα δεύτερο σώμα ίδιας μάζας που κινείται, τότε τα σώματα ανταλλάσσουν ταχύτητες και ορμές.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Β

Β1. Ένα σώμα εκτελεί σύνθετη ταλάντωση, που προκύπτει από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, ίδιας διεύθυνσης, που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο, με το ίδιο πλάτος και γωνιακές συχνότητες που διαφέρουν πολύ λίγο μεταξύ τους. Οι εξισώσεις των δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων είναι



της μορφής: $x_1 = \mathrm{A}\eta\mu\omega_1 t$ και $x_2 = \mathrm{A}\eta\mu\omega_2 t$ με $\omega_1>\omega_2$. Στο διπλανό σχήμα απεικονίζεται η γραφική παράσταση του πλάτους της σύνθετης ταλάντωσης σε συνάρτηση με το χρόνο. Επιπλέον σε χρονικό διάστημα ίσο με Δt=0,5s το σώμα διέρχεται 100 φορές από τη θέση ισορροπίας του. Για τις δύο συχνότητες f_1, f_2 ισχύει

α. $f_1 = 200{,}5Hz,\ f_2 = 199{,}5Hz$.

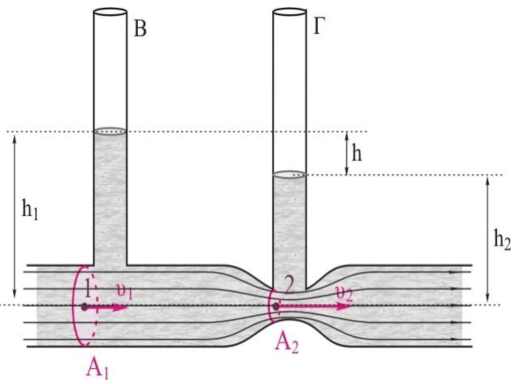
β. $f_1 = 100{,}5Hz,\ f_2 = 99{,}5Hz$.

γ. $f_1 = 100Hz,\ f_2 = 99Hz$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6



Β2. Ο σωλήνας στο διπλανό σχήμα (ροόμετρο Ventouri) είναι οριζόντιος και διαρρέεται από ιδανικό ρευστό πυκνότητας ρ_1. Η εγκάρσια διατομή στην περιοχή (1) έχει εμβαδόν A_1 και η αντίστοιχη στην περιοχή (2) έχει εμβαδόν $A_2 = \frac{A_1}{2}$. Η υψομετρική διαφορά της στάθμης του υγρού που περιέχεται στους κατακόρυφους λεπτούς ανοικτούς σωλήνες είναι ίση με h. Αντικαθιστούμε το υγρό που διαρρέει τον σωλήνα με άλλο ιδανικό ρευστό πυκνότητας ρ_2, ελαττωμένης κατά 20% σε σχέση με την πυκνότητα ρ_1, διατηρώντας την παροχή ίδια με την αρχική. Η υψομετρική διαφορά h’ της στάθμης του υγρού στους κατακόρυφους ανοικτούς σωλήνες γίνεται ίση με

α. $h' = h$.

β. $h' = 0{,}8h$.

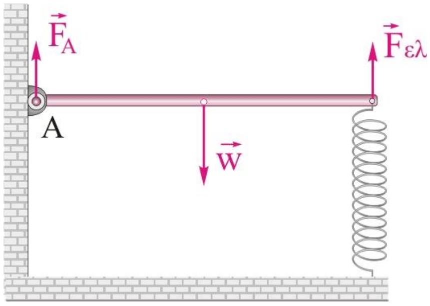
γ. $h' = 1{,}2h$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

Β3. Μία ομογενής ράβδος μήκους ℓ και βάρους w, είναι αρθρωμένη στο άκρο της Α, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το ελατήριο είναι κατακόρυφο. Το σύστημα ισορροπεί με τη ράβδο σε οριζόντια θέση. Η δύναμη που ασκείται στη ράβδο από την άρθρωση, F_A και η δύναμη του ελατηρίου, $F_{ελ}$, συνδέονται με τη σχέση



α. $F_{ελ}= F_A$.

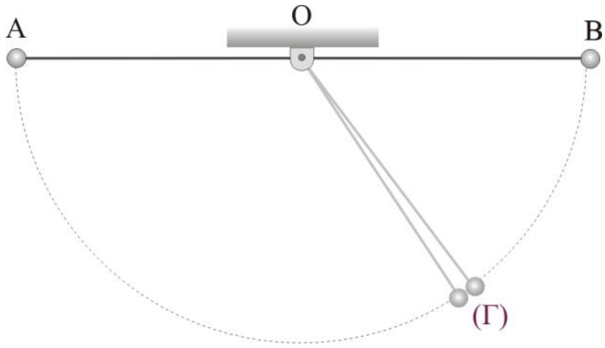
β. $F_{ελ}= 3F_A$.

γ. $F_{ελ}= 2F_A$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

Β4. Τα σφαιρίδια Α και Β του σχήματος είναι δεμένα σε αβαρή μη ελαστικά νήματα ίδιου μήκους των οποίων οι άλλες άκρες είναι δεμένες ακλόνητα στο ίδιο σημείο Ο. Εκτρέπουμε τα σφαιρίδια ώστε τα νήματα να είναι αρχικά οριζόντια και τεντωμένα. Αφήνουμε πρώτα το σφαιρίδιο Α και ύστερα το Β, ώστε τα σφαιρίδια να συγκρουστούν στη θέση (Γ). Αν η σύγκρουση είναι κεντρική και ελαστική και αμέσως μετά την κρούση το σφαιρίδιο Β στιγμιαία ακινητοποιείται, ο λόγος των μαζών $\frac{m_A}{m_B}$ των σφαιριδίων είναι



α. 1/4.

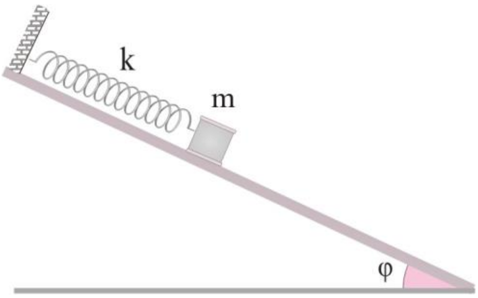
β. 1/2.

γ. 1/3.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ



Στο ανώτερο σημείο λείου κεκλιμένου επιπέδου που σχηματίζει με το οριζόντιο επίπεδο γωνία $φ=30^0$ είναι στερεωμένο ιδανικό ελατήριο σταθεράς k=100N/m. Στο κάτω άκρο του ελατηρίου είναι δεμένο ένα σώμα μάζας m=2 kg, που ισορροπεί, όπως δείχνεται στο σχήμα. Απομακρύνουμε το σώμα προς τα κάτω, κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου, μέχρι τη θέση που διπλασιάζεται το μέτρο της δύναμης ελατηρίου και τη χρονική στιγμή t=0 το εκτοξεύουμε προς τα κάτω με ταχύτητα $υ_1 = \sqrt{\frac{3}{2}}\,m/s$.

Γ1. Να υπολογίσετε τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου στη θέση ισορροπίας.

Μονάδες 6

Γ2. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος.

Μονάδες 6

Γ3. Να βρείτε τις σχέσεις που δίνουν τη δύναμη επαναφοράς και τη δύναμη του ελατηρίου σε συνάρτηση με την απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας και να τις σχεδιάσετε σε κοινό, αριθμημένο, ορθογώνιο σύστημα αξόνων. Να θεωρήσετε θετική φορά, αυτή προς τα κάτω.

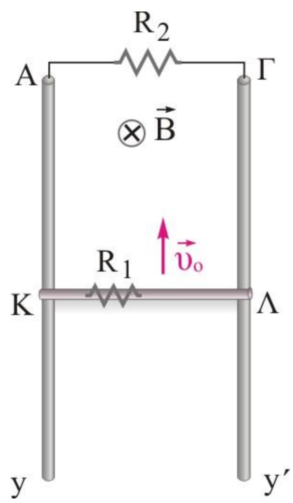
Μονάδες 6

Γ4. Να βρείτε τη χρονική στιγμή που το σώμα θα βρεθεί για πρώτη φορά στη θέση όπου το μέτρο της δύναμης του ελατηρίου, $F_{ελ}$, είναι ίσο με το μέτρο της δύναμης επαναφοράς, $F_{επ}$.

Μονάδες 7

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\ m/s^2$ και το $ημ\frac{π}{12} = \frac{1}{4}$.

ΘΕΜΑ Δ



Στη διπλανή διάταξη, ο αγωγός ΚΛ έχει αντίσταση R_1=0,5Ω, μήκος $\ell = 1m$, μάζα m=0,3kg και αποτελεί τμήμα ενός κλειστού κυκλώματος που δημιουργούν οι κατακόρυφοι παράλληλοι αγωγοί-οδηγοί Αy , Γy΄ και ο αντιστάτης R_2=1,5Ω. Ο αγωγός ΚΛ μπορεί να ολισθαίνει , παρουσιάζοντας τριβή ολίσθησης Τ=0,5Ν, πάνω στους αγωγούς Αy , Δy', που είναι αμελητέας αντίστασης, παραμένοντας διαρκώς κάθετος σε αυτούς. Η όλη διάταξη βρίσκεται μέσα σε οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης μέτρου Β=1Τ, του οποίου οι δυναμικές γραμμές είναι κάθετες στο επίπεδο που ορίζουν οι αγωγοί Αy, Γy΄ και έχουν φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα.

Τον αρχικά ακίνητο αγωγό ΚΛ, τη χρονική στιγμή t_o=0s τον εκτοξεύουμε προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα 3m/s. Ο αγωγός ξαναπερνά από τη θέση εκτόξευσης με ταχύτητα 1,9 m/s και στο αντίστοιχο χρονικό διάστημα η θερμότητα που αναπτύσσεται στο κύκλωμα λόγω φαινομένου Joule είναι μεγαλύτερη κατά 0,2J από την θερμότητα λόγω του έργου της τριβής ολίσθησης.

Δ1. Αμέσως μετά την εκτόξευση της ράβδου, να προσδιορίσετε την φορά και την ένταση του επαγωγικού ρεύματος που θα δημιουργηθεί στο κύκλωμα.

Μονάδες 5

Δ2. Να βρείτε την επιτάχυνση της ράβδου τη χρονική στιγμή t_o=0.

Μονάδες 5

Δ3. Να βρείτε πόσο μετατοπίστηκε η ράβδος μέχρι να σταματήσει στιγμιαία.

Μονάδες 5

Δ4. Να βρείτε την οριακή ταχύτητα που θα αποκτήσει τελικά ο αγωγός.

Μονάδες 5

Δ5. Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του αγωγού ΚΛ την στιγμή που κατερχόμενος διαρρέεται από ρεύμα έντασης I_1=2A.

Μονάδες 5

Δίνεται g=10m/s^2, $1{,}9^2 \simeq 3{,}6$.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Η εκπόνηση του διαγωνίσματος έγινε με τη βοήθεια Εθελοντών Εκπαιδευτικών:

Τα θέματα επιμελήθηκαν οι **Ιστάπολος Βασίλειος, Κορκίζολου Πρόδρομος, Μπετσάκος Παναγιώτης και Ποντικός Ηλίας**, Φυσικοί.

Ο επιστημονικός έλεγχος πραγματοποιήθηκε από τον **Παλόγο Αντώνιο**, Φυσικό.

ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

4ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ (Εφ' όλης της ύλης) - ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1α. (β) Α1β. (δ)

Α2α. (δ) Α2β. (β)

Α3α. (α) Α3β. (α)

Α4α. (α) Α4β. (β)

Α5. α. Σ β. Λ γ. Λ δ. Λ ε. Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή απάντηση είναι η β.

Από το διάγραμμα προκύπτει ότι

$T_δ$ = 1,5s - 0,5s = 1s , άρα $f_δ = |f_1 - f_2| = \frac{1}{T_δ} \Rightarrow f_1 - f_2 = 1\text{Hz}$, (1)

Αφού σε χρονικό διάστημα ίσο με Δt=0,5s το σώμα διέρχεται 100 φορές από τη θέση ισορροπίας του, σε χρονικό διάστημα 1s διέρχεται 200 φορές από τη θέση ισορροπίας του. Σε μια ταλάντωση το σώμα περνά δύο φορές ανά περίοδο από τη θέση ισορροπίας του, άρα η συχνότητα της σύνθετης ταλάντωσης είναι f=100Hz.

Όμως, η σύνθεση ταλαντώσεων με παραπλήσιες συχνότητες οδηγεί σε ταλάντωση με συχνότητα

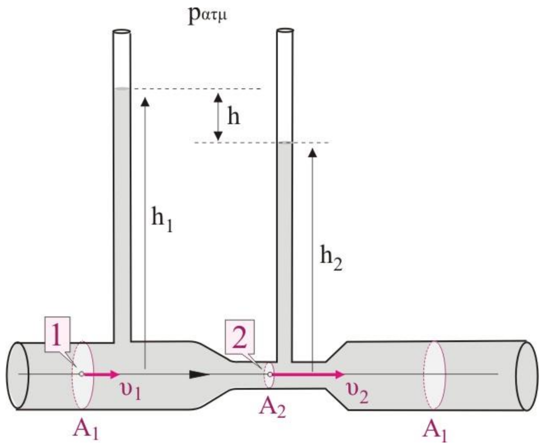
$$f = \frac{f_1 + f_2}{2} = \bar{f}$$

Άρα, $\frac{f_1 + f_2}{2} = 100\text{Hz} \Rightarrow f_1 + f_2 = 200\text{Hz}$, (2)

Από τις σχέσεις (1), (2) προκύπτει f_1=100,5Hz και f_2=99,5Hz. Άρα, σωστή είναι η επιλογή β.

Β2. Σωστή απάντηση είναι η α.

Εφαρμόζουμε την εξίσωση του Bernoulli για τα σημεία 1 και 2 της ίδιας οριζόντιας ρευματικής γραμμής.



$$p_1+\frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2=p_2+\frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 \qquad (1)$$

όπου $p_1=\rho g h_1+p_{ατμ}$, (2) και

$p_2=\rho g h_2+p_{ατμ}$, (3)

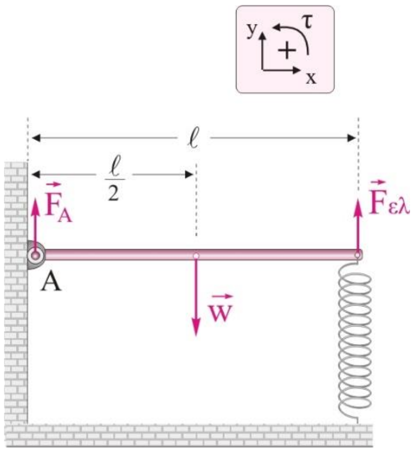
Αντικαθιστώντας τις (2), (3) στην (1) παίρνουμε

$$\rho g h_1+p_{ατμ}+\frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2=\rho g h_2+p_{ατμ}+\frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 \quad ή \quad \rho g(h_1-h_2)=\frac{1}{2}\rho\left(\upsilon_2^2-\upsilon_1^2\right) \quad ή$$

$$2gh=\upsilon_2^2-\upsilon_1^2 \quad ή \quad h=\frac{\upsilon_2^2-\upsilon_1^2}{2g}$$

Παρατηρούμε ότι η υψομετρική διαφορά h της στάθμης του υγρού στους κατακόρυφους ανοικτούς σωλήνες είναι ανεξάρτητη της πυκνότητας του υγρού. Επίσης, η παροχή διατηρείται σταθερή, οπότε οι ταχύτητες υ_1, υ_2 είναι ίδιες. Άρα, h΄=h.

Β3. Σωστή απάντηση είναι η α.



Το σύστημα ισορροπεί, άρα θα ισχύει

$\Sigma F_y=0$ και $\Sigma\tau_{(A)}=0$.

Η πρώτη σχέση δίνει

$F_A+F_{ελ}-w=0$ ή $F_A+F_{ελ}=w$ (1)

και η δεύτερη σχέση ισορροπίας δίνει

$$\tau_{F_{ελ}(A)}+\tau_{w(A)}=0\Rightarrow F_{ελ}\cdot\ell-w\cdot\frac{\ell}{2}=0\Rightarrow F_{ελ}=\frac{w}{2}.$$

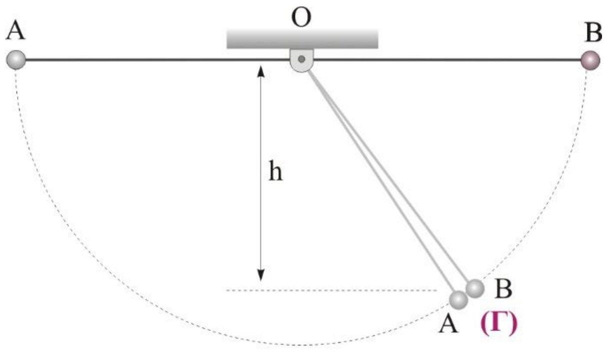
Με αντικατάσταση στη σχέση (1) έχουμε:

$F_A+\frac{w}{2}=w\Rightarrow F_A=\frac{w}{2}$, δηλαδή $F_{ελ}=F_A$.

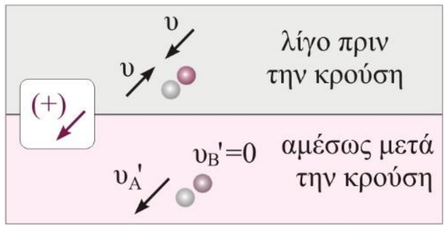
Άρα, σωστή απάντηση είναι η α.

Β4. Σωστή απάντηση είναι η γ .

Τα σφαιρίδια από τη θέση ελευθέρωσης μέχρι της θέση σύγκρουσης κινούνται υπό την επίδραση των δυνάμεων του βάρους και της τάσης του νήματος. Επειδή έχουν την ίδια κατακόρυφη μετατόπιση, h, το έργο του βάρους είναι ίδιο. Το έργο της τάσης του νήματος είναι μηδέν, γιατί η τάση T είναι διαρκώς κάθετη προς την μετατόπιση.



Με εφαρμογή του θεωρήματος έργου ενέργειας για κάθε σφαιρίδιο μεταξύ των δύο θέσεων προκύπτει ότι οι ταχύτητές τους θα έχουν ίδιο μέτρο.



$K_\Gamma - K_A = W_w$ ή $\frac{1}{2}m\upsilon^2 - 0 = mgh$ ή

$\upsilon = \sqrt{2gh}$

Το σφαιρίδιο Β αμέσως μετά την κεντρική και ελαστική σύγκρουση ακινητοποιείται στιγμιαία (υ_B'=0). Εφαρμόζουμε τη σχέση της κεντρικής και ελαστικής κρούσης για το σφαιρίδιο Β και παίρνουμε:

$$\upsilon_B' = 0 \Rightarrow \frac{m_B - m_A}{m_B + m_A}\upsilon_B + \frac{2m_A}{m_B + m_A}\upsilon_A = 0 \Rightarrow \frac{m_B - m_A}{m_B + m_A}(\upsilon) + \frac{2m_A}{m_B + m_A}(-\upsilon) = 0 \text{ ή}$$

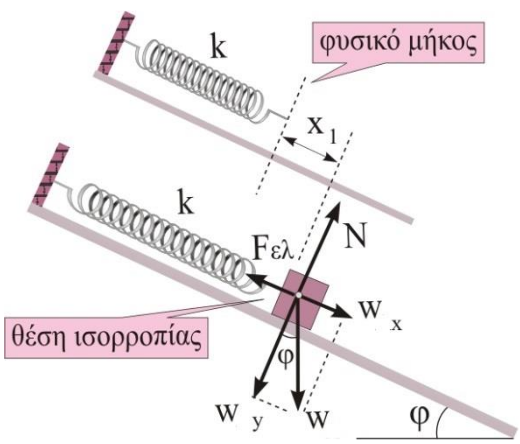
$$m_B - m_A = 2m_A \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{1}{3}$$

Άρα, σωστή είναι η γ.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου δίνεται από τη σχέση $U_{\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}kx^2$, (1)

όπου x η παραμόρφωσή του από το φυσικό του μήκος.



Στη θέση ισορροπίας, το σώμα ισορροπεί με την επίδραση του βάρους, της δύναμης στήριξης από το πλάγιο επίπεδο και της δύναμης του ελατηρίου. Μετά την ανάλυση του βάρους σε δύο κάθετες συνιστώσες έχουμε

$$\Sigma F_X = 0 \Rightarrow w_x = F_{\varepsilon\lambda} \Rightarrow mg \cdot \eta\mu\varphi = kx_1 \Rightarrow$$

$$x_1 = \frac{mg \cdot \eta\mu 30^0}{k} \Rightarrow x_1 = \frac{2kg \cdot 10\frac{m}{s^2} \cdot 0,5}{100\frac{N}{m}} \Rightarrow$$

$$x_1 = 0,1m.$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (1) βρίσκουμε τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου

$$U_{\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}kx_1^2 \Rightarrow U_{\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2} \cdot 100\frac{N}{m} \cdot (0,1m)^2 \Rightarrow U_{\varepsilon\lambda} = 0,5J.$$

Γ2. Η δύναμη του ελατηρίου δίνεται από τη σχέση $F_{\varepsilon\lambda} = -kx$, δηλαδή το μέτρο της είναι ανάλογο της επιμήκυνσης του ελατηρίου από τη θέση φυσικού του μήκους.

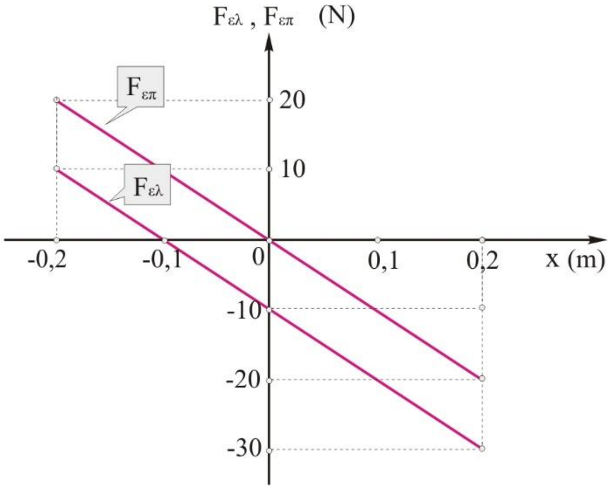
Αφού απομακρύνουμε το σώμα μέχρι τη θέση που διπλασιάζεται το μέτρο της δύναμης ελατηρίου, θα διπλασιάζεται και η επιμήκυνσή του και θα γίνει $2x_1$. Κατά συνέπεια η θέση του σώματος θα είναι $x=x_1$ κάτω από τη θέση ισορροπίας. Το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος βρίσκεται με εφαρμογή της αρχής διατήρησης της ενέργειας για την ταλάντωση του σώματος

$$E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}kx_1^2 \Rightarrow A = \sqrt{\frac{m\upsilon_1^2}{k} + x_1^2} \Rightarrow$$

$$A = \sqrt{\frac{2kg \cdot \left(\sqrt{\frac{3}{2}}\frac{m}{s}\right)^2}{100\frac{N}{m}} + (0,1m)^2} \Rightarrow A = 0,2m.$$

Γ3. Η δύναμη επαναφοράς σε συνάρτηση με την απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας δίνεται από τη σχέση

$$F_{\varepsilon\pi} = -kx = -100x \quad (S.I.) \qquad -0,2m \le x \le 0,2m \qquad (2)$$

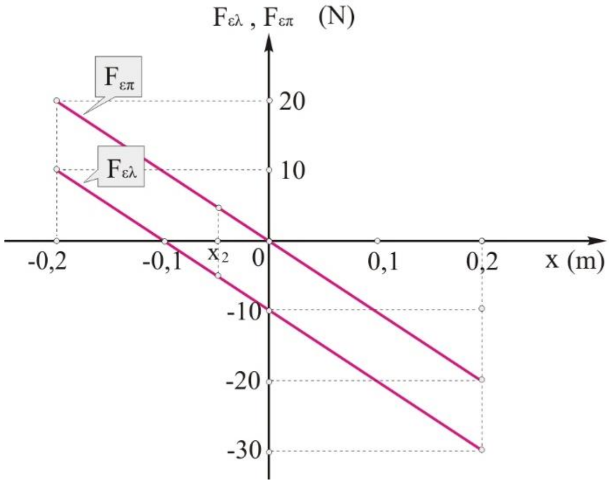


Η δύναμη του ελατηρίου σε συνάρτηση με την απομάκρυνση, x, του σώματος από τη θέση ισορροπίας δίνεται από τη σχέση

$$F_{ελ} = -k(x + x_1) = -100(x + 0{,}1) \Rightarrow$$
$$F_{ελ} = -100x - 10 \quad (S.I)$$
$$-0{,}2m \le x \le 0{,}2m \quad (3)$$

Τα διαγράμματα των δύο αυτών σχέσεων φαίνονται στο κοινό, αριθμημένο, ορθογώνιο σύστημα αξόνων.

Γ4. Από το διάγραμμα του προηγούμενου ερωτήματος προκύπτει ότι τα μέτρα των δύο δυνάμεων είναι ίσα στην απομάκρυνση x_2, όπου οι δύο δυνάμεις έχουν αντίθετες αλγεβρικές τιμές.



$$F_{ελ} = -F_{επ} \Rightarrow$$
$$-100x_2 - 10 = 100x_2 \Rightarrow$$
$$200x_2 = -10 \Rightarrow \; x_2 = -0{,}05m.$$

Οι δύο δυνάμεις θα έχουν ίδιο μέτρο στη θέση που είναι 0,05 m πάνω από τη θέση ισορροπίας και 0,05m κάτω από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.

Για να υπολογίσουμε τη χρονική στιγμή που το σώμα θα περάσει για πρώτη φορά από τη θέση x=-0,05 m, πρέπει πρώτα να υπολογίσουμε την σχέση απομάκρυνσης -χρόνου για την ταλάντωση.

Τη χρονική στιγμή t=0, που εκτοξεύουμε το σώμα προς τα κάτω, βρίσκεται στη θέση $x_1 = 0{,}1\text{m}$, με ταχύτητα θετική. Θα υπολογίσουμε την αρχική φάση

$$x_1 = Aημ(ωt + φ_0) \Rightarrow 0{,}1 = 0{,}2ημφ_0 \Rightarrow ημφ_0 = \frac{1}{2} \Rightarrow φ_0 = \left(\frac{π}{6} + 2κπ\right)\text{rad} \;\; ή \;\; φ_0 = \left(\frac{5π}{6} + 2κπ\right)\text{rad}$$

Δεκτή κάνουμε ως αρχική φάση την $φ_0 = \frac{π}{6}\text{rad}$, γιατί η ταχύτητά του είναι θετική και πρέπει $0 < φ_0 < 2π$.

Η γωνιακή συχνότητα ω προκύπτει από τη σχέση

$$D = k = mω^2 \Rightarrow ω = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow ω = \sqrt{\frac{100\frac{N}{m}}{2kg}} \Rightarrow ω = 5\sqrt{2}\,\frac{rad}{s}.$$

Η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος είναι

$$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow x = 0,2\eta\mu(5\sqrt{2}t + \frac{\pi}{6}) \qquad (S.I.)$$

Για να υπολογίσουμε τη χρονική στιγμή που το σώμα θα βρεθεί για πρώτη φορά στη θέση x=-0,05 m, λύνουμε την τριγωνομετρική εξίσωση

$$-0,05 = 0,2\eta\mu(5\sqrt{2}t + \frac{\pi}{6}) \Rightarrow \eta\mu(5\sqrt{2}t + \frac{\pi}{6}) = -\frac{1}{4} = \eta\mu\left(-\frac{\pi}{12}\right) \Rightarrow$$

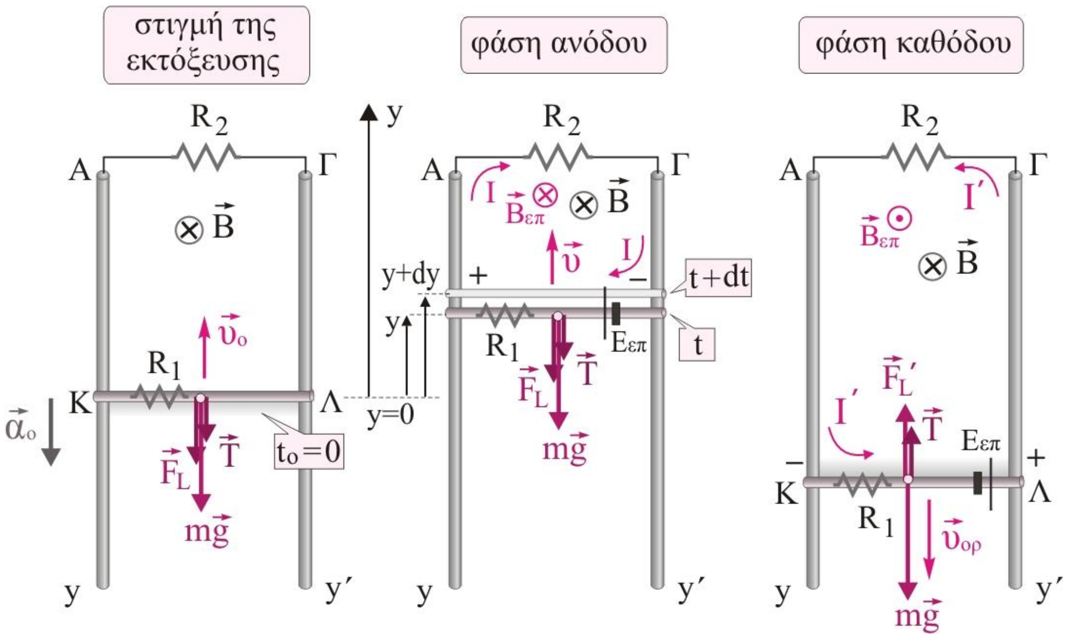
$$5\sqrt{2}t + \frac{\pi}{6} = \left\{\begin{matrix} 2\kappa\pi - \dfrac{\pi}{12} \\ \acute{\eta}\;\; 2\kappa\pi + \pi - \left(-\dfrac{\pi}{12}\right) \end{matrix}\right\} \Rightarrow 5\sqrt{2}t + \frac{\pi}{6} = \left\{\begin{matrix} 2\kappa\pi - \dfrac{\pi}{12} & (4) \\ \acute{\eta}\;\; 2\kappa\pi + \dfrac{13\pi}{12} & (5) \end{matrix}\right\}$$

Όταν το σώμα βρεθεί για πρώτη φορά στη θέση x=-0,05 m θα ανεβαίνει, άρα θα έχει αρνητική ταχύτητα, κατά συνέπεια δεκτή είναι η λύση (5), που έχει αρνητικό συνημίτονο και για κ=0 δίνει

$$5\sqrt{2}t + \frac{\pi}{6} = \frac{13\pi}{12} \Rightarrow 5\sqrt{2}t + \frac{\pi}{6} = \frac{13\pi}{12} \Rightarrow 5\sqrt{2}t = \frac{13\pi}{12} - \frac{\pi}{6} = \frac{11\pi}{12} \Rightarrow t = \frac{11\pi}{12 \cdot 5\sqrt{2}} \Rightarrow$$

$$t = \frac{11\pi}{120}\sqrt{2}\,s$$

ΘΕΜΑ Δ



Δ1. Καθώς ο αγωγός ΚΛ κινείται προς τα πάνω, η μαγνητική ροή που διέρχεται από το κύκλωμα ΚΛΓΑΚ μειώνεται. Σύμφωνα με τον νόμο της επαγωγής, θα αναπτυχθεί Η.Ε.Δ. με τέτοια πολικότητα, ώστε το επαγωγικό ρεύμα που θα δημιουργηθεί να τείνει να αυξήσει την μαγνητική ροή, δημιουργώντας στο πλαίσιο δευτερογενές μαγνητικό πεδίο ίδιας φοράς με το αρχικό. Σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού, το επαγωγικό ρεύμα θα έχει ίδια φορά με αυτό των δεικτών του ρολογιού.

Έστω μια χρονική στιγμή t που ο ΚΛ είναι στη θέση y, όπου η μαγνητική ροή είναι $\Phi_1 = \mathrm{B}\cdot \mathrm{A}_1 = \mathrm{B}\cdot l\cdot (d-y)$

και τη χρονική στιγμή t+dt στη θέση y+dy όπου η μαγνητική ροή είναι

$\Phi_2 = \mathrm{B}\cdot \mathrm{A}_2 = \mathrm{B}\cdot l\cdot [d-(y+dy)]$ και η μεταβολή της $d\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = -\mathrm{B}\cdot l\cdot dy$

Από το νόμο του Faraday έχουμε: $E_{\varepsilon\pi\alpha\gamma.} = -\dfrac{d\Phi}{dt} = -\dfrac{-\mathrm{B}\cdot l\cdot dy}{dt} = +B\cdot l\cdot \upsilon$, όπου $\upsilon = \dfrac{dy}{dt}$.

Έτσι, αμέσως μετά την εκτόξευση, το κύκλωμα θα διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα που έχει ένταση:

$$I_0 = \frac{E_{\varepsilon\pi\alpha\gamma.}}{R_{o\lambda.}} = \frac{+B\cdot l\cdot \upsilon}{R_1+R_2} = \frac{(1T)\cdot(1m)\cdot(3m/s)}{0,5\Omega+1,5\Omega} \Rightarrow I_0 = 1,5A$$

Δ2. Στον αγωγό ΚΛ θα ασκηθεί δύναμη Laplace, η οποία σύμφωνα με τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού, έχει φορά προς τα κάτω και μέτρο $F_L = BIl = \dfrac{B^2\cdot l^2\cdot \upsilon}{R_1+R_2}$

Με αριθμητική αντικατάσταση των δεδομένων αμέσως μετά την εκτόξευση παίρνουμε:

$$F_{L_0} = \frac{(1T)^2\cdot(1m)^2\cdot(3m/s)}{0,5\Omega+1,5\Omega} \Rightarrow F_{L_0} = 1,5N$$

Αμέσως μετά την εκτόξευση (t_o=0) , όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στον αγωγό (τριβή Τ , βάρος mg και F_L) αντιτίθενται στην κίνησή του. Με εφαρμογή του θεμελιώδη νόμου της μηχανικής στον αγωγό ΚΛ παίρνουμε:

$$\Sigma F = ma_o \Rightarrow -F_L - T - mg = ma_o \Rightarrow a_o = -\frac{F_L+T+mg}{m} = -\frac{1,5N+0,5N+3N}{0,3kg} \Rightarrow$$

$$a_o = -\frac{50}{3} m/s^2$$

Η κίνηση του αγωγού ΚΛ είναι επιβραδυνόμενη μη ομαλά, γιατί η F_L μειώνεται.

Δ3. Η άνοδος του αγωγού είναι μη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση, ο αγωγός κάποια χρονική στιγμή θα σταματήσει στιγμιαία, οπότε μηδενίζεται η δύναμη Laplace και λόγω του βάρους του θα αρχίσει να κατέρχεται. Η τριβή Τ αντιστρέφει τη φορά της κατά την κάθοδο.

Επειδή από το κύκλωμα ΚΛΓΑΚ θα αυξάνεται η μαγνητική ροή, θα αναπτυχθεί ΗΕΔ από επαγωγή και επαγωγικό ρεύμα αντίθετης φοράς από αυτή της ανόδου, δηλαδή η φορά του ρεύματος στο εσωτερικό της ράβδου είναι από το Κ προς το Λ. Έτσι, θα εμφανιστεί πάλι δύναμη Laplace με φορά τώρα προς τα πάνω, και μέτρου $F'_L = \dfrac{B^2 \cdot l^2 \cdot \upsilon}{R_1 + R_2}$

Το έργο της δύναμης Laplace μετατρέπεται σε ηλεκτρική ενέργεια και στη συνέχεια σε θερμότητα λόγω του φαινομένου Joule.

Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κλειστή διαδρομή από το σημείο εκτόξευσης Ο (y=0), έως την ίδια θέση, όταν επανέρχεται στο σημείο Ο. Οι δυνάμεις που ασκούνται στον αγωγό στη διάρκεια της κίνησης είναι η τριβή Τ , το βάρος mg και η F_L .

Το έργο του βάρους είναι μηδέν, αφού είναι συντηρητική δύναμη.

Το έργο της τριβής είναι: $W_T = -T \cdot s_{ολ.} = -T \cdot 2y_{max.}$

Το έργο της δύναμης Laplace είναι ίσο κατ' απόλυτη τιμή με τη θερμότητα Joule , άρα $W_{F_L} = -Q_\vartheta = -(|W_T| + 0,2J)$

$$K_{τελ.} - K_{αρχ.} = W_B - |W_T| + W_{F_L} \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_o^2 = 0 - |W_T| - |W_T| - 0,2J$$

$$-0,81J = -2 \cdot |W_T| - 0,2J \Rightarrow |W_T| = 0,305J \Rightarrow T \cdot 2y_{max.} = 0,305J \Rightarrow y_{max.} = 0,305m$$

Δ4. Η κίνηση του αγωγού ΚΛ κατά την κάθοδο θα είναι μη ομαλά επιταχυνόμενη, με αποτέλεσμα να αυξάνεται η ταχύτητα, άρα και το μέτρο της F'_L. Όταν $\Sigma F = 0$, ο αγωγός θα αποκτήσει σταθερή ταχύτητα (οριακή) $\upsilon_{ορ.}$ με την οποία θα κατέρχεται. Δηλαδή όταν $mg - T - F'_L = 0 \Rightarrow F'_L = 2,5N \Rightarrow B \cdot I' \cdot l = 2,5N \Rightarrow I' = 2,5A$

Όμως $I' = \dfrac{E'_{επαγ.}}{R_{ολ.}} = \dfrac{B \cdot l \cdot \upsilon_{ορ.}}{R_1 + R_2} \Rightarrow \upsilon_{ορ.} = \dfrac{I'(R_1 + R_2)}{B \cdot l} = \dfrac{(2,5A) \cdot (0,5\Omega + 1,5\Omega)}{1T \cdot 1m} \Rightarrow$

$\upsilon_{ορ.} = 5m/s$

Δ5. Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας είναι

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt} = \frac{\Sigma F \cdot dy}{dt} = \Sigma F \cdot \upsilon = (mg - T - F_L) \cdot \upsilon$$

Πρέπει να βρούμε τις τιμές των μεγεθών F_L, υ , όταν κατά την κάθοδο η ένταση του ρεύματος είναι $I_1 = 2A$.

$$F_L = B \cdot I_1 \cdot l = (1T)(2A)(1m) \Rightarrow F_L = 2N$$

Η ΗΕΔ από επαγωγή θα έχει τιμή $E_{επαγ.} = I_1 \cdot (R_1 + R_2) = 4V$

Όμως, $E_{επαγ.} = Bl\upsilon \Rightarrow \upsilon = \dfrac{E_{επαγ.}}{Bl} = 4m/s$

Με αντικατάσταση παίρνουμε:

$$\frac{dK}{dt} = (mg - T - F_L) \cdot \upsilon = (3N - 0,5N - 2N) \cdot \left(4m/s\right) \Rightarrow \frac{dK}{dt} = 2J/s$$

Η εκπόνηση του διαγωνίσματος έγινε με τη βοήθεια Εθελοντών Εκπαιδευτικών:

Τα θέματα επιμελήθηκαν οι **Ιστάπολος Βασίλειος, Κορκίζογλου Πρόδρομος, Μπετσάκος Παναγιώτης, Ποντικός Ηλίας, Φυσικοί.**

Ο επιστημονικός έλεγχος πραγματοποιήθηκε από τον **Παλόγο Αντώνιο.**

ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

5ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ (Εφ' όλης της ύλης) – ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ Α

Στις προτάσεις **Α1α** *έως* **Α4β** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση, η οποία τη συμπληρώνει σωστά.*

Α1α. Ένα μηχανικό σύστημα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση με πλάτος που μειώνεται σε σχέση με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $A=A_o e^{-\Lambda t}$, όπου Λ θετική σταθερά και A_o το αρχικό πλάτος. Αν το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να γίνει το πλάτος από A_o , $A_o/2$ είναι Δt_1, τότε το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να γίνει το πλάτος από $A_0/4$, $A_o/8$ είναι

α. Δt_1 .
β. 2 Δt_1.
γ. 4 Δt_1.
δ. 8 Δt_1.

(Μονάδες 3)

Α1β. Σε έναν τροχό ακτίνας R που κυλίεται σε οριζόντιο επίπεδο, όταν μια επιβατική ακτίνα του τροχού στραφεί κατά Δθ, τότε το κέντρο μάζας του μετατοπίζεται κατά
α. $R\cdot\Delta\theta/2$.
β. $R\cdot\Delta\theta$.
γ. $2R\cdot\Delta\theta$.
δ. $4R\cdot\Delta\theta$.

(Μονάδες 2)

Α2α. Κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, ίδιας διεύθυνσης και ίδιου πλάτους, που γίνονται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας και οι περίοδοί τους T_1 και T_2 διαφέρουν πολύ λίγο μεταξύ τους, προκύπτει ταλάντωση μεταβλητού πλάτους, της οποίας η περίοδος ισούται με

α. $T=\frac{|T_1-T_2|}{2}$. **β.** $T=\frac{T_1+T_2}{2}$.

γ. $T=\frac{2T_1T_2}{T_1+T_2}$. **δ.** $T=|T_1-T_2|$.

(Μονάδες 2)

Α2β. Ένας ευθύγραμμος αγωγός πολύ μεγάλου μήκους που παρουσιάζει αντίσταση R είναι συνδεδεμένος με πηγή μηδενικής εσωτερικής αντίστασης. Αν συνδέσουμε σε σειρά με τον αγωγό έναν αντιστάτη αντίστασης R, τότε το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου σε απόσταση r από τον ευθύγραμμο αγωγό θα

α. διπλασιαστεί.
β. υποδιπλασιαστεί.

γ. υποτετραπλασιαστεί.
δ. παραμείνει σταθερό.

(Μονάδες 3)

Α3α. Δύο παράλληλοι ρευματοφόροι αγωγοί (Α), (Γ) μεγάλου μήκους που αλληλοεπιδρούν λόγω των μαγνητικών τους πεδίων διαρρέονται από ρεύματα έντασης Ι και 8Ι αντίστοιχα. Τα μέτρα των δυνάμεων F_A και $F_Γ$ που ασκούνται αντίστοιχα στους αγωγούς (Α), (Γ) τα συνδέει η σχέση
α. $F_A = 8F_Γ$.
β. $F_A = 4F_Γ$.
γ. $F_A = F_Γ/8$.
δ. $F_A = F_Γ$.

(Μονάδες 2)

Α3β. Ένα σύστημα μάζας- ελατηρίου εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με ενέργεια ταλάντωσης Ε και συχνότητα f. Αν θέσουμε το ίδιο σύστημα σε ταλάντωση με ενέργεια 4Ε, τότε η συχνότητα ταλάντωσης θα
α. μείνει ίδια.
β. διπλασιαστεί.
γ. τετραπλασιαστεί.
δ. υποδιπλασιαστεί .

(Μονάδες 3)

Α4α. Ένα αρχικά ακίνητο ελεύθερο στερεό δέχεται τη δράση μιας δύναμης που ο φορέας της δεν διέρχεται από το κέντρο μάζας του. Το στερεό θα εκτελέσει

α. μόνο μεταφορική κίνηση.
β. μόνο στροφική κίνηση.
γ. μεταφορική κίνηση και στροφική γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του.
δ. μεταφορική κίνηση και στροφική γύρω από το σημείο εφαρμογής της δύναμης.

(Μονάδες 3)

Α4β. Όταν σε μάζα ιδανικού ρευστού που ρέει σε σωλήνα προσφέρεται ενέργεια (λόγω της διαφοράς πίεσης) 100 *J/L* και η δυναμική της ενέργεια μειώνεται κατά 40 *J/ L*, τότε η κινητική της ενέργεια

α. αυξάνεται κατά 60 *J/ L*.

β. αυξάνεται κατά 140 *J/ L*.

γ. μειώνεται κατά 60 *J/ L*.

δ. μειώνεται κατά 140 *J/ L*.

(Μονάδες 2)

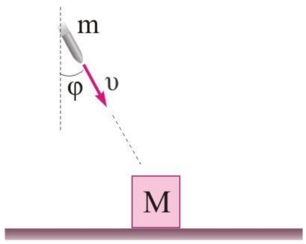
Α5. *Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό**, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη **Λάθος**, για τη λανθασμένη.*

α. Η ροπή μιας δύναμης F ως προς έναν άξονα περιστροφής είναι μηδέν, όταν ο φορέας της δύναμης είναι παράλληλος στον άξονα περιστροφής.
β. Σε ένα σύστημα μάζας - ελατηρίου (m-K) που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους Α, αν το πλάτος ταλάντωσης διπλασιαστεί, τότε θα διπλασιαστεί και το μέτρο της μέγιστης δύναμης επαναφοράς.
γ. Η υδροστατική πίεση σε κάποιο σημείο ενός υγρού που βρίσκεται σε κυλινδρικό δοχείο είναι ανάλογη της απόστασης του σημείου από τον πυθμένα του δοχείου.
δ. Το αποτέλεσμα της σύνθεσης δύο αρμονικών ταλαντώσεων που γίνονται πάνω στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας είναι μια νέα αρμονική ταλάντωση, όταν οι δύο αρχικές ταλαντώσεις έχουν διαφορετικά πλάτη και ίδιες συχνότητες.
ε. Στο συντονισμό, το πλάτος ταλάντωσης μεγιστοποιείται γιατί μειώνονται οι απώλειες λόγω τριβών.

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ Β

Β1. Το σώμα μάζας M του σχήματος βρίσκεται ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Ένα βλήμα μάζας m=M κινούμενο με ταχύτητα η οποία σχηματίζει γωνία φ=30^o με την κατακόρυφη διεύθυνση και έχει μέτρο υ, σφηνώνεται στο σώμα μάζας M. Το συσσωμάτωμα μετά την κρούση κινείται οριζόντια χωρίς να αναπηδήσει. Η μεταβολή της ορμής του βλήματος κατά την κρούση έχει μέτρο



α. $\Delta p = m\upsilon\sqrt{13}/4$.

β. $\Delta p = m\upsilon/4$.

γ. $\Delta p = m\upsilon/2$.

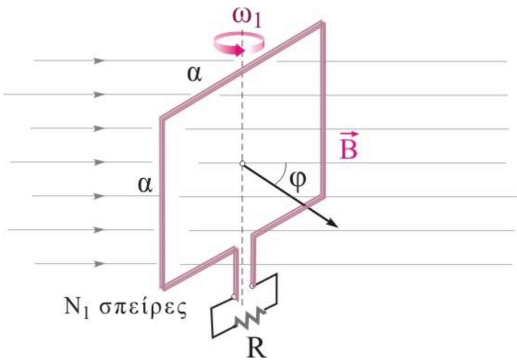
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

(Μονάδες 2)

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

(Μονάδες 4)

Δίνονται: $\eta\mu 30^o = \sigma\upsilon\nu 60^o = 1/2$, $\eta\mu 60^o = \sigma\upsilon\nu 30^o = \sqrt{3}/2$



Β2. Με ένα σύρμα αμελητέας ωμικής αντίστασης μήκους L φτιάχνουμε ένα τετραγωνικό πλαίσιο πλευράς α που έχει N_1 σπείρες και συνδέουμε τα άκρα του με αντιστάτη αντίστασης R. Στρέφουμε το πλαίσιο με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω_1 μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης μέτρου Β, γύρω από άξονα που διέρχεται από τα μέσα των δύο απέναντι πλευρών του και είναι κάθετος στις μαγνητικές δυναμικές γραμμές, όπως στο σχήμα. Στη συνέχεια με το ίδιο σύρμα φτιάχνουμε ένα νέο τετραγωνικό πλαίσιο πλευράς 2α και συνδέουμε τα άκρα του με αντιστάτη αντίστασης 2R. Στρέφουμε το νέο πλαίσιο με γωνιακή ταχύτητα μέτρου $2\omega_1$ στο ίδιο ομογενές μαγνητικό πεδίο και με τον ίδιο τρόπο όπως το πρώτο. Αν P_1, P_2 είναι τα σύμβολα των μέσων ισχύων που αναπτύσσονται στους αντιστάτες R και 2R αντίστοιχα, τότε αυτές συνδέονται με τη σχέση

α. $\frac{P_1}{P_2} = \frac{1}{2}$.

β. $\frac{P_1}{P_2} = \frac{1}{4}$.

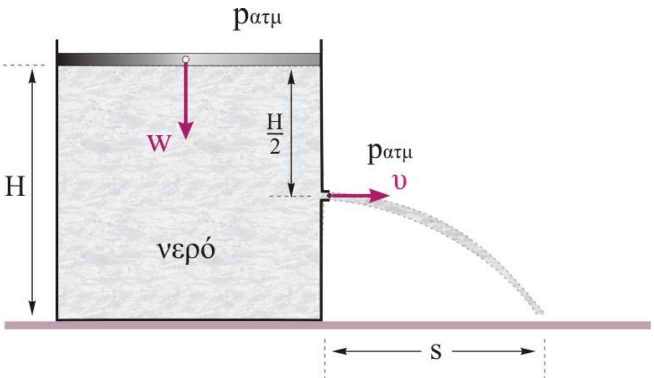
γ. $\frac{P_1}{P_2} = \frac{1}{8}$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

(Μονάδες 2)

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

(Μονάδες 4)



Β3. Στο διπλανό σχήμα δείχνεται ένα κυλινδρικό δοχείο που έχει εμβαδόν βάσης A και περιέχει υγρό πυκνότητας ρ, ύψους H και βάρους w. Στην ελεύθερη επιφάνεια του υγρού έχουμε τοποθετήσει ένα έμβολο βάρους w το οποίο μπορεί να κινείται χωρίς τριβές. Σε απόσταση H/2 από την ανώτερη επιφάνεια του υγρού ανοίγουμε πολύ μικρή οπή. Το υγρό που εξέρχεται από την οπή πέφτει στο έδαφος σε σημείο που απέχει οριζόντια από το δοχείο

α. $s = 2H$.

β. $s = H\sqrt{3}$.

γ. $s = \frac{H}{2}$.

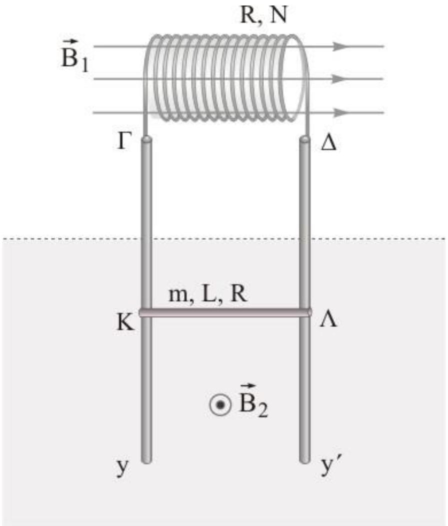
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

(Μονάδες 2)

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

(Μονάδες 4)

Β4. Το σωληνοειδές του σχήματος έχει αντίσταση R, αποτελείται από Ν σπείρες εμβαδού Α η κάθε μία και βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B_1, του οποίου οι δυναμικές γραμμές τέμνουν κάθετα τις σπείρες του σωληνοειδούς και το μέτρο της αυξάνεται σταθερά σύμφωνα με τη σχέση $B_1=\lambda t$ ($\lambda>0$). Ο οριζόντιος αγωγός ΚΛ έχει μήκος L, αντίσταση R και μπορεί να κινείται κατακόρυφα χωρίς τριβές ευρισκόμενος συνέχεια σε επαφή με τα κατακόρυφα σύρματα Γy και Δy΄ τα οποία δεν έχουν αντίσταση. Ο αγωγός ΚΛ βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης μέτρου B_2 και ισορροπεί. Αν η ένταση του βαρυτικού πεδίου στην περιοχή είναι g, τότε η μάζα m του αγωγού ΚΛ είναι



α. $m=\dfrac{B_2 A\lambda N L}{2Rg}$.

β. $m=\dfrac{B_2 A\lambda N^2 L}{2Rg}$.

γ. $m=\dfrac{B_2 A\lambda L}{Rg}$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

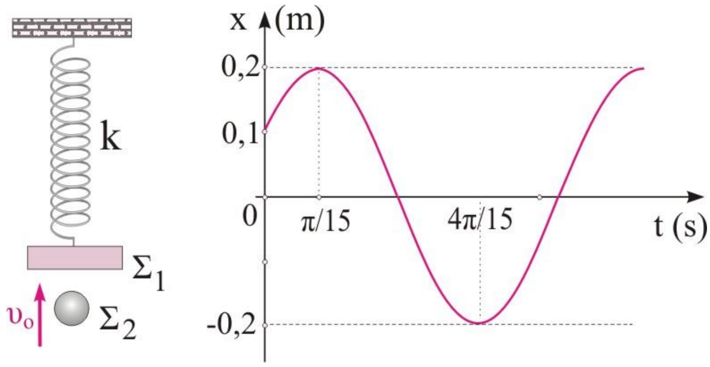
(Μονάδες 2)

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ Γ

Στο σχήμα δείχνεται ένα σώμα $Σ_1$, μάζας M, που είναι δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=100\frac{N}{m}$ του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο σε οροφή.



Ένα δεύτερο σώμα $Σ_2$, μάζας m, κινούμενο κατακόρυφα προς τα πάνω προσπίπτει με ταχύτητα μέτρου $υ_ο$ στο αρχικά ακίνητο σώμα $Σ_1$. Τα δύο σώματα συγκρούονται πλαστικά και ακαριαία τη χρονική στιγμή t=0s.

Μετά την κρούση το δημιουργούμενο συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, με την απομάκρυνση του συσσωματώματος από τη θέση ισορροπίας του να μεταβάλλεται με τον χρόνο όπως στο διάγραμμα. Να υπολογίσετε

Γ1. τη μάζα, m, του σώματος $Σ_2$.

(Μονάδες 6)

Γ2. τη μάζα, M, του σώματος $Σ_1$.

(Μονάδες 6)

Γ3. το μέτρο της ταχύτητας του σώματος $Σ_2$, ελάχιστα πριν την κρούση.

(Μονάδες 7)

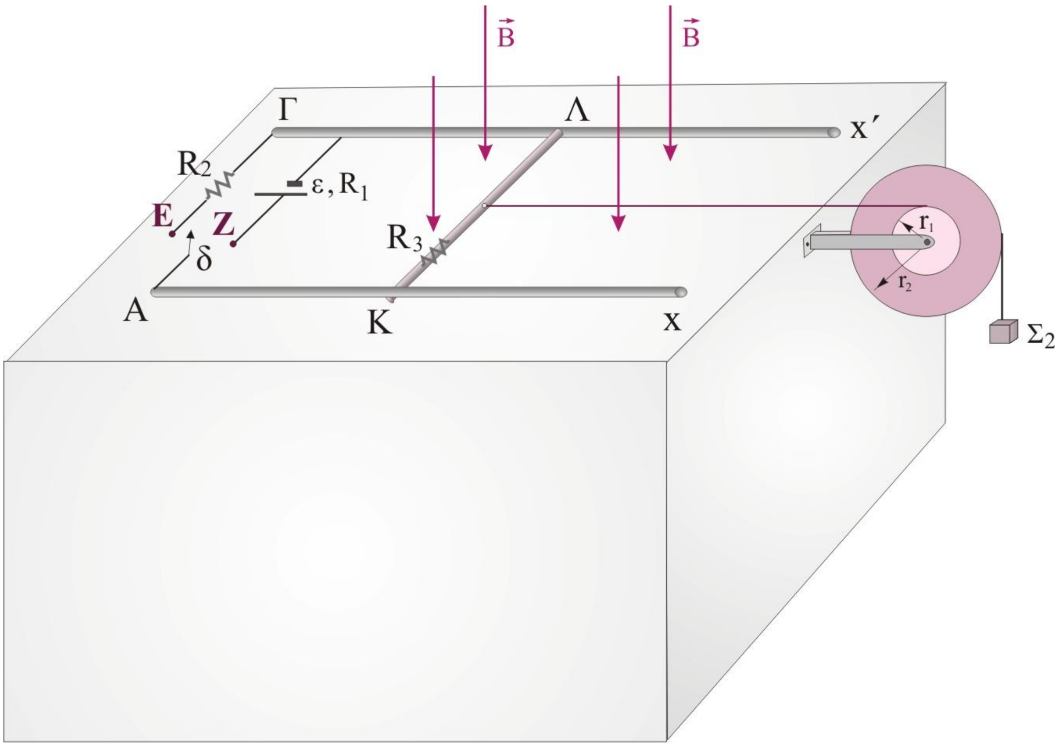
Γ4. το έργο της δύναμης του ελατηρίου από την στιγμή της κρούσης μέχρι την στιγμή $\frac{3\pi}{15}s$.

(Μονάδες 6)

Δίνεται g=10 m/s^2 , $ημ\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}$

ΘΕΜΑ Δ

Η διπλή τροχαλία του σχήματος με ακτίνες r_1=0,05m και r_2=2r_1, μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα περιστροφής, που διέρχεται από το κέντρο της.



Η τροχαλία έχει αμελητέα μάζα, δηλαδή κάθε στιγμή ισχύει για αυτήν ότι το άθροισμα των ροπών που της ασκούνται ως προς τον άξονα περιστροφής της είναι ίσο με μηδέν, είτε ισορροπεί, είτε κινείται. Γύρω από το εξωτερικό αυλάκι της τροχαλίας υπάρχει τυλιγμένο ένα αβαρές και μη εκτατό νήμα, στο άκρο του οποίου είναι δεμένο ένα σώμα $Σ_2$ μάζας m_2=0,5kg. Στο εσωτερικό αυλάκι της τροχαλίας είναι επίσης τυλιγμένο ένα αβαρές και μη εκτατό νήμα, το άκρο του οποίου είναι δεμένο στο μέσο μιας ομογενούς μεταλλικής ράβδου, ΚΛ, μήκους L=1m, αντίστασης R_3 και μάζας m_1=0,2kg, η οποία μπορεί να κινείται πάνω στους οριζόντιους, αγώγιμους – αμελητέας αντίστασης – οδηγούς Αx και Γx'. Ο συντελεστής οριακής τριβής μεταξύ των οδηγών και της ράβδου ΚΛ έχει τιμή $μ_s$=0,5 και είναι ίσος με το συντελεστή τριβής ολίσθησης ($μ_s$=$μ_{ολ}$).

Στο χώρο υπάρχει κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης μέτρου B=2T με τη φορά των δυναμικών γραμμών προς τα κάτω. Τα σημεία του κυκλώματος Α, Γ συνδέονται μέσω του μεταγωγού δ, είτε με ηλεκτρική πηγή ΗΕΔ $ε$=9V και εσωτερικής αντίστασης R_1=1Ω, είτε με αντίσταση R_2=1Ω. Στην αρχή ο μεταγωγός δ βρίσκεται στη θέση Ζ και η ράβδος ισορροπεί με την τριβή να έχει φορά προς τα αριστερά και μέτρο ίσο με το μέτρο της οριακής τριβής.

Δ1. Να υπολογίσετε την αντίσταση R_3 της μεταλλικής ράβδου ΚΛ.

(Μονάδες 6)

Την χρονική στιγμή t=0 s φέρνουμε τον μεταγωγό δ στη θέση Ε και η ράβδος αρχίζει να κινείται πάνω στους οδηγούς.

Δ2. Να υπολογίσετε την τάση στα άκρα του αντιστάτη R_2 την χρονική στιγμή που το σώμα $Σ_2$ κατέρχεται με επιτάχυνση $α_2=2 m/s^2$.

(Μονάδες 6)

Δ3. Να υπολογίσετε την μέγιστη – οριακή – ταχύτητα $υ_{ορ}$ που θα αποκτήσει το σώμα $Σ_2$.

(Μονάδες 6)

Δ4. Για το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να κάνει η τροχαλία 9 στροφές μετά από την χρονική στιγμή που το σώμα $Σ_2$ αποκτά την μέγιστη – οριακή – ταχύτητα, να υπολογίσετε τη μείωση της δυναμικής ενέργειας του σώματος $Σ_2$ και να επιβεβαιώσετε την ισχύ της αρχής διατήρησης της ενέργειας.

(Μονάδες 7)

Δίνεται $g=10 m/s^2$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Η εκπόνηση του διαγωνίσματος έγινε με τη βοήθεια Εθελοντών Εκπαιδευτικών:

Τα θέματα επιμελήθηκαν οι **Ιστάπολος Βασίλειος, Κυριακόπουλος Γιάννης, Μπετσάκος Παναγιώτης και Ποντικός Ηλίας**, Φυσικοί.

Ο επιστημονικός έλεγχος πραγματοποιήθηκε από τον **Παλόγο Αντώνιο**, Φυσικό.

ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

5° ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ (Εφ' όλης της ύλης) - ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1α. (α)   Α1β. (β)

Α2α. (γ)   Α2β. (β)

Α3α. (δ)   Α3β. (α)

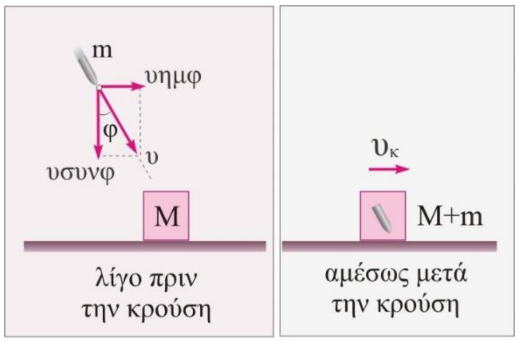
Α4α. (γ)   Α4β. (β)

Α5. α. Σ   β. Σ   γ. Λ   δ. Σ   ε. Λ

ΘΕΜΑ Β

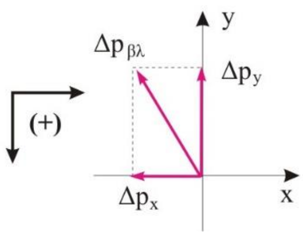
Β1. Σωστή επιλογή είναι η (α).

Η ορμή διατηρείται για το σύστημα m και Μ μόνο στον οριζόντιο άξονα, x.
Έχουμε $p_{x\pi\rho\iota\nu} = p_{x\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}$ ή



$$m\upsilon\eta\mu\varphi = (M+m)\upsilon_K \Rightarrow \upsilon_K = \frac{m\upsilon\eta\mu\varphi}{M+m} \Rightarrow \upsilon_K = \frac{\upsilon}{4}\ ,\ (1)$$

Η μεταβολή της ορμής του βλήματος στον οριζόντιο άξονα, x, είναι:



$$\Delta p_x = m\upsilon_K - m\upsilon\cdot\eta\mu\varphi = m\frac{\upsilon}{4} - m\frac{\upsilon}{2} \Rightarrow \Delta p_x = -m\frac{\upsilon}{4}$$

Η μεταβολή της ορμής του βλήματος στον κατακόρυφο άξονα, y, είναι:

$$\Delta p_y = 0 - m\upsilon\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi = -m\upsilon\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \Delta p_y = -m\upsilon\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Άρα, το μέτρο της μεταβολής της ορμής του βλήματος είναι

$$\Delta p = \sqrt{\Delta p_x^{\ 2} + \Delta p_y^{\ 2}} = \sqrt{\left(-\frac{m\upsilon}{4}\right)^2 + \left(-\frac{m\upsilon\sqrt{3}}{2}\right)^2} = m\upsilon\cdot\sqrt{\frac{13}{16}} \Rightarrow \Delta p = m\upsilon\frac{\sqrt{13}}{4}.$$

Β2. Σωστή επιλογή είναι η (γ).

Τα δύο τετραγωνικά πλαίσια φτιάχνονται από το ίδιο μήκος σύρματος, L. Το πρώτο πλαίσιο έχει N_1 σπείρες, πλευράς α και περιμέτρου 4α. Το δεύτερο έχει N_2 σπείρες, πλευράς 2α και περιμέτρου 8α.

$$L = N_1 \cdot 4\alpha = N_2 \cdot 8\alpha \Rightarrow N_1 = 2N_2$$

Η επιφάνεια του πρώτου πλαισίου έχει εμβαδόν $A_1=a^2$ και του δεύτερου $A_2=(2a)^2=4a^2$, επομένως $A_2=4A_1$.

Η μέση ισχύς που καταναλώνεται σε κάθε αντιστάτη δίνεται από τη σχέση

$$P = \frac{V_{\varepsilon\nu}^2}{R} = \frac{V^2}{2R} \Rightarrow P = \frac{\left(N\omega BA\right)^2}{2R}$$

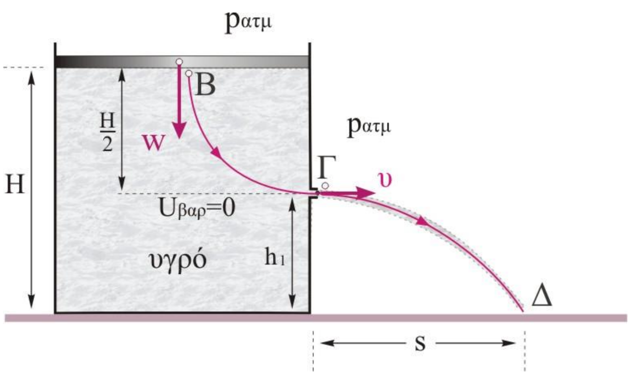
Τα πλαίσια περιστρέφονται στο ίδιο μαγνητικό πεδίο με $\omega_2=2\omega_1$, επομένως η μέση ισχύς που αναπτύσσεται σε κάθε αντιστάτη είναι:

$$P_1 = \frac{\left(N_1\omega_1 BA_1\right)^2}{2R} \;,$$

$$P_2 = \frac{\left(N_2\omega_2 BA_2\right)^2}{2\cdot 2R} \frac{\left(\frac{N_1}{2}\cdot 2\omega_1\cdot B\cdot 4A_1\right)^2}{2\cdot 2R} = 8P_1 \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{1}{8}$$

Β3. Η σωστή επιλογή είναι το (β).

Εφαρμόζουμε την εξίσωση του Bernoulli για μια ρευματική γραμμή του υγρού που ξεκινάει από το σημείο Β (σημείο του υγρού που είναι σε επαφή με το έμβολο) μέχρι το Γ που είναι το σημείο εξόδου της ρευματικής γραμμής από την οπή στην ατμόσφαιρα. Η ελεύθερη επιφάνεια του εμβόλου είναι πολύ μεγαλύτερη αυτής της οπής, οπότε το έμβολο θεωρείται ακίνητο. Θεωρούμε σαν οριζόντιο επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας αυτό που διέρχεται από την οπή.



Εξίσωση Bernoulli από το Β στο Γ:

$$p_B + \rho g \frac{H}{2} = \frac{1}{2}\rho\upsilon^2 + p_{\alpha\tau\mu} \quad (1) \text{ όπου } p_B = \frac{w}{A} + p_{\alpha\tau\mu} \quad (2)$$

Επίσης, το βάρος του υγρού δίνεται από τη σχέση

$$w = m_{υγρ} \cdot g = \rho V \cdot g = \rho A H g \quad (3)$$

Συνδυάζοντας τις (1) , (2) , (3) παίρνουμε

$$\frac{\rho g \mathrm{A} H}{\mathrm{A}} + p_{\alpha\tau\mu} + \rho g \frac{H}{2} + = \frac{1}{2}\rho\upsilon^2 + p_{\alpha\tau\mu} \;\Rightarrow\; 3g\frac{H}{2} = \frac{\upsilon^2}{2} \;\Rightarrow\; \upsilon = \sqrt{3g\mathrm{H}}$$

Από το Γ στο Δ η φλέβα του υγρού εκτελεί οριζόντια βολή.

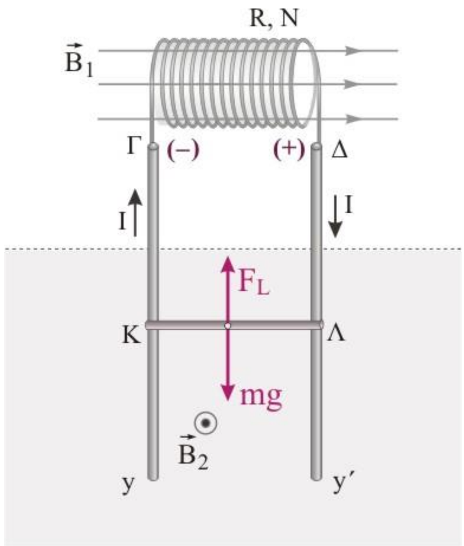
Στον οριζόντιο άξονα ισχύει $s=\upsilon\, t$, (4) όπου

$$t = \sqrt{\frac{2h_1}{g}} = \sqrt{\frac{2\frac{H}{2}}{g}} = \sqrt{\frac{H}{g}}$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (4) παίρνουμε:

$$s = \sqrt{3gH} \cdot \sqrt{\frac{H}{g}} \;\Rightarrow\; s = H\sqrt{3}$$

Β4. Η σωστή επιλογή είναι το (α).



Ο αγωγός ΚΛ ισορροπεί, επειδή εκτός του βάρους του ασκείται σε αυτόν και η δύναμη Laplace η οποία έχει φορά προς τα επάνω (βλέπε σχήμα) και μέτρο

$$|F_L| = mg \quad\Rightarrow\; B_2 I L = mg \;\Rightarrow\; m = \frac{B_2 I L}{g} \quad (1)$$

όπου *I* είναι το επαγωγικό ρεύμα που δημιουργείται στο κύκλωμα λόγω της μεταβολής της μαγνητικής ροής που εμφανίζεται στο σωληνοειδές.
Η ένταση του μαγνητικού πεδίου B_1 μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση $B_1=\lambda t$ επομένως έχουμε

$$\frac{dB_1}{dt} = \lambda \quad (2)$$

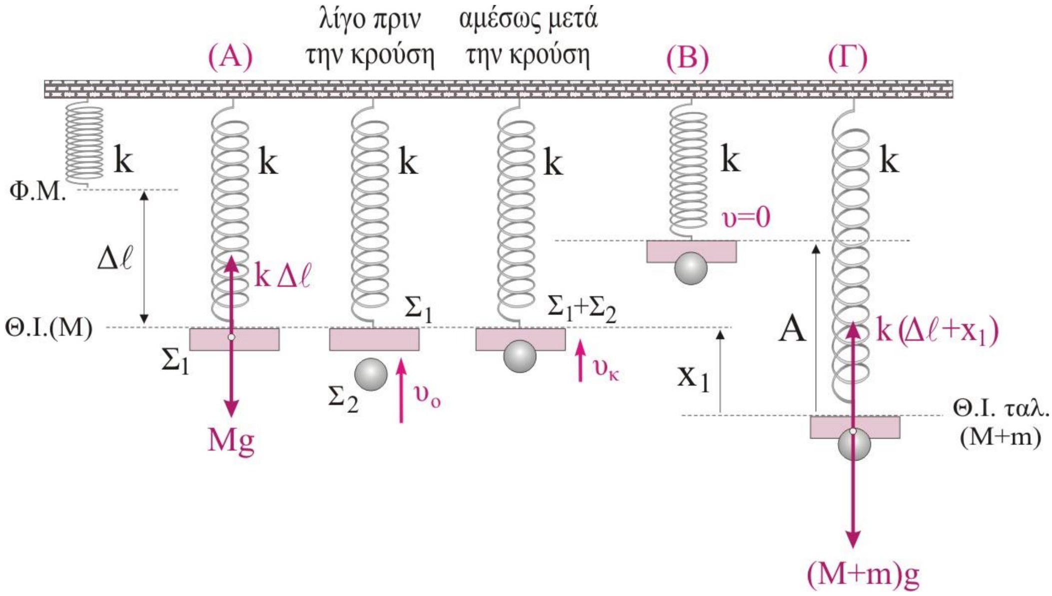
Αν *A* είναι το εμβαδόν κάθε σπείρας του σωληνοειδούς, η επαγωγική τάση $E_{επ}$ που αναπτύσσεται στα άκρα του είναι

$$|\mathrm{E}_{\varepsilon\pi}| = \mathrm{N}\frac{d\Phi_\Sigma}{dt} = \mathrm{N}\frac{dB_1}{dt}\mathrm{A} \xrightarrow{(2)} |\mathrm{E}_{\varepsilon\pi}| = \mathrm{N}\lambda\mathrm{A}$$

Επομένως το επαγωγικό ρεύμα είναι : $I = \frac{|\mathrm{E}_{\varepsilon\pi}|}{R_{o\lambda}} = \frac{\mathrm{N}\lambda\mathrm{A}}{2R}$, (3) Συνδυάζοντας τις (1) , (3) παίρνουμε

$$m = \frac{B_2 \frac{N\lambda A}{2R} L}{g} = \frac{B_2 N\lambda A L}{2Rg}$$

ΘΕΜΑ Γ



Γ1. Από το διάγραμμα απομάκρυνσης - χρόνου παρατηρούμε ότι αμέσως μετά την πλαστική κρούση, το συσσωμάτωμα βρίσκεται στη θέση x_1=0,1m από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης

Στη θέση ισορροπίας του Σ_1 (θέση Α) η συνισταμένη των δυνάμεων είναι μηδέν, επομένως

$Mg = k \cdot \Delta\ell$, (1)

Στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης του συσσωματώματος (θέση Γ) η συνισταμένη των δυνάμεων είναι μηδέν, επομένως

$$(M+m)g = k\cdot(\Delta\ell + x_1) \Rightarrow Mg + mg = k\,\Delta\ell + k\,x_1 \xrightarrow{(1)} m = \frac{kx_1}{g} = \frac{100\frac{N}{m}\cdot 0{,}1m}{10\frac{m}{s^2}} \Rightarrow m = 1kg$$

Γ2. Από το διάγραμμα απομάκρυνσης - χρόνου συμπεραίνουμε ότι το χρονικό διάστημα $\frac{4\pi}{15}s - \frac{\pi}{15}s$ αντιστοιχεί σε μισή περίοδο, άρα η περίοδος της ταλάντωσης είναι: $T = \frac{2\pi}{5}s$

Όμως,

$$\mathrm{T}=2\pi\sqrt{\frac{M+m}{k}} \Rightarrow M+m=\frac{\mathrm{T}^2 k}{4\pi^2}=\frac{\left(\frac{2\pi}{5}s\right)^2\cdot 100\frac{N}{m}}{4\pi^2} \Rightarrow M+m=4kg \Rightarrow M=3kg$$

Γ3. Με εφαρμογή της ΑΔΟ ελάχιστα πριν και αμέσως μετά την πλαστική κρούση για το σύστημα των Σ_1, Σ_2, έχουμε:

$$p_{\pi\rho\iota\nu}=p_{\mu\varepsilon\tau\alpha} \Rightarrow m\upsilon_o=(M+m)\upsilon_\kappa \ , \ (1)$$

Για να υπολογίσουμε την ταχύτητα του συσσωματώματος, υ_κ , θα εφαρμόσουμε την αρχή διατήρησης ενέργειας της ταλάντωσης μεταξύ των θέσεων (Α), αμέσως μετά την κρούση και (Β), όπου το συσσωμάτωμα δεν έχει κινητική ενέργεια και έχει φτάσει στην ψηλότερη θέση της ταλάντωσής του.

$$\mathrm{E}_{\tau\alpha\lambda}^{(\mathrm{A})}=\mathrm{E}_{\tau\alpha\lambda}^{(\mathrm{B})} \Rightarrow \frac{1}{2}kx_1^2+\frac{1}{2}(M+m)\upsilon_K^2=\frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow$$

$$\upsilon_K=\sqrt{\frac{k(A^2-x_1^2)}{M+m}}=\sqrt{\frac{\left(100\frac{N}{m}\right)\left((0,2m)^2-(0,1m)^2\right)}{4\,kg}} \Rightarrow \upsilon_K=\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{m}{s}$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (1) παίρνουμε:

$$\upsilon_o=\frac{(M+m)\upsilon_\kappa}{m}=\frac{4kg\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{m}{s}}{1kg} \Rightarrow \upsilon_o=2\sqrt{3}\ \frac{m}{s}.$$

Γ4. Το έργο της δύναμης του ελατηρίου κατά τη μετακίνηση του σώματος από τη θέση (Α) στη θέση (Δ) που βρίσκεται το συσσωμάτωμα τη χρονική στιγμή $\frac{3\pi}{15}s$ δίνεται από τη σχέση

$$W_{F\varepsilon\lambda(A\to\Delta)}=U_A-U_\Delta=\frac{1}{2}kx_A^2-\frac{1}{2}kx_\Delta^2 \qquad (2)$$

όπου x_A, x_Δ είναι οι επιμηκύνσεις του ελατηρίου από το φυσικό μήκος του.

Στη θέση (Α) η απόσταση του συσσωματώματος από το φυσικό μήκος του ελατηρίου είναι

$$x_{\mathrm{A}}=\Delta\ell=\frac{Mg}{k}=\frac{3kg\cdot 10m/s^2}{100N/m}\Rightarrow\Delta\ell=0,3m\ .$$

Για να βρούμε τη θέση του συσσωματώματος τη χρονική στιγμή $\frac{3\pi}{15}s$ πρέπει να βρούμε την εξίσωση της απομάκρυνσης σε σχέση με τον χρόνο.

Η γενική εξίσωση της απομάκρυνσης ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση είναι:

$$x=\mathrm{A}\eta\mu(\omega t+\varphi_0)$$

Από το διάγραμμα απομάκρυνσης – χρόνου έχουμε ότι το πλάτος της ταλάντωσης είναι *A=0,2m* και η περίοδος $\mathrm{T}=\frac{2\pi}{5}s$, άρα η κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης είναι:

$$\omega=\frac{2\pi}{\mathrm{T}}=\frac{2\pi}{\frac{2\pi}{5}s}\Rightarrow\omega=5\frac{rad}{s}$$

Από το διάγραμμα απομάκρυνσης – χρόνου βλέπουμε ότι την *t=0* το συσσωμάτωμα έχει απομάκρυνση $x_1=0{,}1m$. Επομένως

$$0{,}1=0{,}2\cdot\eta\mu\varphi_0\;\Rightarrow\;\frac{1}{2}=\eta\mu\varphi_0\;\Rightarrow\;\eta\mu\frac{\pi}{6}=\eta\mu\varphi_0\;\Rightarrow\;\begin{array}{l}\varphi_0=\frac{\pi}{6}+2\kappa\pi\\ \varphi_0=\frac{5\pi}{6}+2\kappa\pi\end{array}$$

Επειδή $0<\varphi_o<2\pi$, η παραπάνω τριγωνομετρική εξίσωση δίνει τις λύσεις $\varphi_o=\pi/6$ $(\upsilon>0)$ *και* $\varphi_o=5\pi/6$ $(\upsilon<0)$. Θα δεχθούμε τη λύση $\varphi_o=\pi/6$, γιατί από το διάγραμμα *x-t* παρατηρούμε ότι η κλίση της γραφικής παράστασης τη χρονική στιγμή *t=0* είναι θετική, δηλαδή το σώμα κινείται προς τα θετικά (θετική ταχύτητα).

Άρα, η εξίσωση της απομάκρυνσης σε σχέση με τον χρόνο είναι

$$x=0{,}2\cdot\eta\mu\left(5t+\frac{\pi}{6}\right)\;(SI)$$

Με αντικατάσταση του $t=3\pi/15\ s$ προκύπτει:

$$x=0{,}2\cdot\eta\mu\left(5\frac{3\pi}{15}+\frac{\pi}{6}\right)=0{,}2\cdot\eta\mu\left(\frac{7\pi}{6}\right)\;\Rightarrow\;x=-0{,}1m$$

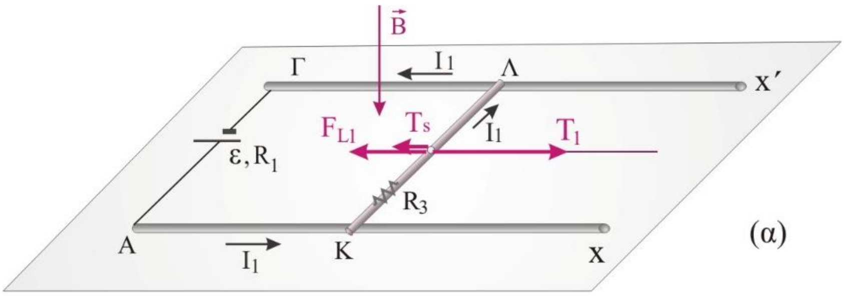
Άρα τη στιγμή $3\pi/15\ s$ το συσσωμάτωμα βρίσκεται σε θέση που το ελατήριο έχει επιμηκυνθεί από το φυσικό του μήκος κατά 0,5 m.

Με αντικατάσταση στη σχέση (2) προκύπτει:

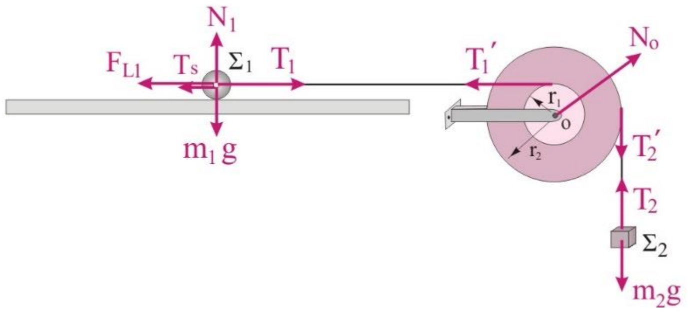
$$W_{F\varepsilon\lambda(A\to\Delta)}=\frac{1}{2}\cdot100\frac{N}{m}\cdot(0{,}3m)^2-\frac{1}{2}\cdot100\frac{N}{m}\cdot(0{,}5m)^2\Rightarrow W_{F\varepsilon\lambda(A\to\Delta)}=-8J$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Με τον μεταγωγό στη θέση Ζ, η πηγή δημιουργεί ρεύμα στο κλειστό κύκλωμα ΑΚΛΓΑ και αναπτύσσεται στη ράβδο ΚΛ δύναμη Laplace F_{L1} η οποία σύμφωνα με τον κανόνα των τριών δακτύλων έχει φορά οριζόντια προς τα αριστερά. Επίσης, στον αγωγό ΚΛ ασκούνται η τάση του νήματος T_1, με φορά προς τα δεξιά και η τριβή λόγω των οριζόντιων αγωγών Αx και Γx', με φορά προς τα αριστερά. Στο σχήμα (α) δείχνονται το κύκλωμα και οι οριζόντιες δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο, ενώ στο σχήμα (β) δείχνονται όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο ΚΛ, στην τροχαλία και στο $Σ_2$.



(α)



(β)

Λόγω της ισορροπίας του $Σ_2$ έχουμε:

$$\Sigma F = 0 \;\Rightarrow\; T_2 - m_2 g = 0 \;\Rightarrow\; T_2 = 5N$$

Για την τροχαλία, εφαρμόζοντας ροπές ως προς το κέντρο της Ο έχουμε:

$$\Sigma \tau_{(O)} = 0 \;\Rightarrow\; T_1' \cdot r_1 - T_2' \cdot r_2 = 0 \;\Rightarrow\; T_1' = 10N$$

Επειδή τα νήματα είναι αβαρή και μη εκτατά ισχύει

$$T_1 = T_1' = 10\text{N} \;,\; T_2 = T_2' = 5\text{N}$$

Λόγω της οριακής ισορροπίας της ράβδου ΚΛ έχουμε:

$$\Sigma F = 0 \;\Rightarrow\; T_1 - F_{L1} - T_s = 0 \qquad (1)$$

Η οριακή τριβή δίνεται από τη σχέση

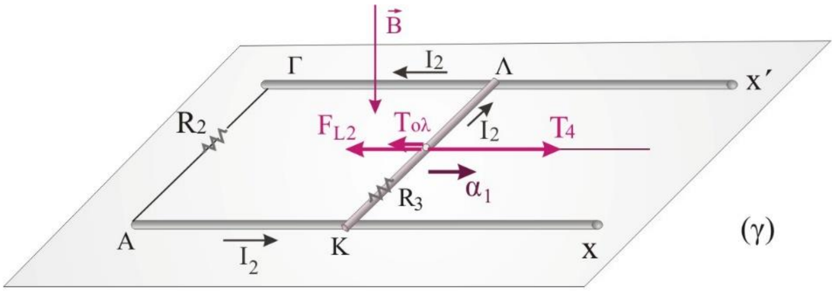
$$T_s = \mu_s \cdot N_1 = \mu_s \cdot m_1 g = 0,5 \cdot 0,2kg \cdot 10\frac{m}{s^2} \;\Rightarrow\; T_s = 1N$$

Από τη σχέση (1) με αντικατάσταση παίρνουμε:

$$F_{L1} = T_1 - T_s = 10N - 1N \;\Rightarrow\; F_{L1} = 9N$$

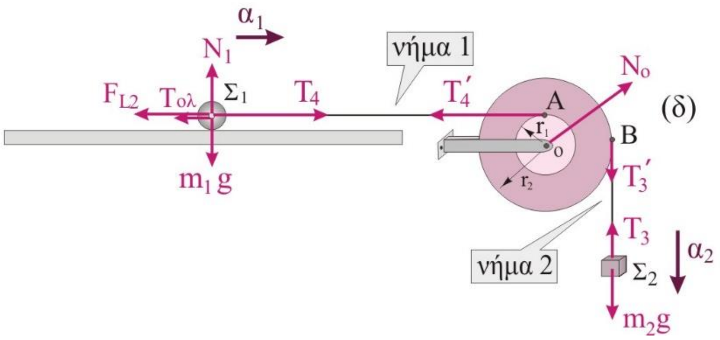
Το μέτρο της δύναμης Laplace δίνεται από τη σχέση

$$F_{L1} = B \cdot I_1 \cdot L = B \cdot \frac{\varepsilon}{R_1 + R_3} \cdot L \;\Rightarrow\; R_3 = \frac{B\varepsilon L}{F_{L1}} - R_1 = \frac{2T \cdot 9V \cdot 1m}{9N} - 1\Omega \;\Rightarrow\; R_3 = 1\Omega$$



Δ2. Όταν φέρουμε τον μεταγωγό στη θέση Ε, τα άκρα Α, Γ συνδέονται με τον αντιστάτη R_2 , το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα της ράβδου καταργείται στιγμιαία, η δύναμη Laplace F_{L1} μηδενίζεται, οπότε η ράβδος ΚΛ κινείται προς τα δεξιά.

Στο σχήμα (γ) δείχνονται το κύκλωμα και οι οριζόντιες δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο, ενώ στο σχήμα (δ) δείχνονται όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο ΚΛ, στην τροχαλία και στο Σ₂ κατά την επιταχυνόμενη κίνηση.



Το $Σ_2$ κατέρχεται με επιτάχυνση μέτρου a_2, επομένως εφαρμόζοντας τον 2ο νόμο του Νεύτωνα σε αυτό έχουμε:

$$\Sigma F = m_2 \cdot \alpha_2 \;\Rightarrow\; m_2 g - T_3 = m_2 \cdot \alpha_2 \;\Rightarrow\; T_3 = m_2 g - m_2 \cdot \alpha_2 = 5N - 0,5kg \cdot 2\frac{m}{s^2} \;\Rightarrow\; T_3 = 4N$$

Για την τροχαλία, σύμφωνα με την εκφώνηση, κάθε στιγμή ισχύει ότι $\Sigma\tau_{(O)} = 0$, άρα

$$T_4' \cdot r_1 - T_3' \cdot r_2 = 0 \;\Rightarrow\; T_4' = 8N$$

Επειδή τα νήματα είναι αβαρή και μη εκτατά ισχύει

$$T_3 = T_3' = 4\text{N} \;,\; T_4 = T_4' = 8\text{N}.$$

Το $Σ_2$ κατέρχεται με επιτάχυνση μέτρου $α_2$ και η ράβδος κινείται προς τα δεξιά με επιτάχυνση μέτρου $α_1$. Οι δύο επιταχύνσεις είναι ίδιες με τις γραμμικές επιταχύνσεις των σημείων Α και Β των νημάτων 1 και 2 που είναι τυλιγμένα στη διπλή τροχαλία.

Για το σημείο Α που είναι σημείο της μικρής περιφέρειας της τροχαλίας ισχύει $\alpha_1 = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot r_1$

Για το σημείο Β που είναι σημείο της μεγάλης περιφέρειας της τροχαλίας ισχύει $\alpha_2 = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot r_2$

Διαιρώντας κατά μέλη έχουμε $\dfrac{\alpha_1}{\alpha_2} = \dfrac{\alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot r_1}{\alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot r_2} \;\Rightarrow\; \alpha_1 = \alpha_2 \dfrac{r_1}{r_2} = 1\dfrac{m}{s^2}$

Εφαρμόζουμε τον 2ο νόμο του Νεύτωνα στη ράβδο ΚΛ.

$$\Sigma F = m_1 \cdot \alpha_1 \;\Rightarrow\; \text{T}_4 - \text{T}_{o\lambda} - F_{L2} = m_1 \cdot \alpha_1 \;\Rightarrow\; F_{L2} = \text{T}_4 - \text{T}_{o\lambda} - m_1 \cdot \alpha_1 \Rightarrow$$

$$F_{L2} = 8N - 1N - (0,2kg) \cdot \left(1\frac{m}{s^2}\right) \;\Rightarrow\; F_{L2} = 6,8N$$

Η δύναμη Laplace δίνεται από τη σχέση

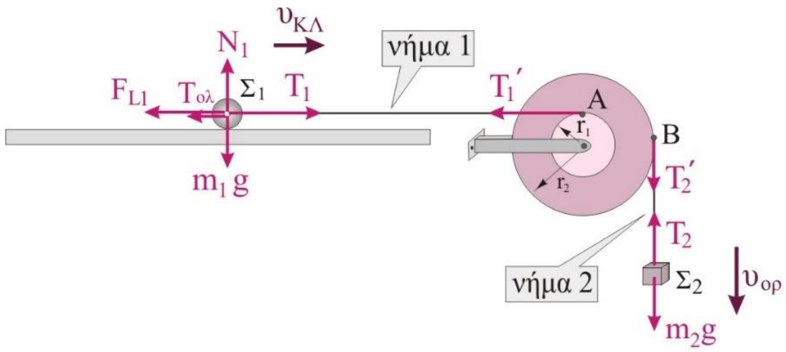
$$F_{L2} = B \cdot I_2 \cdot L \;\Rightarrow\; I_2 = \frac{F_{L2}}{B \cdot L} = \frac{6,8N}{2T \cdot 1m} = 3,4A$$

όπου I_2 είναι το επαγωγικό ρεύμα που αναπτύσσεται στο κλειστό κύκλωμα ΑΓΛΚΑ, λόγω της μεταβολής της μαγνητικής ροής που διέρχεται από αυτό.

Επομένως, η τάση στα άκρα του αντιστάτη R_2 είναι

$$V_2 = I_2 \cdot R_2 = (3,4A)\cdot(1\Omega) \;\Rightarrow\; V_2 = 3,4V$$

Δ3. Η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στη ράβδο, είναι:



$$\Sigma F = T - F_L - T_{ολ}$$

Η ράβδος θα εκτελέσει επιταχυνόμενη κίνηση. Η αύξηση της ταχύτητας θα προκαλέσει αύξηση της δύναμης Laplace, καθώς αυτή δίνεται από τη σχέση

$$F_L = BIL = B\frac{\left|\frac{d\Phi}{dt}\right|}{R_2 + R_3}L = B\frac{B\upsilon L}{R_2 + R_3}L$$

Άρα η συνισταμένη δύναμη διαρκώς μειώνεται και κάποια χρονική στιγμή θα γίνει ίση με μηδέν. Τότε η ράβδος θα αποκτήσει σταθερή (οριακή) ταχύτητα $\upsilon_{K\Lambda}$, κάνοντας στη συνέχεια ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, όπως και το σώμα Σ_2. Επομένως και στο Σ_2 και στη ράβδο θα έχουμε *ΣF=0.* Άρα επικρατούν οι ίδιες συνθήκες ισορροπίας όπως και στο ερώτημα **Δ₁**, όπου τα σώματα ήταν ακίνητα. Επομένως,

$T_2=m_2g=5N$ *και* $T_1=10N$

Για τη ράβδο ΚΛ ισχύει

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow T_1 - F_{L1} - T_{ολ} = 0 \Rightarrow F_{L1} = T_1 - T_{ολ} = 10N - 1N \;\Rightarrow\; F_{L1} = 9N$$

Από τη δύναμη Laplace βρίσκουμε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό ΚΛ.

$$F_{L1} = B \cdot I_1 \cdot L \;\Rightarrow\; I_1 = \frac{F_{L1}}{B \cdot L} = \frac{9N}{2T \cdot 1m} = 4,5A$$

όπου I_1 είναι το επαγωγικό ρεύμα που εμφανίζεται λόγω της μεταβολής της μαγνητικής ροής στο κλειστό πλαίσιο και είναι ίσο με

$$I_1 = \frac{|E_{επ}|}{R_2 + R_3} = \frac{\left|\frac{d\Phi}{dt}\right|}{R_2 + R_3} = \frac{B \cdot \upsilon_{K\Lambda} \cdot L}{R_2 + R_3} \;\Rightarrow\; \upsilon_{K\Lambda} = \frac{I_1(R_2 + R_3)}{B \cdot L} = \frac{4,5A \cdot 2\Omega}{2T \cdot 1m} \;\Rightarrow\; \upsilon_{K\Lambda} = 4,5\frac{m}{s}$$

Η ράβδος κινείται προς τα δεξιά με σταθερή ταχύτητα μέτρου $\upsilon_{K\Lambda} = 4,5\frac{m}{s}$ και το Σ_2 κατέρχεται με σταθερή ταχύτητα μέτρου $\upsilon_{o\rho}$. Οι δύο ταχύτητες είναι ίδιες με τις γραμμικές ταχύτητες των σημείων Α και Β των νημάτων 1 και 2 που είναι τυλιγμένα στη διπλή τροχαλία.

Για το σημείο Α που είναι σημείο της μικρής περιφέρειας της τροχαλίας ισχύει $\upsilon_{K\Lambda} = \omega \cdot r_1$

Για το σημείο Β που είναι σημείο της μεγάλης περιφέρειας της τροχαλίας ισχύει $\upsilon_{o\rho} = \omega \cdot r_2$

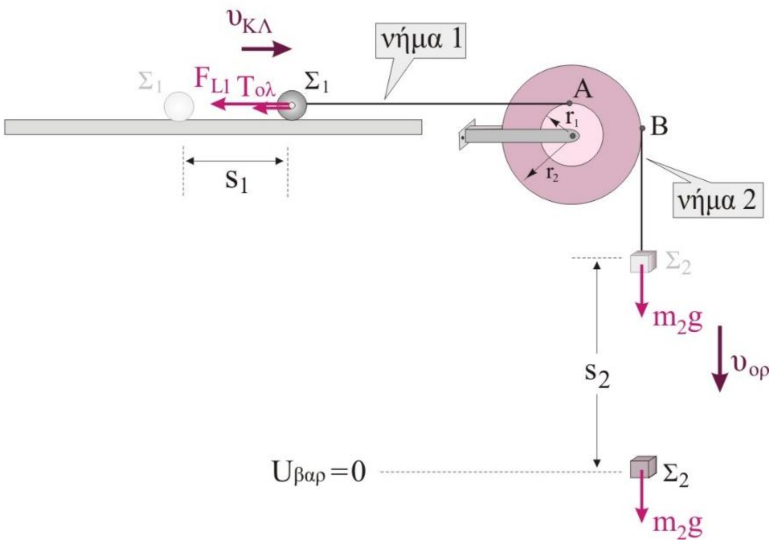
Διαιρώντας κατά μέλη έχουμε $\frac{\upsilon_{K\Lambda}}{\upsilon_{o\rho}} = \frac{\omega \cdot r_1}{\omega \cdot r_2} \Rightarrow \upsilon_{o\rho} = \upsilon_{K\Lambda}\frac{r_2}{r_1} = 9\frac{m}{s}$

Δ4. Όταν το Σ_2 κινείται με την οριακή του ταχύτητα, εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και η τροχαλία στροφική ομαλή.

Η μείωση της δυναμικής ενέργειας του Σ_2 μετατρέπεται σε:

i. θερμότητα στους αντιστάτες, που διαρρέονται από το επαγωγικό ρεύμα,

ii. θερμότητα εξαιτίας της τριβής ολίσθησης πάνω στους μεταλλικούς οδηγούς.



Οι κινητικές ενέργειες της ράβδου και του Σ_2 παραμένουν σταθερές, αφού η κίνηση γίνεται με σταθερή ταχύτητα.

Όταν η τροχαλία κάνει 9 στροφές, η γωνιακή της μετατόπιση θα είναι

$$\Delta\theta = N \cdot 2\pi = 18\pi \ rad$$

Στη χρονική διάρκεια των 9 στροφών, η ράβδος μετακινήθηκε προς τα δεξιά κατά s_1 και το Σ_2 προς τα κάτω κατά s_2.

Για το s_1 ισχύει:

$$s_1 = \Delta\vartheta \cdot r_1 = 18\pi \cdot 0,05m \Rightarrow s_1 = 0,9\pi \, m$$

Για το s_2 ισχύει:

$$s_2 = \Delta\vartheta \cdot r_2 = 18\pi \cdot 0,1m \Rightarrow s_2 = 1,8\pi \, m$$

Η μεταβολή της βαρυτικής ενέργειας του Σ_2 είναι

$$\Delta U = -m_2 g \cdot s_2 = -0,5kg \cdot 10\frac{m}{s^2} \cdot 1,8\pi \, m \Rightarrow \Delta U = -9\pi \, J \, .$$

Άρα, η μείωση της δυναμικής ενέργειας είναι $|\Delta U| = 9\pi \, J$

Επειδή το επαγωγικό ρεύμα I_1 είναι σταθερό, μπορούμε να βρούμε τη θερμότητα που εκλύεται από τους αντιστάτες με το νόμο του Joule.

$$Q_R = I_1^2 (R_2 + R_3)\Delta t \quad , \quad (1)$$

Πρέπει να βρούμε το χρονικό διάστημα Δt.

Η γωνιακή ταχύτητα της τροχαλίας δίνεται από τη σχέση

$$\omega = \frac{\upsilon_{o\rho}}{r_2} = \frac{9\frac{m}{s}}{0,1m} \Rightarrow \omega = 90\frac{rad}{s}$$

Επομένως η τροχαλία κάνει 9 στροφές σε χρονικό διάστημα

$$\Delta t = \frac{\Delta\vartheta}{\omega} = \frac{18\pi\ rad}{90\frac{rad}{s}} = 0,2\pi\ s$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (1) παίρνουμε

$$Q_R = I_1^2 (R_2 + R_3)\Delta t = (4,5A)^2 \cdot 2\Omega \cdot 0,2\pi s \Rightarrow Q_R = 8,1\pi\ J$$

Η εκλυόμενη θερμότητα στους μεταλλικούς οδηγούς ισούται αριθμητικά με το έργο της τριβής ολίσθησης.

$$Q_{\tau\rho} = |W_T| = T_{o\lambda} \cdot s_1 = 1N \cdot 0,9\pi\ m \Rightarrow Q_{\tau\rho} = 0,9\pi\ J$$

Από τα παραπάνω βλέπουμε ότι ισχύει $|\Delta U_{\beta\alpha\rho}| = Q_R + Q_{\tau\rho}$. Άρα ισχύει η αρχή της διατήρησης της ενέργειας.

Η εκπόνηση του διαγωνίσματος έγινε με τη βοήθεια Εθελοντών Εκπαιδευτικών:

Τα θέματα επιμελήθηκαν οι **Ιστάπολος Βασίλειος, Κυριακόπουλος Γιάννης, Μπετσάκος Παναγιώτης, Ποντικός Ηλίας, Φυσικοί.**
Ο επιστημονικός έλεγχος πραγματοποιήθηκε από τον **Παλόγο Αντώνιο.**

ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

6ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ (Εφ' όλης της ύλης) – ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ Α

Στις προτάσεις **Α1α έως Α4β** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση, η οποία τη συμπληρώνει σωστά.*

Α1α. Για να τετραπλασιαστεί η μέση ισχύς που αναπτύσσεται σε έναν αντιστάτη, στα άκρα του οποίου εφαρμόζουμε εναλλασσόμενη τάση πλάτους V και κυκλικής συχνότητας ω, πρέπει να

α. διπλασιάσουμε το πλάτος.
β. τετραπλασιάσουμε το πλάτος.
γ. τετραπλασιάσουμε την κυκλική συχνότητα.
δ. υποδιπλασιάσουμε την κυκλική συχνότητα.

(Μονάδες 3)

Α1β. Ένας κυκλικός αγωγός διαμέτρου δ και αντίστασης R έχει το επίπεδό του παράλληλο στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης B. Όταν περιστρέψουμε τον κυκλικό αγωγό κατά 90° γύρω από τη διάμετρό του που είναι παράλληλη στις μαγνητικές δυναμικές γραμμές, τότε το επαγωγικό φορτίο που διέρχεται από μια διατομή του αγωγού είναι

α. $q=\frac{\pi B\delta^2}{4R}$

β. $q=\frac{\pi B\delta^2}{R}$

γ. $q=\frac{4\pi B\delta^2}{R}$

δ. $q=0$

(Μονάδες 2)

Α2α. Η διαφορά πίεσης μεταξύ δύο σημείων Α και Β μιας ρευματικής γραμμής ενός ιδανικού υγρού που ρέει σε πλάγιο σωλήνα μεταβλητής διατομής, εκφράζει την ανά μονάδα όγκου, μεταξύ των σημείων Α και Β, μεταβολή της

α. κινητικής ενέργειας.
β. δυναμικής ενέργειας.
γ. μηχανικής ενέργειας.
δ. παροχής.

(Μονάδες 3)

Α2β. Δύο σώματα με διαφορετικές μάζες που κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και σε κάθετες διευθύνσεις, συγκρούονται πλαστικά. Αν το δημιουργούμενο συσσωμάτωμα κινείται σε διεύθυνση που σχηματίζει γωνία 45° με την αρχική διεύθυνση κάθε σώματος, τότε πριν την κρούση τα σώματα είχαν οπωσδήποτε

α. ταχύτητες ίσων μέτρων.
β. ορμές ίσων μέτρων.
γ. ίσες κινητικές ενέργειες.
δ. ίσες ταχύτητες, ίσες ορμές και ίσες κινητικές ενέργειες.

(Μονάδες 2)

Α3α. Στη σύνθεση δύο αρμονικών ταλαντώσεων με συχνότητες f_1, f_2 ίδιας διεύθυνσης που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο, με τα ίδια πλάτη και επιμέρους συχνότητες που διαφέρουν πολύ λίγο μεταξύ τους, ο λόγος της συχνότητας των διακροτημάτων, f_δ, προς την συχνότητα της σύνθετης ταλάντωσης, f, είναι

α. $\dfrac{f_\delta}{f} = \dfrac{f_1 + f_2}{|f_1 - f_2|}$.

β. $\dfrac{f_\delta}{f} = \dfrac{|f_1 - f_2|}{f_1 + f_2}$.

γ. $\dfrac{f_\delta}{f} = \dfrac{2|f_1 - f_2|}{f_1 + f_2}$.

δ. $\dfrac{f_\delta}{f} = \dfrac{|f_1 - f_2|}{2(f_1 + f_2)}$.

(Μονάδες 3)

Α3β. Όταν σε μια κεντρική ελαστική κρούση δύο σωμάτων συμβαίνει ανταλλαγή ταχυτήτων, τότε οπωσδήποτε
α. οι αρχικές ταχύτητες είναι αντίθετες.
β. οι αρχικές ορμές είναι αντίθετες.
γ. οι μάζες τους είναι ίσες.
δ. οι αρχικές κινητικές ενέργειες είναι ίσες.

(Μονάδες 2)

Α4α. Με το πείραμα του Oersted βρέθηκε ότι
α. κάθε ρευματοφόρος αγωγός όταν βρεθεί μέσα σε μαγνητικό πεδίο δέχεται δύναμη από αυτό.
β. η μεταβολή με οποιονδήποτε τρόπο της μαγνητικής ροής που περνά από τις σπείρες ενός πηνίου προκαλεί ηλεκτρεγερτική δύναμη στο πηνίο.
γ. τα φορτία που κινούνται μέσα σε μαγνητικό πεδίο μερικές φορές δέχονται δύναμη.
δ. μια μαγνητική βελόνα εκτρέπεται όταν βρεθεί κοντά σε ρευματοφόρο αγωγό.

(Μονάδες 3)

Α4β. Ένα σώμα εκτελεί σύνθετη ταλάντωση που προκύπτει από την επαλληλία δύο αρμονικών ταλαντώσεων που γίνονται πάνω στην ίδια διεύθυνση, γύρω από το ίδιο σημείο και περιγράφονται από τις εξισώσεις $x_1 = 2 \cdot 10^{-2} \eta\mu(2\pi t + \frac{\pi}{2})(SI)$ και $x_2 = 4 \cdot 10^{-2} \eta\mu(2\pi t + \frac{3\pi}{2})(SI)$. Τη χρονική στιγμή που η απομάκρυνση λόγω της πρώτης ταλάντωσης (αν γινόταν ανεξάρτητα από την άλλη) θα ήταν $x_1 = 2cm$, η απομάκρυνση της σύνθετης ταλάντωσης είναι

α. $x = 4cm$.
β $x = -4cm$.
γ. $x = -1cm$.
δ. $x = -2cm$.

(Μονάδες 2)

Α5. *Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό**, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη **Λάθος**, για τη λανθασμένη.*

α. Ένα Ampere είναι η ένταση του σταθερού ρεύματος που όταν διαρρέει δύο ευθύγραμμους παράλληλους αγωγούς απείρου μήκους, οι οποίοι βρίσκονται στο κενό και σε απόσταση r=1m ο ένας από τον άλλο, τότε σε τμήμα μήκους $\ell = 1m$ ο ένας ασκεί στον άλλο δύναμη μέτρου F=1N.

β. Κατά την έκκεντρη ελαστική κρούση δύο όμοιων σφαιρών (ίσων μαζών και ίσων ακτίνων), τα κέντρα μάζας των σωμάτων μετά την κρούση κινούνται σε κατευθύνσεις διαφορετικές από τις αρχικές.

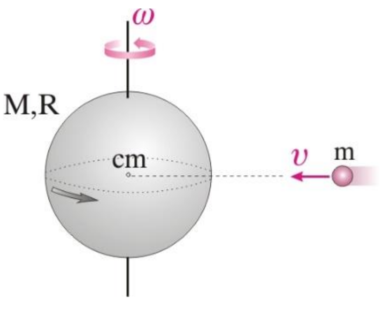
γ. Ο ηλεκτρομαγνήτης μπορεί να σηκώσει σώματα που το βάρος τους είναι ίσο με το μέτρο της φέρουσας δύναμης.

δ. Το μέτρο της ταχύτητας ενός σημείου της περιφέρειας ενός τροχού που κυλίεται, κυμαίνεται μεταξύ των τιμών 0 και $2υ_{cm}$, όπου $υ_{cm}$ η ταχύτητα του κέντρου του.

ε. Η μονάδα μέτρησης στο *S.I.* της σταθεράς απόσβεσης, *b*, σε μια φθίνουσα ταλάντωση, είναι $1kg/s$.

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ Β



Β1. Η ομογενής σφαίρα του σχήματος, μάζας Μ και ακτίνας R, περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω γύρω από σταθερό άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της. Ένα μικρό σώμα μάζας m κινούμενο με ταχύτητα υ της οποίας ο φορέας διέρχεται από το κέντρο μάζας της σφαίρας, ενσωματώνεται σε αυτήν σε ένα σημείο της περιφέρειάς της. Η σχέση μεταξύ των μαζών είναι $M = 100 \cdot m$ και η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς τον άξονα περιστροφής της είναι $I = 2MR^2/5$. Η ενσωμάτωση του σώματος στη σφαίρα έχει ως συνέπεια τη μεταβολή της περιόδου περιστροφής της σφαίρας σε ποσοστό

α. 2,5%.

β. 0,4% .

γ. -3,2% .

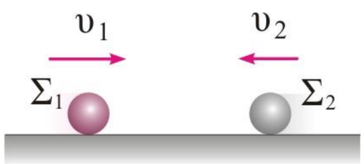
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

(Μονάδες 2)

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

(Μονάδες 4)

Β2. Μία σφαίρα Σ_1 μάζας m_1 κινούμενη με ταχύτητα μέτρου υ_1 συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με μία δεύτερη σφαίρα Σ_2 μάζας m_2, η οποία κινείται σε αντίθετη κατεύθυνση. Τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο σφαιρών πριν την κρούση συνδέονται με τη σχέση $|\upsilon_1| = 2|\upsilon_2|$. Μετά την ελαστική κρούση, η κινητική ενέργεια της σφαίρας Σ_2 εννεαπλασιάζεται. Ο λόγος των μαζών $\frac{m_1}{m_2}$ των δύο σφαιρών είναι



α. $\frac{m_1}{m_2} = 3$. β. $\frac{m_1}{m_2} = 2$. γ. $\frac{m_1}{m_2} = \frac{3}{2}$.

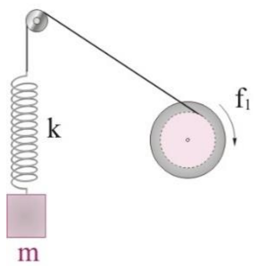
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

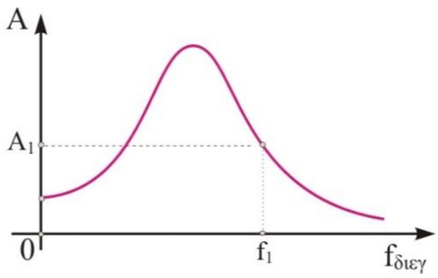
(Μονάδες 2)

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

(Μονάδες 4)

Β3. Ένα μικρό σώμα μάζας m είναι δεμένο στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k και εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση μικρής απόσβεσης με τη βοήθεια ενός τροχού – διεγέρτη, ο οποίος περιστρέφεται με συχνότητα f_1. Στη συχνότητα αυτή το πλάτος ταλάντωσης είναι A_1. Παρατηρούμε ότι το μέγιστο πλάτος που μπορούμε να πετύχουμε με τη διάταξη αυτή είναι $2A_1$ και όταν αυτό επιτυγχάνεται, η μέγιστη ταχύτητα της ταλάντωσης είναι αυξημένη κατά 20% σε σχέση με αυτή της συχνότητας f_1. Αν f_o είναι η συχνότητα συντονισμού, τότε η συχνότητα f_1 του διεγέρτη είναι





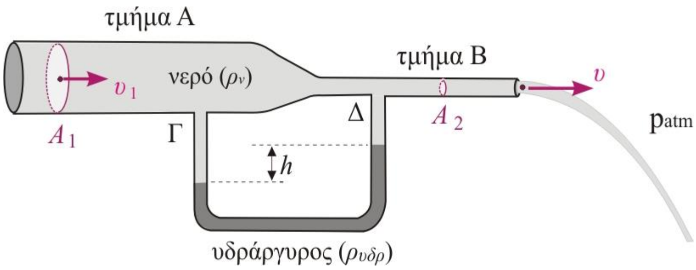
α. $f_1 = \frac{5}{3} f_o$. β. $f_1 = \frac{3}{2} f_o$. γ. $f_1 = \frac{5}{2} f_o$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

(Μονάδες 2)

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

(Μονάδες 4)



Β4. Στον οριζόντιο κυλινδρικό σωλήνα μεταβλητής διατομής του σχήματος, ρέει με σταθερή παροχή νερό πυκνότητας ρ_v, το οποίο θεωρείται ιδανικό ρευστό. Για τα εμβαδά των εγκάρσιων διατομών στα τμήματα Α και Β ισχύει $A_1=3A_2$. Στα σημεία Γ και Δ του οριζόντιου σωλήνα έχουμε προσαρμόσει έναν λεπτό σωλήνα σχήματος U, που περιέχει υδράργυρο πυκνότητας $\rho_{υδρ}$, με $\rho_{υδρ}=13\rho_v$. Αν το νερό εξέρχεται από το στόμιο του τμήματος Β του σωλήνα με ταχύτητα υ, τότε η υψομετρική διαφορά h μεταξύ των δύο στηλών του υδραργύρου είναι

α. $h=\dfrac{\upsilon^2}{9g}$. β. $h=\dfrac{\upsilon^2}{18g}$. γ. $h=\dfrac{\upsilon^2}{27g}$.

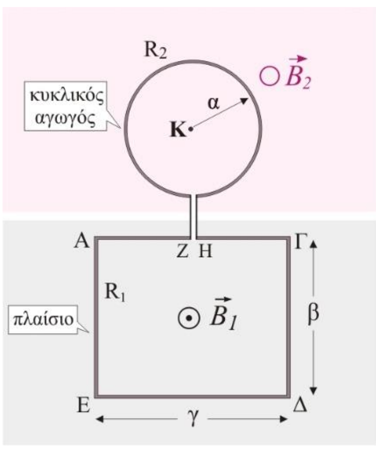
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

(Μονάδες 2)

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

(Μονάδες 5)

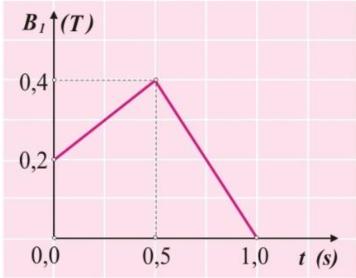
ΘΕΜΑ Γ



Το πλαίσιο ΑΓΔΕ του σχήματος έχει μορφή ορθογωνίου παραλληλογράμμου με διαστάσεις *β=40cm και γ=50cm* και ωμική αντίσταση *R_1= 0,12Ω*. Το επίπεδό του είναι κάθετο στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης $\vec{B}_1$ με φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη.

Τα άκρα ΖΗ του πλαισίου συνδέονται μέσω αγωγών αμελητέας αντίστασης με κυκλικό αγωγό ακτίνας *a=20cm* και ωμικής αντίστασης *R_2=0,04Ω* και του οποίου το επίπεδο είναι κάθετο σε ένα δεύτερο ομογενές μαγνητικό πεδίο, $\vec{B}_2$, σταθερού μέτρου και με φορά η οποία δεν είναι γνωστή.

Από τη χρονική στιγμή *t=0s* το μέτρο του μαγνητικού πεδίου $\vec{B}_1$ αρχίζει να μεταβάλλεται όπως δείχνεται στο διάγραμμα. Για το χρονικό διάστημα από 0 έως 0,5s η συνολική ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο Κ του κυκλικού αγωγού είναι μηδέν.



Γ1. Να προσδιορίσετε τη φορά της έντασης του σταθερού μαγνητικού πεδίου $\vec{B}_2$.

(Μονάδες 5)

Γ2. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της έντασης του επαγωγικού ρεύματος σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα 0 έως 1 s.

(Μονάδες 6)

Γ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της συνολικής έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο Κ του κυκλικού αγωγού για το χρονικό διάστημα από *0,5s έως 1 s.*

(Μονάδες 7)

Γ4. Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή που στη διάταξη είχε αναπτυχθεί ποσό θερμότητας ίσο με *Q/2*, όπου με *Q* συμβολίζουμε το ποσό της θερμότητας που αναπτύχθηκε στη διάταξη μέχρι τη χρονική στιγμή *1,0 s*.

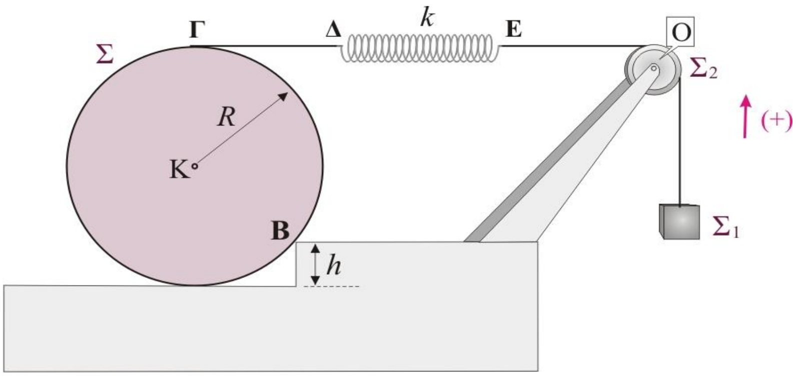
(Μονάδες 7)

Να αγνοήσετε φαινόμενα αμοιβαίας επαγωγής μεταξύ του πλαισίου και του κυκλικού αγωγού.

Δίνεται η μαγνητική σταθερά kμ=10^{-7}N/A^2.

ΘΕΜΑ Δ

Στο σχήμα απεικονίζεται η εγκάρσια τομή μιας διάταξης που ισορροπεί και περιλαμβάνει:



α) μία τροχαλία Σ₂ , μάζας $m_2 = 4kg$, ακτίνας $r = 0{,}1m$ και ροπής αδράνειας $I_O = \frac{1}{2}m_2r^2$, που μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο σταθερό άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της Ο, β) έναν κύλινδρο, Σ, ακτίνας R και μάζας M που στηρίζεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και εφάπτεται στο σημείο B σε σκαλοπάτι ύψους $h=\frac{2R}{5}$. Στο ανώτερο σημείο του κυλίνδρου, Γ, έχουμε προσδέσει με νήμα το αριστερό άκρο Δ ενός οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=100\frac{N}{m}$, το δεξιό άκρο του οποίου, Ε, δένεται με νήμα το οποίο διέρχεται από την αύλακα της τροχαλίας και

γ) ένα σώμα Σ_1 μάζας m_1=2kg που κρέμεται δεμένο στην άκρη του προηγούμενου νήματος.

Μετατοπίζουμε αργά το σώμα Σ_1 κατακόρυφα προς τα κάτω κατά d και το αφήνουμε ελεύθερο τη χρονική στιγμή t=0s. Στη διάρκεια του περιοδικού φαινομένου που ακολουθεί ο κύλινδρος οριακά δεν χάνει την επαφή του με το οριζόντιο δάπεδο και το σώμα Σ_1 σταματά στιγμιαία σε θέση που το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος.

Δ1. Να αποδείξετε ότι το σώμα Σ_1 εκτελεί αρμονική ταλάντωση και η δύναμη επαναφοράς του δίνεται από τη σχέση $\Sigma F=-50x\ (SI)$, όπου x η απομάκρυνση από την θέση ισορροπίας του.

(Μονάδες 7)

Δ2. Να υπολογίσετε την στροφορμή της τροχαλίας τη χρονική στιγμή που το σώμα Σ_1 περνάει για πρώτη φορά από τη θέση απομάκρυνσης x=0,1m .

(Μονάδες 6)

Δ3. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της τροχαλίας τη χρονική στιγμή $t=\frac{4\pi}{15}s$.

(Μονάδες 6)

Δ4. Να υπολογίσετε την μάζα M του κυλίνδρου.

(Μονάδες 6)

Να θεωρήσετε όλα τα νήματα αμελητέας μάζας και μη εκτατά, τη θετική φορά προς τα πάνω και $g=10m/s^2$.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Η εκπόνηση του διαγωνίσματος έγινε με τη βοήθεια Εθελοντών Εκπαιδευτικών:

Τα θέματα επιμελήθηκαν οι **Κορκίζογλου Πρόδρομος, Πετρίδης Παναγιώτης, Ποντικός Ηλίας, Χατζηθεοδωρίδης Στέλιος**, Φυσικοί.

Ο επιστημονικός έλεγχος πραγματοποιήθηκε από τον **Παλόγο Αντώνιο**, Φυσικό.

ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

6ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ (Εφ' όλης της ύλης) - ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1α. (α) **Α1β.** (δ)

Α2α. (γ) **Α2β.** (β)

Α3α. (γ) **Α3β.** (γ)

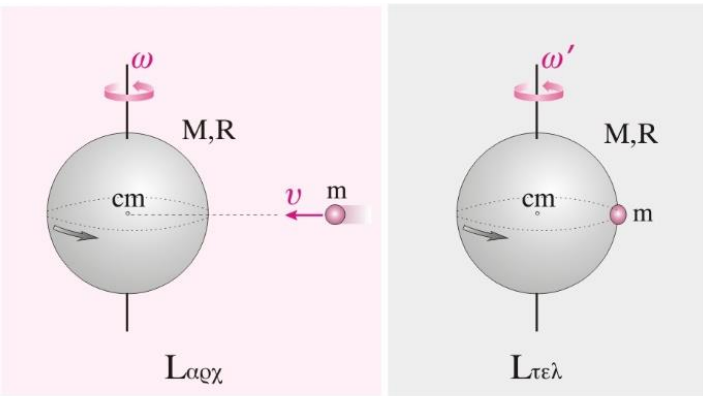
Α4α. (δ) **Α4β.** (δ)

Α5. Λ, Σ, Λ, Σ, Σ

ΘΕΜΑ Β:

Β1. Σωστή είναι η **α.**

Κατά την ενσωμάτωση του σώματος στη σφαίρα η στροφορμή του συστήματος σφαίρα-σώμα διατηρείται, αφού το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των εξωτερικών δυνάμεων που ασκούνται στο σύστημα ως προς τον άξονα περιστροφής της σφαίρας είναι μηδέν.



Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της στροφορμής στο σύστημα σφαίρα - σώμα έχουμε:

$$L_{\alpha\rho\chi} = L_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow I_{\sigma\varphi} \cdot \omega = (I_{\sigma\varphi} + I_m) \cdot \omega' \Rightarrow$$

$$\frac{2}{5}MR^2 \cdot \frac{2\pi}{T} = \left(\frac{2}{5}MR^2 + mR^2\right) \cdot \frac{2\pi}{T'} \Rightarrow$$

$$\frac{2}{5}100mR^2 \cdot \frac{2\pi}{T} = \left(\frac{2}{5}100mR^2 + mR^2\right) \cdot \frac{2\pi}{T'} \Rightarrow \frac{40}{T} = \frac{41}{T'} \Rightarrow T' = \frac{41}{40}T$$

Το ποσοστό μεταβολής της περιόδου περιστροφής της σφαίρας είναι

$$\Pi\% = \frac{T' - T}{T}100\% \Rightarrow \Pi\% = \frac{\frac{41}{40}T - T}{T}100\% = \frac{1}{40}100\% \Rightarrow \Pi\% = 2,5\%$$

Β2. Σωστή είναι η **β.**

Μετά την κεντρική και ελαστική κρούση, η κινητική ενέργεια της $Σ_2$ εννεαπλασιάζεται, επομένως

$$K_2' = 9K_2 \Rightarrow \frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2 = 9\frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 \Rightarrow \upsilon_2'^2 = 9\upsilon_2^2 \Rightarrow \upsilon_2' = \pm 3\upsilon_2, \ (1)$$

Η ταχύτητα υ_2' μετά την κεντρική και ελαστική κρούση δίνεται από τη σχέση

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1+m_2}\upsilon_1 + \frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}\upsilon_2 \quad , \quad (2)$$

Αντικαθιστώντας στην παραπάνω σχέση όπου $\upsilon_2'=3\upsilon_2$, παίρνουμε:

$$3\upsilon_2 = \frac{2m_1}{m_1+m_2}2\upsilon_2 + \frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}(-\upsilon_2) \Rightarrow 3(m_1+m_2) = 4m_1 - (m_2-m_1) \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = 2.$$

Αντικαθιστώντας στην παραπάνω σχέση όπου $\upsilon_2'=-3\upsilon_2$, παίρνουμε:

$$-3\upsilon_2 = \frac{2m_1}{m_1+m_2}2\upsilon_2 + \frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}(-\upsilon_2) \Rightarrow -3(m_1+m_2) = 4m_1 - (m_2-m_1) \Rightarrow m_2 = -4m_1.$$

Το παραπάνω αποτέλεσμα είναι άτοπο, επομένως δεχόμαστε ότι $\frac{m_1}{m_2} = 2$.

Β3. Σωστή είναι η **α.**

Όταν ο τροχός - διεγέρτης περιστρέφεται με συχνότητα f_1, το πλάτος ταλάντωσης είναι A_1 και η μέγιστη ταχύτητα του ταλαντωτή δίνεται από τη σχέση

$$\upsilon_{max} = \omega_1 A_1 \quad , \quad (1)$$

Κατά το συντονισμό, η μέγιστη ταχύτητα του ταλαντωτή δίνεται από τη σχέση

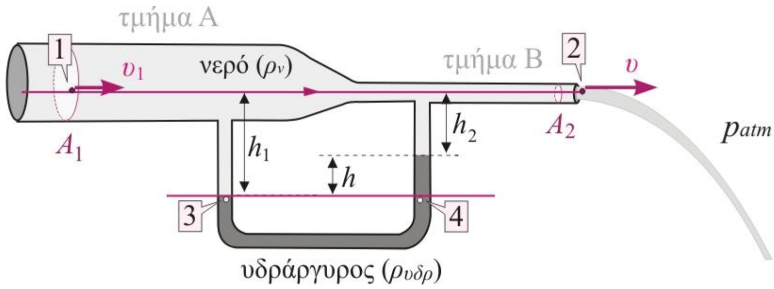
$\upsilon_{o(max)} = \omega_o A_{max} = \omega_o 2A_1$, (2) όπου $\omega_o=2\pi f_o$ είναι η κυκλική συχνότητα κατά τον συντονισμό.

Σύμφωνα με την εκφώνηση

$$\upsilon_{o(max)} = \upsilon_{max} + \frac{20}{100}\upsilon_{max} \Rightarrow \upsilon_{o(max)} = 1{,}2\upsilon_{max} \xrightarrow{(1),(2)} \omega_o 2A_1 = 1{,}2\omega_1 A_1 \Rightarrow 2\pi f_o \cdot 2A_1 = 1{,}2\cdot 2\pi f_1 A_1 \Rightarrow$$

$$f_o = 0{,}6 f_1 \Rightarrow f_1 = \frac{5}{3}f_o.$$

Β4. Σωστή είναι η **γ.**



θεωρούμε τα σημεία 1 και 2 μιας ρευματικής γραμμής του νερού που ρέει στο σωλήνα. Το σημείο (1) βρίσκεται στο τμήμα Α του σωλήνα, όπου η πίεση του νερού είναι p_1 και η ταχύτητα μιας σημειακής μάζας είναι υ_1. Το σημείο (2) βρίσκεται στην έξοδο του σωλήνα, όπου η πίεση, p_2, είναι ίση με την ατμοσφαιρική και η ταχύτητα εξόδου είναι υ.

Εφαρμόζοντας την εξίσωση του Bernoulli μεταξύ των σημείων 1 και 2 έχουμε:

$$\frac{1}{2}\rho_\nu \upsilon_1^2 + p_1 = \frac{1}{2}\rho_\nu \upsilon^2 + p_2 \Rightarrow p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho_\nu(\upsilon^2 - \upsilon_1^2) \quad , \qquad (1)$$

Σύμφωνα με την αρχή της συνέχειας, η παροχή του σωλήνα είναι σταθερή και ισχύει:

$$A_1\upsilon_1 = A_2\upsilon \Rightarrow 3A_2\upsilon_1 = A_2\upsilon \Rightarrow \upsilon_1 = \frac{\upsilon}{3} \qquad (2)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (1), (2) παίρνουμε:

$$p_1 - p_2 = \frac{4}{9}\rho_\nu \upsilon^2 \qquad (3)$$

Ο υδράργυρος στον υοειδή σωλήνα ισορροπεί, επομένως σε κάθε οριζόντια επιφάνεια του ίδιου υγρού η πίεση είναι ίδια. Για τα σημεία (3) και (4) της οριζόντιας επιφάνειας που διέρχεται από τη διαχωριστική επιφάνεια νερού υδραργύρου έχουμε:

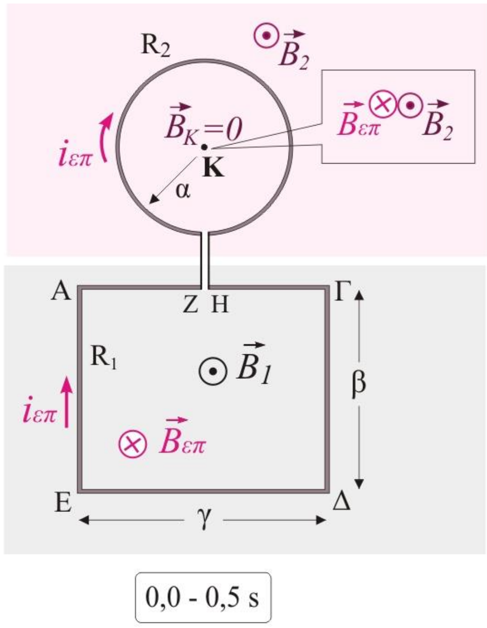
$$p_3 = p_4 \Rightarrow \rho_\nu g h_1 + p_1 = \rho_{\upsilon\delta\rho} g h + \rho_\nu g h_2 + p_2 \Rightarrow p_1 - p_2 = \rho_{\upsilon\delta\rho} g h + \rho_\nu g (h_2 - h_1) \Rightarrow$$
$$p_1 - p_2 = \rho_{\upsilon\delta\rho} g h - \rho_\nu g (h_1 - h_2) \Rightarrow p_1 - p_2 = (\rho_{\upsilon\delta\rho} - \rho_\nu) g h = 12\rho_\nu g h \qquad (4)$$

Από τον συνδυασμό των σχέσεων (3) και (4) παίρνουμε:

$$\frac{4}{9}\rho_\nu \upsilon^2 = 12\rho_\nu g h \Rightarrow h = \frac{\upsilon^2}{27g}$$

ΘΕΜΑ Γ

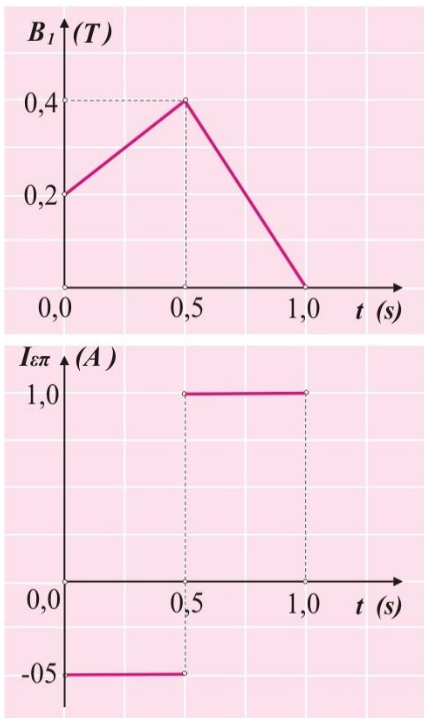
Γ.1. Το πλαίσιο ΑΓΔΕ και ο κυκλικός αγωγός αποτελούν ένα κλειστό κύκλωμα στο οποίο η μαγνητική ροή μεταβάλλεται μόνο στο πλαίσιο.



Καθώς το μέτρο του μαγνητικού πεδίου $\vec{B}_1$ αρχίζει να μεταβάλλεται, αυξάνεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από το πλαίσιο ΑΓΔΕ και εμφανίζεται επαγωγική τάση.
Σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz, το επαγωγικό ρεύμα έχει τέτοια φορά ώστε το μαγνητικό του πεδίο (δευτερογενές μαγνητικό πεδίο) να αντιτίθεται στο αίτιο που το προκάλεσε, δηλαδή στην αύξηση της μαγνητικής ροής. Για να συμβεί αυτό θα πρέπει να έχει τις δυναμικές του γραμμές με φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα και σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού, η φορά του επαγωγικού ρεύματος $i_{επ}$ να είναι αυτή της φοράς των δεικτών του ρολογιού. Στον κυκλικό αγωγό, λόγω του $i_{επ}$ έχουμε στο κέντρο Κ την ένταση του μαγνητικού πεδίου $\vec{B}_{επ}$ με φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα. Σύμφωνα με την εκφώνηση, η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο Κ είναι μηδέν, άρα η ένταση του μαγνητικού πεδίου $\vec{B}_2$ έχει φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη.

Γ.2 Το επαγωγικό ρεύμα στο κλειστό πλαίσιο δίνεται από τη σχέση

$$i_{επ} = \frac{E_{επ}}{R_{ολ}} \quad ,$$



όπου η ολική αντίσταση του πλαισίου είναι

$$R_{ολ} = R_1 + R_2 = 0{,}12\Omega + 0{,}04\Omega \;\Rightarrow\; R_{ολ} = 0{,}16\Omega \,.$$

Η επαγωγική τάση δίνεται από τη σχέση

$$E_{επ} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{\Delta\left(B_1 \cdot A_{πλ}\right)}{\Delta t} = -\frac{\Delta B_1 \cdot (\beta \cdot \gamma)}{\Delta t} \;\Rightarrow$$

$$E_{επ} = -0{,}2\frac{\Delta B_1}{\Delta t} \,, \; (SI)$$

$$0-0,5s:\ \frac{\Delta B_1}{\Delta t}=\frac{0,4T-0,2}{0,5s-0s}=0,4\frac{T}{s}$$

$$E_{\varepsilon\pi}=-\left(0,2m^2\right)\cdot\left(0,4\frac{T}{s}\right)\Rightarrow E_{\varepsilon\pi}=-0,08V$$

$$I_{\varepsilon\pi}=\frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{o\lambda}}=\frac{-0,08V}{0,16\Omega}\Rightarrow I_{\varepsilon\pi}=-0,5A$$

$$0,5s-1,0s:\ \frac{\Delta B_1}{\Delta t}=\frac{0T-0,4T}{1,0s-0,5s}=-0,8\frac{T}{s}$$

$$E'_{\varepsilon\pi}=-\left(0,2m^2\right)\cdot(-0,8\frac{T}{s})\Rightarrow E'_{\varepsilon\pi}=+0,16V$$

$$I'_{\varepsilon\pi}=\frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{o\lambda}}=\frac{0,16V}{0,16\Omega}\Rightarrow I'_{\varepsilon\pi}=1,0A$$

Η γραφική παράσταση της έντασης του επαγωγικού ρεύματος σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα *0* έως *1 s* δείχνεται στο διπλανό σχήμα .

Γ3. Στο χρονικό διάστημα *(0s-0,5s)* η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο Κ είναι μηδέν, επομένως τα μέτρα των B_2 και $B_{\varepsilon\pi}$ είναι ίσα.

$$|B_2|=|B_{\varepsilon\pi}|\ \Rightarrow |B_2|=k_\mu\frac{2\pi\cdot|I_{\varepsilon\pi}|}{\alpha}=10^{-7}\frac{N}{A^2}\frac{2\pi\cdot0,5A}{0,2m}\ \Rightarrow |B_2|=5\pi\cdot10^{-7}T$$

Στο χρονικό διάστημα *(0,5s-1,0s)* το μαγνητικό πεδίο του $\vec{B}_1$ ελαττώνεται και σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz το επαγωγικό ρεύμα, $i_{\varepsilon\pi}$, έχει αντίθετη φορά από αυτήν που έχει στο χρονικό διάστημα *(0s-0,5s)*. Αυτό έχει ως συνέπεια την αλλαγή της φοράς των μαγνητικών γραμμών του $\vec{B}_{\varepsilon\pi}$.
Τώρα στο Κ, τα δύο μαγνητικά πεδία έχουν τις δυναμικές γραμμές ομόρροπες και η συνολική ένταση στο Κ δίνεται από τη σχέση

$$|B_K|=|B_2|+|B'_{\varepsilon\pi}|=5\pi\cdot10^{-7}T+\left(10^{-7}\frac{N}{A}\right)\cdot\frac{2\pi\cdot1A}{0,2m}\ \Rightarrow |B_K|=15\pi\cdot10^{-7}T$$

Γ4. Πρέπει πρώτα να υπολογίσουμε το συνολικό ποσό της θερμότητας που εκλύεται από τη διάταξη για το χρονικό διάστημα (*0-1s*).

$$Q_{o\lambda}=Q_{(0-0,5s)}+Q_{(0,5-1s)}=I^2_{\varepsilon\pi}R_{o\lambda}\cdot\Delta t_1+I'^2_{\varepsilon\pi}R_{o\lambda}\cdot\Delta t_2=\left(0,5\mathrm{A}\right)^2\cdot\left(0,16\Omega\right)\cdot\left(0,5s\right)+\left(1\mathrm{A}\right)^2\cdot\left(0,16\Omega\right)\cdot\left(0,5s\right)\Rightarrow$$
$$Q_{o\lambda}=0,02J+0,08J\ \Rightarrow\ Q_{o\lambda}=0,1J$$

Μέχρι τη χρονική στιγμή t_1*=0,5s* εκλύεται ποσό θερμότητας *0,02J* , άρα απομένουν

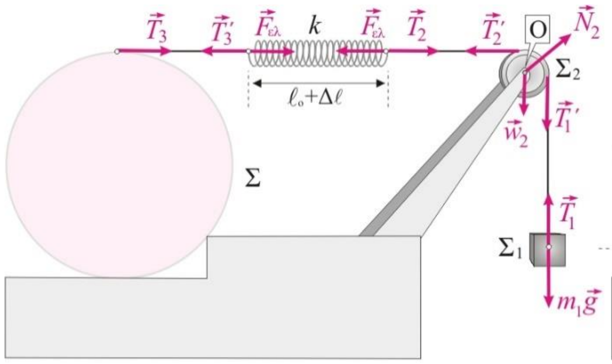
$$Q_2=Q_{(o\lambda/2)}-Q_{(0-0,5s)}=0,03J$$

$$Q_2=I'^2_{\varepsilon\pi}R_{o\lambda}\cdot\Delta t_2\ \Rightarrow\ \Delta t_2=\frac{Q_2}{I'^2_{\varepsilon\pi}R_{o\lambda}}=\frac{0,03J}{(1\mathrm{A})^2\cdot0,16\Omega}\ \Rightarrow\ \Delta t_2=0,1875s$$

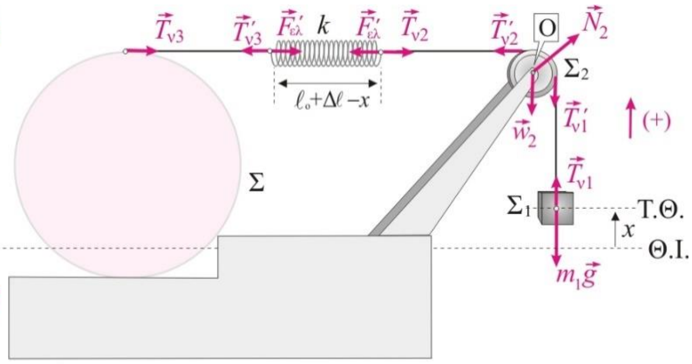
Επομένως θα εκλυθεί ποσό θερμότητας ίσο με $Q_{(o\lambda/2)}$ τη χρονική στιγμή

$$t_{(Q_{o\lambda}/2)}=t_{(0-0,5s)}+\Delta t_2=0,5s+0,1875s\ \Rightarrow\ t_{(Q_{o\lambda}/2)}=0,6875s$$

ΘΕΜΑ Δ



Σχήμα (α)



Σχήμα (β)

Δ1. Για την θέση ισορροπίας του σώματος Σ_1 (σχήμα α) έχουμε:

$$\Sigma F_1 = 0 \Rightarrow T_1 - w_1 = 0 \Rightarrow T_1 = m_1 g \ ,$$

Από την ισορροπία της τροχαλίας (σχήμα α) προκύπτει:

$$\Sigma\tau_O = 0 \Rightarrow T_2' r - T_1' r = 0 \Rightarrow T_2' = T_1' \quad \text{με } T_2' = T_2 \ \ \kappa\alpha\iota \ \ T_1' = T_1$$

Από την ισορροπία του ελατηρίου (σχήμα α) προκύπτει:

$$F_{\varepsilon\lambda.} - T_2 = 0 \Rightarrow k \cdot \Delta l = T_2 \Rightarrow k \cdot \Delta l = m_1 g \qquad (1)$$

Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ_1 στην τυχαία θέση (Τ.Θ.) που απέχει *x* από τη θέση ισορροπίας του (Θ.Ι.) (σχήμα β) και βρίσκουμε το *ΣF* στη θέση αυτή:

Ο θεμελιώδης νόμος της μηχανικής για το Σ_1 (σχήμα β) δίνει:

$$\Sigma F_1 = m_1 a_\Sigma \Rightarrow T_{\nu 1} - w_1 = m_1 a_\Sigma \qquad (2)$$

Ο θεμελιώδης νόμος της μηχανικής για την τροχαλία (σχήμα β) δίνει:

$$\Sigma\tau_{(\mathrm{O})} = \mathrm{I}_\mathrm{O} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \mathrm{T}_{\nu 2} r - \mathrm{T}_{\nu 1} r = \frac{1}{2} m_2 r^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \mathrm{T}_{\nu 2} - \mathrm{T}_{\nu 1} = \frac{1}{2} m_2 r \alpha_{\gamma\omega\nu} \qquad (3)$$

Όμως, από τον 3ο νόμο του Νεύτωνα η τάση του οριζόντιου νήματος είναι κάθε στιγμή ίση με τη δύναμη του ελατηρίου: $\mathrm{T}_{\nu 2} = F_{\varepsilon\lambda}' = k(\Delta\ell - x)$

Επίσης, η ταχύτητα και η επιτάχυνση του σώματος Σ_1 είναι ίση με την ταχύτητα και την επιτάχυνση του νήματος, άρα είναι ίση και με τη γραμμική ταχύτητα της περιφέρειας της τροχαλίας, αφού το νήμα δεν ολισθαίνει πάνω στην τροχαλία.

$$\alpha_\Sigma = \alpha_{\gamma\rho} = \alpha_{\gamma\omega\nu} r \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{\alpha_\Sigma}{r}$$

Με τη βοήθεια των δύο τελευταίων σχέσεων η (3) γίνεται:

$$k(\Delta\ell - x) - \mathrm{T}_{\nu 1} = \frac{1}{2} m_2 \alpha_\Sigma \qquad (4)$$

Η πρόσθεση κατά μέλη των σχέσεων (2) και (4) δίνει:

$$k\Delta\ell - kx = m_1 g + m_1 a_\Sigma + \frac{1}{2} m_2 a_\Sigma \Rightarrow a_\Sigma = -\frac{k}{m_1 + \frac{m_2}{2}} \cdot x = -\frac{100N/m}{2kg + \frac{4kg}{2}} \Rightarrow a_\Sigma = -25x$$

Άρα, $\Sigma F_1 = m_1 a_\Sigma = (2kg)(-25x)(SI) \Rightarrow \Sigma F_1 = -50x\ (SI)$ (5)

Δ2. Η στροφορμή της τροχαλίας όταν το Σ_1 διέρχεται για 1η φορά από την θέση $x_1 = 0{,}1m$ δίνεται από τη σχέση: $L = I_O \cdot \omega_{\tau\rho.} = \frac{1}{2} m_2 r^2 \cdot \frac{\upsilon_1}{r} = \frac{1}{2} m_2 r \cdot \upsilon_1$ (6)

Την ταχύτητα υ_1 θα τη βρούμε από την διατήρηση της ενέργειας για την ταλάντωση.

Σύμφωνα με την εκφώνηση, όταν το σώμα βρίσκεται στην ανώτερη θέση, το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος, άρα το πλάτος της ταλάντωσης είναι ίσο με την αρχική επιμήκυνση του ελατηρίου, η οποία βρίσκεται από την σχέση (1).

$$\Delta\ell = \frac{m_1 g}{k} = \frac{2kg \cdot 10m/s^2}{100N/m} \Rightarrow \Delta\ell = 0{,}2m \Rightarrow \mathrm{A} = 0{,}2m.$$

Η διατήρηση της ενέργειας για την ταλάντωση δίνει:

$$\frac{1}{2} DA^2 = \frac{1}{2} Dx_1^2 + \frac{1}{2} m\upsilon_1^2 \Rightarrow \upsilon_1 = \pm\sqrt{\frac{D\left(A^2 - x^2\right)}{m}} = \pm\sqrt{\frac{\left(50\frac{N}{m}\right)\cdot\left[(0{,}2m)^2 - \left(0{,}1\right)^2\right]}{2kg}}$$

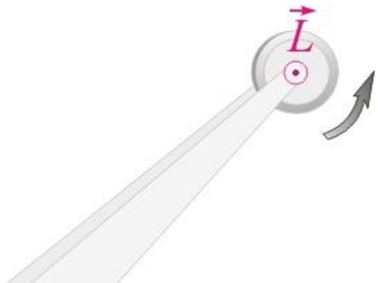
$$\Rightarrow \upsilon_1 = \pm 0{,}5\sqrt{3}\frac{m}{s}$$

Τη χρονική στιγμή *t=0s* η απομάκρυνση είναι *x= -A*, έτσι, το σώμα περνά για 1η φορά από τη θέση $x_1 = 0{,}1m$ κινούμενο προς τα θετικά, άρα $\upsilon_1 = +0{,}5\sqrt{3}\frac{m}{s}$.

Με αριθμητική αντικατάσταση στη σχέση (6) παίρνουμε:

$$L = \frac{1}{2}(4kg)\cdot(0{,}1m)\cdot\left(0{,}5\sqrt{3}m/s\right) \Rightarrow L = 0{,}1\sqrt{3}\frac{kgm^2}{s}.$$

Το διάνυσμα της στροφορμής $\vec{L}$, έχει σημείο εφαρμογής το κέντρο Ο της τροχαλίας, διεύθυνση τον άξονα περιστροφής της και φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη (σχήμα γ).



Σχήμα (γ)

Δ3. Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της τροχαλίας είναι

$$\frac{dK_{\tau\rho.}}{dt}=\frac{dW_{\Sigma\tau}}{dt}=\frac{\Sigma\tau\cdot d\vartheta}{dt}=\Sigma\tau\cdot\omega_{\tau\rho.}\Rightarrow\frac{dK_{\tau\rho.}}{dt}=I_O\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu}\cdot\omega_{\tau\rho.}=\frac{1}{2}m_2r^2\cdot\frac{a_\Sigma}{r}\cdot\frac{\upsilon_1}{r}\Rightarrow$$

$$\frac{dK_{\tau\rho.}}{dt}=\frac{1}{2}m_2a_\Sigma\upsilon_1 \qquad (7)$$

Για να βρούμε τις τιμές των a_Σ,υ_1 πρέπει να βρούμε τις χρονικές συναρτήσεις της ταλάντωσης.

Τη χρονική στιγμή t=0s η απομάκρυνση είναι x=-A, άρα $\varphi_o=\frac{3\pi}{2}rad$

Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης είναι $\omega=\sqrt{\frac{D}{m_1}}=\sqrt{\frac{50N/m}{2kg}}=5rad/s$,

άρα η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι:

$$x=A\eta\mu(\omega t+\varphi_o)\Rightarrow x=0,2\eta\mu(5t+\frac{3\pi}{2})\ \text{(S.I.)}$$

και της ταχύτητας $\upsilon_1=\omega A\sigma\upsilon\nu(\omega t+\varphi_o)=1\cdot\sigma\upsilon\nu(5t+\frac{3\pi}{2})$ (SI)

Τη χρονική στιγμή $t=\frac{4\pi}{15}s$ η επιτάχυνση α είναι:

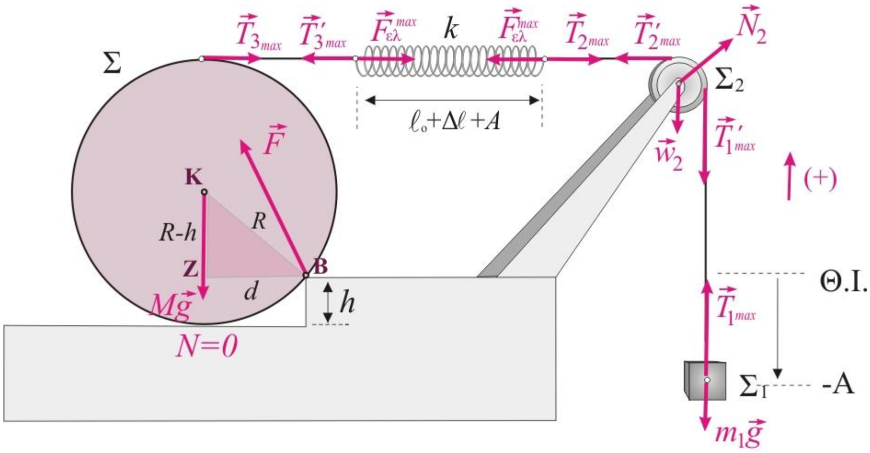
$$\alpha=-\omega^2x=-25\cdot0,2\eta\mu(5\cdot\frac{4\pi}{15}+\frac{3\pi}{2})\ (SI)\Rightarrow a=-5\cdot\eta\mu(\frac{17\pi}{6})(SI)=-5\eta\mu(2\pi+\frac{5\pi}{6})\Rightarrow a=-2,5m/s^2$$

και η ταχύτητα είναι: $\upsilon_1=1\cdot\sigma\upsilon\nu(5\frac{4\pi}{15}+\frac{3\pi}{2})(SI)\Rightarrow\ \upsilon_1=-\frac{\sqrt{3}}{2}m/s$.

Με αριθμητική αντικατάσταση στη σχέση (7) παίρνουμε:

$$\frac{dK_{\tau\rho.}}{dt}=\frac{1}{2}4kg\cdot(-2,5m/s^2)\cdot(-\frac{\sqrt{3}}{2}m/s)=+2,5\sqrt{3}J/s\ .$$

Δ4. Αφού ο κύλινδρος δεν χάνει οριακά την επαφή του με το λείο οριζόντιο επίπεδο (σχήμα δ), η κάθετη αντίδραση Ν θα είναι μηδενική, όταν η τάση *Τ'₃* του νήματος πάρει τη μέγιστη τιμή της. Αυτό συμβαίνει όταν το σώμα $Σ_1$ θα βρεθεί στην κάτω ακραία θέση της ταλάντωσής



Σχήμα (δ)

του, δηλαδή στη θέση x=-0,2m . Η T'_3 είναι κάθε στιγμή ίση με τη δύναμη του ελατηρίου και την T'_2.

$$T'_{2,\max.} = F'_{ελ.\max} = k \cdot \Delta l_{\max.} = k \cdot 2A = 40N$$

Στην οριακή κατάσταση που μηδενίζεται η κάθετη αντίδραση Ν, η συνισταμένη των ροπών των δυνάμεων που ασκούνται στον κύλινδρο ως προς το σημείο επαφής του με το σκαλοπάτι, Β, είναι μηδέν, άρα

$$\Sigma\tau_{(B)} = 0 \Rightarrow -T'_{2,\max.} \cdot (2R-h) + Mg \cdot d = 0 \Rightarrow M = \frac{T'_{2,\max.} \cdot (2R-h)}{g \cdot d} \qquad (8)$$

Η απόσταση d θα υπολογιστεί από το ορθογώνιο τρίγωνο ΚΒΖ.

$$KB^2 = KZ^2 + BZ^2 \Rightarrow R^2 = (R-h)^2 + d^2 \Rightarrow d = \sqrt{R^2 - (\frac{3R}{5})^2} = \frac{4R}{5}$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (8) παίρνουμε:

$$M = \frac{T'_{2,\max.} \cdot \left(2R - \frac{2R}{5}\right)}{\frac{4R}{5} \cdot g} = \frac{T'_{2,\max.} \cdot 2}{g} \Rightarrow M = \frac{40N \cdot 2}{10m/s^2} \Rightarrow M = 8Kg$$

Η εκπόνηση του διαγωνίσματος έγινε με τη βοήθεια Εθελοντών Εκπαιδευτικών.

Τα θέματα επιμελήθηκαν οι **Κορκίζογλου Πρόδρομος, Πετρίδης Παναγιώτης, Ποντικός Ηλίας και Χατζηθεοδωρίδης Στέλιος,** φυσικοί.

Ο επιστημονικός έλεγχος πραγματοποιήθηκε από τον **Αντώνιο Παλόγο,** φυσικό.

ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

7ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ (Εφ' όλης της ύλης) – ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ Α

Α1α. Δύο σωληνοειδή είναι κατασκευασμένα από σύρματα διαφορετικής πυκνότητας, έχουν το ίδιο μήκος, τον ίδιο αριθμό σπειρών, αλλά διαφορετικές ακτίνες. Αν τροφοδοτήσουμε τα σωληνοειδή με ρεύματα ίδιας έντασης, τότε το μαγνητικό πεδίο είναι

α. ισχυρότερο στο σωληνοειδές που έχει μεγαλύτερη ακτίνα.

β. ισχυρότερο στο σωληνοειδές που έχει μικρότερη ακτίνα.

γ. ισχυρότερο στο σωληνοειδές με το σύρμα μεγαλύτερης πυκνότητας.

δ. ίδιας έντασης και στα δύο σωληνοειδή.

(Μονάδες 3)

Α1β. Σε οριζόντιο σωλήνα που ρέει ιδανικό ρευστό, όταν αυξάνεται το εμβαδό διατομής του σωλήνα, τότε

α. αυξάνεται η ταχύτητα ροής του ρευστού.

β. μειώνεται η παροχή του σωλήνα.

γ. μειώνεται η ταχύτητα ροής του ρευστού.

δ. μειώνεται η πίεση του ρευστού.

(Μονάδες 2)

Α2α. Σε κάθε πλάγια κρούση μεταξύ δύο σφαιρών, που αποτελούν μονωμένο σύστημα, διατηρείται

α. η ορμή του συστήματος των σφαιρών.

β. η ορμή της κάθε σφαίρας.

γ. η κινητική ενέργεια του συστήματος των σφαιρών.

δ. η κινητική ενέργεια της κάθε σφαίρας.

(Μονάδες 3)

Α2β. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Ο λόγος της κινητικής ενέργειας του σώματος προς τη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης σε χρονικό διάστημα μιας περιόδου της ταλάντωσης είναι ίσος με τη μονάδα

α. μία φορά.

β. δύο φορές.

γ. τρεις φορές.

δ. τέσσερις φορές.

(Μονάδες 2)

Α3α. Κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, ίδιας διεύθυνσης που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο, προκύπτει νέα απλή αρμονική ταλάντωση, όταν οι αρχικές απλές αρμονικές ταλαντώσεις έχουν

α. παραπλήσια πλάτη.

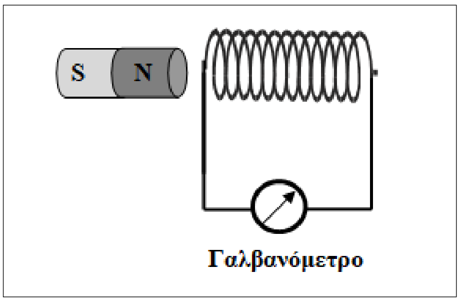
β. διαφορά φάσης που παραμένει χρονικά σταθερή.

γ. ίσα πλάτη.

δ. παραπλήσιες συχνότητες.

(Μονάδες 3)

Α3β. Στο διπλανό σχήμα ο ραβδόμορφος μαγνήτης βρίσκεται πολύ κοντά στο σωληνοειδές, αλλά έξω από αυτό και παραμένει ακίνητος ως προς αυτό. Η ένδειξη του γαλβανομέτρου είναι μηδέν, διότι



α. τα γαλβανόμετρα δεν μπορούν να ανιχνεύσουν ασθενή ρεύματα.

β. ο μαγνήτης βρίσκεται έξω από το σωληνοειδές.

γ. δεν έχουμε μεταβολή της μαγνητικής ροής μέσα από τις σπείρες του σωληνοειδούς.

δ. δεν διέρχεται μαγνητική ροή μέσα από τις σπείρες του σωληνοειδούς.

(Μονάδες 2)

Α4α. Ένας ομογενής δίσκος κυλίεται επιβραδυνόμενα, ανεβαίνοντας σε πλάγιο επίπεδο. Όταν η γωνιακή του ταχύτητα υποδιπλασιαστεί τότε η κινητική του ενέργεια λόγω

α. περιστροφής υποδιπλασιάζεται.

β. περιστροφής υποτετραπλασιάζεται.

γ. μεταφοράς υποδιπλασιάζεται.

δ. μεταφοράς μένει σταθερή.

(Μονάδες 3)

Α4β. Σε ένα στερεό σώμα που μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα ενεργεί σταθερή ροπή και το επιταχύνει στροφικά. Το φυσικό μέγεθος που αυξάνεται με σταθερό ρυθμό είναι

α. η γωνιακή επιτάχυνση του στερεού.

β. η ροπή αδράνειας του στερεού.

γ. η γωνιακή ταχύτητα του στερεού.

δ. η κινητική ενέργεια του στερεού.

(Μονάδες 2)

Α5. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη Σωστό, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη Λάθος, για τη λανθασμένη.

α. Στην ανελαστική κρούση δύο σφαιρών, που αποτελούν μονωμένο σύστημα, η μεταβολή της ορμής της μίας σφαίρας είναι πάντα αντίθετη από τη μεταβολή της ορμής της άλλης.

β. Σε μία απλή αρμονική ταλάντωση η ολική ενέργεια ταλάντωσης μεταβάλλεται αρμονικά σε σχέση με το χρόνο.

γ. Σε κατακόρυφο σωλήνα σταθερής διατομής στον οποίο ρέει ιδανικό ρευστό, το άθροισμα της πίεσης και της δυναμικής ενέργειας ανά μονάδα όγκου του ρευστού, κατά μήκος μίας ρευματικής γραμμής του ρευστού, παραμένει σταθερό.

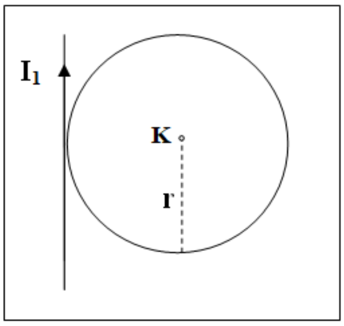
δ. Όταν ένα υγρό βρίσκεται ακίνητο, εκτός πεδίου βαρύτητας, τότε σε όλη του την έκταση επικρατεί η ίδια πίεση.

ε. Ένα σύστημα στερεών σωμάτων είναι δυνατόν να έχει κινητική ενέργεια χωρίς να έχει στροφορμή.

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ Β

Β1. Ένας ευθύγραμμος μονωμένος ρευματοφόρος αγωγός μεγάλου μήκους διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα έντασης I_1, όπως δείχνεται στο διπλανό σχήμα και είναι εφαπτόμενος σε έναν ομοεπίπεδο κυκλικό ρευματοφόρο αγωγό, ακτίνας r, που διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα έντασης I_2, άγνωστης φοράς. Η συνισταμένη ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο Κ του κυκλικού αγωγού έχει μέτρο B_A. Μετατοπίζουμε τον ευθύγραμμο αγωγό παράλληλα στον εαυτό του, προς τα δεξιά κατά 2r, οπότε στο κέντρο Κ του κυκλικού αγωγού δημιουργείται μαγνητικό πεδίο με συνισταμένη ένταση B_B, ίδιας φοράς με το B_A και διπλάσιου



μέτρου, $B_B=2B_A$. Από τα παραπάνω συμπεραίνουμε ότι ο κυκλικός ρευματοφόρος αγωγός διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα έντασης I_2 που έχει φορά

α. αντίθετη απ' αυτή των δεικτών του ρολογιού και οι δύο εντάσεις των ηλεκτρικών ρευμάτων συνδέονται με τη σχέση $I_2 = \frac{3I_1}{\pi}$.

β. αντίθετη απ' αυτή των δεικτών του ρολογιού και οι δύο εντάσεις των ηλεκτρικών ρευμάτων συνδέονται με τη σχέση $I_2 = \frac{I_1}{3\pi}$.

γ. ίδια με αυτή των δεικτών του ρολογιού και οι δύο εντάσεις των ηλεκτρικών ρευμάτων συνδέονται με τη σχέση $I_2 = \frac{I_1}{\pi}$.

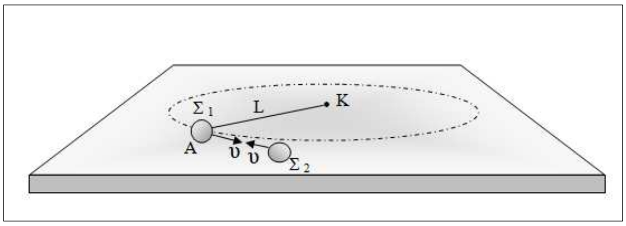
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

(Μονάδες 2)

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

(Μονάδες 4)

Β2. Ένα σφαιρίδιο $Σ_1$, μάζας $m_1=m$, εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, με ταχύτητα μέτρου υ, πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στη μία άκρη οριζόντιου, αβαρούς, μη εκτατού νήματος, μήκους L, η άλλη άκρη του οποίου είναι στερεωμένη σε ακλόνητο σημείο Κ, όπως δείχνεται στο παραπάνω σχήμα. Όταν το σφαιρίδιο διέρχεται από το σημείο Α της τροχιάς του, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με άλλο σφαιρίδιο, $Σ_2$, μάζας $m_2=3m$, που τη στιγμή της κρούσης κινείται αντίρροπα από το $Σ_1$, με ταχύτητα μέτρου υ. Αν συμβολίσουμε με $υ_{1τ}$ την τελική ταχύτητα του σφαιριδίου $Σ_1$ και $υ_{2τ}$ την τελική ταχύτητα του σφαιριδίου $Σ_2$, μετά από όλες τις κρούσεις μεταξύ τους, ο λόγος των μέτρων των τελικών ταχυτήτων των δύο σφαιριδίων $\frac{|υ_{2τ}|}{|υ_{1τ}|}$ είναι ίσος με



α. 0.

β. 1.

γ. 2.

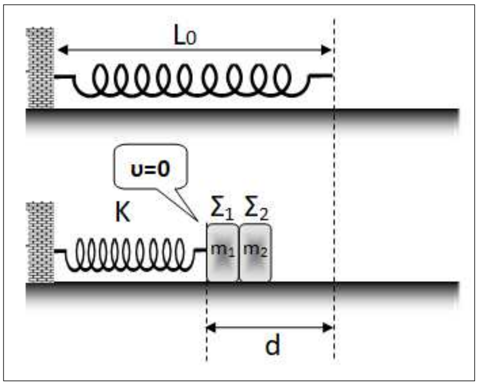
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

(Μονάδες 2)

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

(Μονάδες 4)

Β3. Ένα σώμα $Σ_1$ μάζας $m_1=m$ είναι τοποθετημένο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k, που βρίσκεται στο φυσικό του μήκος, L_0, και το άλλο άκρο του είναι ακλόνητα στερεωμένο. Πάνω στο οριζόντιο επίπεδο και σε επαφή με το $Σ_1$, βρίσκεται δεύτερο σώμα $Σ_2$, μάζας $m_2=3m$. Μετακινούμε το $Σ_2$, ώστε να συσπειρωθεί το ελατήριο κατά d και τη χρονική στιγμή $t_0=0$ αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση. Τη χρονική στιγμή t_1 που το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος η επαφή μεταξύ των δύο σωμάτων χάνεται. Τη χρονική στιγμή $3t_1$, η απόσταση μεταξύ των δύο σωμάτων είναι ίση με



α. πd.

β. $2\pi d$.

γ. $\frac{3\pi d}{2}$.

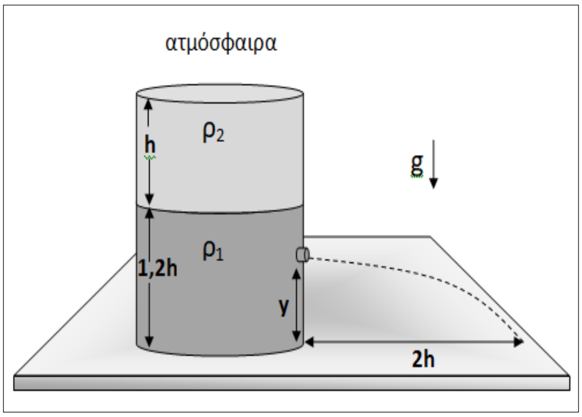
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

(Μονάδες 2)

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

(Μονάδες 4)

Β4. Ανοιχτό κυλινδρικό δοχείο μεγάλων διαστάσεων βρίσκεται στερεωμένο πάνω σε οριζόντιο επίπεδο, όπως δείχνεται στο διπλανό σχήμα. Ρίχνουμε στο δοχείο ιδανικό υγρό, πυκνότητας $ρ_1$, μέχρι να φτάσει σε ύψος $h_1=1{,}2h$ και στη συνέχεια δεύτερο ιδανικό υγρό, πυκνότητας $ρ_2$, που δημιουργεί στήλη ύψους $h_2=h$, πάνω από το πρώτο υγρό, γεμίζοντας το δοχείο. Η σχέση των πυκνοτήτων των δύο υγρών είναι $ρ_2=0{,}8ρ_1$. Τα δύο υγρά ισορροπούν, χωρίς να αναμειγνύονται. Στο πλευρικό τοίχωμα του δοχείου ανοίγουμε μία μικρή οπή, σε άγνωστη απόσταση y από τη βάση του δοχείου και από εκεί εξέρχεται το υγρό πυκνότητας $ρ_1$. Αν η φλέβα του υγρού συναντά το οριζόντιο επίπεδο σε σημείο που απέχει S=2h από τη βάση του δοχείου, τότε το ύψος y που βρίσκεται η οπή είναι ίσο με



α. 0,5h.

β. 0,8h.

γ. 1h.

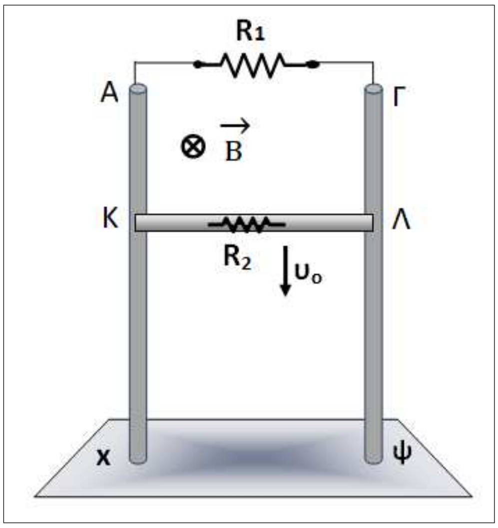
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

(Μονάδες 2)

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ Γ



Οι ευθύγραμμοι αγωγοί μεγάλου μήκους Αx και Γψ είναι κατακόρυφοι, έχουν αμελητέα ηλεκτρική αντίσταση, είναι στερεωμένοι σε οριζόντιο μονωτικό επίπεδο και απέχουν απόσταση L=1m μεταξύ τους. Στα άκρα τους, Α και Γ, είναι συνδεδεμένος αντιστάτης με αντίσταση R_1=3Ω. Η διάταξη βρίσκεται σε χώρο που υπάρχει οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B=2T, με φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα. Λεπτή αγώγιμη οριζόντια ράβδος ΚΛ με μάζα m=0,5kg και αντίσταση R_2=1Ω, έχει τα άκρα της Κ και Λ εφαπτόμενα στους αγωγούς ΑΧ και Γψ. Τη χρονική στιγμή t_0=0s εκτοξεύουμε τη ράβδο με αρχική ταχύτητα $υ_0$=4m/s προς τα κάτω και τη χρονική στιγμή t_1, που η επιτάχυνση της ράβδου μηδενίζεται, η ταχύτητά της είναι ίση με $υ_1$=1m/s.

Γ1. i. Να βρείτε και να δικαιολογήσετε τη φορά του ρεύματος που διαρρέει το κλειστό κύκλωμα ΑΓΛΚΑ.
ii. Να βρείτε τη φορά και το μέτρο της δύναμης Laplace που θα ασκηθεί στη ράβδο ΚΛ αμέσως μετά την εκτόξευση.
iii. Να ελέγξετε αν οι κατακόρυφοι οδηγοί ασκούν δυνάμεις τριβής στη ράβδο και στην περίπτωση που ασκούν, να βρείτε το μέτρο της συνισταμένης τους.

(Μονάδες 7=2+1+4)

Γ2. Να υπολογίσετε την ταχύτητα της ράβδου τη χρονική στιγμή που το μέτρο της επιτάχυνσης της ράβδου είναι 2m/s^2

(Μονάδες 6)

Γ3. Να υπολογίσετε τη μετατόπιση της ράβδου από τη χρονική στιγμή t_0 μέχρι τη χρονική στιγμή που η ταχύτητα υποδιπλασιάζεται, αν ως τότε απελευθερώθηκε στις αντιστάσεις θερμική ενέργεια Q=4,5J.

(Μονάδες 6)

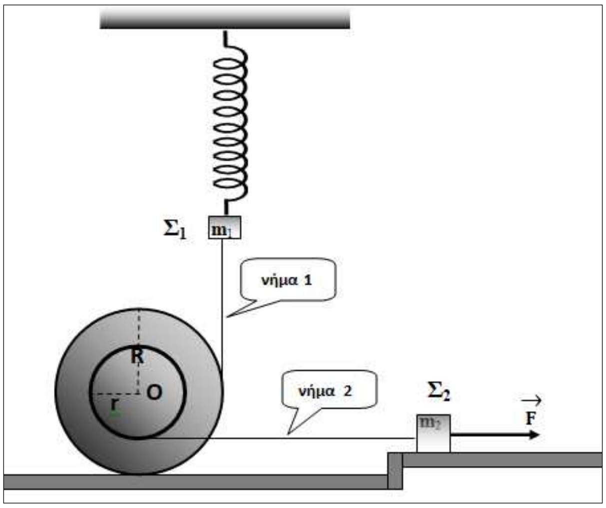
Γ4. Να σχεδιάσετε σε αριθμημένους άξονες το διάγραμμα του λόγου $P_{Ro\lambda}/|P_T|$ σε συνάρτηση με την ταχύτητα της ράβδου, όπου $P_{Ro\lambda}$ η ισχύς στις αντιστάσεις και P_T ο ρυθμός μετατροπής ενέργειας σε θερμική λόγω των τριβών.

(Μονάδες 6)

Δίνεται $g=10m/s^2$.

ΘΕΜΑ Δ

Μία διπλή τροχαλία μάζας M=4Kg αποτελείται από δύο ομογενείς, συγκολλημένες, ομοαξονικές τροχαλίες, με ακτίνες r=0,1m και R=2r=0,2m. Στην περιφέρεια των δύο τροχαλιών έχουμε τυλίξει δύο αβαρή και μη εκτατά νήματα που δεν γλιστράνε σε αυτές. Το νήμα 1 είναι τυλιγμένο στην τροχαλία ακτίνας R, ενώ το νήμα 2 στην τροχαλία ακτίνας r, αντίστοιχα. Η ροπή αδράνειας της διπλής τροχαλίας ως προς άξονα που είναι κάθετος στο επίπεδό της και διέρχεται από το κέντρο της, είναι ίση με $I_{cm}=\frac{1}{2}MR^2$. Τοποθετούμε τη διπλή τροχαλία πάνω σε οριζόντιο επίπεδο και συνδέουμε το ελεύθερο άκρο του κατακόρυφου νήματος 1, με σώμα $Σ_1$, μάζας m_1=1kg, που είναι δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=100N/m, το πάνω άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε οροφή, όπως δείχνεται στο παραπάνω σχήμα. Ταυτόχρονα, συνδέουμε το ελεύθερο άκρο του οριζόντιου νήματος 2 με σώμα $Σ_2$, μάζας m_2=1kg, που βρίσκεται ακίνητο πάνω σε δεύτερο λείο οριζόντιο επίπεδο. Ενώ και τα δύο νήματα είναι τεντωμένα, ασκούμε στο σώμα $Σ_2$ οριζόντια δύναμη σταθερού μέτρου F=20N και η διπλή τροχαλία ισορροπεί ακίνητη.



Δ1. Να βρεθεί η επιμήκυνση του ελατηρίου από τη θέση του φυσικού του μήκους, όταν το σύστημα όλων των σωμάτων ισορροπεί.

(Μονάδες 5)

Τη χρονική στιγμή t_0=0 κόβουμε το νήμα 1, ενώ η δύναμη F εξακολουθεί να ασκείται στο σώμα $Σ_2$, με αποτέλεσμα η διπλή τροχαλία να αρχίσει να κυλίεται, χωρίς να ολισθαίνει, πάνω στο οριζόντιο επίπεδο και το σώμα $Σ_1$ αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς D=k.

Να υπολογιστεί:

Δ2. η επιτάχυνση με την οποία θα κινηθεί το σώμα $Σ_2$ μετά το κόψιμο του νήματος.

(Μονάδες 6)

Δ3. η απόσταση που έχει διανύσει το κέντρο μάζας της διπλής τροχαλίας, όταν η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου μηδενιστεί για δεύτερη φορά.

(Μονάδες 6)

Δ4. πώς καταμερίζεται ποσοστιαία το έργο της δύναμης F στο σώμα $Σ_2$ και στη διπλή τροχαλία.

(Μονάδες 4)

Δ5. το έργο της δύναμης F, από τη χρονική στιγμή $t_0=0$ μέχρι τη χρονική στιγμή που το μέτρο της στροφορμής της διπλής τροχαλίας γίνει ίσο με $L=0,64 kgm^2/s$.

(Μονάδες 4)

Δίνονται $g=10 m/s^2$, $\pi^2=10$ και ότι στην κίνησή της η τροχαλία δεν προσκρούει στο σκαλοπάτι.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Η εκπόνηση του διαγωνίσματος έγινε με τη βοήθεια Εθελοντών Εκπαιδευτικών:

Τα θέματα επιμελήθηκαν οι **Βανταράκης Θάνος, Γκιόκας Κώστας, Μπετσάκος Παναγιώτης, Πασσαλίδης Δημοσθένης, Σφυρής Γιώργος**, Φυσικοί.

Ο επιστημονικός έλεγχος πραγματοποιήθηκε από τον **Παλόγο Αντώνιο**, Φυσικό.