ΠΡΟΤΥΠΟ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΜΥΤΙΛΗΝΗΣ
ΤΟΥ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ ΑΙΓΑΙΟΥ.

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2016
ΣΤΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Β ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΥΤΙΛΗΝΗ 26/5/16

ΘΕΜΑ Α

Α1. Να αποδείξετε ότι σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, το τετράγωνο μιας κάθετης πλευράς του είναι ίσο με το γινόμενο της υποτείνουσας επί την προβολή της πλευράς αυτής στην υποτείνουσα. (μονάδες 15)

Α2. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως Σ αν είναι σωστές ή ως Λ αν είναι λάθος.

i. Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ με ύψος ΑΔ και διάμεσο ΑΜ ισχύει: $ΑΒ^2+ΑΓ^2=2ΒΓ\bullet ΜΔ$.

ii. Το εμβαδόν Ε τραπεζίου με βάσεις Β, β και ύψος υ, δίνεται από τη σχέση: $Ε=\frac{(Β+β)\cdot υ}{2}$.

iii. Η πλευρά $λ_6$ κανονικού εξαγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας R δίνεται από τη σχέση: $λ_6=\frac{R\sqrt{3}}{2}$.

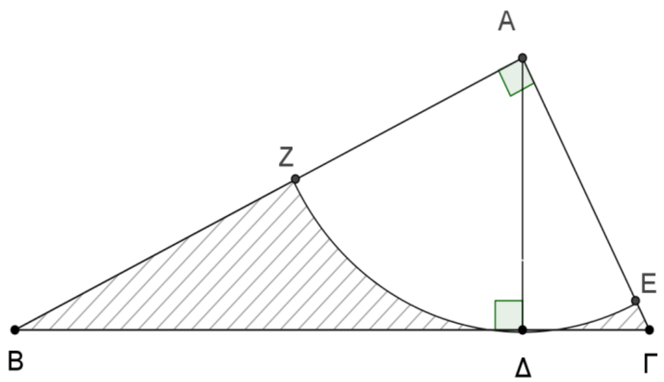
iv. Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{A}>90^o$ ισχύει: $α^2=β^2+γ^2+2β\bullet ΑΔ$ όπου ΑΔ η προβολή της πλευράς γ πάνω στην πλευρά β.

v. Το εμβαδόν Ε τριγώνου δίνεται από την ισότητα $Ε=\frac{αβγ}{4R}$, όπου R η ακτίνα του περιγεγραμμένου κύκλου και α, β, γ οι πλευρές του τριγώνου.

(μονάδες 5x2=10)

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{A}=90^o$ και ΑΔ το ύψος του. Με κέντρο το Α και ακτίνα ΑΔ γράφω κύκλο που τέμνει τις ΑΒ, ΑΓ στα Ζ, Ε αντίστοιχα. Αν ΒΔ=8 και ΔΓ=2. Να αποδείξετε ότι:



i. ΑΔ=4

ii. $ΑΒ=4\sqrt{5}$

iii. (ΑΒΓ)=20

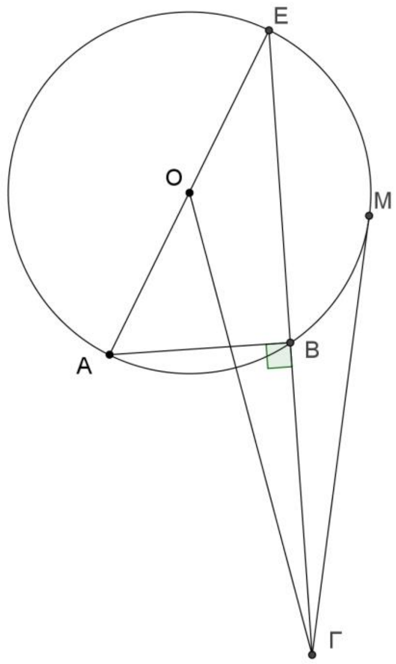
iv. Το εμβαδόν Ε του γραμμοσκιασμένου μέρους του σχήματος ισούται με Ε=4(5-π)

(μονάδες 6+6+6+7=25)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται κύκλος (Ο,10cm) και χορδή του ΑΒ=λ_6 . Έστω ΒΓ$\perp$ ΑΒ με ΒΓ=λ_3 και η ΓΒ τέμνει τον κύκλο στο Ε (όπως στο σχήμα) και ΓΜ εφαπτομένη του κύκλου.

i. Να υπολογίσετε τα ΑΒ, ΒΓ
ii. Να αποδείξετε ότι ΑΕ διάμετρος του κύκλου
iii. Να δείξετε ότι ΒΕ=$10\sqrt{3}$ cm
iv. Να δείξετε ότι ΓΜ=$10\sqrt{6}$ cm
v. Να υπολογίσετε το ΓΟ



(μονάδες 5+5+5+5+5=25)

ΘΕΜΑ Δ

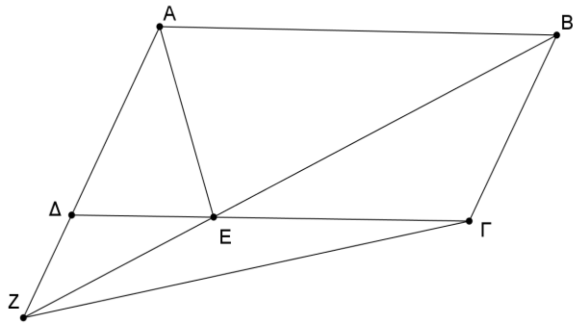
Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και Ε τυχαίο σημείο της ΓΔ. Η ΒΕ τέμνει την προέκταση της ΑΔ στο Ζ. Να αποδείξετε ότι:

i. 2(ΑΒΕ)=(ΑΒΓΔ)

ii. (ΑΔΕ)+(ΒΓΕ)=(ΑΒΕ)

iii. (ΒΓΖ)=$\frac{(ΑΒΓΔ)}{2}$

iv. (ΓΕΖ)=(ΑΔΕ)



(μονάδες 7+7+6+5=25)

Η ΔΝΤΡΙΑ

ΣΚΑΛΟΧΩΡΙΤΟΥ ΓΕΩΡΓΙΑ

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

ΣΚΑΛΟΧΩΡΙΤΟΥ Γ.
ΚΟΥΤΣΚΟΥΔΗΣ Π.
ΒΕΡΒΕΡΗΣ Ν.

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. σχολικό σελ 184

Α2

i. Λ
ii. Σ
iii. Λ
iv. Σ
v. Σ

ΘΕΜΑ Β

i. ΒΔ.ΔΓ=ΑΔ^2 ⟹ΑΔ^2=16 ⟹ ΑΔ=4
ii. ΑΒ^2=ΒΓ.ΒΔ⟹ΑΒ^2=10.8=80⟹ΑΒ=$4\sqrt{5}$ ή
ΑΒ^2=ΒΔ^2+ΑΔ^2⟹ΑΒ^2=64+16=80⟹ΑΒ=$4\sqrt{5}$
iii. (ΑΒΓ)=$\frac{ΒΓ.ΑΔ}{2}$=$\frac{10.4}{2}$=20
iv. Ε=(ΑΒΓ)-$Ε_{ΤΕΤΑΡΤΟΚΥΚΛΙΟΥ}$=20 - $\frac{\pi\rho^2 90°}{360°} = 20 - 4\pi$=4(5-π)

ΘΕΜΑ Γ

i. ΑΒ=λ_6 =R=10cm , ΒΓ=λ_3=R$\sqrt{3}$=10$\sqrt{3}$cm
ii. Επειδή η εγγεγραμμένη γωνία $\widehat{ABE} = 90°$ βαίνει σε ημικύκλιο άρα ΑΕ είναι διάμετρος.
iii. Με Π.Θ στο ΑΒΕ έχω ΒΕ^2=ΑΕ^2-ΑΒ^2⟹ΒΕ^2=20^2-10^2=300cm^2 άρα ΒΕ=10$\sqrt{3}$cm
ή
τόξοΑΒ=60^0 άρα τόξοΒΕ=120^0 άρα ΒΕ=λ_3=R$\sqrt{3}$ άρα ΒΕ=$10\sqrt{3}cm$
iv. Από το θεώρημα τεμνουσών έχω: ΓΜ^2=ΓΒ.ΓΕ⟹
ΓΜ^2=10$\sqrt{3}$.$(10\sqrt{3} + 10\sqrt{3}) = 600$ cm^2 ⟹ΓΜ=10$\sqrt{6}$ cm
v. Το τρίγωνο ΓΟΜ είναι ορθογώνιο με $\widehat{M} = 90°$ άρα ΓΟ^2=ΓΜ^2+ΜΟ^2⟹
ΓΟ^2=600+100=700 cm^2 ⟹ΓΟ=10$\sqrt{7}$cm

ΘΕΜΑ Δ

i. Αν υ_1 η απόσταση των παραλλήλων ΑΒ, ΔΓ τότε υ_1 θα είναι ύψος στο ΑΕΒ οπότε (ΑΕΒ) = $\frac{AB.\upsilon 1}{2} = \frac{(ΑΒΓΔ)}{2}$
ii. (ΑΔΕ) + (ΒΓΕ) = (ΑΒΓΔ) - (ΑΒΕ) = (ΑΒΓΔ) - $\frac{(ΑΒΓΔ)}{2}$ = $\frac{(ΑΒΓΔ)}{2}$ = (ΑΒΕ)
iii. Αν υ_2 η απόσταση των παραλλήλων ΑΔ, ΒΓ τότε υ_2 θα είναι ύψος στο ΒΓΖ άρα (ΒΓΖ) = $\frac{ΒΓ.\upsilon_2}{2} = \frac{(ΑΒΓΔ)}{2}$
iv. Από ii) και iii) έχω: $(ΒΓΖ)$ =(ΑΔΕ)+(ΒΓΕ) ⟺ ~~(ΒΓΕ)~~+(ΓΕΖ)= (ΑΔΕ)+~~(ΒΓΕ)~~ ⟺ (ΓΕΖ)=(ΑΔΕ)